

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ**

Т. Бижігітов

ЖАЛПЫ ФИЗИКА КУРСЫ

Оқулық

Алматы, 2013 ж.

ӘОЖ 530.1 (075.8)
КБЖ 22.3 я73
Б 52

*Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің
«Оқулық» республикалық ғылыми-практикалық орталығы бекіткен*

Пікір жазғандар:

С. С. Саутбеков – физика-математика ғылымдарының докторы,
профессор;
Ә. Әбдіраманов – техника ғылымдарының докторы, профессор;
Б. Ж. Кушқумбаева – физика-математика ғылымдарының
кандидаты, доцент.

Б 52 Бижігітов Т.

Жалпы физика курсы: Алматы: / Т. Бижігітов, – Алматы: ЖШС
«Экономика», 2013. – 890 бет

ISBN 978-601-225-586-7

Техникалық жоғары оқу орындарында оқылатын «Жалпы физика курсы» оқулығы Мемлекеттік стандартқа сәйкес құрастырылған типтік бағдарламалардағы тақырыптарды толық қамтиды. Өндірісте, техникада және ауылшаруашылығында практикалық маңызы бар кейбір тақырыптар тереңдетіліп қарастырылған.

ӘОЖ 530.1 (075.8)
КБЖ 22.3 я 73

ISBN 978-601-225-586-7

© ҚР Жоғары оқу орындарының
қауымдастығы, 2013.
© Т. Бижігітов, 2013.

АЛҒЫ СӨЗ

Техникалық жоғары оқу орындарында оқылатын жалпы физика курсы студенттердің назарларын жаратылыстану пәндерінің заңдылықтары мен жалпы түсініктеріне, принциптеріне аударып, ондағы өтетін құбылыстарға талдаулар жасауды үйретіп, ғылыми және техникалық жетістіктерді ұғынуларына, алынған нәтижелерді практикада қолдана білулеріне, әлемнің қазіргі заманғы көріністерін толығымен суреттей алуларына ықпалын тигізуге бағытталған. Осыған қарамастан, қазіргі таңда қазақ тілінде Мемлекеттік стандартқа сай, оқу бағдарламаларына негізделіп жазылған оқулықтар жоқ.

Оқулық көптеген жылдар бойы автордың Жамбыл гидромелиративтік-құрылыс институтында, М. Х. Дулати атындағы Тараз Мемлекеттік университетінде әртүрлі инженерлік-техникалық мамандықтарда және Тараз Мемлекеттік педагогикалық институтында математика, информатика, химия, биология мамандықтарында оқитын студенттерге арналып, Мемлекеттік стандарт бойынша құрастырылған типтік бағдарламалардағы тақырыптарды толығымен қамтиды. Сонымен қатар әртүрлі физикалық құбылыстарды түсіндіру әдістері студенттермен лекция және практикалық сабақтар барысында пікір алмасу арқылы жетілдіріліп, соңғы жылдары оқу үрдісіне енгізілген жаңалықтар ескерілген. Студенттер өз беттерінше оқулықты оқып, алған білімдерінің деңгейлерін тексерту мақсатында оқулықтың соңында дәріс және семинар сабақтарының күнтізбелік-тақырыптық жоспарлары келтірілген.

Автор

КІРІСПЕ

Қазіргі таңда физика өзінің заңдылықтарына бағынатын идеялармен, құбылыстарды зерттеу әдістерінің алуан түрлілігімен, алынған нәтижелердің танымдылық теориясында алатын орнының ерекшелігімен математика-жаратылыстану ғылымдары бағытының ішіндегі алдыңғы қатардағы пәндердің бірі болып есептеледі. Физика мен басқа жаратылыстану ғылымдары пәндерінің араларындағы шекараның дәл анықталмауы, математикалық физика теңдеулері, математикалық физика әдістері, физикалық химия, биофизика, биотехнология, нанотехнология сияқты аралас ғылымдардың туындауына әсерін тигізді. Сонымен қатар аспан объектілерінде, Жер атмосферасы мен қыртыстарында өтетін физикалық құбылыстарды зерттейтін астрофизика, геофизика ғылымдары пайда болды. Спектральдық анализдің және микроскоптар мен телескоптардың пайда болуының нәтижесінде астрофизика, биология, химия ғылымдары жылдам дамыды.

Физикалық зерттеулердің негізгі мақсаты табиғаттың заңдылықтарын немесе ашылған жаңалықтарды еліміздің экономикасын көтеруге, жаңа технологиялық үрдістерге қолдануға және техникада пайдалануға бағыттау қажет. Өйткені физикалық заңдылықтар техникалық ғылымдардың негізін құрайды. Мысалы, Фарадейдің ашқан электромагниттік индукция құбылысына барлық электр қозғағыштар мен динамомашиналардың жұмыс істеу принципі негізделсе, қазіргі кездегі байланыстарды Герцтің ашқан радиотолқындарынсыз елестету мүмкін емес. Рентген сәулесімен ультрадыбыстың техникада, медицинада және ғылыми-зерттеу жұмыстарында атқаратын қызметінің өте үлкен екендігі бәрімізге белгілі. Атомдық энергияны алу әдістері мен оны қолдану, жылутехникасы, электротехника, жарық техникасы және басқа техникалық пәндер физикамен тығыз байланыста. Өндірістік техниканың деңгейі жаратылыстану ғылымдарының дамуымен анықталады. Физиктер өндіріс орындарын заман талабына сай өлшеуіш құралдарымен және қондырғылармен қамтамасыз етсе, техниканың дамуы физикалық зерттеулердің экспериментальдық әдістерінің жаңаруына, құралдар мен қондырғылардың өлшеу дәлділіктерінің артуына ықпал жасайды. Сонымен қатар тапсырыс бойынша жоғары температураларда, қысымдарда, төменгі температураларда жұмыс істейтін

қондырғылардың материалдарын алуда физика үлкен рөл атқаратындықтан және жалпы инженерлік мамандықтарда оқытылатын пәндердің негізін құрайтындықтан, жалпы физика курсына қойылатын талаптардың күшейтілуі қажет. Жоғары оқу орындарында физиканы ана тілінде оқытудың деңгейін көтеру жаңа әдістемелік проблемалар туғызып отыр. Оның ішіндегі күрделісі заман талабына сай оқулықтар мен оқу құралдарын жазу болып табылады. Ұсынылып отырған оқулықта жалпы физика курсының, техникалық жоғары оқу орындарында өтілетін барлық бөлімдері қамтылған. Студенттер өтілген тақырыптарды жетік ұғынулары үшін әрбір тараудан соң оның практикалық маңыздылығына баса назар аударылып, мысалдар мен есептердің шығару жолдары көрсетілген. Табиғатта кездесетін құбылыстарды студенттер өз беттерінше математикалық және физикалық тұрғыдан талдау үшін жаттығулар мен тест сұрақтары жауаптарымен берілген.

I бөлім

**КЛАССИКАЛЫҚ МЕХАНИКАНЫҢ
ФИЗИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ.**

I тарау. Кинематика

**§ 1.1 Механика және оның құрылымы.
Кеңістік және уақыт**

Бізді қоршаған барлық денелер, жұлдыздар мен планеталардан бастап атомдар және оны құрайтын бөлшектерге дейін үздіксіз қозғалыстағы күйде болады. Қозғалыстың ең қарапайым түріне уақыт өтуіне байланысты денелердің бір-бірімен салыстырғанда орындарының өзгеруін қарастыратын механикалық қозғалыс жатады. Механикалық қозғалыс көптеген механизмдер мен көліктердің қозғалыстарын сипаттайды. Сонымен қатар күрделі механикалық емес процестердің құрамдық бөлігі болып табылады. Мысалы, жылулық құбылыс молекулалардың ретсіз қозғалыстарына, ал электромагниттік толқынның сәулеленуінің табиғаты атомдардағы электрондардың қозғалыстарына байланысты болса, ядролық реакциялар элементар бөлшектердің (протондар, нейтрондар, мезондар) әсерлесуіне және қозғалыстарына тәуелді.

Күштің әсерінен қозғалатын денелердің қозғалыс заңдылықтары мен тепе-теңдік күйін сипаттайтын физиканың бөлімі механика деп аталады. Курстың бірінші бөлімінде жылдамдықтары жарықтың вакуумдегі жылдамдығынан едәуір кіші жылдамдықпен қозғалатын макроскопиялық денелердің қозғалыс заңдылықтарын зерттейтін классикалық механика қарастырылады. Классикалық механика кинематика, динамика және статика бөлімдерінен тұрады. Кинематика денелердің механикалық қозғалыстарының сипаттамалары мен заңдылықтарын, қозғалысты туғызатын себептерді ескермей зерттейді.

Динамика денелердің өзара әсерлесуінің олардың механикалық қозғалыстарына ықпалын қарастырады. Статика денелердің тепе-теңдік күйін сипаттайды.

Денелердің қозғалыс заңдылықтарын пайдаланып, тепе-теңдік заңдылықтарын анықтауға болатындықтан, статиканың заңдылықтары динамиканың заңдылықтарынан жеке бөлініп қарастырылмайды.

Кеңістік, уақыт және масса механикалық қозғалыстарды сипайтайтын негізгі параметрлер. Осы параметрлер арқылы белгілі заңдылықтар мен формулаларды қолданып қалған белгісіз параметрлерді анықтай аламыз.

Аталған параметрлерді талдау, басқа параметрлерді анықтаудың оңай еместігін көрсетті. Біздің мақсатымыз механиканың негіздеріне классикалық тұрғыдан мағлұматтар беру болғандықтан, негізгі түсініктемелерге талдаулар жасамай, оларға Ньютонның және оның идеяларын зерттеп дамытқан ғалымдардың берген физикалық мағынасын көрсету. Классикалық механикада массалар, электр зарядтары және басқа физикалық агенттер қасиеттерін өзгерте алмайтын, Евклид геометриясына бағынатын геометриялық кеңістік қарастырылады. Бұл кеңістікте екі нүктенің ең қысқа арақашықтығы түзу сызық, ал шексіз жақын орналасқан нүктелердің арақашықтықтарының квадраты осы қашықтықтың тік бұрышты координата осьтеріндегі құраушыларының квадраттарының қосындысына тең:

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (1.1.1)$$

Бізді қоршаған әлемдегі барлық өзгерістер мен құбылыстар белгілі бір ретпен ұзақтықтары әртүрлі уақыт аралықтарында өтіп лезде орындалмайды. Уақыт өтуіне байланысты (секунд, минут, сағат, сәтке, жылдар, т.с.с) біз қандай да бір оқиғаны немесе құбылысты тіркеу арқылы оның басталуын белгілейміз. Содан соң кейінгі болатын оқиғалардың өзгерістерінің реттілігі айқындалады. Егер бізді қоршаған әлемде өзгерістер болмаса, онда уақыт тоқтады деп есептеледі. Яғни, уақыт туралы ұғым жоғалады. Біз қарастыратын уақыт пен оның өзгерісі абсолютті, яғни өлшенетін уақыт қарастырылып отырған кеңістіктің аймағында өтетін физикалық үрдістерге тәуелсіз. Кеңістікті, уақытты және массаны абсолюттеу қажеттілігі бірқалыпты түзу сызықты қозғалысты қарастырғанда туындайды. Білқалыпты түзу сызықты қозғалысқа анықтама беру үшін кеңістіктің нақты геометриялық қасиеттерін білуіміз қажет. Бірқалыпты қозғалыста дене бірдей арақашықтықтарды тең уақыт аралықтарында жүріп өтетіндіктен, денелердің қозғалыстарын сипаттауда уақыттың алатын орнының маңызы өте үлкен екендігін көреміз. Классикалық механикада қарастырылатын кеңістік біртекті (барлық бөліктерінде физикалық қасиеттері бірдей) және изотропты (физикалық қасиеттері бағыттарға тәуелсіз).

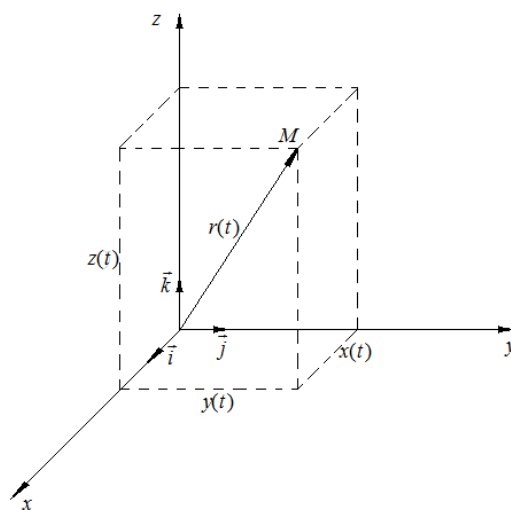
XIX ғасырда орыстың ұлы математигі Лобачевский кеңістіктің геометриялық қасиеттері ондағы материалдық денелердің қасиеттерімен анықталатындығын дәлелдеді. Бұл жаңалық Эйнштейннің жалпылама салыстырмалылық теориясындағы кеңістіктің негізін қалады. XIX ғасырдың екінші жартысындағы физиканың дамуы Ньютонның «абсолют» кеңістік және денелердің бос кеңістік арқылы (қашықтан әсерлесу) әсерлесу туралы көзқарасының дұрыс емес екендігін дәлелдеп, бір дененің екінші денеге әсері тек шекті жылдамдықпен материалдық макро және микроденелер арқылы берілетіндігін көрсетті. Сонымен қатар бос кеңістік материалдық

денелердің күйлеріне, керісінше материалдық денелер бос кеңістіктің физикалық қасиеттеріне, өтетін үрдістердің ұзақтығы оның қозғалыс жылдамдығына тәуелділігі анықталады. Химия мен кристаллографиядағы алынған жаңалықтар заттардың физико-химиялық қасиеттерінің, олардың молекулалары мен атомдарының кеңістікте орналасуына тәуелділігін анықтайды. Уақыт пен кеңістік материядан бөлінбейтін оның өмір сүруінің өзара байланысқан түрі болып табылады. Дербес жағдайда өзара байланыс, механикалық қозғалыста денелердің бір-бірімен салыстырғандағы уақыт бойынша кеңістіктегі қозғалыстарында орын алады. Таза электродинамикалық тәжірибелер (Майкельсон, Траутон, Нобла) классикалық механикадағы түсініктемелерді электродинамикаға қолдануға болмайтындығын дәлелдеп, кеңістік, уақыт және масса туралы түсініктерге талдау жасайтын жаңа механиканың пайда болуына себепкер болды. Біз оқулықта денелердің қозғалыстарын классикалық механиканың заңдылықтарын қолданып сипаттаймыз.

§ 1.2. Материалдық нүкте туралы түсінік. Қозғалыстың салыстырмалылығы. Санақ жүйесі. Траектория, жол және орын ауыстыру векторы

Механикалық есептерді шешуді жеңілдету үшін көптеген жағдайларда зерттеліп отырған денелердің пішіндерімен мен өлшемдеріне назар аудармай, оларды материалдық нүкте ретінде қарастырады. Берілген есепте дененің массасы мен өлшемдері ескерілмесе, ондай денені материалдық нүкте деп атайды. Табиғатта материалдық нүктелер кездеспейтіндіктен, ол ойша алынған ұғым болып табылады. Бірақ механикада көптеген есептердің қойылымы абстракциялық ұғымды қолданып үлкен жетістіктермен оларды шешуге мүмкіндік береді. Шындығында, Тараздан Астанаға ұшатын ұшақтың ұшу уақыты қызықтыратын жолаушыға оның жеке бөлшектерінің қозғалыстарының сипаттамаларын білудің қажеті жоқ. Сонымен қатар ұшаққа ұшу, қону кезінде немесе белгілі бір биіктікте горизонталь бағыттағы қозғалысына ауа тарапынан әсер ететін күшті зертегенде, оның пішінімен мен өлшемдерін ескермеуге болмайды. Осыған ұқсас Күнді айнала қозғалатын Жер мен басқа планеталардың өлшемдері Күнге дейінгі арақашықтықтарынан едәуір кіші болғандықтан, оларды материалдық нүкте деп қарастыра аламыз. Керісінше, күн мен түннің, жыл мезгілдерінің ауысу себептерін анықтағанда оның өлшемдерін, ось бойымен айналуын, орбита жазықтығына айналу осінің көлбеулігін ескеру керек. Қорыта келгенде есептің шыртына байланысты, бір денені белгілі бір жағдайларда материалдық нүкте немесе материалдық нүкте емес деп қарастырауға

болады. Кеңістік біртекті және изотропты болғандықтан, онымен салыстырғандағы материалдық нүктенің орнын анықтай алмаймыз. Сондықтан бір дененің екінші денемен салыстырғанда орнын анықтауға толық мүмкіндік бар. Мысалы, бөлмедегі электр шамының орны оның еденнен және бөлменің ішінде өзара перпендикуляр қабырғаларға дейінгі қашықтықтарымен толық анықталады. Осы үштік сан арқылы бөлменің ішінде немесе сыртында орналасқан кез келген дененің орнын анықтай аламыз. Денелердің қозғалысы уақыт бойынша кеңістікте өтетіндіктен, оған сипаттама беру оның кеңістіктің қандай нүктелерінде немесе орындарында уақыттың қай мезеттерінде болғандығын білуді қажет етеді. Материалдық нүктенің орны қандай да бір еркінше алынған санақ денесімен салыстырып алынады. Санақ денесімен өзара перпендикуляр үш түзу арқылы координата осьтері байланыстырады. (№1.2.1 сызба)



1.2.1-сызба. Декарттық координата жүйесіндегі М нүктесінің орны

Осылайша, шартты түрде таңдап алынған тыныштықтағы денемен, байланыстағы координата жүйесі материалдық нүкте орнының санақ жүйесі деп аталады. Декарттық координата жүйесінде берілген уақытта М нүктесі үш координатамен x , y , z немесе координата бас нүктесінен нүктеге дейін жүргізілген $\vec{r}(t)$ радиус-векторымен сипатталады. $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ құраушылары нүктенің координаталары деп аталады. Радиус-вектор векторлық түрде төмендегідей жазылады:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \quad (1.2.1)$$

Оның абсолют мәні мынаған тең:

$$r(t) = |\vec{r}(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$$

Кез келген денені санақ денесі ретінде қарастыруға болады. Бірақ барлық санақ жүйелері пайдалануға бірдей қолайлы емес. Мысалы, автомобильдің қозғалысын Күн немесе Аймен байланыстырылған санақ жүйесінен гөрі Жермен байланысқан санақ жүйесінде қарастырған ыңғайлы. Керісінше, планеталардың қозғалыстарын Жермен немесе басқа планеталармен байланыстырылған санақ жүйелерінде емес, Күнмен байланыстырылған санақ жүйесінде қарастырған қолайлы. Евклид кеңістігінде қозғалатын материалдық нүктенің уақыт өтуіне байланысты координатасының өзгерісі жалпы жағдайда үш скалярлық немесе бір векторлық теңдеумен анықталады:

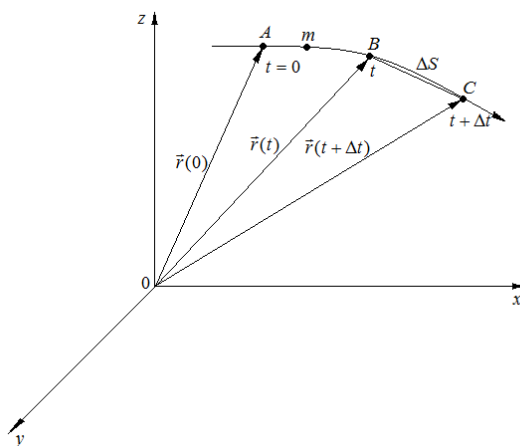
$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1.2.2)$$

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (1.2.3)$$

Нүктенің кеңістіктегі орнын толық анықтайтын тәуелсіз координаталар саны – еркіндік дәреженің саны деп аталады. Материалдық нүкте кеңістікте қозғалса, онда оның еркіндік дәрежесінің саны үшке тең. (Бір мезгілде x , y , z координаталары өзгереді). Ал жазықтықта қозғалса екіге тең. (Бір мезгілде x , y координатасы өзгереді). x , y , z осьтерінің біреуінің бойымен қозғалса, бірге тең. (Бір мезгілде үш координата осінің нүкте қозғалатын осі ғана уақыт бойынша өзгереді). Барлық жағдайларда материалдық нүкте қарастырылып отырғандықтан, оның осьтерінің бойымен айналмалы қозғалыстары ескерілмейді (Инерция моменті $J = 0$). Егер (1.2.2) және (1.2.3) теңдеулерінен уақытты шығарып тастасақ, материалдық нүкте қозғалысының траекториясының теңдеуі шығады. Қозғалыстағы материалдық нүктенің кеңістікте немесе жазықтықта қалдыратын ізін оның траекториясы деп атайды. Пішініне байланысты қозғалыс траекториясы түзу сызықты, қисықсызықты немесе шеңбер бойымен болуы мүмкін.

Траекторияның пішіні санақ жүйесін таңдап алғанға тәуелді. Шындығында, Жермен салыстырғанда қозғалыстағы вагонның ішінде ауырлық күшінің әсерінен еркін құлайтын денененің вагонмен салыстырғандағы траекторияның пішіні түзу сызық, ал Жермен салыстырғанда қисық сызық (ауаның кедергісі ескерілмесе парабола) болады. Дәл осы сияқты, қозғалыстағы ұшақ пропеллерінің қандай да бір нүктесінің ұшақпен байланыстырылған санақ жүйесіндегі траекториясының пішіні шеңбер болса, Жермен байланыстырылған санақ жүйесінде винттік сызықпен қозғалады. Соныменен траекторияның пішінінің түсініктемесінің мағынасы

салыстырмалы болғандықтан, ол туралы берілген белгілі бір санақ жүйесінде (координаталар жүйесі) ғана сөз қозғауға болады. Материалдық нүктенің еркін алынған траекторияның бойымен қозғалысын қарастыралық. (№1.2.2-сызба)



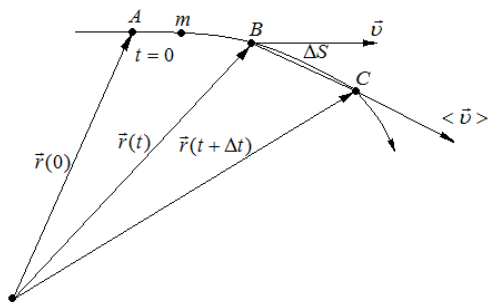
1.2.2-сызба. Материалдық нүктенің еркінше алынған траекторияның бойымен қозғалысы

Материалдық нүктенің қозғалыс уақытын А орнынан бастап есептейміз. Δt уақытта материалдық нүктенің жүріп өткен BC траекториясының ұзындығын ΔS жол деп атайды.

$\Delta S = \Delta S(t)$ жол уақыттың скалярлық функциясы болып табылады. Материалдық нүктенің t және $t + \Delta t$ уақыт өткеннен кейін орындарын қосатын вектор $\Delta \vec{r}(t) = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$ орын ауыстыру векторы деп аталады. Қозғалыстағы дененің немесе материалдық нүктенің уақыттың әрбір мезетінде анықталған координатасы уақыттың функциясы болады. Осы функцияның түрі қозғалыстың заңын береді. Қозғалыс бірқалыпты, бірқалыпты айнымалы немесе айнымалы болып келуі мүмкін.

§ 1.3. Жылдамадық және үдеу. Радиус-вектордың уақыт бойынша туындысы. Бірқалыпты және бірқалыпты емес қозғалыстар. Қисық сызықты қозғалыс

Физикада жылдамдық деп бөлшектің траекторияның бойымен жүрген жолымен қатар уақыттың әрбір мезетінде оның бағытын сипаттайтын векторлық шаманы айтады. Қандай да бір қисықсызқты траекториямен қозғалатын нүктеге t уақыт мезетінде \vec{r} радиус-векторы сәйкес келсін делік. (№1.3.1-сызба)



1.3.1-сызба. Материалдық нүктенің қисықсызықты траекториямен қозғалысы

Δt аз уақыт аралығында материалдық нүкте ΔS жол жүріп, $\Delta \vec{r}$ шамасына орын ауыстырсын. Егер дене барлық уақытта бір бағытта қозғалса, онда жүрілген жол орын ауыстырудың абсолют шамасына тең:

$$\Delta S = |\Delta x|$$

Дене алғашқыда бір бағытта, содан соң тоқтап кері бағытта қозғалса, (мысалы, тербелмелі немесе тік жоғары лақтырылған дененің қозғалысы) жүрілген жол тура және кері бағыттағы орын ауыстырудың абсолют шамаларының қосындысына тең:

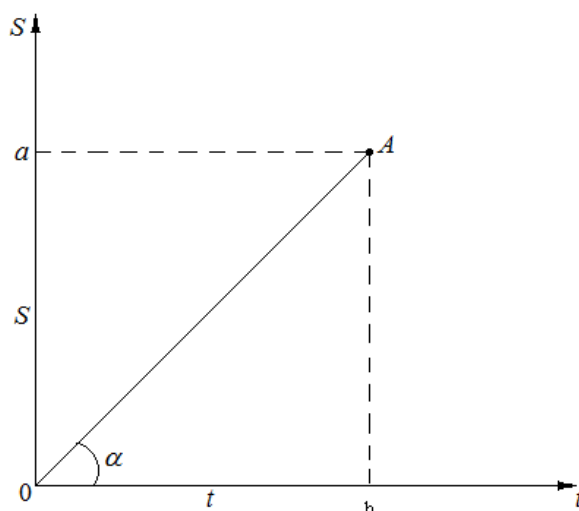
$$\Delta S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots$$

Берілген уақыт аралығында қозғалыстың орташа жылдамдығы деп сан жағынан орын ауыстырудың сол орын ауыстыруға кеткен уақытқа қатынасына тең физикалық шамасын айтады:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (1.3.1)$$

Орташа жылдамдықтың бағыты орын ауыстыру векторының бағытымен бағыттас. Бірқалыпты қозғалыста орташа жылдамдық уақыт аралығын таңдап алғанға тәуелсіз тұрақты шамаға тең. Орташа жылдамдықтың сандық мәніне баға беру үшін практикада мынадай анықтама беріледі. Орташа жылдамдық жүрілген жолдың қозғалыс уақытына қатынасымен анықталады. Бұл анықтама бойынша орташа жылдамдық скалярлық шама болып табылады.

Материалдық нүкте немесе бөлшек өте аз тең уақыт аралықтарында бірдей жол жүрсе, қозғалыс бірқалыпты деп аталады. Яғни $v = const$ жылдамдық тұрақты. Бірқалыпты қозғалыста жүрілген жол уақыттың сызықты функциясы $S = vt$ болады. Бұл байланыстың графигі №1.3.2-сызбада келтірілген:



1.3.2-сызба. Бірқалыпты қозғалыстағы жолдың уақытқа тәуелділік графигі

Жолдың уақытқа тәуелділігі OA түзуімен өрнектеледі. Сызбадан $tg \alpha = \frac{bA}{Ob} = \frac{S}{t} = v$ қатынасы алынады. Сондықтан график бойынша жылдамдық α бұрышының тангенсімен өрнектеледі. Жылдамдық өскен сайын α бұрышы артады.

№1.3.3-сызбада бірқалыпты қозғалыс кезіндегі жылдамдықтың уақытқа тәуелділігі көрсетілген.



1.3.3-сызба. Бірқалыпты қозғалыстағы жылдамдықтың уақытқа тәуелділік графигі

Бірқалыпты қозғалыста үдеу нөлге тең. Өйткені жылдамдық уақытқа байланысты өзгермейді. Көптеген жағдайларда бізді орташа жылдамдық емес, дененің берілген уақыт мезетіндегі немесе лездік жылдамдық қызықтырады. Мысалы, дене бөгетке соқтығысса, онда сол уақыттағы оның бөгетке әсер күші орташа жылдамдықпен емес, соқтығысу мезетіндегі жылдамдықпен анықталады. Снарядтың ұшу қашықтығы және траекториясының пішіні орташа жылдамдығына емес, оның бастапқы жылдамдығына байланысты. Сондықтан лездік жылдамдық ұғымы енгізіледі. Шексіз аз уақытта орташа жылдамдық ұмтылатын шекті немесе берілген нүктедегі жылдамдықты лездік жылдамдық деп атаймыз:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (1.3.2)$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{v} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.3.3)$$

Лездік жылдамдық қозғалыстағы нүктенің радиус-векторынан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға тең векторлық шама. Бірқалыпты қозғалыстағы материалдық нүктенің орташа жылдамдығы тұрақты болғандықтан, оның шегі осы тұрақты шамаға тең. Олай болса, бірқалыпты қозғалыстағы материалдық нүктенің лездік жылдамдығы тұрақты шама. Δt уақыты кеміген сайын жүрілген жолдың ұзындығы ΔS радиус-вектордың өзгерісіне немесе орын ауыстыруға жақындайтындықтан, төмендегі қатынастарды жазамыз:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = 1$$

$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$$

Лездік жылдамдықтың сан мәні жолдан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға тең:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} \quad (1.3.4)$$

(1.3.4) формуласына сәйкес материалдық нүктенің элементар орын ауыстыруы төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$dS = v dt$$

Егер формуланы t -дан $t + \Delta t$ -ға дейін интегралдасақ, жолдың ұзындығы шығады:

$$S = \int_t^{t+\Delta t} v dt \quad (1.3.5)$$

Бірқалыпты қозғалыс, яғни лездік жылдамдықтың сан мәні тұрақты болғанда (1.3.5) теңдігі төмендегідей түрленеді:

$$S = v \int_t^{t+\Delta t} dt = v\Delta t$$

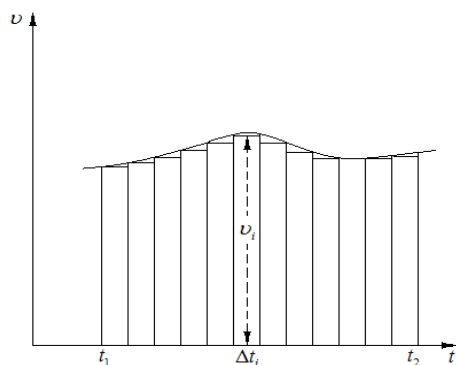
t_1 уақытпен t_2 уақыт аралығындағы жүрілген жол мына интегралмен есептеледі:

$$S = \int_{t_2}^{t_1} v(t) dt \quad (1.3.6)$$

Бұл формулада жылдамдықтың модулі қарастырылады. Егер $\vec{v}(t)$ жылдамдығын интегралдасақ, онда материалдық нүктенің t_1 уақытпен t_2 уақыт аралығында орын ауыстыруының векторын аламыз:

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{r} = \vec{r}_{12} \quad (1.3.7)$$

Егер $v(t)$ графигін салсақ, (№1.3.4-сызба) онда жүрілген жолды $v(t)$ қисығымен және $t = t_1, t = t_2$ шектелген фигураның ауданына тең деп алуға болады.



1.3.4-сызба. Жылдамдықтың уақытқа тәуелділік графигі

Шындығына $v_i \Delta t_i$ көбейтіндісі i - ші жолақтың ауданына тең. Барлық Δt_i нөлге ұмтылғанда жолақтың ені кеміп, сынған сызық шекте $v = v(t)$ қисығымен беттеседі.

Жылдамдық модулінің t_1 уақыттан t_2 уақытқа дейінгі орташа мәні анықтама бойынша мына формуламен есептеледі:

$$\langle v \rangle = \frac{S}{t_1 - t_2}$$

Осы формулаға (1.3.6) өрнегін қойсақ, төмендегі теңдік шығады:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \quad (1.3.8)$$

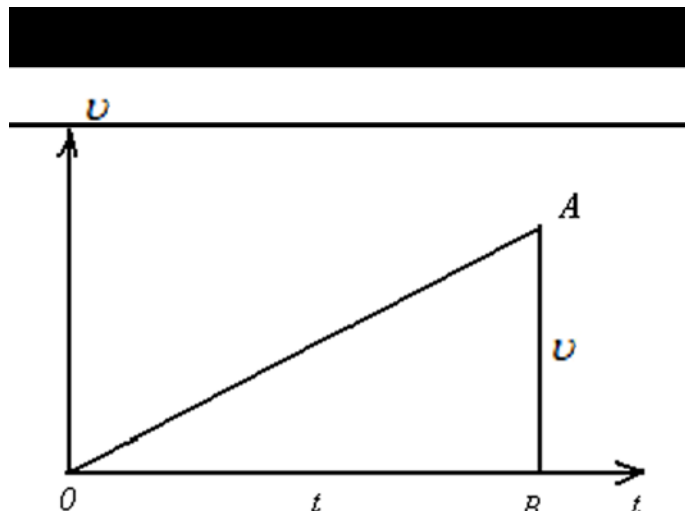
Осыған ұқсас кез – келген скалярлық және векторлық функциялардың орташа мәндері мына формуламен анықталады:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t) dt = \frac{\vec{r}_{12}}{t_2 - t_1} \quad (1.3.8')$$

$y(t)$ функциясының t_1 және t_2 уақыт аралығындағы орташа мәні (математикадан белгілі) төменде келтірілген формуламен өрнектеледі:

$$\langle y \rangle = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} y(t) dt \quad (1.3.9)$$

Қозғалыстағы материалдың нүктенің (бөлшектің) жылдамдығы v тең Δt уақыт аралықтарында бірдей Δv шамаларына өзгерсе, оны бірқалыпты айнымалы қозғалыс деп атайды. Егер Δv -ның таңбасы v -ның таңбасымен бірдей болса бірқалыпты үдемелі, ал қарама-қарсы болса, бірқалыпты кемімелі қозғалысқа жатады.

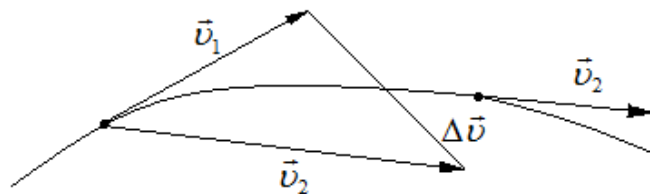


1.3.5-сызба. Бірқалыпты айнымалы қозғалыстағы жүрілген жол сан жағынан ΔOAB үшбұрышының ауданына тең

$$S_{\Delta OAB} = \frac{AB \cdot OB}{2} = \frac{v \cdot t}{2}. \text{ Бұдан жүрілген жол } S = \frac{vt}{2}.$$

Айнымалы қозғалыс кезінде жылдамдықтың уақыт және бағыт бойынша өзгеру жылдамдығын білудің маңызы өте үлкен. Жылдамдықтың модулі және бағыты бойынша өзгеру жылдамдығын сипаттайтын физикалық шама үдеу деп аталады. Ал t уақытпен $t + \Delta t$ уақыт аралығында айнымалы қозғалыстың жылдамдығының $\Delta \vec{v}$ өзгерісінің өзгеру уақытына Δt қатынасына тең векторлық шама орташа үдеу деп аталады (№1.3.5-сызба).

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



1.3.6-сызба. Қисықсызықты қозғалыстағы жылдамдықтың өзгерісі

Материалдық нүктенің жылдамдығы уақыттың $v = v(t)$ функциясы болғандықтан, оның өзгерісі туынды арқылы анықталады. Сондықтан лездік

үдеу жылдамдықтан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға $a = \frac{dv}{dt}$

немесе жол бойынша екінші туындыға $a = \frac{d}{dt} \left(\frac{dS}{dt} \right) = \frac{d^2 S}{dt^2}$ немесе

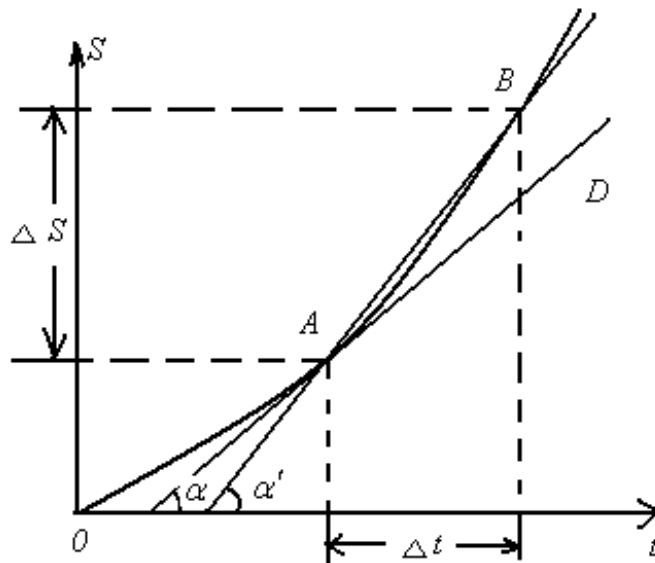
орташа үдеудің шегіне $\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \bar{a} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\bar{v}(t + \Delta t) - \bar{v}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt}$

тең.

Осы формулаға $v = at$ қойсақ, төмендегі теңдікті аламыз:

$$S = \frac{at^2}{2}$$

Қозғалыс теңдеуінің графигі ($a = const$) №1.3.7-сызбада көрсетілген.



1.3.7-сызба. Айнымалы қозғалыстағы жолдың уақытқа тәуелділік графигі

Қисықтың пішіні бірдей емес қозғалыстар үшін әртүрлі болады. Кейбір дербес жағдайларда (бірқалыпты үдемелі қозғалыс ($v_0 = 0$)) OAB қисығымен кескінделеді. Δt уақытта ΔS жолды жүргендегі нүктенің орташа жылдамдығы мына формуламен өрнектеледі:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \operatorname{tg} \alpha'$$

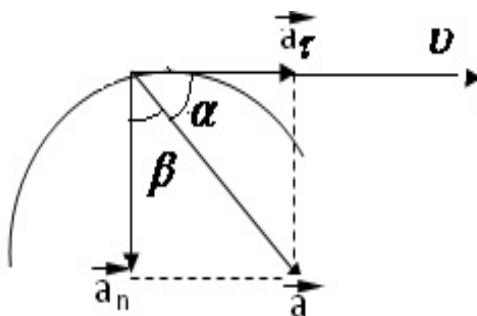
Орташа жылдамдықты енгізу арқылы біз АВ доғасымен сипатталатын айнымалы қозғалысты АВ хордасымен сипатталатын бірқалыпты қозғалыспен алмастырамыз. Шексіз аз Δt уақытта АВ түзуі AD жанамасымен, ал АВ доғасы АВ хордасымен беттеседі. Яғни, айнымалы қозғалыс шексіз кішкентай Δt уақытта бірқалыпты қозғалысқа өтеді:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \operatorname{tg} \alpha$$

Мұндағы, α От осімен А нүктесіне жүргізілген жанаманың жасайтын бұрышы.

Қисықсызықты қозғалыс кезінде жылдамдықтың векторы уақытқа байланысты өзгеріп, ешқашан тұрақты мәнге ие болмайды. Тек бірқалыпты қисықсызықты қозғалыста жылдамдық бағыты бойынша өзгеріп, сан мәні тұрақты болады. Жалпы жағдайда қисықсызықты қозғалыстың жылдамдығының бағыты және сан мәні өзгеріп отырады. Қисықсызықты қозғалыстың үдеуі төменде келтірілген екі құраушыға жіктеледі: (№1.3.8 сызба).

1. Жылдамдықтың өзгерісін шама жағынан сипаттайтын тангенциальдық үдеу.
2. Жылдамдықтың бағыт бойынша өзгерісін сипаттайтын нормальдық үдеу.



1.3.8-сызба. Қисықсызықты қозғалыста толық үдеу тангенциальдық және нормальдық үдеулерге жіктеледі

Нормальдық үдеу мектеп физика курсынан белгілі мына формуламен анықталады:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (1.3.10)$$

мұндағы, v дененің сызықты жылдамдығы, R қозғалыстың қисықтық радиусы. Ол траекторияға нормаль бойынша немесе оның қисықтығының центріне бағытталған. Сондықтан нормальдық үдеуді көп жағдайларда

центрге тартқыш немесе тепкіш үдеу деп атайды. Тангенциальдық үдеу төменде келтірілген формуламен өрнектеледі:

$$a_{\tau} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (1.3.11)$$

Мұндағы, Δv - жылдамдық векторының сандық өзгерісі. Тангенциальдық үдеу траекторияға жанамамен бағытталғандықтан, нормальдық үдеуге перпендикуляр. Яғни, толық үдеудің сан мәні С.Пифагор теоремасымен есептеледі:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2} = \sqrt{\frac{v^2}{R} + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2} \quad (1.3.12)$$

немесе тангенциальдық және нормальдық үдеулердің векторлық қосындысына тең:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_{\tau} \quad (1.3.13)$$

Толық үдеудің бағыты оның қисықтық радиусымен арасындағы β немесе жанамамен жасайтын α бұрышымен анықталады:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a_{\tau}}{a_n}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a_n}{a_{\tau}}$$

Үдеудің тангенциальдық және нормальдық құраушыларының сан мәндеріне байланысты, қозғалыстардың түрлеріне сипаттама беріледі.

1. $a_{\tau} = 0, a_n = 0$ болса, бірқалыпты түзу сызықты қозғалыс.
2. $a_{\tau} = a_n = \text{const}, a_n = 0$ болса, түзусызықты бірқалыпты айнымалы қозғалыс. Бұл жағдайда:

$$a_{\tau} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Уақыттың бастапқы $t_1 = 0$ мезетінде $v_1 = v_0$ болғанда, $t_2 = t$ және $v_2 = v$ белгілесек, $a = \frac{v - v_0}{t}$ теңдігі шығады.

Бұдан $v = v_0 + at$ өрнегін аламыз. Бірқалыпты айнымалы қозғалыстың теңдеуін 0-ден t -ға дейін интегралдасак, жүрілген жолды табамыз:

$$S = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (1.3.14)$$

3. $a_\tau = f(t), a_n = 0$ болса, үдеуі айнымалы түзу сызықты қозғалыс.

4. $a_\tau = 0, a_n = \text{const. } a_\tau = 0$ болғанда, жылдамдық модулі бойынша өзгермей бағыты бойынша өзгереді. $a_n = \frac{v^2}{R}$ формуласынан, қисықтық радиусының тұрақтылығы шығатындықтан, қозғалыс шеңбер бойымен бірқалыпты өтеді.

5. $a_\tau = 0, a_n = f(t)$ болса, бірқалыпты қисықсызықты қозғалыс.

6. $a_\tau = \text{const.}, a_n \neq 0$ болса, қисықсызықты бірқалыпты айнымалы қозғалыс.

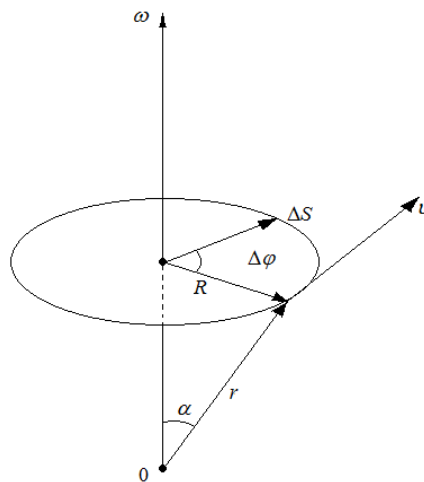
7. $a_\tau = f(t), a_n \neq 0$ үдеуі айнымалы қисықсызықты қозғалыс.

§ 1.4 Дененің шеңбер бойымен қозғалысы.

Бұрыштық жылдамдық және үдеу.

Шеңбер бойымен айнымалы қозғалыстар

Материалдық нүкте шеңбер бойымен қозғалғанда оның қозғалысын сипаттау мақсатында сызықтық жылдамдықпен үдеуге ұқсас бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу ұғымдары енгізіледі. Нүкте радиусы R шеңбер бойымен (№ 1.4.1-сызба) қозғалсын делік.



1.4.1-сызба. Материалдық нүктенің шеңбер бойымен қозғалысы

t уақыт өткеннен кейінгі материалдық нүктенің орны $\Delta\varphi$ бұрышы арқылы беріледі. Бұрыштық жылдамдық деп нүктенің бұрылу бұрышынан уақыт бойынша алынған бірінші туындыны айтады. Бұрыштық жылдамдықтың лездік мәні төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.4.1)$$

Бұрыштық жылдамдықтың векторының бағыты мектеп физика курсынан белгілі бұранда ережесімен анықталады. Материалдық нүктенің сызықтық жылдамдығының сан мәні мына формуламен есептеледі:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega \quad (1.4.2)$$

Яғни, $v = \omega R$

(1.4.2) формуласы сызықтық жылдамдықпен бұрыштық жылдамдықтың модульдерін байланыстырады.

Берілген ω бұрыштық жылдамдықта радиус артқан сайын сызықтық жылдамдық артады. Айналу осінен әртүрлі қашықтықтағы материалдық нүктелердің жылдамдықтары әртүрлі болады.

Енді \vec{v} және $\vec{\omega}$ векторының арасындағы байланысты өрнектейтін формуланы табайық. Қарастырып отырған нүктенің орны \vec{r} векторымен анықталады. 1.4.1 сызбасынан $[\vec{\omega} \times \vec{R}]$ векторлық көбейтіндісінің бағыты \vec{v} векторымен бағыттас, ал сан мәні $\omega r \sin \alpha = \omega r$ тең екендігін көреміз, яғни:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \times \vec{R}] \quad (1.4.2a)$$

Мұндағы векторлардың бағыттары бұранда ережесімен анықталады. Бұрыштық жылдамдықпен айналу периодының арасындағы байланысты іздейік. $\Delta t = T$ уақытта материалдық нүкте бір айналым жасап, 2π бұрышқа бұрылса, төменде келтірілген формула шығады: ($\Delta\varphi = 2\pi$)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (1.4.3)$$

Толық бір айналым T уақытта өтетін болғандықтан, бірлік уақыттағы айналым саны мынаған тең:

$$n = \frac{1}{T} \quad (1.4.4)$$

(1.4.3) формуласын пайдаланып мына теңдікті аламыз:

$$\omega = 2\pi n \quad (1.4.5)$$

Олай болса, шеңбер бойымен қозғалатын әрбір нүктенің нормальдық үдеуі төмендегі формуламен есептеледі:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \quad (1.4.6)$$

Шеңбер бойымен әртүрлі радиустармен қозғалатын материалдық нүктелердің бұрыштық жылдамдықтары бірдей болғандықтан, (1.4.6) формуласынан радиус өскен сайын нормальдық үдеудің артатындығын көреміз. (1.4.4) және (1.4.5) формулаларын қолданып, (1.4.6) өрнегін түрлендірсек, төмендегі қатынасты аламыз:

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (1.4.7)$$

Немесе:

$$a_n = 4\pi^2 n^2 R \quad (1.4.8)$$

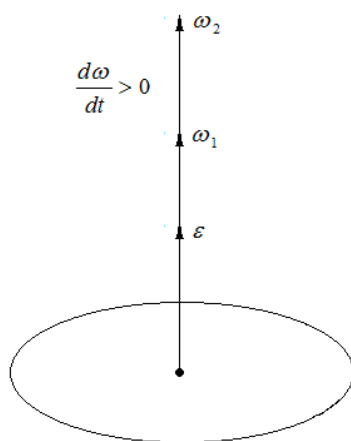
Егер дене шеңбер бойымен айналымы қозғалса, берілген уақыт мезетіндегі бұрыштық жылдамдықты (1.4.1) пайдаланамыз. Өйткені бұрыштық жылдамдық уақытқа байланысты өзгереді. Осы өзгерісті сипаттау үшін түзу сызықты айналымы қозғалыстағы лездік үдеуге ұқсас, лездік бұрыштық үдеу ұғымы енгізіледі:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (1.4.9)$$

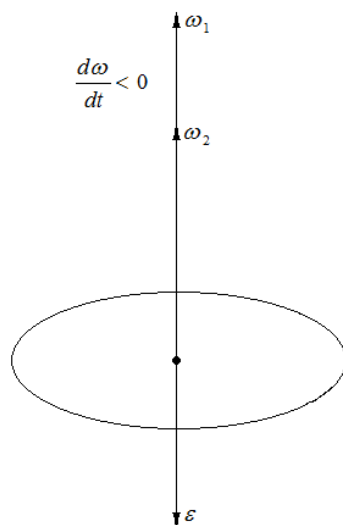
Бұрыштық жылдамдықтан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға тең векторлық шаманы бұрыштық үдеу деп атайды. (1.4.9) формуласынан бұрыштық үдеудің векторы айналу осінің бойымен бұрыштық жылдамдық векторының өсу бағытымен бағыттас болатындығы шығады. Егер қозғалыс үдемелі болса, бұрыштық үдеу бұрыштық жылдамдықпен бағыттас, ал кемімелі болса, қарсы бағытталған (1.4.2, 1.4.3 сызбалар).

Үдеудің тангенциальдық құраушысының шамасы төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon \quad (1.4.10)$$



1.4.2-сызба. Шеңбер бойымен үдемелі қозғалыс



1.4.3-сызба. Шеңбер бойымен кемімелі қозғалыс

Шеңбер бойымен қозғалыс бірқалыпты айнымалы болса, түзусызықты айнымалы қозғалысқа ұқсас қозғалыс теңдеулері төмендегідей болып түрленеді:

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Мұндағы, ω_0 - бастапқы бұрыштық жылдамдық. Сонымен сызықтық және бұрыштық шамалардың араларындағы байланыс формулаларын жазайық:

$$S = R\varphi, v = R\omega, a_\tau = R\varepsilon, a_n = \omega^2 R$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\omega^4 R^2 + R^2 \varepsilon^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$$

Түзусызықты, қисықсызықты, шеңбер бойымен бірқалыпты, бірқалыпты айнымалы немесе айнымалы қозғалыстарды сипаттайтын кинематикалық параметрлер мен қозғалыс теңдеулерін білудің теориялық және практикалық маңызы өте үлкен. Мысалы, қозғалыстағы белгісіз объектіні атып түсіру үшін оның қозғалыс траекториясын, сызықтық немесе лездік жылдамдықтары мен үдеулерін білуіміз керек. Оның жылдамдығы координатасымен уақыты электромагниттік толқын арқылы анықталып, қалған параметрлері белгілі формулалар арқылы есептеледі. Объектіні сипаттайтын кинематикалық параметрлерге сәйкес, оқтың траекториясы таңдап алынады. (Оқтың бастапқы жылдамдығы, горизонтпен жасайтын бұрышы, т.с.с.). Сонымен қатар жұлдыздар мен планеталардың қозғалыс траекторияларын немесе олардың өз осьтерінен айналу қозғалыстарын сипаттайтын параметрлерді білу арқылы ғалымдар атмосферадағы, мұхиттар мен теңіздердегі құбылыстарға, жыл мезгілдерінің, күн мен түннің ауысуларына, ауа райының өзгерістеріне белгілі бір болжамдар жасай алады. Табиғатпен техникадағы кездесетін қозғалыстардың басым көпшілігі айналмалы периодты қозғалысқа жататындықтан, оларды математикалық тұрғыдан зерттеп, физикалық мағыналарына талдау жасау басқа күрделі қозғалыстармен салыстырғанда жеңіл болады.

Мысалдар мен есептер

x осінің бойымен қозғалатын материалдық нүктенің қозғалыс теңдеуі берілген $x = A + Vt + Ct^3$. Мұндағы, $A = 4\text{ м}$, $V = 2\text{ м/с}$, $C = -0,5\text{ м/с}^2$ коэффициенттер. $t_1 = 2\text{ с}$ уақыт мезетінде қозғалысты сипаттайтын нүктенің x_1 координатасын және лездік v , жылдамдығы мен a_1 үдеуін анықтаңыздар.

Берілгені: $x=A+Bt+Ct^3$, $t_1=2c$, $A=4m$, $B=2m/c$, $C=-0,5 m/c^2$.

Табу керек: x_1 , v_1 , a_1 .

Шешімі: қозғалыстың кинематикалық теңдеуі белгілі болғандықтан, оның координатасын уақытпен коэффициенттердің мәндерін қозғалыс теңдеуіне қою арқылы табамыз:

$$x_1 = A + Bt_1 + Ct_1^3 = (4 + 2 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) m = 4m$$

Уақыттың берілген мезетіндегі нүктенің лездік жылдамдығын x координатасын уақыт бойынша дифференциалдау арқылы анықтаймыз:

$$v_1 = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt + Ct^3) = B + 3Ct^2 = 2 \frac{m}{c} + (3 - 0,5 \cdot 4) \frac{m}{c} = -4 \frac{m}{c}$$

минус таңбасы $t_1=2c$ уақыт мезетінде нүкте x осіне қарсы бағытта қозғалатындығын көрсетеді.

Лездік үдеу координатадан уақыт бойынша екінші туындыға немесе жылдамдықтан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға тең:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(B + 3Ct^2) = 6Ct$$

$$a_1 = 6Ct_1 = (6 - 0,5 \cdot 2) \frac{m}{c^2} = -6 \frac{m}{c^2}$$

Минус таңбасы үдеу x осіне қарсы бағытталғандығын көрсетеді.

2. Түзу сызықпен қозғалатын материалдық нүктенің қозғалыс теңдеуінің түрі берілген $x=A+Bt+Ct^2$. Мұндағы, $A=5m$, $B=4m/c$, $C=-1m/c^2$ коэффициенттер.

а. x координатасымен S жолдың уақытқа тәуелділік графигін тұрғызыңыздар. $x(t)$, $S(t)$.

ә. $t_1=1$ с уақытпен $t_2=6$ с уақыт аралығындағы нүктенің орташа $\langle v_x \rangle$ жылдамдығын анықтаңыздар.

б. $t_1=1$ с және $t_2=6$ с уақыт аралығында жүріп өткен жолдағы орташа $\langle v \rangle$ жылдамдықты табыңыздар.

Берілгені: $x=A+Bt+Ct^2$, $A=5m$, $B=4m/c$, $C=-1m/c^2$

Табу керек: $x(t)$, $S(t)$, $\langle v_x \rangle$, $\langle v \rangle$.

Шешімі: координатаның уақытқа тәуелділік графигін салу үшін координаталардың бастапқы максимал мәндерін, сонымен қатар аталған және нөлге тең координаталарға сәйкес келетін уақыт мезеттерін табамыз.

Бастапқы координата $t=0$ уақыт мезетіне сәйкес келеді. Оның мәні мынаған тең:

$$x_0 = x|_{t=0} = A = 5\text{ м}$$

Нүктенің координатасы максимал мәніне нүкте кері қозғалған кезде, яғни жылдамдық таңбасын өзгерткенде ие болады. Уақыттың бұл мезетін координатадан уақыт бойынша алынған туындыны нөлге теңестіру арқылы табамыз:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt + Ct^2) = B + 2Ct = 0$$

$$\text{Бұдан уақытты табайық: } t = -\frac{B}{2C} = 2\text{ с}$$

Координатаның максимал мәні мынаған тең:

$$x_{\max} = x|_{t=2\text{ с}} = 9\text{ м}$$

$x=0$ болғандағы уақытты төмендегі квадрат теңдеуді шешу арқылы анықтаймыз:

$$x = A + Bt + Ct^2 = 0$$

$$t = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2C} \quad \text{A, B, C мәндерін орындарына қойып}$$

есептесек, уақытты табамыз:

$$t = (2 \pm 3)\text{ с} \quad \text{немесе} \quad t_1 = 5\text{ с}, t_2 = -1\text{ с}$$

Уақыттың екінші теріс мәнін алмаймыз, өйткені есептің шарты бойынша $t \geq 0$ теріс уақыттың мағынасы жоқ. Координатаның уақытқа тәуелділік графигі екінші ретті қисықты береді. Екінші ретті қисықтың теңдеуінің бес коэффициенті болғандықтан, оны салу үшін бес нүктені табуымыз қажет.

Сондықтан координатаның есептелген үш мәнінен басқа $t_1=1$ с және $t_2=6$ с уақыт мезеттеріне сәйкес екі мәнін табамыз:

$$x_1 = A + Bt_1 + Ct_1^2 = 8\text{ м}, \quad x_2 = A + Bt_2 + Ct_2^2 = -7\text{ м}$$

Алынған нәтижелері кесте түрінде жазайық.

Уақыт, с	$t_0 = 0$	$t_1 = 1$	$t_k = 2$	$t' = 5$	$t_2 = 6$
Координата, м	$x_0 = A = 5$	$x_1 = 8$	$x_{\max} = 9$	$x = 0$	$x_2 = -7$

Кестені пайдаланып графигті саламыз. (№1 сызба). Жолдың уақытқа тәуелділік графигін мынадай жағдайларға көңіл аудару арқылы тұрғызамыз:

а. Жол мен координата жылдамдық таңбасын өзгерткенге дейін беттеседі.

ә. Нүкте кері қайту мезетінен t_k бастап алғашқы қозғалыс бағытына қарсы қозғалады. Сондықтан оның орнын ауыстыруы кеміп, жолы орын ауыстырудың кему заңы бойынша артуын жалғастырады. Олай болса, $t_k = 2$ с уақыт мезетіне дейін жолдың графигі координаның графигіне сәйкестене бастайды. Ал $t_k = 2$ с уақыт мезетінен бастап 0 координата графигінің айналы кескінделуі болып табылады.

б. $t_2 - t_1$ уақыт аралығындағы орташа $\langle v_x \rangle$ жылдамдық мына өрнекпен есептеледі:

$$\langle v_x \rangle = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad \text{кестеден} \quad x_1, x_2, t_1, t_2$$

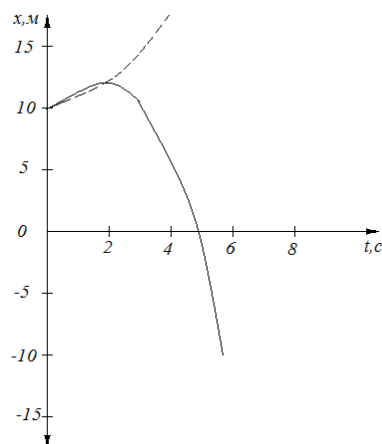
мәндерін қойып, орташа жылдамдықтың сан мәнін табамыз:

$$\langle v_x \rangle = \frac{-7 - 8}{6 - 1} \frac{м}{с} = -3 \frac{м}{с}$$

в. Жолдың орташа $\langle v \rangle$ жылдамдығын төмендегі қатынас арқылы анықтаймыз:

$$\langle v \rangle = \frac{S}{t_2 - t_1}$$

Мұндағы, S нүктесінің $t_2 - t_1$ уақыт аралығында жүріп өткен жол.



1-сызба. Координатаның уақытқа тәуелділік графигі

1-сызбадан жүрілген жол екі жол кескіндерінің қосындысынан тұратындығын көруге болады.

$S_1 = x_{\max} - x_1$ нүктенің $t_k - t_1$ уақыт аралығында жүрген жолы және
 $S_2 = x_{\max} + |x_2|$ нүктенің $t_2 - t_k$ уақыт аралығында жүрген жолы:

$$S = S_1 + S_2 = (x_{\max} - x_1) + (x_{\max} + |x_2|) = 2x_{\max} + |x_2| - x_1$$

Осы өрнекке $x_1, |x_2|, x_{\max}$ мәндерін қойып $\langle S \rangle = (2 \cdot 9 + 7 - 8) \text{ м} = 17 \text{ м}$ орташа жолды табамыз.

Онда ізделініп отырған орташа жылдамдық мына формуламен есептеледі:

$$\langle v \rangle = \frac{17}{6-1} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 3,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Бұдан орташа жылдамдық әрқашан оң болатындығы байқалады.

3. Координаталары $x_1 = y_1 = 0$ нүктесінен материалдық нүкте ху жазықтығында $\vec{v} = a \vec{i} + bx \vec{j}$ жылдамдықпен қозғалады (a, b тұрақты шамалар, \vec{i}, \vec{j} х және у осьтеріндегі бірлік вектор). Анықтау керек:

а. Нүкте траекториясының теңдеуін $y(x)$.

ә. Траекториясының пішінін.

Берілгені: $x_1 = y_1 = 0, \vec{v} = a \vec{i} + bx \vec{j}$

Табу керек: $y(x)$.

Шешімі: $\vec{v} = a \vec{i} + bx \vec{j}$ жылдамдығының х және у осьтеріндегі құраушылары $v_x = a, v_y = bx$ тең. Немесе $v_x = \frac{dx}{dt}, dx = v_x dt,$
 $v_y = \frac{dy}{dt}, dy = v_y dt$ жылдамдықтың х және у осьтеріндегі құраушыларының орнына мәндерін қойсақ, мынадай теңдіктер шығады:.

$$dx = a dt, dy = bx dt \quad \text{бұдан}$$

$$dy = \frac{bx}{a} dx \quad \text{қатынасын аламыз.}$$

Немесе осы теңдікті 0-ден х-қа дейін интегралдасақ, қозғалыс теңдеуі шығады:

$$y = \int_0^x \frac{bx}{a} dx = \frac{b}{a} \int_0^x x dx = \frac{b}{2a} x^2$$

$y = \frac{b}{2a} x^2$ қозғалыс траекториясының теңдеуі. Траекторияның формасы $y \sim x^2$ парабола болады.

4. Материалдық нүктенің радиус-векторы уақытқа тәуелді мынадай теңдеумен $\vec{r} = r^3 \vec{i} + 3t^2 \vec{j}$ өзгереді. $t = 1\text{c}$ уақыт мезетіндегі жылдамдықпен үдеудің модулін анықтаңыздар.

Берілгені: $\vec{r} = t^3 \vec{i} + 3t^2 \vec{j}$, $t = 1\text{c}$

Табу керек: v , a .

Шешімі: лездік жылдамдықты және үдеуді табайық:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (t^3 \vec{i} + 3t^2 \vec{j}) = 3t^2 \vec{i} + 6t \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (3t^2 \vec{i} + 6t \vec{j}) = 6t \vec{i} + 6 \vec{j}$$

Жылдамдықтың x және y осьтеріндегі проекциялары мынаған тең:

$v_x = 3t^2$, $v_y = 6t$ С.Пифагор теоремасы бойынша жылдамдық:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3t^2)^2 + (6t)^2} = \sqrt{45} \frac{M}{c} = 6,7 \frac{M}{c}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(6t)^2 + 6^2} = \sqrt{72} \frac{M}{c} = 8,48 \frac{M}{c^2}$$

5. x у жазықтығында материалдық нүктенің қозғалысы мынадай заңдылықпен берілген: $x = At$, $y = At(1 + Bt)$ Мұндағы, A және B коэффициенттері оң тұрақты шамалар. Табыңыздар:

а. Материалдық нүктенің траекториясының теңдеуін $y(x)$.

ә. Нүктенің радиус векторының уақытқы тәуелділігін $\vec{r}(t)$

б. Нүктенің жылдамдығының уақытқа тәуелділігін $\vec{v}(t)$

в. Нүктенің үдеуінің уақытқа тәуелділігін $\vec{a}(t)$

Берілгені: $x = At$, $y = At(1 + Bt)$

Табу керек: $y(x)$, $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$, $\vec{a}(t)$

Шешімі: $x = At$ теңдеуінен уақытты тауып $y = At(1 + Bt)$ теңдігіне қоямыз:

$$t = \frac{x}{A} \quad y = A \frac{x}{A} \left(1 + B \frac{x}{A} \right) = x + \frac{B}{A} x^2$$

Немесе $y = x + \frac{Bx^2}{A}$

Нүктенің радиус-векторы мына формуламен анықталады:

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} = At \vec{i} + At(1 + Bt) \vec{j}$$

Радиус-вектордан уақыт бойынша бірінші туынды жылдамдыққа тең:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = A \vec{i} + (A + 2ABt) \vec{j}$$

Жылдамдықтың сан мәні С.Пифагор теоремасымен есептеледі:

$$v = \sqrt{A^2 + (A + 2ABt)^2} = A\sqrt{1 + (1 + 2Bt)^2}$$

Үдеу жылдамдықтан уақыт бойынша алынған бірінші туындысына тең:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2AB \vec{j} \quad \text{сан мәні } a = 2AB = \text{const.}$$

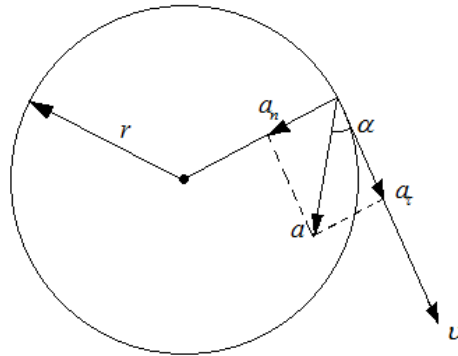
6. Материалдық нүкте тұрақты тангенциалды үдеумен $a_\tau = 0,5 \frac{cm^2}{c}$

радиусы $r = 12,5cm$ шеңбер бойымен қозғалады. \vec{a} үдеу және \vec{v} жылдамдық векторларының арасындағы бұрыш уақыттың қандай мезетінде 45^0 тең болады? Қозғалыстағы нүктенің осы уақытта жүрген жолын табыңыздар.

Берілгені: $r = 12,5cm = 0,125m$ $a_\tau = 0,5 \frac{cm^2}{c} = 5 \cdot 10^{-3} \frac{m}{c^2}$ $\alpha = 45^0$

Табу керек: t, S

Шешімі: шеңбер бойымен қозғалатын нүктенің сызықтық жылдамдығын \vec{v} нормальдық \vec{a}_n тангенциалдық \vec{a}_τ және толық \vec{a} үдеулері 2-сызбада көрсетілген.



2-сызба. Материалдық нүктенің шеңбер бойымен қозғалысы

Сызбадан нормальдық үдеудің тангенциальдық үдеуге қатынасы α бұрышының тангенсін беретіндігін көреміз $tg \alpha = \frac{a_n}{a_\tau}$, ал нормальдық үдеу

мына формуламен анықталады: $a_n = \frac{v^2}{r}$

Сызықтық жылдамдықтан уақыт бойынша бірінші туынды тангенциальдық үдеуге тең:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = const \quad \text{бұдан} \quad dv = a_\tau dt$$

$$\text{немесе} \quad v = \int_0^t a_\tau dt = a_\tau t. \quad a_n \text{ және } a_\tau \text{ үдеулерінің}$$

орындарына қойсақ, мына қатынас шығады:

$$tg \alpha = \frac{v^2}{ra_r} = \frac{a_\tau^2 t^2}{ra_\tau} = \frac{a_\tau t^2}{r} \quad \text{бұдан} \quad t = \sqrt{\frac{rtg \alpha}{a_\tau}} = 5c$$

$$v = \frac{dS}{dt} \quad \text{қатынасынан} \quad dS = v dt \quad \text{теңдігін аламыз.}$$

$$\text{немесе} \quad S = \int_0^t v dt = \int_0^t a_\tau t dt = \frac{a_\tau t^2}{2} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 25}{2} m = 6,25 m$$

7. Қисықтық радиусы $R = 50 m$ жолмен қозғалыстағы автомобильдің қозғалыс теңдеуі берілген $x(t) = A + Bt + Ct^2$,

Мұндағы, $A = 10 m, B = 10 \frac{m}{c}, C = -0,5 \frac{m}{c^2}$ тұрақты коэффициенттер

$t = 5c$ уақыт мезетіндегі автомобильдің $\vec{a}_\tau, \vec{a}_n, \vec{a}$ үдеулерін және $\tau = 10c$ уақыт аралығындағы жолдың S ұзындығы мен орын ауыстырудың модулін $|\Delta \vec{r}|$ табыңыздар.

Берілгені: $R = 50m, x(t) = A + Bt + Ct^2, A = 10m, B = 10 \frac{m}{c}, C = -0,5 \frac{m}{c^2}$

Табу керек: $v, \vec{a}_\tau, \vec{a}_n, \vec{a}, S, |\Delta \vec{r}|$.

Шешімі: қозғалыс теңдеуін уақыт бойынша дифференциалдап жылдамдықты табамыз:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt + Ct^2) = B + 2Ct \quad B, S, t \text{ мәндерін қойып жылдам-}$$

дықтың сан мәнін аламыз:

$$v = B + 2Ct = 10 \frac{m}{c} + 2 \cdot (-0,5) \cdot 5 \frac{m}{c} = 5 \frac{m}{c}$$

Тангенциальдық үдеу сызықтық жылдамдықтан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға тең:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(B + 2Ct) = 2C = (2 \cdot -0,5) \frac{m}{c^2} = -1 \frac{m}{c^2}$$

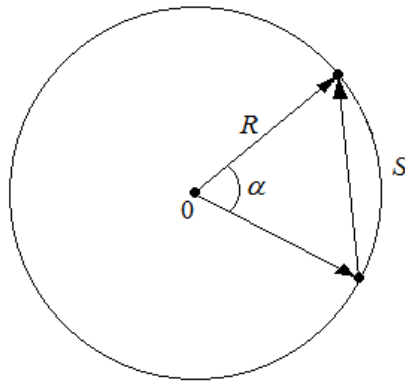
Нормальдық үдеу $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{25}{50} = 0,5 \frac{m}{c^2}$ тең.

Толық үдеудің модулі С. Пифагор теоремасы бойынша есептеледі:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{(-1)^2 + (0,5)^2} \frac{m}{c^2} = 1,12 \frac{m}{c^2}$$

Берілген есептегі жүрілген жол қисық сызықты координатаның өзгерісіне тең:

$$S = x(\tau) - x(0) \quad \text{немесе} \quad S = A + B\tau + C\tau^2 - A = B\tau + C\tau^2 = \\ = [10 \cdot 10 - (0,5) \cdot 10^2] m = 50m$$



3-сызба. Автомобильдің қисықтық радиусы R жолмен қозғалысы

3-сызбасынан орын ауыстырудың модулінің өсімшесі $|\Delta \vec{r}| = 2R \sin \frac{S}{2R}$

тең екендігін аламыз. Осы теңдікке R және S -тің мәндерін қойып есептесек, өсімшенің сан мәні шығады:

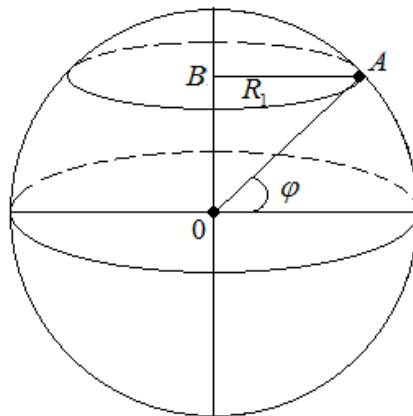
$$|\Delta \vec{r}| = 2 \cdot 50 \cdot \sin \frac{50}{100} = 47,9 \text{ м}$$

8. Жер шарының бетінде орналасқан нүктенің сызықтық, бұрыштық жылдамдықтары мен нормальдық үдеуін анықтаңыздар,

Берілгені: $R_{\text{ж}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}, T = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86 \cdot 400 \text{ с}$

Табу керек: v, ω, a_n

Шешімі: берілген есептің шешімін табу үшін 4-сызбасын саламыз:



4-сызба. Жер бетінің φ ендігінде орналасқан A нүктесінің радиусы R , шеңбер бойымен қозғалысы

Бұрыштық жылдамдық Жер шарының барлық нүктелерінде бірдей болғандықтан:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} c^{-1} \approx 7,3 \cdot 10^{-5} c^{-1}$$

φ ендігіндегі сызықтық жылдамдық

$$v = \omega R_1 = \omega R \cos \varphi = 4.65 \cdot 10^2 \cos \varphi \frac{M}{c}, \text{ нормальдық үдеу}$$

$$a_n = \omega^2 R_1 = \omega^2 R \cos \varphi = 3.4 \cos \varphi \frac{M}{c^2}$$

9. Айналу жиілігі $\nu = 50c^{-1}$ электрқозғалтқыштың зәкір $N = 628$ айналым жасап тоқтайды. Зәкірдің бұрыштық үдеуін ε табыңыздар.

Берілгені: $\nu = 50c^{-1}$, $N = 628$.

Табу керек: ε

Шешімі: зәкір электрқозғалтқышы өшіргеннен соң тоқтайтын болғандықтан, оның қозғалысын бірқалыпты кемімелі деп алып, қозғалыс теңідеуін жазамыз:

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}. \text{ Зәкір } N \text{ айналым жасағандықтан, бұрылу бұрышы}$$

$\varphi = 2\pi N$, ал бұрыштық жылдамдығы $\omega_0 = 2\pi\nu$ тең. Олай болса,

$$2\pi N = 2\pi\nu t - \frac{\varepsilon t^2}{2} \text{ теңдеуін аламыз.}$$

Немесе $\omega = \omega_0 - \varepsilon t$, $0 = 2\pi\nu - \varepsilon t$. Бұдан $t = \frac{2\pi\nu}{\varepsilon}$. Орындарына қойсақ,

төменде келтірілген өрнек шығады:

$$2\pi N = 2\pi\nu \frac{2\pi\nu}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon \cdot 4\pi^2 \nu^2}{2\varepsilon^2} = \frac{2\pi^2 \nu^2}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{\pi^2}{N} = 12,5 \frac{rad}{c^2}$$

10. Қозғалмайтын осьпен айналатын дискінің радиусының бұрылу бұрышының уақытқа тәуелділік теңдеуі $\varphi = At^2$ берілген. ($A = 0,5 \frac{rad}{c^2}$).

Қозғалыс басталған соң екінші секундтың соңындағы дискінің бұрыштық үдеуін, айналу осінен 80 см қашықтықта орналасқан нүктенің тангенциальдық, нормальдық, толық үдеулерін табыңыздар.

Берілгені: $\varphi = At^2$, $A = 0,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$, $t = 2\text{с}$, $r = 0,8\text{м}$

Табу керек: $\omega, \varepsilon, a_r, a_n, a$.

Шешімі: бұрыштық жылдамдық бұрылу бұрышынан уақыт бойынша алынған бірінші, ал бұрыштық үдеу бұрыштық жылдамдықтан уақыт бойынша алынған бірінші туындысына тең болғандықтан:

$$\varphi = At^2, \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt}(At^2) = 2At = 2 \cdot 0,5 \cdot 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}} = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(2At) = 2A = 2 \cdot 0,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$$a_r = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega r}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = 2A \cdot r = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = 4A^2 r t = 4 \cdot (0,5)^2 \cdot 0,8 \cdot 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 3,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_n^2} = \sqrt{(0,8)^2 + (3,2)^2} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 3,3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Жаттығулар

1. Нүктенің қозғалыс теңдеуі берілген $x = At + Bt^2$. Мұндағы, $A = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B = -0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. $t_1 = 1$ секундпен $t_2 = 1$ секунд аралығындағы қозғалыстың орташа жылдамдығын табыңыздар.

Жауабы: $0,5\text{м/с}$

2. Материалдық нүкте ху жазықтығында мына теңдеулерге сәйкес қозғалады. $x = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ және $y = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, Мұндағы, $B_1 = 7\text{м/с}$, $C_1 = -2\text{м/с}^2$, $B_2 = -1\text{м/с}^2$, $C_2 = 0,2\text{м/с}^2$, $t = 5\text{с}$ мезетіндегі нүктенің жылдамдығы мен үдеуін анықтаңыздар.

Жауабы: $13,04 \frac{\text{м}}{\text{с}}, 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

3. Материалдық нүкте жазықтықта $\vec{r}(t) = At^2 \vec{i} + Bt^2 \vec{j}$ теңдеуі бойынша қозғалады. Жылдамдықпен үдеудің уақытқа тәуелділігін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } \vec{v} = 2At^2 \vec{i} + 2Bt^2 \vec{j}, \vec{a} = 6At \vec{i} + 6Bt \vec{j}$$

4. Нүкте қисықтың бойымен тұрақты $a_\tau = 0,5 \frac{m}{c^2}$ үдеумен қозғалады.

Қисықтық радиусы $R=3m$ жол бетіндегі жылдамдық $v = 2 \frac{m}{c}$ болса, толық үдеу неге тең?

$$\text{Жауабы: } 1,42 \frac{m}{c^2}$$

5. Ұшақта отырған жолаушыға аспандағы Күн қозғалмай бір орында тұрған сияқты болып көрінуі үшін, экватордың үстінде шығыстан батысқа қарай ұшатын ұшақтың жылдамдығы қандай болуы тиісті?

$$\text{Жауабы: } 461 \frac{m}{c}$$

6. Бір-бірінен $l = 0,5m$ қашықтықта орналасқан екі диск айналу осінен $v = 1600 \frac{айн}{мин}$ сәйкес келетін бұрыштық жылдамдықпен айналады. Ось бойына параллель ұшатын оқ екі дискіні тесіп өтеді. Екінші дискіде пайда болған тесік, бірінші дискідегі тесікке қарағанда $\varphi = 12^\circ$ бұрышқа ығысса, оқтың жылдамдығы қандай болғаны?

$$\text{Жауабы: } 400 \text{ м/с}$$

7. Бірінші жуықтауда сутегі атомындағы электрон дөңгелек орбитаның бойымен тұрақты v жылдамдықпен қозғалады деп алып, оның ядроның айналасындағы бұрыштық жылдамдығы мен нормальдық үдеуін анықтаңыздар. Орбитаның радиусы $r = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, электронның орбита бойынша сызықтық жылдамдығы $v = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ тең.

$$\text{Жауабы: } \omega = 4,4 \cdot 10^{16} \frac{рад}{с}, a_n = 9,7 \cdot 10^{22} \frac{м}{с^2}$$

8. Бірқалыпты үдемелі қозғала бастаған дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктенің толық үдеуінің векторы $2c$ уақыт өткеннен соң оның сызықтық жылдамдығымен 60° бұрыш жасайды. Дөңгелектің бұрыштық үдеуін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } \varepsilon = 0,43 \frac{рад}{с^2}$$

9. $\varepsilon = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ бұрыштық үдеумен айналатын дөңгелектің 0,5с өткеннен кейінгі толық үдеуі $13,6 \text{ см/с}^2$ тең. Дөңгелектің радиусын табыңыздар.

Жауабы: $R=6,1 \text{ м}$.

10. Айналып тұрған дөңгелектің шеңберінің бойында жатқан нүктенің толық үдеуінің векторы оның сызықтық жылдамдығымен 30° бұрыш жасайтын уақыт мезетіндегі нормальдық үдеуі тангенциальдық үдеуден қанша есе кіші болады?

Жауабы: $\frac{a_n}{a_\tau} = 0,58$.

11. Дөңгелек радиусының бұрылу бұрышының уақытқа тәуелділігі $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ теңдеуімен өрнектеледі. Мұндағы, $B = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $C = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $D = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$. Қозғалыстың екінші секундының соңында нүктенің нормальдық үдеуі $a_n = 3,46 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ тең болса, дөңгелектің радиусы қандай болғаны?

Жауабы: $R = 1,2 \text{ м}$.

12. Токарлық станокта диаметрі 60мм білік жонылады. Білік бір айналым жасағанда токардың кескіші қума бағытта 0,5 мм жылжиды. Егер 1мм уақытта валдың ұзындығының 12см бөлігі жонылатын болса, жонғыштың кесу жылдамдығын табыңыздар.

Жауабы: $v = 0,75 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

13. Аэрошананың винті 360 мин^{-1} жиілікпен айналады. Аэрошананың ілгерлемелі қозғалысының жылдамдығы 54 км/сағ болса, винттің бір ұшы қандай жылдамдықпен қозғалады? Винттің радиусы 1м.

Жауабы: $40,6 \text{ м/с}$

14. Автомашинаның дөңгелегі үдемелі қозғалып толық 50 айналым жасайды. Қозғалыс кезінде дөңгелектің айналу жиілігі 4 с^{-1} -тан 6 с^{-1} -қа дейін өзгерсе, бұрыштық үдеу қандай болғаны?

Жауабы: $\varepsilon = 1,26 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$

15. Велосипедтің дөңгелегі 5с^{-1} жиілікпен айналып, үйкеліс күшінің әсерінен 1 мин уақыт өткен соң тоқтайды. Дөңгелектің бұрыштық үдеуімен осы уақытта жасайтын айналым санын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } \varepsilon = -0,523 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}, N = 150$$

Тест сұрақтары.

Радиусы R шеңбер бойымен толық бір айналым жасайтын нүктенің жүрген жолы мен орын ауыстыруын көрсетіңіздер.

- А. $2\pi R, 0$
- Ә. $\pi R, 0$
- Б. $2\pi R, R$
- В. $\frac{\pi R}{2}, 2R$
- Г. $2\pi R, \frac{R}{2}$
- Д. $\pi R, R$

2. Радиусы R шеңбер бойымен қозғалатын нүкте толық айналымның жартысын жасаса, жүрген жолы мен орын ауыстыруы неге тең?

- А. $2\pi R, 0$
- Ә. $\pi R, 2R$
- Б. $\frac{\pi R}{2}, 2R$
- В. $\pi R, R$
- Г. $\pi R, \frac{R}{2}$
- Д. $3\pi R, \frac{R}{3}$

3. Радиусы R шеңбер бойымен қозғалатын нүкте толық айналымының $\frac{1}{4}$ бөлігін жасаса, оның жүрген жолымен орын ауыстыруы неге тең?

- А. $2\sqrt{2}, \pi R$
- Ә. $R\sqrt{2}, 2\pi R$

Б. $R\sqrt{2}, \frac{\pi R}{2}$

В. $R, \frac{\pi R}{2}$

Г. $2R, 2\pi R$

Д. $\frac{R}{2}, \frac{\pi R}{2}$

4. Радиусы R шеңбер бойымен қозғалатын материалдық нүкте толық бір айналымының $\frac{3}{4}$ бөлігін жүрсе, оның жүрген жолы мен орын ауыстыруы неге тең?

А. $R, \frac{\pi}{2}$

Ә. $\frac{\pi}{2}, R$

Б. $\pi, 2R$

В. $2\pi, \frac{R}{2}$

Г. $\frac{3\pi}{2}, R\sqrt{2}$

Д. $4\pi, 2\sqrt{R}$

5. Қандай теңдіктер орындалғанда нүкте түзусызықты бірқалыпты қозғалыста болады?

А. $a_\tau > 0, a_n \geq 0$

Ә. $a_\tau < 0, a_n < 0$

Б. $a_\tau = 0, a_n > 0$

В. $a_\tau > 0, a_n = 0$

Г. $a_\tau \geq 0, a_n > 0$

Д. $a_\tau = 0, a_n = 0$

6. Қандай теңдіктер орындалғанда нүкте түзусызықты бірқалыпты айналымы қозғалыста болады?

А. $a_\tau = a_n = const, a_n = 0$

- Ә. $a_\tau = a_n = 0$
- Б. $a_\tau > 0, a_n < 0$
- В. $a_\tau < 0, a_n > 0$
- Г. $a_\tau > 0, a_n > 0$
- Д. $a_\tau = \frac{a_n}{2}, a_n > 0$

7. Үдеуі айнымалы түзу сызықты қозғалыстың шарттарын көрсетіңіздер.

- А. $a_\tau = f(t), a_n = 0$
- Ә. $a_n = f(t), a_\tau = 0$
- Б. $a_n = a_\tau = f(t)$
- В. $a_n = f(t), a_\tau > 0$
- Г. $a_n > 0, a_\tau = f(t) < 0$
- Д. $a_n < 0, a_\tau = f(t) > 0$

8. Нүкте шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалуы үшін қандай шарттардың орындалуы қажет?

- А. $a_\tau = const, a_n = 0$
- Ә. $a_\tau = 0, a_n = const$
- Б. $a_\tau > 0, a_n > 0$
- В. $a_\tau < 0, a_n > 0$
- Г. $a_\tau >, a_n < 0$
- Д. $a_\tau < 0, a_n < 0$

9. Нүкте бірқалыпты қисықсызықты қозғалыста болуы үшін қандай шарттар орындалуы керек?

- А. $a_\tau = f(t), a_n = 0$
- Ә. $a_\tau = 0, a_n = f(t)$
- Б. $a_\tau > 0, a_n = f(t)$
- В. $a_\tau < 0, a_n = f(t)$
- Г. $a_\tau = const, a_n = f(t) > 0$
- Д. $a_\tau = f(t), a_n = const$

10. Нүкте қисықсыздықты бірқалыпты айнымалы қозғалыста болу үшін қандай шарттардың орындалуы керек?

А. $a_\tau = const, a_n \neq 0$

Ә. $a_\tau \neq 0, a_n = const$

Б. $a_\tau > 0, a_n = 0$

В. $a_\tau < 0, a_n = 0$

Г. $a_\tau = 0, a_n = 0$

Д. $a_\tau < 0, a_n < 0$

11. Үдеуі айнымалы қисықсыздықты қозғалыстың шарттарын көрсетіңіздер?

А. $a_\tau = 0, a_n = const$

Ә. $a_\tau = f(t), a_n \neq 0$

Б. $a_\tau \neq 0, a_n = 0$

В. $a_\tau > 0, a_n < 0$

Г. $a_\tau < 0, a_n < 0$

Д. $a_\tau < 0, a_n > 0$

12. Шеңбер бойымен үдемелі қозғалыста орындалатын шартты көрсетіңіздер.

А. $\frac{dw}{dt} > 0$

Ә. $\frac{dw}{dt} < 0$

Б. $\frac{dw}{dt} = 0$

В. $\frac{d\varepsilon}{wt} > 0$

Г. $\frac{d\varepsilon}{wt} < 0$

13. Шеңбер бойымен кемімелі қозғалыста орындалатын шартты көрсетіңіздер.

А. $\frac{dw}{dt} > 0$

$$\text{Ә. } \frac{dw}{dt} < 0$$

$$\text{Б. } \frac{dw}{dt} = 0$$

$$\text{В. } \frac{d\varepsilon}{wt} > 0$$

$$\text{Г. } \frac{d\varepsilon}{wt} < 0$$

14. \vec{a} векторы өзінің бағытын кері қарай өзгертсе, $\Delta \vec{a}$, $|\Delta \vec{a}|$, Δa неге тең?

$$\text{А. } \Delta \vec{a} = -2\vec{a}, |\Delta \vec{a}| = 2a, \Delta a = 0$$

$$\text{Ә. } \Delta \vec{a} = -\vec{a}, |\Delta \vec{a}| = a, \Delta a = 2a$$

$$\text{Б. } \Delta \vec{a} = \frac{\vec{a}}{2}, |\Delta \vec{a}| = \frac{a}{2}, \Delta a = \frac{a}{2}$$

$$\text{В. } \Delta \vec{a} = 2\vec{a}, |\Delta \vec{a}| = \frac{a}{3}, \Delta a = \frac{a}{3}$$

$$\text{Г. } \Delta \vec{a} = 3\vec{a}, |\Delta \vec{a}| = \frac{a}{4}, \Delta a = \frac{a}{4}$$

$$\text{Д. } \Delta \vec{a} = 5\vec{a}, |\Delta \vec{a}| = \frac{a}{5}, \Delta a = \frac{a}{5}$$

15. Бірінші векторлық құраушылары (1,3,5), ал екіншісіне (6,4,2) тең болса, векторлардың арасындағы α бұрышын табыңыздар.

$$\text{А. } 60^\circ$$

$$\text{Ә. } 30^\circ$$

$$\text{Б. } 45^\circ$$

$$\text{В. } 50,8^\circ$$

$$\text{Г. } 45,9^\circ$$

$$\text{Д. } 55,8^\circ$$

16. $a_\tau = 0, a_n = const$ болған жағдайда бөлшектің траекториясы.

А. Шеңбер бойымен немесе винттік сызықпен

А. Түзу сызық

Б. Қисық сызық

В. Парабола

Г. Гипербола

Д. Эллипс.

17. Сағат әрбір сәткеде 2 минутқа қалып отырса, минуттық тілдің бұрыштық үдеуі неге тең?

А. $0 \frac{rad}{c^2}$

Ә. $\pi \frac{rad}{c^2}$

Б. $2\pi \frac{rad}{c^2}$

В. $\frac{\pi}{2} \frac{rad}{c^2}$

Г. $3\pi \frac{rad}{c^2}$

Д. $\frac{\pi}{4} \frac{rad}{c^2}$

18. Бөлшектің жылдамдығының модулінің жүрілген жолға тәуелділігі $v(S) = v_0 - bs$ функциясымен анықталады. $S(t)$ табыңыздар.

А. $S = \frac{v_0}{b} e^{-bt}$

Ә. $S = v_0 b (1 - e^{-bt})$

Б. $S = \frac{v_0}{b} (1 - e^{-bt})$

В. $S = \frac{v_0}{b} (1 + e^{-bt})$

Г. $S = v_0 b (1 + e^{bt})$

Д. $S = \frac{v_0}{b} (1 - e^{bt})$

19. Бөлшектердің модулінің жүрілген жолға тәуелділігі мына функция арқылы $v(S) = v_0 - bs$ анықталады. $v(t)$ табыңыздар.

А. $v = v_0(1 - e^{-bt})$

Ә. $v = v_0 e^{-bt}$

Б. $v = v_0(1 + e^{-bt})$

В. $v = v_0(1 - e^{bt})$

Г. $v = v_0(1 + e^{bt})$

Д. $v = \frac{v_0}{b}(1 - e^{-bt})$

20. $v(S)$ функциясы берілген деп алып, бөлшектің S жолды жүруге кеткен уақытының өрнегін жазыңыздар.

А. $t = \frac{S}{v}$

Ә. $t = \int_0^v \frac{dS}{v(S)}$

Б. $t = \int_0^x \frac{dS}{v(S)}$

В. $t = \int_0^x \frac{dv(S)}{d(S)}$

Г. $t = \int_0^x v(S) dS$

Д. $t = \int_0^x S dv$

21. Дене жолдың бірінші жартысын $v_1 = 2\text{ м/с}$ жылдамдықпен, екінші жартысын $v_2 = 8\text{ м/с}$ жылдамдықпен жүрсе, орташа жылдамдық неге тең?

А. 3,5 м/с

Б. 5 м/с

В. 3,2 м/с

В. 2,5 м/с

Г. 2 м/с

Д. 3 м/с

22. Түзу сызықты қозғалыс теңдеуі $x = At + Bt^2$ берілген. Лездік жылдамдық пен үдеуді табыңыздар.

А. $A + 2Bt, 2B$

Ә. $2Bt, B$

Б. $2B, 2B$

В. $A + 2Bt, B$

Г. $A - 2Bt, 2B$

Д. $2B, 2Bt$

23. Айнымалы қозғалыстағы радиустың бұрылу бұрышының уақытқа тәуелділік заңдылығы берілген $\varphi = At^3 + Bt^5$ Бұрыштық жылдамдықпен бұрыштық үдеуді табыңыздар.

А. $t^2 + Bt^4$

Ә. $2t^2 + Bt^4$

Б. $2At^2 + 5Bt^4$

В. $3At^2 - 5Bt^4$

Г. $4At^2 - 5Bt^4$

Д. $3At^2 + 5Bt^4$

24. Шеңбер бойымен қозғалатын нүктенің тангенциальдық үдеуі 3м/с^2 , ал нормальдық үдеуі 4м/с^2 тең болса, толық үдеу неге тең?

А. 7м/с^2

Ә. 1м/с^2

Б. 5м/с^2

Г. 6м/с^2

Д. 10м/с^2

25. Нүкте радиусы R шеңбер бойымен $\varphi = At^3$ теңдеуі бойынша қозғалады. ($A=10\text{м}$, $B=-2\text{м/с}$, $C=1\text{м/с}^2$) 2с уақыттан кейінгі тангенциальдық және нормальдық үдеуді табыңыздар.

А. $2\text{м/с}^2, 1\text{м/с}^2$

Ә. $1\text{м/с}^2, 2\text{м/с}^2$

Б. $3\text{м/с}^2, 1\text{м/с}^2$

В. $1\text{м/с}^2, 3\text{м/с}^2$

Г. $3\text{м/с}^2, 3\text{м/с}^2$

Д. $1\text{м/с}^2, 1\text{м/с}^2$

II тарау. Материалдық нүктенің және қатты дененің динамикасы.

§ 2.1. Ньютонның заңдары. Масса. Күш

Динамика денелердің қозғалыс заңдылықтарын және оның пайда болуының немесе өзгеруінің себептерін қарастырады. Ол көптеген физикалық эксперименттердің нәтижелерін талдап қорытындылаудан туындаған. Ньютонның заңдары классикалық механиканың негізін құрайды. Ньютонның заңдарына негізделген классикалық механика массалары үлкен, (атомдардың массасымен салыстырғанда) жылдамдықтары кіші (жарық жылдамдығымен салыстырғанда) денелердің қозғалыстарын зерттейді.

Қозғалыстың бірінші заңы ретінде И.Ньютон, Г.Галилей ашқан инерция заңын қабылдады. Бұл заң бойынша, сыртқы күштің әсеріне душар болмаған дене өзінің тыныштық немесе бірқалыпты тұзусызықты қозғалысын сақтайды. Мұндай денені еркін дене, ал оның қозғалысын еркін немесе инерция бойынша қозғалыс деп атайды. Еркін дене физикалық, абстракция болғандықтан, табиғатта кездеспейді. Бірақ денелерге әсер ететін сыртқы күштерді мүмкіндігінше жойылатын немесе бірін-бірі компенсациялайтын күйге келтіруге болады. Гравитациялық өріс барлық денелерге бірдей үдеу береді. Қарастырып отырған кеңістікте гравитациялық өрісті біртекті деп алып, онда еркін құлайтын санақ жүйесін қарастырайық. Мұндай санақ жүйесіндегі құбылыстарға біртекті гравитациялық өріс әсерін тигізбейді. Қарастырып отырған санақ жүйесінде өтетін барлық физикалық құбылыстар ғарыштық кеңістікте еркін қозғалатын ғарыш кемесінің кабинасында өтетін құбылыстармен бірдей болады. Яғни, кабинадағы ғарышкерлерге гравитациялық күш (салмақсыздық) әсер етпейді.

Инерция заңы санақ жүйесін таңдап алғанға байланысты. Бір қозғалыс әртүрлі санақ жүйелерінде бірдей емес болып көрінуі мүмкін. Егер қандай да бір санақ жүйесінде дене бірқалыпты тұзусызықты қозғалса, осы санақ жүйесімен салыстырғанда үдеумен қозғалатын санақ жүйесінде қозғалыс бірқалыпты тұзусызықты болмағандықтан, инерция заңы барлық санақ жүйелерінде орындалмайды. Классикалық механика барлық еркін денелер бірқалыпты тұзусызықты қозғалатын санақ жүйесін постулат ретінде қабылдап, оны инерциалды санақ жүйесі деп атайды.

Ньютонның бірінші заңы: Барлық денелер (материалдық нүкте) өзінің тыныштық немесе бірқалыпты тұзусызықты қозғалыстағы күйін, оған басқа денелер әсер етіп қозғалысын өзгерткенше сақтайды немесе төмендегі теңдіктермен өрнектеледі:

$$\vec{v} = const, \quad \vec{a} = 0, \quad \vec{F} = 0 \quad (2.1.1.)$$

Ньютонның заңы инерциалды санақ жүйесінде орындалатындықтан, оны инерция заңы деп атайды. Жермен байланыстырылған санақ жүйесі инерциалды емес. Өйткені Жер өз осінен және Күнді айналып қозғалады. Бірақ айналмалы қозғалыста пайда болатын эффектiлер ескерiлмейтiндiктен, (центрден тепкiш үдеу) Жермен байланысқан жүйенi инерциалдық санақ жүйесi деп аламыз.

Инерциалды санақ жүйесiне бас нүктесi Күннiң центрiнде орналасқан, ал үш координаталық осьтерi бiр жазықтықта жатпайтын алыстағы жұлдыздарға бағытталған Коперниктiң гелиоцентрлiк санақ жүйесiн жатқызуға болады. Бірақ жұлдыздардың өте үлкен қашықтықта орналасуына байланысты координата осьтерiнiң араларындағы бұрыштардың өзгерiсi ескерiлмейдi. Коперниктiң санақ жүйесi бiздiң планетамен байланысқан жүйедегi қозғалыстарды зерттегенде инерциалды деп есептеледi.

Тәжірибелерден массалары әртүрлі денелерге бiрдей күштер әсер еткен жағдайда олардың жылдамдықтары бiрдей өзгермейтiндiгi, яғни денелердiң әртүрлi үдеулермен қозғалатындығы анықталған.

Дененiң үдеуi, әсер ететiн күшке ғана тәуелдi емес, сонымен қатар массаға да байланысты.

Кез келген дене оны қозғалысқа келтiретiн немесе жылдамдығының бағытымен шамасын өзгертетiн әрекетке кедергi жасайды. Денелердiң бұл қасиетiн, оның инерттiлiгi деп атайды. Массасы үлкен денеге, массасы кiшi денемен салыстырғанда бiрдей үдеу беру қиындау. Сондықтан дененiң инерттiлiгiнiң өлшемiн масса деп атайды. Сонымен қатар массаның гравитациялық қасиетi бар. (Масса өзiнiң айналасында гравитациялық өрiс туғызып, басқа денелермен әсерлеседi). Өте жоғары дәлелдiлiкпен жүргiзiлген тәжірибелер инерттiк масса мен гравитациялық масса бiр-бiрiне пропорционал екендiгiн көрсеттi. Өлшемдердi таңдап алу арқылы пропорционалдық коэффициенттi бiрге теңестiрсек, инерттi масса мен гравитациялық масса бiр бiрiне тең болып шығады.

Ньютонның екiншi заңымен анықталатын масса инерттi $M_{ин} = \frac{F}{a}$ масса, бүкiлiлемдiк тартылыс заңындағы гравитациялық $M_{зр} = \frac{F \cdot r^2}{GM_{ж}}$ массамен (Жер бетiнде жатқан масса) $M_{ин} = M_{зр}$ теңесу үшiн $\frac{r^2}{G} = 1$ қатынасы орындалатындықтан, мына теңдiктер шығады: $\frac{F}{M_{ин}} = \frac{F \cdot r^2}{GM_{ж}}$,

$$\frac{1}{M_{ин}} = \frac{r^2}{GM_{ж}}, \quad \frac{1}{M_{ин}} = \frac{r^2}{G} \frac{1}{M_{ж}}, \quad M_{зр} = \frac{r^2}{G} M_{ин}. \text{ Сондықтан алдағы уақытта}$$

дененің массасы туралы айтылады. Жаратылыстану ғылымдарында жасалған барлық тәжірибелер кез келген зат бір күйден екінші күйге өткенде массалардың сақталу заңының орындалатынын көрсетті. Барлық денелердің әсерлескенге дейінгі массалары, әсерлескеннен кейінгі массаларына тең. Мысалы, CO_2 молекулалары көміртегінің бір атомымен оттегінің екі атомының қосылуынан және электромагниттік толқынның сәулеленуінен пайда болады. Бұл жағдайда бір көміртегі атомымен екі оттегі атомдарының массаларының қосындысы CO_2 молекулаларының массалары мен фотондардың массаларының қосындысына тең. Сондықтан әсерлесудің нәтижесінде денелердің массалары өзгермейді.

Ілгерлемелі қозғалыс динамикасының негізгі заңы дененің механикалық қозғалысы күштің әсерінен қалай өзгертіндігін сипаттайды. (Ньютонның екінші заңы).

Эксперименттер жасау арқылы денелерің үдеуі әсер ететін күштердің тең әсерлі күшіне пропорционал болатындығы дәлелденген:

$$a \sim F \quad (m = const)$$

Егер массалары әртүрлі денелерге бірдей күш әсер етсе, олардың үдеулерінің мәндері бірдей болмайды. Дененің массасы артқан сайын үдеу кемиді. Олай болса, неғұрлым инерттілік көп болса, соғұрлым үдеу аз болады:

$$a \sim \frac{1}{m} \quad (F = const)$$

Немесе жоғарыда келтірілген пропорционалдық қатынастарды пайдаланып, пропорционалдық коэффициентін енгізсек, төмендегі өрнек шығады:

$$\vec{a} = \frac{k \vec{F}}{m}$$

Бұл қатынас Ньютонның екінші заңын береді.

Дененің (материалдық нүктенің) үдеуі әсер ететін күшке тура, ал массасына кері пропорционал. Күшпен үдеу бағыттас.

Дененің қозғалысын сипаттау үшін оның координатасының уақытқа тәуелділігін анықтау қажет. Бірақ бұл әдіспен қозғалыстың жалпы заңдылықтарын табу белгілі бір қиындықтарды туғызады. Сондықтан координаталар мен жылдамдықтардан басқа импульстің уақыт бойынша туындысы кіретін дифференциалдық теңдеуді пайдаланған дұрыс.

Импульстан уақыт бойынша алынған туынды күшке тең:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2.1.2)$$

(2.1.2) өрнегі дененің (материалдық нүктенің) қозғалыс теңдеуі. Егер денеге бір мезгілде бірнеше күш әсер етсе, оның әрқайсысы Ньютонның екінші заңы бойынша денелерге үдеу береді. Есепті жеңілдету мақсатында күштер мен үдеулерді құраушыларға жіктейді. Мысалы, дене қисықсызықты траекториямен қозғалса, оған үдеу беретін күш тангенциальдық және нормальдық күштерге жіктеледі. Бізге белгілі $a_\tau = \frac{dv}{dt}$, $a_n = \frac{v^2}{R}$, $v = \omega R$ өрнектерді қолдансақ, төмендегі теңдіктер шығады:

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt}, \quad F_n = ma_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R \quad (2.1.3)$$

Немесе бірнеше күштің әсерінен пайда болған үдеу, қорытқы күштің әсерінен пайда болған үдеуге тең:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a} \quad (2.1.4)$$

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Күш (x, y, z) координатасында, төмендегідей түрленеді:

$$F_x = ma_x, \quad F_y = ma_y, \quad F_z = ma_z \quad (2.1.5)$$

Дененің (материалдық нүктенің) қозғалыс теңдеулері төмендегі қатынастармен өрнектеледі:

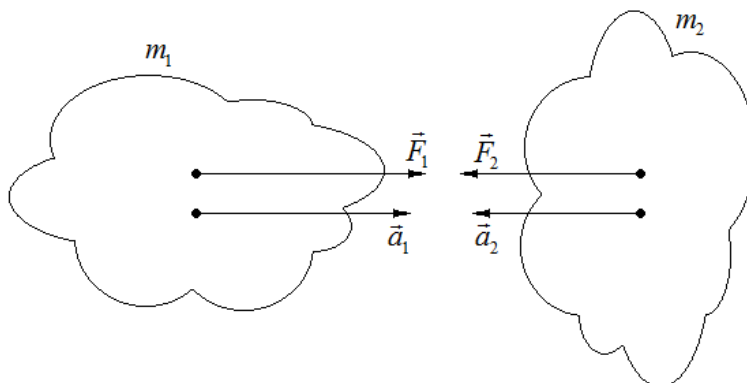
$$\begin{aligned} F_x &= m \frac{d^2x}{dt^2} = m \frac{dv_x}{dt} \\ F_y &= m \frac{d^2y}{dt^2} = m \frac{dv_y}{dt} \\ F_z &= m \frac{d^2z}{dt^2} = m \frac{dv_z}{dt} \end{aligned} \quad (2.1.5a)$$

Яғни, денелердің араларындағы әсерлесу күштерінің сипаттамасы Ньютонның үшінші заңымен өрнектеледі:

Денелердің бір-бірімен әсерлесу күштерінің шамалары тең, бағыттары қарама-қарсы. Егер 1-ші дене 2-ші денеге \vec{F}_{12} күшпен әсер етсе, 2-ші дене 1-ші денеге \vec{F}_{21} күшпен әсер етеді:

$$\left| \vec{F}_{12} \right| = - \left| \vec{F}_{21} \right| \quad (2.1.6)$$

Массалары m_1 және m_2 әр аттас зарядталған бөлшектерді қарастыралық. \vec{F}_1 және \vec{F}_2 тартылыс күштерінің әсерінен денелер \vec{a}_1 және \vec{a}_2 үдеумен қозғалады. (2.1.1-сызба)



2.1.1-сызба. Әр аттас зарядталған массалары m_1 және m_2 денелердің әсерлесу күштері.

Ньютонның екінші заңы бойынша:

$$\vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1, \quad \vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

Ньютонның үшінші заңына сәйкес:

$$m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2 \quad \text{бұдан} \quad \vec{a}_1 = -\frac{m_2 \vec{a}_2}{m_1}, \quad \text{яғни әсерлесетін екі дененің үдеулері}$$

олардың массаларына кері пропорционал және бағыттары қарама-қарсы. Бірақ Ньютонның үшінші заңы барлық жағдайларда орындала бермейді. Ол тек түйіспе әсерлесу кезінде (денелер бір-бірімен жанасқан кезде байқалатын әсер) немесе бір-бірінен қандай да бір тұрақты қашықтықта орналасқан денелер үшін орындалады.

Барлық сигналдар мен күштер шекті жылдамдықпен беріледі. Ньютонның үшінші заңында \vec{F}_{12} және \vec{F}_{21} күштері бір мезгілде өлшенгенде ғана бағыттары бойынша қарама-қарсы, шамалары жағынан тең болады.

Мұндай ұғым берілген дене оған әсер ететін басқа дененің күшін лезде емес қандай да бір уақыт аралығында қабылдайды деген тұжырымдамаға қарсы. Сондықтан Ньютонның үшінші заңын барлық жағдайларда атомдардың соқтығысуларына қолдануға болмайды. Автомобильдердің соқтығысулары үшін заң жақсы орындалады. Өйткені автомобильдердің соқтығысу уақыты жарық сигналының автомобильдің ұзындығын жүріп өту уақытымен салыстырғанда үлкен. Бұл уақыт аралығы жуықтап алғанда:

$$\frac{L}{c} \approx \frac{300 \text{ см}}{3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \approx 10^{-8} \text{ сек}$$

Мұндағы, L – соқтығысқаннан кейінгі автомобильдің ұзындығы. 100 км/сағ жылдамдықпен қозғалатын автомобиль 10^{-8} секундта $3 \cdot 10^{-5}$ см жол жүреді.

Динамикада денеге әсер ететін күш әрқашан өзіне модулі жағынан тең, бағыты бойынша қарама-қарсы күш туғызса, оның тең әсерлі күші нөлге теңеледі немесе үдеу пайда болмайды деген қате түсінік бар.

Ньютонның екінші заңында үдеу денеге түсірілген күштің әсерінен пайда болатындығын ескеру қажет. Бір денеге әсер ететін бірнеше күштің тең әсерлі күші нөлге теңелсе, үдеу нөлге тең болады. Ал Ньютонның үшінші заңында әртүрлі денелерге әсер ететін күштердің теңдігі қарастырылады. (2.1.2.) векторлық теңдеуі үш сандық (2.1.5a) теңдеуіне эквивалентті. Бұл теңдеулер барлығы дифференциалдық болғандықтан, материалдық нүктенің қозғалысын біржақты анықтауға жеткіліксіз. Теңдеулердің әрқайсысы екінші дәрежелі теңдеу. Сондықтан материалдық нүктенің (дененің) қозғалысына біржақты сипаттама беру үшін теңдеулерге екі вектордың мәндерін немесе алты сандық тұрақтыларды анықтайтын қосымша шарттарды енгізуіміз керек. Қосымша шарт ретінде әдетте \vec{r} радиус-векторы мен \vec{v} жылдамдықтың немесе қандай да бір екі функцияның $t = 0$ уақыт мезетіндегі мәндері алынады. Алынған мәндер бастапқы шарттар деп аталады.

§ 2.2. Механикалық күштердің түрі. Құрғақ үйкеліс заңдары. Үйкелістің табиғаттағы және техникадағы маңызы

Механикада маңызды рөл атқаратын барлық күштер келесі категорияларға бөлінеді:

Денелердің бір-бірімен жанасуының салдарынан туатын күштер. (Мысалы, соқтығысу, қысым, үйкеліс, тарту). Алдағы уақытта біз бір-бірімен жанасуынсыз өріс арқылы әсерлесетін күштермен танысамыз.

(Мысалы, гравитациялық, электрлік, магниттік және ядролық күштердің өрістері). Сонымен қатар инерциалды емес санақ жүйесінде әсер ететін ерекше категориялы инерция күшін талқылаймыз.

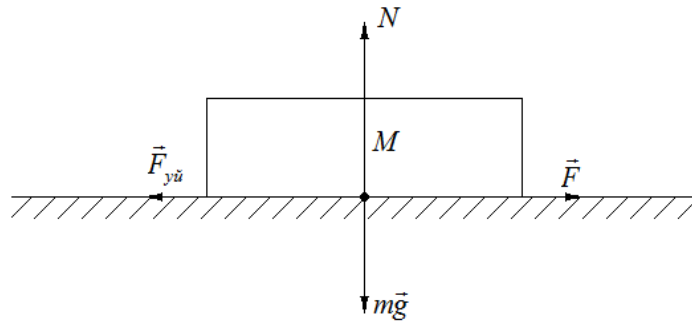
Энергияның сақталу заңын пайдаланып механикадағы күштерді консервативті және диссипативті күштерге бөлуге болады. Консервативті күштердің жұмысы денелердің орындарының өзгеруіне байланысты. (өзгеріс болған кездегі жүрілген жолға тәуелсіз). Консервативті күштерге тартылыс және серпімділік күштері жатады. Диссипативті күштердің жұмысы жүрілген жолға тәуелді. Оларға сырғанау, теңселу, дөңгелеу үйкеліс күштері жатады.

Қозғалыстағы кез келген денеге өзін қоршаған ортамен немесе басқа денелермен тікелей жанасуының салдарынан пайда болатын үйкеліс күші әсер етеді. Бұл күштердің табиғаты әртүрлі болуы мүмкін. Бірақ олардың әсерінің нәтижесінде әрқашан механикалық энергия үйкелістегі денелердің ішкі энергиясына, яғни олардың бөлшектерінің жылулық қозғалысының энергиясына айналады. Үйкеліс күші, берілген дененің салыстырмалы орын ауыстыруына қарсы жанасатын беттерге жүргізілген жанаманың бойымен бағытталған.

Үйкеліс сыртқы (құрғақ) және ішкі (сұйық немесе тұтқыр) үйкелістерге бөлінеді. Сыртқа үйкеліс деп денелердің жанасу жызықтығында олардың салыстырмалы орын ауыстыруларынан пайда болатын үйкелісті айтады. Егер қозғалыстағы денелер бір-бірімен салыстырғанда тыныштықта болса, кинематикалық үйкеліс күштері туындамайды. Қозғалыстың сипаттамасына байланысты кинематикалық үйкеліс сырғанау, теңселу және айналу үйкелістерінен тұрады. Дөңгелеу үйкелісі бір дене екінші дененің бетінде сырғанаусыз дөңгелегенде пайда болады. Мысалы, цилиндр жазықтықта теңселгенде олардың нүктелері өте аз уақыт түйіседі, жанасатын екі дененің біреуі түйісу нүктесінен өтетін осьпен айналады. Айналу кезінде (мысалы, зырылдауықтың тіреуіштегі осьтері, компас тілінің үшкір тіреуіште айналуы) оның нүктелері көп уақыт түйіседі. Айналу үйкелісі жағдайында, үйкеліс түйісу нүктелерінде сырғанау үйкелісімен байланысқан. Айналу үйкелісін кеміту үшін тіреуіш бетпен айналатын үшкір осьтің қаттылығын арттырып, радиусын кемітеді.

Ішкі үйкеліс бір дененің әртүрлі бөліктерінде, мысалы әртүрлі жылдамдықтармен қозғалатын газдармен сұйықтардың қабаттарында орын алады.

Статикалық үйкеліс. Егер горизонталь жазықтықта жатқан денеге жазықтыққа жанамамен бағытталған аз \vec{F} күшпен әсер етсек, дене өзінің тыныштық күйін сақтайды. Өйткені F күшіне тіреуіш жағынан әсер ететін \vec{F}_{cm} статикалық күш теңгеріледі. (2.2.1-сызба)



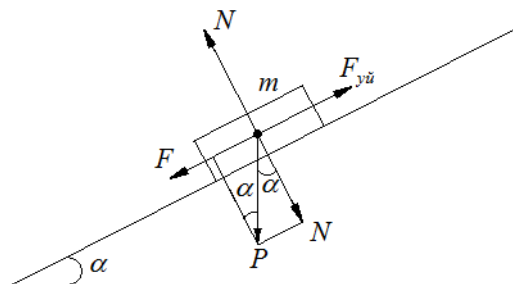
2.2.1-сызба. Горизонталь жазықтықта жатқан денеге әсер ететін күштер

\vec{F} күшті арттырсақ, статикалық F_{yu} үйкеліс күші көбейеді. Тәжірибеден статикалық үйкеліс күші белгілі бір шектік мәнге дейін F_0 артатындығы белгілі. $F > F_0$ болғанда дене қозғалады. Француз физиктері Г. Амонтон (1663-1705) және Ш. Кулон (1736-1806) тәжірибе жүзінде статикалық үйкелістің заңын анықтады: статикалық үйкеліс күшінің шекті F_0 мәні шамасы жағынан дененің тіреуішке түсірілген N нормальдық қысым күшіне тура пропорционал болатындығы анықталды:

$$F_0 = kN \quad (2.2.1)$$

Мұндағы, k статикалық үйкелістің коэффициенті. Ол материалмен жанасатын денелердің беттерінің күйіне тәуелді.

Егер дене көлбеу жазықтықта орналасса (2.2.2-сызба) $N = P \cos \alpha$ және $F = P \sin \alpha$ теңдігі орындалады.



2.2.2-сызба. Көлбеу жазықтықта денеге әсер ететін күштер

α бұрышының аз мәндерінде $F < F_0$ болғандықтан, дене көлбеу жазықтықта тыныштықта жатады, α бұрышын ұлғайтқан сайын F күші артып, қандай да бір үйкеліс бұрышы деп аталатын α_0 бұрышта F_0 теңеледі. $\alpha > \alpha_0$ болғанда дене көлбеу жазықтықпен қозғалады.

$P \sin \alpha_0 = F_0 = kN = kP \cos \alpha_0$ теңдігінен статикалық үйкеліс коэффициентімен үйкеліс бұрышының арасындағы байланысты табамыз:

$$k_0 = \operatorname{tg} \alpha_0 \quad (2.2.2.)$$

Жанасатын екі денеге әсер ететін жанама күштердің шамасы статикалық үйкеліс күшінің шекті мәнінен кіші болса, денелер бір-бірімен салыстырғанда сырғанамайды. Техникада күшті машинаның бір бөлігінен екінші бөлігіне беру үшін (белдікті берілу, фрикциондық муфталар, ленталы транспортерлер және т.б.) қолданылатын бұл құбылыс кідіру құбылысы деп аталады. Кідіру құбылысына дене бөлшектерін шегелдердің және винттердің көмегімен бекіткен, Жер бетіндегі әртүрлі транспорттардың қозғалыстары негізделген. Мысалы, автомобильдің тарту күші оны жолдың бетімен жүргізетін дөңгелектерінің статикалық үйкеліс күштерінің шекті мәндерінің қосындысынан үлкен болмауы керек. Егер статикалық үйкелістің коэффициенттері аз болса, (мұз немесе май төгілген жолдарда) тарту күші оны жүргізетін дөңгелек бір орында айналатындықтан автомобильді орнынан қозғалта алмайды.

Кинематикалық үйкеліс. Сырғанау үйкелісі үшін Г.Амонтон-Ш.Кулон заңын (2.2.1) формуласына ұқсас төмендегідей өрнектейік:

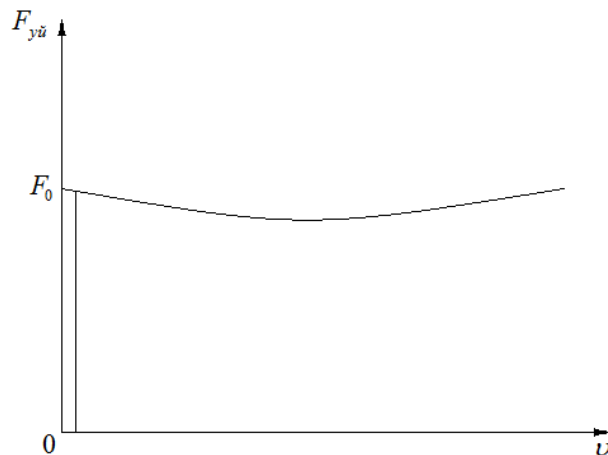
$$F_{\text{сырг}} = k'N \quad (2.2.3)$$

Мұндағы, k' сырғанау үйкелісінің коэффициенті, N нормальдық қысым күші. Тәжірибе көрсеткендей, сырғанау үйкелісінің коэффициенті денелердің материалына және жанасатын беттерінің күйіне тәуелді. Сонымен қатар қозғалыстың жылдамдығына байланысты. Кішкентай жылдамдықтарда:

$$k' \approx k_0$$

Жанасқан екі дене бір-бірімен салыстырмалы қозғалғанда беттердің кедір-бұдырлары бір-бірімен ілінісуінен сырғанау үйкелісі туындайды. $F < k_0N$ теңсіздігі орындалғанда ілініскен беттердің кедір-бұдырлары деформацияланады. Сыртқы күшті арттырсақ, яғни $F > F_0 = k_0N$ болғанда кедір-бұдырдың іліністері бұзылып сырғанау басталады. Үйкелісті кеміту үшін жанасатын беттердің тегіс немесе аудандарының кіші болуы қажет.

Үйкеліс күшінің (тыныштық, сырғанау) жылдамдыққа тәуелділігі 2.2.3-сызбада келтірілген.



2.2.3-сызба. Үйкеліс күшінің жылдамдыққа тәуелділігі

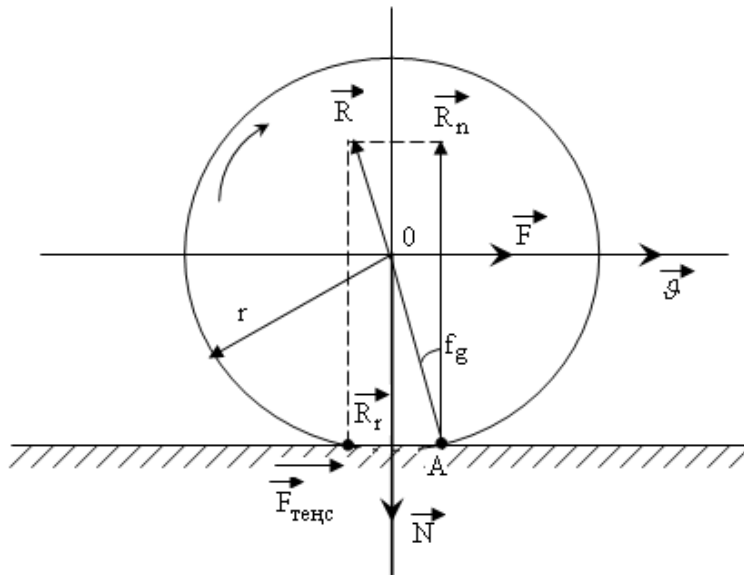
Тыныштық үйкелісі нөлден F_0 -ге дейін өзгере алады. (№2.2.3сызбада вертикаль сызықпен көрсетілген). Сырғанау үйкелісі бастапқыда жылдамдық өскенде кеміп, содан соң арта бастайды. Егер денелердің жанасатын беттерін арнайы әдістерді пайдаланып тегістесек, (үйкеліс күшін кемітсек) үйкеліс күші жылдамдыққа тәуелсіз болады. Яғни, 2.2.3-сызбадағы үйкеліс күші жылдамдыққа параллель сызықпен сипатталады. Бірақ жанасатын денелердің беттері белгілі бір шекке дейін тегістелген соң үйкеліс күші арта бастайды. Өйткені тегіс беттегі молекулалар өте жақын орналасқандықтан, олардың арасында молекулааралық тартылыс күші туындайды. Сондықтан нормальдық қысым күші артады. Осы құбылысты ескеріп, Б. В. Дерягин сырғанау үйкелісінің екі мүшелі заңын ұсынды:

$$F_{сырг} = k(N + N_0) \quad (2.2.4)$$

Мұндағы, N_0 үйкелетін денелердің беттеріне орналасқан молекулалардың тартылыс күштерінің туғызатын нормальдық қорытқы күші. k – үйкеліс коэффициенті. Молекулааралық күштер арақашықтықтың артуына байланысты жылдам кемиді. Сондықтан олар тек денелердің түйісу нүктелерінде пайда болады. Молекулааралық тартылыс күшінен туындайтын қысымды P_0 , ал түйісетін беттің ауданын S_0 деп алсақ, (2.2.4) формуласы төмендегідей түрленеді:

$$F_{yi} = k(N + P_0 S_0) \quad (2.2.5)$$

Дөңгелеу үйкелісі. Жазық беттегі цилиндрдің немесе шардың теңселуін қарастырайық. (2.2.4-сызба)



2.2.4-сызба. Дөңгелеу үйкелісінде әсер ететін күштер

Дөңгелеу үйкелісі кезінде деформация туындайды. Сондықтан беттің реакция күші \vec{R} түсетін A нүктесі алға қарай ығысып, әсер ету күшінің сызығы вертикальдан артқа қарай ауытқиды. Реакция күшінің нормальдық құраушысы $\vec{R}_n = -\vec{N}$ тең. Ал тангенциальды \vec{R}_τ құраушысы дөңгелеу үйкелісінің күші болып табылады:

$$F_{\text{терб}} = R_\tau$$

Дене бірқалыпты теңселгенде $F_{\text{терб}}$ күші тарту \vec{F} күшімен компенсацияланады. Реакция күші \vec{R} , AO түзуінің бойымен оның моменті теңселетін дененің симметрия O осімен салыстырғанда нөлге тең болатындай етіп бағытталған. Егер r цилиндрдің немесе шардың радиусы, ал f_g -ті A нүктесінің орын ауыстыруының шамасы деп алсақ, \vec{R} күшінің O осімен салыстырғандағы моменті нөлге тең болғандықтан, мынадай теңдіктер шығады:

$$F_{\text{терб}} \cdot r = R_n \cdot f_g = N f_g$$

Сондықтан дөңгелеу үйкелісінің күші үшін Кулон заңы орындалады:

$$F_{\text{терб}} = f_g \frac{N}{r} \quad (2.2.6)$$

f_g шамасын теңесу үйкелісінің коэффициенті деп атайды.

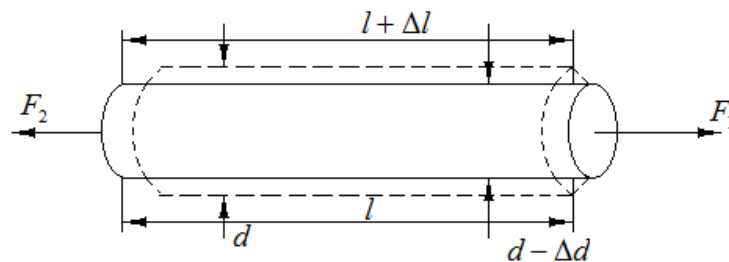
Гидродинамикалық үйкеліс. Бір-бірімен салыстырғанда қозғалатын қатты денелер тұтқыр сұйықтың қабатымен бөлінсе, үйкеліс сұйықтың қабатында өтеді. Бұл ойды алғаш рет майланудың гидродинамикалық теориясының негізін қалаған Н. П. Петров ұсынды. Қалың майланған қабатта өтетін үйкелісті гидродинамикалық үйкеліске жатады. Егер майланған қабаттың қалыңдығы 0,1 микрометрден кем болса, үйкелісті шекаралық деп атайды.

Техника мен табиғатта және күнделікті өмірде үйкелістің атқаратын қызметі өте үлкен. Үйкеліс күші жоқ болса, Жер бетіндегі тыныштықтағы қатты денелер ішкі күштің әсерінен қозғала алмайды. (Мысалы, автомобиль дөңгелегі бір орында айналады, адам баласы аяқтары қимылдағанымен, бір орында тұрады, тақтай өзіне қағылған шегені ұстап тұра алмайды, белдікті берілістер үйкеліссіз орындалмайды). Керісінше, қозғалыстағы қатты денелер ішкі күштің әсерінен тыныштық күйге келмейді. Өлшеуіш құралдарының сезімталдығын жоғарылатып, дәлдігін арттыруда кідіру құбылысымен күресудің үлкен мәні бар. Тілі бар өлшеуіш құралдарында өлшенетін шаманы тілдің нөлдік орнынан ығысуына байланысты анықтайды. Тыныштық үйкелісінің салдарынан орын ауыстыру, өлшенетін шама қандай да бір мәнге жеткенде басталады. Бұл құбылыс құралдардың сезгіштігі қандай да бір шекті мәннен аса алмайтындығына әкеледі. Тыныштық үйкеліс күшінің шамасы құралдың өлшеу дәлелділігіне әсерін тигізеді. Өйткені құралдың тілі өлшеніп отырған шаманың шын мәніне сәйкес келмейтін бөлікте кідіру мүмкін. Сондықтан өте үлкен дәлелдікпен өлшейтін құралдарда үйкеліс күшінен құтылу мақсатында қозғалыс бөліктерін подшипниктерге емес асқыштарға бекітеді. Бензиннің, көмірдің, мұнайдың өте көп мөлшері механикалық қозғалыстарда үйкеліс күшін жеңу үшін жұмсалады (Машиналарда, ұшақтарда және Жер бетіндегі экипаждарда). Сондықтан үйкеліс күштерін кеміту үлкен материалдық құндылықтарды үнемдейді. Мысалы, құрғақ үйкелісті ішкі майлау үйкелісімен ауыстырсақ, үйкеліс күші 8-10 есе кемиді.

Жоғарыда келтірілген үйкеліс түрлерінің қандай параметрлерге байланысты кемітінін немесе артатынын білудің теориялық және практикалық маңызы бар. Үйкелу, теңселу, айналу механизмдерінің шыдамдылық уақытын анықтау, оған қажетті материалдарды дайындау, үйкелісті арттыру немесе кеміту үшін қолданылатын материалдардың қасиеттерін білу, олардың температураға тәуелділігін зерттеу күнделікті өмірде, табиғатта, техникада кездесетін проблемаларды оңай шешуге мүмкіндік береді.

§2.3 Серпімді күштер. Гук заңы. Серпімділіктің шегі. Серпімді деформациялардың түрлері

Табиғатта кездесетін барлық денелер күштердің әсерінен өзінің өлшемдерімен пішінін өзгертіп деформацияланады. Егер күштер әсерін тоқтатқаннан соң дене өзінің бастапқы өлшемдері мен пішінін қабылдаса, деформацияны серпімді деп атайды. Сыртқы күштердің әсері тоқтағаннан соң денеде деформация сақталса, оны пластикалық (немесе қалдық) деформация деп атайды. Нақты денелердің деформациясы әрқашан пластикалық болады. Өйткені сыртқы күштің әсері тоқтаған соң деформация толығымен жойылмайды. Қалдық деформацияны өте аз деп алып, алдағы уақытта біз серпімді деформацияны қарастырамыз. Серпімділік теориясында деформацияның барлық түрлерін (созылу, сығылу, ығысу, иілу, бұралу) бір мезгілде өтетін созылу немесе сығылу және ығысу деформацияларына келтіруге болатындығы дәлелденген. Әрбір дене үшін деформацияны туғызатын күштер белгілі бір шекті мәнінен аспаған жағдайда ғана серпімді деформация байқалады. Ұзындығы l , көлденең қимасының ауданы S біртекті дөңгелек өзекшені қарастырайық. (2.3.1-сызба). Өзекшенің осьтерінің бойымен әсер ететін \vec{F}_1 және \vec{F}_2 күштердің салдарынан өзекшенің ұзындығы Δl шамасына өзгереді. (Ньютонның үшінші заңы бойынша $F_1 = F_2 = F$)



2.3.1-сызба F_1 және F_2 күштерінің әсерінен деформацияланған біртекті дөңгелек өзекше

Созылу деформациясына $\Delta l > 0$ оң мәндері, ал сығылу деформациясы $\Delta l < 0$ теріс мәндеріне сәйкес келеді. $d > 0$ және $d < 0$ мәндеріне сәйкес көлденең ұлғаю немесе сығылу құбылыстары орын алады.

Өзекшенің (немесе кез келген дененің) бірлік ауданына әсер ететін күшті кернеулік деп атайды:

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (2.3.1.)$$

Егер күш бетке нормаль бойынша бағытталса, кернеулік нормальдық, ал жанамамен бағытталса, тангенциальдық деп аталады.

Дене деформациясы дәрежесі сипаттамасының мөлшерлік өлшемі, оның салыстырмалы деформациясы болып табылады. Бойлық деформацияда өзекше ұзындығының салыстырмалы өзгерісі мына формуламен есептеледі:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (2.3.2.)$$

Сығылу деформациясы кезіндегі салыстырмалы көлденең созылу төмендегі қатынаспен өрнектеледі:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$$

Мұндағы, d өзекшенің диаметрі, ε және ε' әрқашан қарама-қарсы таңбаларды иеленеді.

Тәжірибеден ε және ε' араларындағы байланыс формуласы алынған:

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon \quad (2.3.3.)$$

Мұндағы, μ материалдардың қасиеттеріне тәуелді оң коэффициент. Оны Пуассон коэффициенті деп атайды.

Ағылшын физигі Р. Гук тәжірибе жүзінде аз деформация үшін ұзындықтың салыстырмалы өзгерісі нормальдық кернеулікке пропорционал болатындығын дәлелдеді:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.3.4.)$$

Мұндағы, пропорционалдық E коэффициенті Юнг модулі деп аталады. (2.3.4.) өрнегінен Юнг модулі салыстырмалы ұзартуды бірлік шамаға өзгертетін кернеулікпен анықталатынын көреміз.

(2.3.1.), (2.3.2.), (2.3.3.) формулаларынан мынадай қатынастар шығады:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{E \cdot S}$$

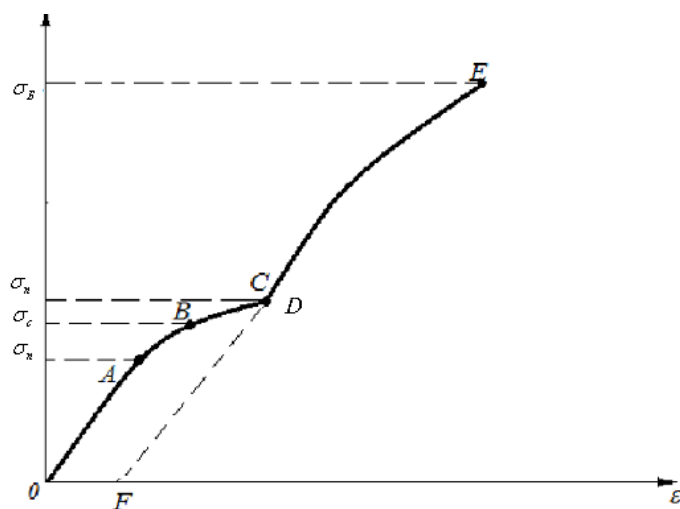
немесе

$$F = \frac{E \cdot S}{l} \Delta l = k \Delta l \quad (2.3.5.)$$

Мұндағы, k - серпімділік коэффициенті.

(2.3.5) өрнегі Гук заңын береді. Серпімділік деформацияда өзекшенің ұзаруы немесе сығылуы әсер ететін күшке пропорционал. Деформация мен

кернеуліктің арасындағы байланыс кернеуліктің диаграммасы түрінде келтіріледі. Металдан жасалған үлгінің кернеулігінің диаграммасын қарастырайық. (№2.3.2-сызба)



2.3.2-сызба. Кернеуліктің диаграммасы

Сызбадан Р.Гук ашқан сызықты байланыс $\sigma(\varepsilon)$ пропорционалдық шек σ_n деп аталатын өте аз аралыққа дейін орындалады. Деформацияның кернеулігін арттырсақ, $(\sigma(\varepsilon))$ тәуелділігі сызықты болмайды) және серпімділіктің σ_c шегіне дейін, серпімділік деформация жоғалмайтындықтан, қалдық деформация туындамайды. Серпімділіктің шегінен соң қалдық деформация пайда болып, денеге әсер ететін күш жойылғанда оның бастапқы күйге қайтып келуін сипаттайтын график ВО қисығы емес, оған параллель CF түзуі болады. Елеулі қалдық деформация туғызатын кернеу (σ_a) аққыштықтың шегі деп аталады. (қисықтағы С нүктесі) CD облысында деформация кернеулікке тәуелсіз ұлғаяды. Осы облыс аққыш немесе пластикалық деформация облысына жатады. Аққыштық облысы үлкен материалдар тұтқыр, ал аққыштық облысы жоқ материалдар морт сынғыш заттарға жатады. D нүктесінен кейінгі созылуда дене бұзыла бастайды. Бұзылғанға дейінгі денеде пайда болатын кернеулікті σ_B беріктіліктің шегі деп атайды. Нақты қатты денелердің кернеуліктерінің диаграммалары әртүрлі факторларға тәуелді. Бір қатты дене күштердің қысқа уақыттық әсерінде өзін морт сынғыш немесе ұзақ уақыттық әлсіз әсерде аққыш материал ретінде көрсетуі мүмкін.

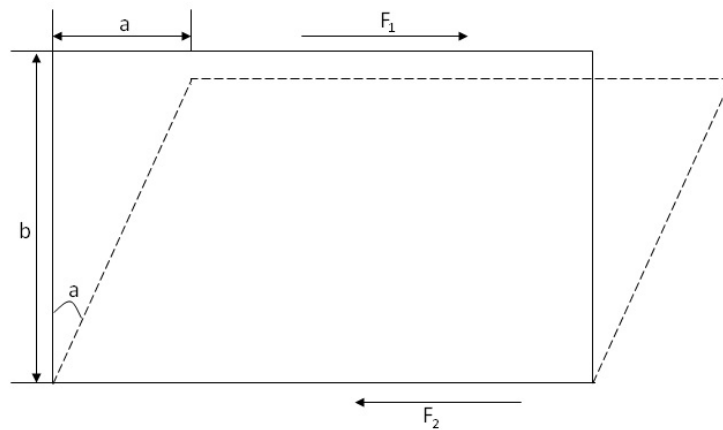
Серпімді созылған (сығылған) өзекшенің потенциалдық энергиясы сақталу заңы бойынша, оны деформациялайтын сыртқы күштің істейтін жұмысына тең:

$$W_p = A = \int_0^{\Delta l} F dx$$

Мұндағы, x деформация құбылысында 0-ден Δl -ге дейін өзгертін өзекшенің абсолют ұзаруы.

Р.Гук заңы бойынша, өзекшеге әсер ететін күш $F = kx = \frac{ESx}{l}$ тең болғандықтан, потенциалдық энергия $W_p = \int_0^{\Delta l} \frac{ES}{l} x dx = \frac{1}{2} \frac{ES}{l} (\Delta l)^2$ формуласымен өрнектеледі. Яғни, серпімді созылған өзекшенің потенциалдық энергиясы деформация мәнінің квадратына $(\Delta l)^2$ пропорционал.

Ығысу деформациясын қарастырайық. Ол үшін пішіні тікбұрышты параллелепипед біртекті денені алып, оның қарама-қарсы жатқан жақтарына параллель бағытта \vec{F}_1 және \vec{F}_2 ($F_1 = F_2 = F$) күштерімен әсер етеміз. (2.3.3-сызба)



2.3.3-сызба. Ығысу деформациясы

Егер жақтарға әсер ететін күштер сәйкес беттерде бірқалыпты тараса, осы жақтарға параллель кез келген қимада тангенциальды кернеу туындайды:

$$\sigma_\tau = \frac{F}{S}$$

Мұндағы, S – жақтың ауданы. Кернеуліктің әсерінен параллелепипедтің бір жағы екіншісімен салыстырғанда қандай да бір a қашықтыққа ығыссын делік. Дененің қарастырып отырған жақтарын параллель қабаттарға бөлсек, әрбір қабат өзіне көрші қабатпен салыстырғанда ығысады. Сондықтан

деформацияның бұл түрі ығысу деформациясы деп аталады. Ығысу деформациясында алғашқыда қабаттарға перпендикуляр бағытталған кез келген түзу қандай да бір α бұрышына бұрылады. Ығысу деформациясын сипаттау мақсатында салыстырмалы ығысу шамасы енгізіледі:

$$\gamma = \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha \quad (2.3.6.)$$

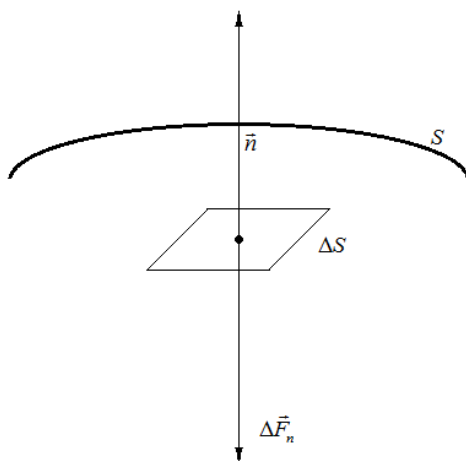
Серпімді деформацияда α бұрышы өте аз болғандықтан, ($\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$) салыстырмалы ығысудың шамасы ығысу бұрышына тең ($\alpha = \gamma$)

Тәжірибе салыстырмалы ығысу тангенциальды кернеулікке пропорционал болатындығын көрсетті:

$$\gamma = \frac{1}{G} \sigma_{\tau} \quad (2.3.7)$$

Ығысу модулі деп аталатын G коэффициенті материалдың қасиеттеріне тәуелді өзгереді. Ығысу бұрышы 45° ($\operatorname{tg} \alpha = 1$) тең болғанда, ол тангенциальды кернеулікке теңеледі. Егер бетінің ауданы S дененің әрбір

ΔS элементар ауданына нормальдың бойымен $\Delta \vec{F}_n = -p \Delta S \vec{n}$ күш әсер етсе, онда денеге изотропты қысым түсіріледі деп есептеледі. (№ 2.3.4 сызба)



2.3.4-сызба. Дененің ΔS элементар ауданына әсер ететін күш

Изотропты денедегі изотропты Δp қысымның өзгерісі көлемнің салыстырмалы өзгерісін туғызады:

$$\theta = \frac{\Delta V}{V} = \Delta \ln V$$

Немесе тығыздық арқылы өрнектесек, төмендегі қатынас шығады:

$$\theta = -\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\Delta \ln \rho$$

Гук заңы бойынша, көлемнің салыстырмалы өзгерісі изотропты қысымның Δp өзгерісіне пропорционал:

$$\Delta p = -K \theta = -\frac{1}{\beta} \theta$$

Мұндағы, K – ығысу модулі, β - сығылғыштық коэффициенті:

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP}$$

Гук заңы орындалатын облыстарда төмендегі қатынастар алынады:

$$\beta = K^{-1} = 3(1 - 2\mu)E^{-1}$$

Мұндағы, μ -материалдың қасиеттеріне байланысты өзгертін Пуассон коэффициенті. Серпімді денелерге әсер ететін күштер мен салыстырмалы ұзартуларды өлшеу арқылы әртүрлі кернеуліктерді, Юнг модулін, Пуассон коэффициентін және серпімділіктің, аққыштықтың, беріктіліктің шектіктері, серпімділік энергиялары, яғни серпімділіктің сипаттамалары есептеледі. Қатты денелер мен сұйықтардың серпімділік мінездемелерін пайдаланып, олардың практика мен техникада қолдануларына қажетті физикалық қасиеттеріне талдаулар жасалынады. Өйткені деформацияланған денелердің механикалық, жылулық, электрлік, магниттік, т.б. қасиеттері өзгереді. Деформацияның сипаттамаларына әртүрлі факторлар әсерін тигізеді. (Мысалы, температура, деформацияның жылдамдығы, қоршаған орта, т.с.с.) Температураның ұлғаюы дененің иілімділігін, ал төмендеуі морт сынғыштығын арттырады. Төменгі температурада иілімді заттардан рентгендік зерттеулерге ұнтақтар дайындалады. Төменгі температурада заттардың иілімділік қасиеттерін сақтауы, техникадағы проблемаларды шешуге бағытталған (Суыққа төзімді резеңкелер мен пластмассалар). Криогендік техникалар үшін абсолют нөл температураға дейін өзінің иілімділік қасиеттерін сақтайтын материалдар қажет. Мұндай материалдарға кейбір заттар мен қорытпалар жатады. Қазіргі кезде ғалымдар төменгі температураларда иілімдіктері жоғалмайтын жаңа материалдар іздестіруде. Сондықтан заттардың төменгі температурадағы серпімділік және иілімділік қасиеттерін білудің теориялық және практикалық маңызы өте зор.

планетанікін a_2, T_2 арқылы, белгілесек, Кеплердің үшінші заңы төмендегідей қатынастармен өрнектеледі:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (2.4.1)$$

$\overset{\frown}{AH}$, $\overset{\frown}{CD}$ доғаларын планета бірдей уақытта сызса, SAH және SCD аудандары тең болады. Бірақ бірдей аудандарды шектейтін доғалардың ұзындықтары әртүрлі $\overset{\frown}{AH} > \overset{\frown}{CD}$. Сондықтан планетаның сызықтық жылдамдығы оның орбитасының әр нүктесінде бірдей емес. Планета орбитамен қозғалғанда, ол неғұрлым Күнге жақын болса, соғұрлым оның жылдамдығы үлкен, ал қашық болса, жылдамдығы аз болады. Кеплердің екінші заңы эллипс бойымен қозғалатын планетаның жылдамдығы қалай өзгеретінін сан жағынан анықтайды.

Кеплердің үшінші заңы планеталардың Күннен орташа қашықтықтарын олардың Күнді айналу периодымен байланыстырады. Немесе планеталардың орбиталарының үлкен жарты осьтерін Жер орбитасының үлкен жарты осьтерінің бірлігімен өрнектеуге мүмкіндік береді.

Жер орбитасының үлкен жарты осі арақашықтықтың астрономиялық бірлігі есебінде алынады. (1 а.б. = 150 млн.км.). Бірінші жуықтауда планеталарды шеңберден сәл айырмашылығы бар орбитамен бірқалыпты қозғалады деп алайық. Шеңбердің центрінде орналасқан Күнді айнала қозғалатын планетаға центрге тарқыш үдеу әсер етеді. Динамиканың негізгі заңынан бұл үдеу қандай да бір күштің әсерінен туындайтындығы шығады. Ньютонның үшінші заңы бойынша, планета мен Күннің әсерлесу күштері бағыты жағынан қарама-қарсы, шамалары жағынан тең. Мысал ретінде Айдың Жерді айналуын қарастырайық. Ньютон Жер бетіне жақын орналасқан денеге әсер ететін күшпен Жердің Айды тартатын күшінің табиғаты бірдей деген болжам жасады. Болжамды дәлелдеу үшін Айдың орбитамен қозғалғандағы еркін түсу үдеуі мен нормальдық үдеуді салыстырды.

Жерден Айға дейінгі қашықтық $r = 384403 \text{ км} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$, айналу периоды $T = 27,322$ тәулік = $27,3 \cdot 24 \cdot 3600$ с. тең. Орбитадағы сызықтық жылдамдығы $v = \frac{2\pi r}{T}$ формуласымен есептеледі. Нормальдық үдеуді есептейік:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 3,84 \cdot 10^8}{(27,3 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 2,72 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$$

Бұдан еркін түсу үдеуі мен нормальдық үдеудің шамасы жағынан айырмашылығы бар екендігі байқалады. Ньютон екі шаманың айырмашылығын әсерлесетін денелердің араларындағы тартылыс күшінің арақашықтық артуына байланысты белгілі бір заңдылықпен кемитіндігі арқылы түсіндірді. Шындығында, Жер бетіне жақын орналасқан дененің еркін түсу үдеуі $9,81 \frac{M}{c^2}$, ал ($R_{Ж} = 6371 км = 6,37 \cdot 10^6 м$) Айдың орбита нүктесіндегі нормальдық үдеуі $2,72 \cdot 10^{-3} \frac{M}{c^2}$ тең. ($r = 3,84 \cdot 10^8 м$). Төмендегі келтірілген қатынасты құру арқылы белгісіз көрсеткіштік дәрежені анықтай аламыз:

$$\frac{g}{a_n} = \left(\frac{r}{R_{Ж}} \right)^n \quad (2.4.2)$$

Ол үшін үдеулер мен арақашықтықтардың сан мәндерін қоямыз:

$$\frac{9.81}{2.72 \cdot 10^{-3}} = \left(\frac{3.84 \cdot 10^8}{6.37 \cdot 10^6} \right)^n$$

Немесе $3600 = 60^n$ бұдан $n = 2$. Олай болса, тартылыс күшінің әсерінен пайда болатын үдеу арақашықтықтың квадратына кері пропорционалдық заң бойынша кемиді:

$$a_n = \frac{gR_{Ж}^2}{r^2} = \frac{K}{r^2} \quad (2.4.3)$$

Мұндағы, K – тұрақты шама.

Ай Жерді айнала қозғалғанда туындайтын нормальдық үдеуді талдаудан алынған нәтижелерді пайдаланып, Ньютон табиғатта кездесетін барлық денелер бір-бірімен тартылыс күші деп аталатын күшпен әсерлесетіндігі туралы тұжырымдама жасады.

Бір-бірінен r қашықтықта орналасқан массалары m_1 және m_2 денелер $F_1 = m_1 a_1$, $F_2 = m_2 a_2$ күштермен әсерлеседі. И.Ньютонның үшінші заңы бойынша, $F_1 = F_2$ (2.3.4) формуласын ескерсек, төмендегі қатынас шығады:

$$\frac{m_1 K_1}{r^2} = \frac{m_2 K_2}{r^2} \quad (2.4.4)$$

Бұл теңдік $K_1 = \gamma m_2$, $K_2 = \gamma m_1$ болғанда орындалады. Мұндағы, γ қандай да бір тұрақты шама. Онда:

$$F = m_1 a_1 = \frac{m_1 K_1}{r^2} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Екі дененің арасындағы тартылыс күші олардың массаларының көбейтіндісіне тура, ал арақашықтықтарының квадратына кері пропорционал.

Тартылу заңындағы γ коэффициенті шамасы жағынан бір-бірінен бірлік қашықтықта орналасқан бірлік массалы денелердің әсерлесу күшіне тең.

Бүкіләлемдік тартылыс заңында И.Ньютон көптеген жеке экспериментальдық нәтижелерді жалпыламалық тұрғыдан қорытып, Кеплер заңына бағынатын қозғалыстағы планеталарға тартылыс күшіне типтес күштер әсер ететіндігін дәлелдеп, тартылыс заңының аспан механикасының есептерін шешуде пайдаланатындығынан оның жұлдыздардың, планеталардың және басқа аспан денелері үшін орындалатындығын көрсетті.

Бүкіләлемдік тартылыс заңын қолданғанда материалдық нүкте ретінде есептелетін, яғни өлшемдері олардың арақашықтықтарымен салыстырғанда едәуір кіші денелер үшін дұрыс екендігін ескеру қажет. Егер денелердің арақашықтықтары олардың өлшемдеріне жақындаса, онда біз ойша алынған денелерді кіші элементтерге бөліп, қосарлана алынған барлық элементтердің тартылыс күштерінің қорытқысын анықтаймыз. Өте күрделі бұл математикалық есепті шешу әдістері математикалық физикада потенциалдар теориясы арқылы жетілдірілген. Тартылу күшінің шығу тегі физиктерге әлі белгісіз. Гравитациялық әсерлердің механизмін Ньютон былайша бейнеледі: Массасы M дене өзінің айналасында өріс туғызады. Егер өрістің қандай да бір нүктесіне m сынақ массасын орналастырсақ, онда оған өріс F күшпен әсер етеді. Берілген нүктеге әсер ететін F күші, осы нүктедегі өрістің қасиеттеріне және сынақ массасының шамасына тәуелді. Сынақтағы дене өзінің айналасында массасы M денеге әсер ететін өріс туғызады. Заттан бос кеңістіктің бірнеше физикалық және математикалық қасиеттері бар.

Классикалық физикада екі нүктенің ең қысқа арақашықтығы түзу сызық, уақыттың жүрісі кеңістіктің барлық нүктелерінде бірдей, жарық сәулесі түзу сызықпен тарайды деп қарастырылады.

Эйнштейннің теориясы бойынша, кеңістіктің қандай да бір облысына енгізілген массасы M дене кеңістіктің қасиеттерін өзгертеді. Дербес жағдайларда екі нүктенің ең қысқа арақашықтығы түзу сызық емес қисық сызық, параллель түзулер қиылысады, үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы 180° емес, одан үлкен немесе кіші болады. Сызықтың қисықтығы мен бұрыштың 180° үлкен немесе кіші болуы дененің массасына және денеден кеңістіктің зерттеліп отырған нүктесіне дейінгі қашықтыққа тәуелді. Жарық ең қысқа жолмен тарағанымен, оның траекториясының пішіні қисық болады. Массасы үлкен денелерге жақын орналасқан нүктелерде уақыттың өтуі баяулайды. Яғни, гравитациялық өріс массасы

үлкен денеге жақын орналасқан нүктелердегі кеңістіктің физикалық және геометриялық қасиеттеріне сипаттама береді.

Дененің немесе денелер жүйесінің тартылыс күші туындайтын кеңістігін гравитациялық өріс немесе тартылыс өрісі деп атайды. Жердің тартылыс өрісін жиі ауырлық күшінің өрісіне жатқызады. Өрістің әрбір нүктесі кернеулік деп аталатын физикалық шамамен сипатталады. Кернеулік сан жағынан берілген нүктедегі массасы бірге тең денеге әсер ететін күшке тең. Бүкіләлемдік тартылыс заңына сәйкес массасы M біртекті шар тәріздес дененің (Жердің массасы) r қашықтықта туғызатын өрісінің кернеулігі мынаған тең:

$$E = \gamma \frac{M \cdot 1}{r^2} = \gamma \frac{M}{r^2} \quad (2.4.5)$$

Мұндағы, r – дененің массасының центрінен кеңістіктің берілген нүктесіне дейінгі қашықтық. Тартылыс өрісінің кернеулігі өрісті туғызатын дененің массасы мен қарастырып отырған нүктеге дейінгі қашықтыққа тәуелді. Өзінің физикалық мағынасы бойынша гравитациялық өрістің кернеулігі сынақ денесінің үдеуімен сәйкес келетін векторлық шама. Сондықтан дербес жағдайларда барлық денелер ауырлық күшінің әсерінен бірдей g үдеумен құлайды. Олай болса, Жермен байланысқан санақ жүйесінде массасы m денеге ауырлық күші деп аталатын күш әсер етеді:

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

Денелердің еркін түсу үдеуі Жердің радиусына байланысты өзгереді. (Экваторда $9,780 \frac{M}{c^2}$, полюста $9,832 \frac{M}{c^2}$) Егер жердің өз осінен айналуын ескермесек, ауырлық күші мен гравитациялық өрістің тартылыс күші тең болады:

$$P = mg = \gamma \frac{mM_{\text{ж}}}{R^2} \quad (2.4.6)$$

Мұндағы, $M_{\text{ж}}$ Жердің массасы, R Жердің центрінен денеге дейінгі қашықтық. Бұл жағдайда Жердің бетінде жатқан дене қарастырылған.

Егер дене Жер бетінен h қашықтықта орналасса, ауырлық күші төменде келтірілген формуламен есептеледі:

$$P = \gamma \frac{mM}{(R_0 + h)^2} \quad (2.4.7)$$

Мұндағы, R_0 - Жердің радиусы. Ауырлық күші Жер бетінен қашықтаған сайын кемиді. Физикада дененің салмағы деген ұғым қолданылады. Дененің салмағы деп Жердің тартылыс күшінің әсерінен

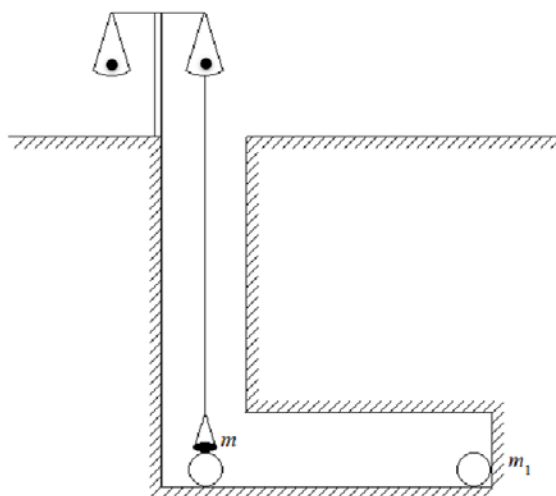
тіреуішке (асылғышқа) әсер ететін күшті айтады. Салмақ дене g үдеуіне тең емес үдеумен қозғалғанда, яғни оған ауырлық күшінен басқа күш әсер еткенде пайда болады. Тек ауырлық күшінің әсерінен қозғалатын дененің күйі салмақсыздық күйге жатады. Егер дене ауырлық өрісінде $\vec{a} \pm \vec{g}$ үдеумен қозғалса, онда оған төмендегі шартты қанағаттандыратын қосымша \vec{N} күші түсірілген:

$$\vec{N} + \vec{P} = m \vec{a} \quad (2.4.8)$$

Дененің салмағы төмен түскенде $\vec{P}' = -\vec{N} = \vec{P} - m \vec{a} = m \vec{g} - m \vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a})$.

Дене тыныштықта немесе бірқалыпты түзу сызықты қозғалыста болса $\vec{a} = 0$. $\vec{P}' = m \vec{g}$, ал тартылыс өрісінде кез келген траекториямен $\vec{a} = \vec{g}$ үдеумен қозғалса, $\vec{P}' = 0$ салмақсыздық күйде болады. (Мысалы, ғарыштық кемедегі денелер). Егер тартылыс өрісінің кернеулігі барлық нүктелерде бірдей болса ондай өрісті біртекті, ал барлық нүктелерінде кернеулік векторлары инерциалды санақ жүйесімен салыстырғанда тыныштықтағы A нүктесінде қиылысатын түзулердің бойымен бағытталса, оны орталықтандырылған тартылыс өрісі деп атайды.

Жолио әдісін қолданып, Жердің массасын анықтайық. Шахтаның шетіне иінді таразыны орнатып, оның жоғарғы табақшаларын массалары m бірдей денелермен теңестіреміз (2.4.2-сызба).



2.4.2-сызба. Жолио әдісімен Жердің массасының шамасын анықтау

Жоғарыда орналасқан оң жақтағы табақшалардағы жүкті төменгі табақшаға ауыстырайық. Бұл жағдайда жүктен Жердің центріне дейінгі қашықтық кемігендіктен, тартылу күші артады. Таразаны тағы теңестіру үшін сол жақтағы табақшаға қосымша жүк салуымыз керек. Егер жүктің салмағы p , қосымша жүктің салмағы q болса, онда төмендегі теңдік орындалады:

$$p + q = \gamma \frac{M_{\text{ж}} m}{(R + \Delta R)^2} \quad (2.4.9)$$

$\Delta R \ll R$ болғандықтан, жуықтап алсақ:

$$p + q = \gamma \frac{M_{\text{ж}} m}{R^2}$$

γ -ны табу үшін төменде орналасқан жүкке массивті m_1 денесін жақындатамыз. Таразаны теңестіру үшін сол жақтағы табақшаға салмағы p қосымша денені саламыз:

$$n = \gamma \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Мұндағы, d , m_1 және m массаларының центрлерінің арақашықтығы.

Бұдан $\gamma = \frac{nd^2}{m_1 m}$ қатынасы шығады. Табылған γ -ның мәнін (2.4.9)

формуласына қойып, Жердің массасын табайық:

$$M_{\text{ж}} = \frac{(p + q)m_1 R^2}{nd^2} = 6 \cdot 10^{27} \text{ г} = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

Жердің массасы мен көлемі белгілі болса, оның орташа тығыздығын есептей аламыз:

$$\rho_{\text{орт}} = \frac{M_{\text{ж}}}{V} = \frac{M_{\text{ж}}}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 5.52 \text{ г/см}^3$$

Жердің орталық ядросының тығыздығы $\rho_{\text{я}} = 11 - 13 \text{ г/см}^3$ аралығында.

Жерді біртекті дене деп алсақ, оның тартылыс күші полюстен экваторға қарай кемиді. (Жер өз осінен айналуына байланысты оның полюстен экваторға қарай радиусы артады). Бірақ зерттеуге болатын Жердің бетіне жақын орналасқан қабаттардағы Жер жыныстарының массалары біртекті емес таралғандықтан (тығыздықтары әртүрлі), тартылыс күйінің жергілікті шамасының оның теориялық есептелген шамасынан үлкен айырмашылығы

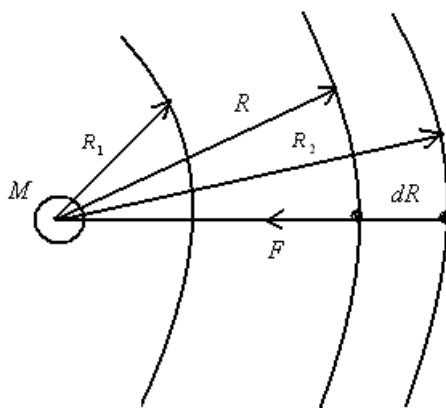
бар. Ауырлық күшінің теориялық мәні мен есептелген мәнінің арасындағы айырмашылық аномалия деп аталады. Аномалияларды өлшеу, Жер қыртыстарындағы ауыр және жеңіл Жер жыныстарының жиналған орындарын геологиялық барлаулар жасап анықтауға мүмкіндік береді.

§2.5. Гравитациялық өрістегі жұмыс. Тартылыс өрісінің потенциалы. Эквипотенциалды беттер. Потенциалдық энергия

Тартылыс өрісінде қозғалатын денеге өріс тарапынан әсер ететін күштің жұмысын қарастырайық.

Мысалы, массасы m денені Жердің центрінен қашықтатуға жұмсалған жұмысты табайық. Берілген денеге Жердің центрінен R қашықтықта төмендегідей күш әсер етеді (2.5.1-сызба).

$$F = \gamma \frac{mM_{\text{ж}}}{R^2}$$



2.5.1-сызба. Жердің өрісінде істелінетін жұмыс

Массасы m денені гравитациялық өрісте dR қашықтыққа орын ауыстырғанда істелінетін элементар жұмыс төменде келтірілген формуламен есептеледі:

$$dA = -\gamma \frac{M_{\text{ж}} m}{R^2} dR \quad (2.5.1)$$

Қарастырып отырған жағдайда күш пен орын ауыстырудың бағыттары қарсы екендігін ескеру үшін теріс таңба алынады. Денені R_1 қашықтықтан R_2 қашықтыққа ауыстыруға кеткен жұмыс мынаған тең:

$$A = \int_{R_1}^{R_2} dA = - \int_{R_1}^{R_2} \gamma \frac{mM_{\text{ж}}}{R^2} dR = m \left(\frac{\gamma M_{\text{ж}}}{R_2} - \frac{\gamma M_{\text{ж}}}{R_1} \right) = mM_{\text{ж}} \gamma \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (2.5.2)$$

(2.5.2) формуласынан гравитациялық өрісте істелінетін жұмыстың орын ауыстырудың траекториясына тәуелді болмай, оның бастапқы және соңғы алатын орындарымен анықталатындығы шығады. Бұл жағдайда күш консервативті, ал өріс потенциалды деп аталады.

Егер дене Жер бетіне жақындаса, яғни $R_2 < R_1$ болса, төмендегі теңсіздіктер орындалуы керек:

$$\left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right] > 0 \quad A > 0$$

Егер Дене Жер бетінен қашықтаса, яғни $R_2 > R_1$ болса, мына теңсіздіктер орындалады:

$$\left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right] < 0, \quad A < 0$$

Бірінші жағдайда жұмысты тартылу күші атқарса, екіншісінде жұмыс тартылыс күшін жоюға жұмсалады.

Екі дененің әсерлерінен туындайтын потенциалдық энергия тартылыс күшінің бастапқыда R_1 қашықтықта орналасқан денелерді мүмкін болатын ең жақын қашықтыққа жақындау үшін кеткен жұмысқа тең. (2.5.2) формуласын пайдаланып, төмендегі өрнекті аламыз:

$$U_{10} = \gamma m_1 m_2 \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (2.5.3)$$

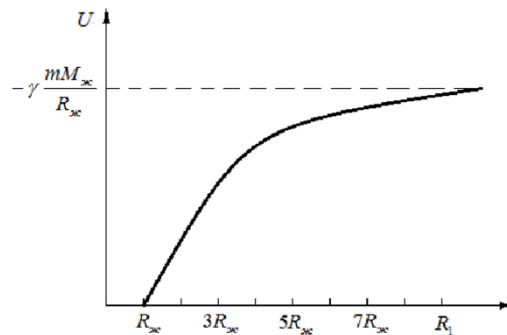
Бұл өрнек тартылатын денелердің өлшемдері арақашықтарынан едәуір кіші болғанда немесе біртекті шарлар үшін орындалады. Соңғы жағдайда r_0 екі шардың радиустарының қосындысынан кем болмауы керек. Егер Жердің бетінде орналасқан массасы m денені алсақ, ($M_{\text{ж}} \gg m$) олардың әсерлесуінен туындайтын потенциалдық энергия ($R_0 = R_{\text{ж}}$) мына қатынаспен өрнектеледі:

$$U_1 = \gamma m M_{\text{ж}} \left(\frac{1}{R_{\text{ж}}} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (2.5.4)$$

R_1 артқан сайын U_1 -де артады. $R_1 \rightarrow \infty$ ұмтылғанда потенциалдық энергияның мәні шектік шамаға ұмтылады:

$$U_{\infty} = \frac{\gamma M_{\text{жс}}}{R_{\text{жс}}} \quad (2.5.5)$$

Денелерді бір-бірінен шексіз қашықтыққа алыстатқанда потенциалдық энергияның шектік мәні арақашықтыққа кері пропорционал заңдылықпен кемиді. Сондықтан денелер жақындағанда тартылыс күшінің жұмысы олар белгілі бір шекті арақашықтыққа жақындағанша артады. Денелерді бір-бірінен шексіз қашықтыққа алыстатқандағы потенциалдық энергия өте үлкен қашықтықтан жақындатқандағы істелінетін жұмысқа тең. (2.5.2-сызба).



2.5.2-сызба. Потенциалдық энергияның арақашықтыққа тәуелділігі

Механиканың есептерінде потенциалдық энергияның шамасы емес өзгерісін білудің маңызы зор болғандықтан, оны кез келген деңгейден бастап есептей аламыз. Егер бастапқы деңгейде $R_1 \rightarrow \infty$ ұмтылғандағы потенциалдық энергияны алсақ, ($U_{\infty} = 0$) онда (2.5.4) өрнегі төмендегідей ықшамдалады:

$$U_{1\infty} = -\frac{\gamma m M_{\text{жс}}}{R_1} \quad (2.5.6)$$

$U_{1\infty}$, R_1 шекті және $R \rightarrow \infty$ мәндеріндегі потенциалдық энергиялардың айырымы. Потенциалдық энергия бірінші жағдайда екіншісінен кем болғандықтан, $U_{1\infty} < 0$ жоғарыда Жер үшін келтірілген формулаларды барлық аспан денелеріне қолдануға болады. Бірінші деңгейі еркін таңдап алынғандықтан, (2.5.6) өрнегін төмендегідей түрленді:

$$U = -\frac{\gamma m M_{\text{жс}}}{R}$$

$$\varphi = \frac{U}{m} = -\frac{\gamma M_{\text{жс}}}{R} \quad (2.5.7)$$

(2.5.7) шамасы тартылыс өрісінің энергетикалық сипаттамасы беретіндіктен, оны өрістің потенциалы деп атайды. Өрістің потенциалы бірлік массаны шексіздіктен өрістің берілген нүктесіне орын ауыстырғанда істелінетін жұмысқа тең скалярлық шама. (2.5.7) формуласынан потенциалдары бірдей геометриялық нүктелердің орындары сфералық бетті құрайтындығы $R = const$ шығады.

Потенциалдары тұрақты мұндай беттерді эквипотенциалды беттер деп атайды.

Өрістің φ потенциалы мен E кернеулігінің арасындағы байланысты қарастырайық. (2.5.1), (2.5.7) қатынастарынан массасы m денені кішкентай арақашықтыққа орын ауыстырғанда өріс күшінің істейтін элементар жұмысы мына формуламен анықталатындығын аламыз:

$$dA = -md\varphi$$

Екінші жағынан $dA = Fdl$ (dl элементар орын ауыстыру, $F = mg, g = E$) ескерсек:

$$dA = mgdl$$

немесе

$$mgdl = -md\varphi$$

Бұдан

$$g = E = -\frac{d\varphi}{dl}$$

$\frac{d\varphi}{dl}$ шамасы тартылыс өрісінде орын ауыстыру бағытындағы потенциалдың бірлік ұзындыққа өзгеруін сипаттайды. Кез келген скалярлық физикалық шаманың бағыт бойынша өзгерісі градиент арқылы өрнектеледі:

$$\vec{g} = -grad\varphi$$

$$\text{Мұндағы, } grad\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$$

Жердің бетінен h биіктікте орналасқан дененің потенциалдық энергиясын табайық:

$$U = -\frac{\gamma m M_{\text{ж}}}{R_{\text{ж}} + h} - \left(-\frac{\gamma m M_{\text{ж}}}{R_{\text{ж}}} \right) = \frac{\gamma m M_{\text{ж}} h}{R_{\text{ж}}(R_{\text{ж}} + h)}$$

$$P = \frac{\gamma m M_{\text{ж}}}{R_{\text{ж}}^2}, g = \frac{P}{m} = \frac{\gamma M_{\text{ж}}}{R_{\text{ж}}^2} \quad (2.5.8)$$

қатынастарын, $h \ll R_{\text{ж}}$ ескеріп пайдалансақ, потенциалдық энергияны аламыз:

$$U = \frac{\gamma m M_{\text{ж}} h}{R_{\text{ж}}} = mgh$$

§ 2.6. Тартылыс өрісіндегі қозғалыс. Ғарыштық жылдамдық

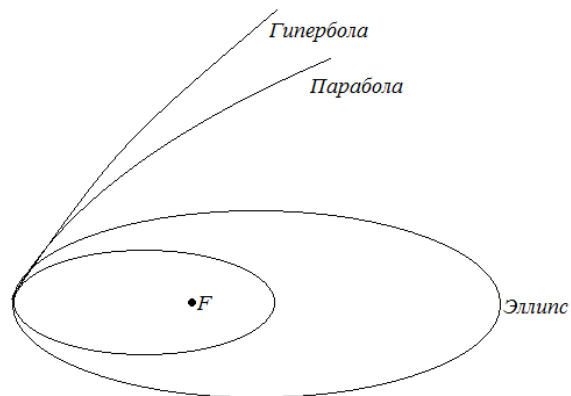
Бүкіләлемдік тартылыс күшінің әсерінен қозғалатын денелердің қозғалыстарына талдаулар жасайық. Ол үшін есепті жеңілдету мақсатында массалары M және m ($M \gg m$) екі денені қарастырумен шектеліп, бірінші денені тыныштық күйде, екіншісін бірқалыпты түзусызықты қозғалыста деп аламыз. Екінші дененің бірінші денеге беретін үдеуі аз болғандықтан, екінші дененің қозғалысы зерттеледі. Қарастырып отырған есептің шешімі планеталардың Күнді немесе серіктердің (спутниктердің) планеталарды айнала қозғалыстарының траекторияларын жуықтап анықтауға мүмкіндік береді. Қозғалысты тыныштық күйдегі M массасы туғызатындықтан, Ньютонның екінші заңы бойынша, оның үдеуі мына теңдеуден анықталады:

$$ma = \gamma \frac{mM}{R^2} \quad (2.6.1)$$

Мұндағы, m - қозғалыстағы дененің массасы, R – әсерлесетін денелердің арақашықтығы. (2.6.1) теңдеуінен үдеуді табамыз:

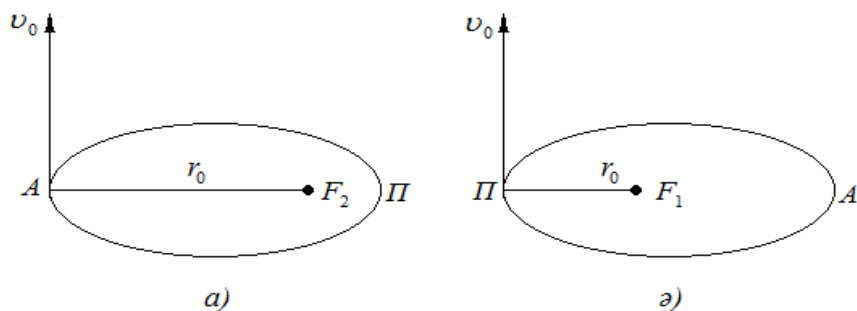
$$a = \gamma \frac{M}{R^2} \quad (2.6.2)$$

Тартылыс күші сияқты үдеуде массасы үлкен дененің центріне бағытталған $\left(a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2} \right)$. Осы қозғалыс теңдеуін интегралдау арқылы әртүрлі бастапқы шарттарға сәйкес қозғалыс траекториясын табуға болады. Яғни, дененің қозғалыс теңдеулерінің шешімдері бастапқы шарттарға байланысты олардың траекторияларының пішіндерін (шеңбер, эллипс, парабола, гипербола) анықтайды. (2.6.1-сызба) F нүктесінде тартылыс күшін туғызатын дене орналасқан.



2.6.1-сызба. Бастапқы шарттары әртүрлі денелердің қозғалыс траекториялары

Бастапқы шарттардың траекторияның сипаттамасына қалай ықпал ететінін қарастырайық. Массасы M дене F_1 немесе F_2 нүктелерінде орналассын, ал $r = r_0$ нүктелеріндегі массасы кіші денеге екі денені қосатын сызыққа перпендикуляр бағытта v_0 бастапқы жылдамдық берілсін делік. (2.6.2-сызба).



2.6.2-сызба. Дененің траекториясына бастапқы шарттардың әсері

Дененің бастапқы жылдамдығы төменде келтірілген формуламен анықталады:

$$v_0^2 = \gamma \frac{M}{r_0} \quad \text{немесе} \quad v_0 = \sqrt{\gamma \frac{M}{r_0}} \quad (2.6.3)$$

(2.6.3) теңдігі орындалған жағдайда (2.6.2) өрнегін ескерсек, төмендегі қатынас шығады:

$$a = \frac{v_0^2}{r_0} \quad (2.6.4)$$

Массасы үлкен дененің үдеуі, радиусы $R = R_0$ шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалғандағы центрге тартқыш үдеуге тура пропорционал. Егер v_0 (2.6.3) шартын қанағаттандырмаса, дене шеңбер бойымен қозғалмайды. Бірақ белгілі бір шарттарда дененің траекториясы бір фокусында тартатын дене орналасқан эллипс болуы мүмкін.

Бұл шарттарды анықтау үшін дененің жылдамдықтары мен үдеулерін орбитаның екі нүктесінде П-перигелийде және А-афелийде қарастырғанымыз жеткілікті. Осы нүктелерде тартылыс күші орбитаға перпендикуляр бағытталған. Дененің центрге тартқыш үдеуі:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad (2.6.5)$$

Мұндағы, ρ - берілген нүктедегі орбитаның қисықтық радиусы. Үдеудің мәнін (2.6.2) теңдігіне қойсақ, перигели (П) мен афелий (А) үшін мынадай қатынастар алынады:

$$\frac{v_n^2}{\rho} = \gamma \frac{M}{r_n^2}, \quad \frac{v_a^2}{\rho} = \gamma \frac{M}{r_a^2} \quad (2.6.6)$$

Эллипстің қасиеттері бойынша ρ афелий мен перигелийде өзгермейді. Бастапқы v_0 жылдамдық радиус-векторға перпендикуляр болғандықтан, ол афелийдегі немесе перигелийдегі жылдамдық болып табылады. Сондықтан денеге бастапқы шамасының мәндері аз v_0 жылдамдық берілсе, дене А нүктесінен қозғалады. Тартатын дене эллипстің F_2 алыс фокусында орналасады. (№2.6.2а сызба). Бұл жағдайда $v_a = v_0$ және v_0 дің мәнін аз деп алғандықтан, (2.6.6) қатынасынан А нүктесінің қисықтық радиусы кішкентай болатындығын көреміз. v_a артса, қисықтық радиусы көбейеді. Қисықтық радиусының мәні r_a жеткенде (2.6.6) қатынасы (2.6.3) өрнегіне сәйкес келетін мынадай теңдікке түрленеді:

$$v_a = \frac{\gamma M}{r_a}$$

Бұл формула дөңгелек орбитаның шарттарына сәйкес келеді. Егер v_0 жылдамдықты ұлғайтсақ, бастапқы нүкте перигелийге, ал орбитаның афелиімен бірге екінші фокус бастапқы нүктеден қашықтайды. (№2.6.2ә

сызба). Бастапқы v_0 жылдамдықтың үлкен мәндерінде орбита тұйықсызданып, афелий шексіздікке алыстайды.

Бастапқы жылдамдықтың қандай мәндерінде дененің траекториясы тұйықсызданатынын анықтау үшін энергияның сақталу заңын қолданамыз:

$$E = \frac{mv^2}{2} + U_{1\infty} = \frac{mv^2}{2} - \frac{\gamma mM}{r} = \text{const} \quad (2.6.7)$$

Перигелий мен афелийде толық энергияның мәндері тең болуы керек. Қисықтық радиусын $r_n = r_a$ деп алып, (2.6.6) формуласындағы v_a, v_n мәндерін (2.6.7) қойсақ, төмендегідей қатынасты аламыз:

$\frac{\gamma M \rho}{2r_a^2} - \frac{\gamma M}{r_a} = \frac{\gamma M \rho}{2r_n^2} - \frac{\gamma M}{r_n}$ немесе ықшамдыдағаннан соң мына қатынас шығады:

$$\frac{\rho r_a + r_n}{2 r_a r_n} = 1 \quad (2.6.8)$$

(2.6.6) қатынастардың біріншісінен r -ді тауып (2.6.8) өрнегіне қоямыз:

$$\frac{v_n^2 r_n r_a + r_n}{2\gamma M r_a} = 1 \quad (2.6.9)$$

Афелий шексіздікке қашықтағанда ($r_a \gg r_n$) r_n -ді r_a -мен салыстырғанда ескермеуге болады:

$$v_n^2 = \frac{2\gamma M}{r_n} \quad (2.6.10)$$

Бұдан: $v_0^2 = \frac{2\gamma M}{r_n}$

Немесе $v_0^2 = \frac{2\gamma M}{r_0}$ ($r_n = r_a$) болғанда эллипстік тұйық орбита тұйықсызданып, параболалық және гиперболалық траекторияларға өтеді. Шындығында, тұйық орбиталар үшін $\frac{r_n + r_a}{r_a} > 1$ теңсіздігі орындалуы қажет. Тек $r_a \rightarrow \infty$ ұмтылғанда $\frac{r_n + r_a}{r_a} = \frac{r_n}{r_a} + 1 \rightarrow 1$ ұмтылады. Сондықтан

(2.6.9) теңдігінен $\frac{v_n^2 r_n}{2\gamma M} \leq 1$ теңсіздігі шығады.

$v_0^2 > \frac{2\gamma M}{r_0}$ теңсіздігі орындалған жағдайда тұйық орбитаның болуы мүмкін емес. Тұйық орбиталардың пайда болуына жалпылама түрде (бастапқы жылдамдыққа тәуелсіз) тұжырымдама беруге болады. Энергияның сақталу заңынан:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \gamma \frac{mM}{r_0}$$

немесе
$$E = \frac{mv_0^2}{2} - \gamma \frac{mM}{r_0} = 0$$

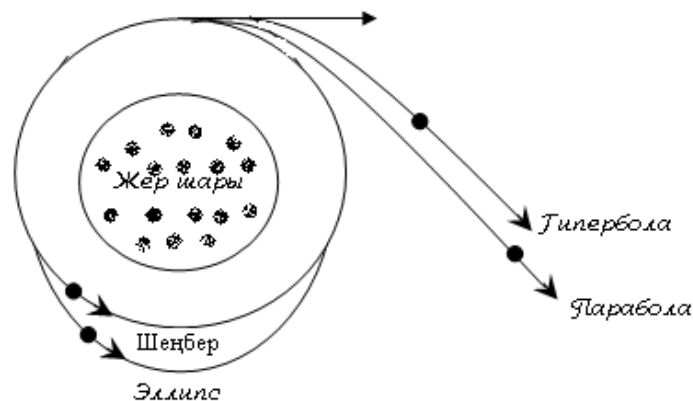
$\frac{mv_0^2}{2} < \gamma \frac{mM}{r_0}$, яғни $E < 0$ болғанда траектория тұйықталған,

$\frac{mv_0^2}{2} > \gamma \frac{mM}{r_0}$, $E > 0$ болғанда траектория тұйықталмаған.

§2.7. Планеталардың жасанды серіктері. Ғарыштық жылдамдықтар

Жоғарыда аталған нәтижелерді Жердің жасанды серіктерінің қозғалыстарына қолданайық.

Ракета жеткізгіштің Жер атмосферасы сиретілген, яғни оның кедергісі ескерілмейтін биіктікке көтерілген соң, қозғағышы өшірілгеннен кейінгі қозғалысы тек тартылыс күшінің әсерінен өтеді деп қарастырайық. (2.7.1-сызба).



2.7.1-сызба. Жер серіктерінің бастапқы жылдамдықтарға байланысты траекториялары

Бұл қозғалыстың алғашқы шарты ракета жеткізгіштің қозғағышы өшірілген уақыт мезетіндегі ғарыштың А нүктесіндегі орны мен жылдамдығы болып табылады. Қозғалыстың ең қарапайым түріне серіктің тұрақты биіктікте шеңбер бойымен қозғалысы жатады. Ауаның кедергісін ескермеу үшін серіктің орбитасының радиусының Жер бетінен биіктігі Жердің радиусынан үлкен болуы қажет. Радиусы r дөңгелек орбитамен қозғалатын серіктің бастапқы жылдамдығы (2.6.3.) формуласымен есептеледі:

$$(M_{ж} = 6 \cdot 10^{27} \text{ з}, \gamma = 6,7 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 \cdot \text{з}^{-1} \cdot \text{сек}^{-2}, r = 6,7 \cdot 10^8 \text{ см})$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}} = 7,8 \text{ км/с}$$

Бұдан кіші жылдамдықта серік А нүктесі афелий болатын эллипстік траекториямен қозғалады. Егер серіктің бастапқы жылдамдығы v_0 -ден ескерілетіндей кіші болса, перигелийде ол Жердің бетіне жақындап атмосфераның тығыз қабаттарына енуінің салдарынан күшті тежеудің нәтижесінде жылдамдығын жоғалтады. Жерді қоршаған атмосфераны жоқ деп есептесек, оның серігі Жердің бетіне жақын, яғни жуықтап алғанда Жердің радиусына жақын шеңбер бойымен қозғалады:

$$\left(r \approx R_{ж} = 6350 \text{ км}, g = \frac{\gamma M}{R^2} \right)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R_{ж}}} = \sqrt{g R_{ж}} \approx 7,9 \frac{\text{км}}{\text{с}} \quad (2.7.1)$$

Денені Жерді айнала дөңгелек орбитаның бойымен қозғалатын (жасанды серігі ететін) горизонталь бағытталған минималды жылдамдықты бірінші ғарыштық жылдамдық деп атайды. Серіктің бастапқы жылдамдығы v_0 -ден үлкен болса, ол эллипстік орбитаның бойымен қозғалады. Бұл жағдайда А нүктесі перигелий болып табылады. Серікті дөңгелек орбитаның бойымен қозғалту үшін ракета жеткізгіштің қозғағышы өшірілген уақыт мезетіндегі жылдамдығының шамасы мен бағыты анықталуы керек. Бұл шарттар орындалмаса, орбитаның пішіні эллипсті қабылдайды. Аталған шамалар дәлме-дәл есептелмейтіндіктен, практикада ғарыштың траекториясы әрқашан эллипс болады.

Атмосфераның кедергісі аз болғандықтан, серіктің жылдамдығының кемігендігі ол Жерді жүздеген немесе мыңдаған айналым жасағанда байқалады. Серігінің жылдамдығының кемуі оның траекториясының қисықтық радиусының азаюына, яғни орбита эллипсті емес, бастапқы қадамы өте аз спиральдың пішінін қабылдайды. Бұл жағдайда серік Жерге

жақындаған сайын атмосфераның кедергісі артып, спиральдың қадамы ұлғаяды. Ғарыш кемелерін Жерге қайтару мақсатында арнайы реактивті тежегіш қондырғылар қолданылады. Тежеудің нәтижесінде кемеңің траекториясының қисықтығы Жерге қарай бағытталады. Бірінші ғарыштық жылдамдық денені Жердің тартылыс күшінің сферасынан шығара алмайды.

Жердің тартылыс өрісінде дененің траекториясын парабола жасайтын немесе оны Күннің жасанды серігіне айналдыру мақсатында берілген жылдамдықты екінші ғарыштық жылдамдық деп атайды. Дене Жердің тартылыс (орбитаның кедергісін ескермегенде) күшін жеңіп ғарыштық кеңістікке шығуы үшін оның кинетикалық энергиясы тартылыс күшін жеңуге кеткен жұмысқа тең болуы тиісті:

$$\frac{mv_{II}^2}{2} = \int_{R_{Ж}}^{\infty} \gamma \frac{mM_{Ж}}{R} dR = \frac{\gamma Mm}{R_{Ж}}$$

Бұдан

$$v_{II} = \sqrt{2gR_{Ж}} = 11,2 \text{ км/с}$$

$$\frac{v_{II}}{v_I} = \sqrt{2}, \quad v_{II} = \sqrt{2}v_I$$

Екінші ғарыштық жылдамдық бірінші ғарыштық жылдамдықтан $\sqrt{2}$ есе артық. Күн жүйесін тастап кетуі үшін дене Жердің және Күннің тартылыс күштерін жеңуі қажет.

Жерде денеге Күн жүйесін тастап кету үшін берілген жылдамдықты, үшінші ғарыштық жылдамдық жеп атайды:

$$v_{III} = 16,7 \text{ км/с}$$

Денеге мұндай бастапқы жылдамдық беру өте күрделі техникалық проблемалар туғызады.

Дененің үшінші ғарыштық жылдамдығы ұшыру бағытына тәуелді. Егер ұшу бағыты Жердің орбитальдық жылдамдығының бағытына бағытталса, жылдамдық минималды 17 км/с. (Бұл жағдайда дененің Күнмен салыстырғандағы жылдамдығы дененің Жермен салыстырғандағы және Жердің Күнді айналғандағы жылдамдықтарының қосындысынан тұрады). Егер ұшу бағыты Жердің қозғалысын қарама-қарсы болса, $v_{III} = 73 \text{ км/с}$ тең. Ғарыштық зерттеулерді іске асыру және онда автоматтандырылған өлшеуіш құралдарын ұшыру өте күрделі ғылыми-техникалық проблемаларды шешуге бағытталған. Бұл проблемалардың бірқатары механиканың заңдылықтарына бағынбайды.

Ғарыштық жылдамдықтарға жету үшін К.И. Циолковский көпсатылы ракета жеткізгіш қолдануды ұсынды. Көпсатылы ракета жеткізгіштер бір-бірімен жалғастырылған әрқайсысының жеке өз қозғағыштары мен жанармайлары бар ракета жеткізгіштерден тұрады. Ұшу кезінде ракеталардың біреуінің қозғағышы қосылады. Біріншісінің жанармайы біткен соң автоматты түрде екіншісі, одан соң үшіншісі, ең соңында жүгі бар ракета жеткізгіштің қозғағышы іске қосылып қажетті жылдамдық алынады.

Қазіргі кезде ракеталық қозғағыштардың түрлерін ойлап табу бағытында ғалымдар жұмыс істеп жатыр. Ракетаның атомдық қозғағышының жобасында жұмыс заты ядролық реакторда қыздырылып шүмектен шығарылады. Ракетаның иондық қозғағышы туғызатын тарту күшін қозғағыштан үлкен жылдамдықпен шығатын ион-бөлшектері туғызады. Иондық қозғағышты ракета жеткізгішті Жерден ұшыру мақсатында қолдануға болмайды. Өйткені оның тарту күші өте әлсіз. Иондық қозғалтқышты ғарыштық кеңістікте ракетаның қозғалысын басқаруға қолдану өте ыңғайлы.

Бірінші, екінші, үшінші ғарыштық жылдамдықтарды білудің практикалық маңызы өте үлкен. Мысалы, ғарыштық жылдамдықтардың Жер қойнауындағы байлықтарды, Жердің магнит өрісін, Жерді қоршаған атмосфераны, ауа райын, Күн жүйесіндегі басқа планеталардағы заттардың қасиеттерін, ғарыштық кеңістікті, т.б зерттеулерде алатын орны ерекше. Өйткені жоғарыдағы зерттеулердің неәтижелері ғылымның дамуына адам баласының танымдылығына үлкен әсерін тигізеді.

Аспан денелерінің эволюциясында тасулар маңызды фактор болып табылады. Айдың Жерді айналу барысында Жердің су қабатының деңгейінің көтерілу (тасу) немесе түсуі (қайтуы) құбылыстары байқалады. Тасу кезінде орасан көп су массалары қозғалып орын ауыстырады. Қазіргі кезде мұхиттар мен ашық теңіздер жағасындағы тасыған судың энергиясын пайдалана бастады. Қозғалыс кезінде мұхит суы мен оның қатты түбінің арасында пайда болған үйкеліс күші ол Жердің айналасын тежейді де, тәулік уақытын ұзартады. Жер туғызатын күшті тасулар Айдың айналасын тежеуі соншалықты, оның Жерге бір беті қарап қалған.

§ 2.8. Инерциалды емес санақ жүйесі. Инерциялық күштер

Инерциалды санақ жүйесімен салыстырғанда үдеумен қозғалатын жүйені инерциалды емес санақ жүйесі деп атайды. Инерциалды емес санақ жүйелерінде И.Ньютонның заңдары орындалмайды.

Егер денелердің бір – бірімен әсерлесуінен туындайтын күштен басқа инерция күшін енгізсек, инерциалды емес санақ жүйелерінде динамиканың

заңдары орындалады. Инерция күші ескерілсе, Ньютонның екінші заңы кез келген санақ жүйесінде орындалады. Қарастырып отырған жүйеде дененің массасы мен үдеуінің көбейтіндісі, денеге әсер ететін барлық күштердің (инерция күші ескеріледі) қосындысына тең. Бұл жағдайда денелердің бір-бірімен әсерлесетін \vec{F} күштер мен $\vec{F}_{ин}$ инерциялық күштердің қосындысы денеге \vec{a}' үдеу беруі керек:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{ин} \quad (2.8.1)$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (\vec{a} - \text{дененің инерциалды санақ жүйесіндегі үдеуі})$$

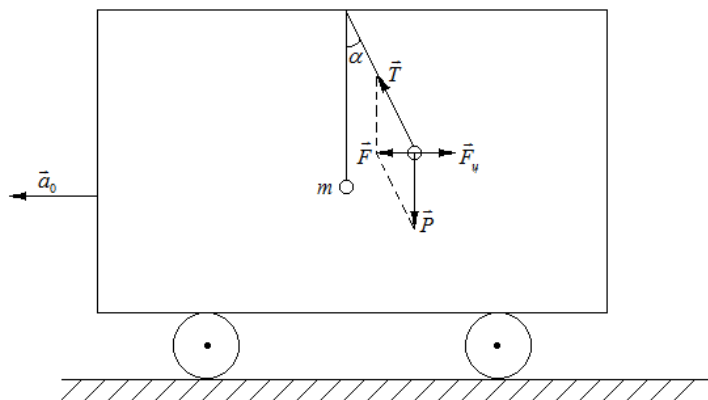
$$m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{ин}$$

K санақ жүйесімен салыстырғанда үдеумен қозғалатын K' жүйесінде массасы m денеге бір мезгілде басқа күштермен бірге инерция $\vec{F}_{ин}$ күші әсер етеді. Сондықтан инерция күштері төмендегі жағдайларда пайда болатындығын ескеру қажет:

- а. Ілгерлемелі үдемелі қозғалыстағы санақ жүйесіндегі инерция күші;
- ә. Айналмалы қозғалыстағы санақ жүйесінде тыныштықтағы денеге әсер ететін инерция күші;
- б. Айналмалы санақ жүйесінде қозғалатын денеге әсер ететін инерция күші.

Ілгерілемелі үдемелі қозғалыстағы санақ жүйесіндегі инерция күші.

Вагонның төбесіне массасы m шарик жіп арқылы ілінсін делік. (2.8.1-сызба).



2.8.1-сызба. Ілгерілемелі үдемелі қозғалыстағы инерция күші

Вагон тыныштық немесе бірқалыпты қозғалыс күйін сақтаса, шарикке әсер ететін ауырлық \vec{P} күшімен жіптің керілу \vec{T} күші теңесіп, жіп вертикаль жағдайда болады. Егер вагонды \vec{a}_0 үдеумен ілгерлемелі қозғалысқа келтірсек, жіп вертикаль күйінен қозғалысқа қарсы бағытта қорытқы күш $\vec{F} = \vec{P} + \vec{T}$ шарикке \vec{a}_0 үдеу бергенше α бұрышқа ауытқиды. Қозғалысы орныққан шарикке әсер ететін қорытқы күш мына формула бойынша анықталады:

$$F = mgtg\alpha = ma_0 \quad (2.8.2)$$

Бұдан жіптің вертикаль күйінен ауытқу бұрышының тангенсін табамыз:

$$tg\alpha = \frac{a_0}{g}$$

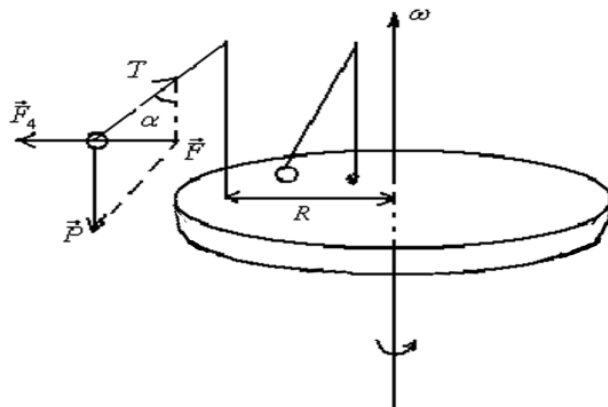
Ауытқу бұрышы вагонның үдеуі артқан сайын өседі. Ілгерілемелі үдемелі қозғалыстағы вагонмен байланысқан санақ жүйесімен салыстырғанда шарик тыныштық күйін сақтайды. Бұл жағдай \vec{F} қорытқы күші қарсы бағытталған инерция $\vec{F}_{ин}$ күшіне теңескенде ғана орындалады:

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_0 \quad (2.8.3)$$

Ілгерілемелі үдемелі қозғалыстағы инерция күштері күнделікті өмірде жиі кездеседі. Мысалы, автобус жылдамдығын арттырғанда, орындықта қозғалыс бағытымен отырған адамға орындықтың арқасына қысатын инерция күші әсер етеді. Керісінше, автобус тежелген кезде инерция күші адамды орындықтың арқасынан ажырауға бағытталады. Инерция күштері ғарыштық кемелерді ұшырғанда немесе тежегенде артық жүк ретінде туындайды.

Айналмалы қозғалыстағы санақ жүйесінде тыныштықтағы денеге әсер ететін инерция күші. Диск өзінің центрінен өтетін вертикаль осьтен бірқалыпты бұрыштық жылдамдықпен $\omega = const$ айналсын делік. (2.8.2-сызба).

Дискінің айналу осінен әртүрлі қашықтықта штативке жіп арқылы ілінген шариктер орналастырылған. Диск айналғанда шариктер вертикальдан қандайда бір бұрыштарға ауытқиды.



2.8.2-сызба. Айналы қозғалыстағы санақ жүйесінде тыныштықтағы маятниктің вертикальдан ауытқуы

Айналу осінің бағытымен орналасқан маятник вертикальдан ауытқымайды. Осы құбылысты тыныштықтағы жүйемен салыстырғанда қарастырайық. Бастапқыда дискінің бетіне қатаң бекітілген аспа қозғалысқа келіп, маятниктің жүгі одан инерцияның салдарынан артта қалады. Жіптің вертикальдан ауытқуып керілуінің нәтижесінде жүкке үдеу беретін керілу күшінің горизонталь құраушысы пайда болады. Ауытқу тұрақты болған мезетте маятниктің жүктері астындағы дискінің бетінде орналасқан нүктенің жылдамдығына тең жылдамдықпен қозғалады. Сонықтан шариктердің керілген жіппен әсерлесуінің нәтижесінде $m\omega^2 R$ күші туындайды. Олай болса, жіптің керілу күшінің горизонталь құраушысы $T \sin \alpha$ центрден тепкіш $m\omega^2 R$ күшке, ал вертикаль $T \cos \alpha$ ауырлық күшіне тең:

$$T \sin \alpha = m\omega^2 R$$

$$T \cos \alpha = mg$$

Маятниктің ауытқу бұрышы бұрыштық жылдамдықпен айналу осіне дейінгі қашықтық артса, көбейеді. Келтірілген теңдіктерден ауытқу бұрышының тангенсін табамыз:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m\omega^2 R}{mg} = \frac{\omega^2 R}{g} \quad (2.8.4)$$

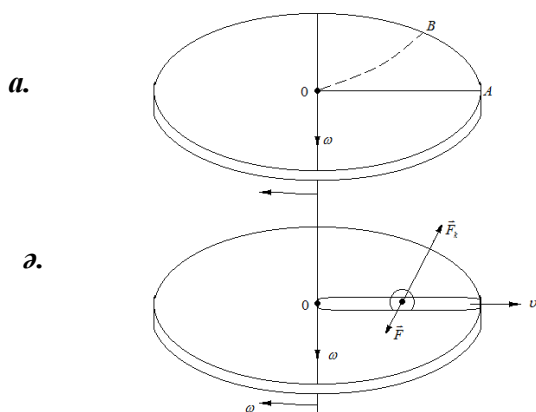
Маятниктердің айналы санақ жүйесінде қозғалысын қарастыралық. Маятниктің жүктері ауытқыған күйінде дискінің бетімен салыстырғанда тыныштықта болғандықтан, әрбір жүкке әсер ететін күштердің қосындысы нөлге тең. Яғни, жіптің керілу және Жердің тартылыс күштерінің қорытқы күші шамасы бойынша қарама-қарсы бағытталған центрден тепкіш күшіне теңеседі. Дене айналы қозғалыстағы санақ жүйесімен салыстырғанда

тыныштықта болса, инерция күші центрден тепкіш күшке тең. Центрден тепкіш күш айналу осіне перпендикуляр шеңбердің сыртына қарай бағытталғандықтан:

$$F_{ц} = -m\omega^2 R \quad (2.8.5)$$

Центрден тепкіш күш күнделікті өмірде көп кездеседі. Мысалы, өлі тұзақ жасайтын ұшқышқа, Жер бетінде орналасқан кез келген денеге, бұрылыстарда көліктегі заттарға әсерін тигізеді. Центрден тепкіш күштер барлық айналатын механизмдерде, машиналардың жылдам айналатын бөлшектерін конструкциялағанда, сорғылар мен сепараторларда қолданылады.

Айналымды санақ жүйесінде қозғалатын денеге әсер ететін инерция күші. Массасы m шарик бірқалыпты айналатын дискінің радиусының бойымен v' жылдамдықпен қозғалсын. ($v' = const, \omega = const, v' \perp \omega$). Егер диск айналмаса, радиус бойымен бағытталған шарик радиалды түзумен қозғалып, А нүктесіне келеді. Диск 2.8.3 а-сызбада көрсетілген бағытта айналса, шарик АВ қисығымен қозғалады.



2.8.3-сызба. Айналымды санақ жүйесінде қозғалыстағы шарикке әсер ететін күштер

Айналатын дискідегі шарикті радиустың бойымен қозғалуын мәжбүр ету үшін шарик үйкеліссіз жылжитын өзекшені пайдаланамыз. Дискіге радиус бойымен қатаң бекітілген (2.8.3 б-сызба) өзекшенің бойымен шарик бірқалыпты тұзусызықты v' жылдамдықпен қозғалады делік. Шарик ауытқығанда өзекше оған қандай да бір \vec{F} күшпен әсер етеді. Дискімен салыстырғанда шарик бірқалыпты тұзусызықты қозғалады. Өйткені \vec{F} күші шарикке берілетін v' жылдамдығына перпендикуляр F_k инерция күшімен

теңестіріледі. Бұл күш кориолистік инерция күші деп аталады. Кориолис күшінің төмендегі формуламен анықталатындығын дәлелдейік:

$$\vec{F}_k = 2m[\vec{v}' \times \vec{\omega}] \quad (2.8.6)$$

\vec{F}_k векторы дененің жылдамдығының v' және санақ жүйесінің бұрыштық ω жылдамдығының векторларына перпендикуляр. Оның бағыты оң бұранда ережесімен анықталады.

Кориолис күші айналатын санақ жүйесімен салыстырғанда қозғалыстағы денелерге ғана әсер етеді (Мысалы, Жермен салыстырғанда). Жерде өтетін біраз құбылыстар Кориолис күшімен түсіндіріледі.

Егер дене солтүстік жарты шарда солтүстікке қарай қозғалса, оған әсер ететін Кориолис күші қозғалыс бағытымен оң жаққа қарай бағытталғандықтан, дене шығысқа ауытқиды. (2.8.4-сызба). Егер дене оңтүстік бағытта қозғалса, денеге қозғалыс бағытымен қарағанда Кориолис күші оңға қарай бағытталған, яғни дене батысқа ауытқиды. Сондықтан солтүстік жарты шарда өзендердің оң жақ жағалауы күшті шайылуға ұшырап жарланады. Теміржолдың қозғалысы бойынша алғандағы оң жағындағы релісі сол жағындағысымен салыстырғанда тезірек тозады. Осыған ұқсас оңтүстік жарты шарда оңтүстікке қарай қозғалатын денелерге қозғалыс бағыты бойынша сол жаққа қарай бағытталған Кориолис күші әсер етеді.

Мысалы, Кориолис күшінің әсерінен 60° ендікте Жер бетіне 100м биіктіктен құлайтын дене шығысқа қарай 1м ауытқиды. (2.8.1) формуласын ашып жазсақ, инерциальды емес санақ жүйесі үшін динамиканың негізгі заңын аламыз:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_u + \vec{F}_c + \vec{F}_k$$

Инерция күштері денелердің әсерлесуімен емес, санақ жүйесінің үдемелі қозғалысынан туындайтын болғандықтан, Ньютонның үшінші заңына бағынбайды. Инерциальды емес санақ жүйесіндегі кез келген денеге әсер ететін инерция күші сыртқы күш болып табылады. Олай болса, бұл жерде тұйық жүйе жоқ. Яғни, инерциальды емес санақ жүйесінде қозғалыс мөлшерінің, энергияның және қозғалыс мөлшерінің моментінің сақталу заңдары орындалмайды. Инерция күштері инерциальды емес санақ жүйелерінде туындайды. Инерциальды емес жүйесінде кеңістік біртекті және изотропты емес. Ал уақыт біртекті емес. Жермен байланысқан санақ жүйесін дәл есептеулерде инерциальды санақ жүйесіне жатқызуға болмайды.

Егер нақты бір дененің қозғалыс теңдеуінің Жермен байланысқан инерциальды санақ жүйесіндегі және осы теңдеудің инерция күшін ескергендегі шешімдерін салыстырсақ, олар әртүрлі екендігін көреміз. Инерциальды және

инерциалды емес санақ жүйелеріндегі қозғалыс теңдеулерінің шешімдерін тәжірибеден алынған нәтижелермен салыстырып, таңдап алынған жүйенің инерциалды немесе үдемелі қозғалыстағы жүйе екендігін анықтай аламыз. Мұндай тексерулер Жермен байланысқан санақ жүйелерін көптеген механикалық есептерді шешкенде инерциалды санақ жүйесі ретінде қарастыруға болатындығын көрсетті. Жер өзінің осінен айналғанда тауындайтын инерциялық күшті бағалайық. Жердің бұрыштық жылдамдығы:

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60 \text{сек}} = 0,0000729 \text{сек}^{-1}$$

Оның квадраты:

$$\omega^2 \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{сек}^{-2}$$

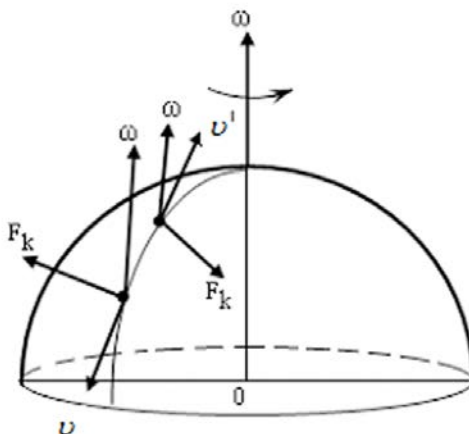
Экватордағы центрге тартқыш үдеу:

$$a_{\text{ок}} = \omega^2 R = 5 \cdot 10^{-9} \text{сек}^{-2} \cdot 6378 \cdot 10^5 \text{см} \approx 3,2 \text{см/сек}^2 = 0,032 \text{м/с}^2$$

Бұл ауырлық күшінің үдеуінің 0,4 пайызын құрайды. $v = 100 \text{км/сағ} = 3,6 \cdot 10^4 \text{см/с}$ жылдамдықпен $\varphi = 60^\circ$ ендікте горизонталь жолмен қозғалатын кориолиустік үдеу:

$$a_k = 2\omega v \sin \varphi = 2 \cdot 7,3 \cdot 3,6 \cdot 10^4 \cdot 0,87 = 4,8 \text{см/с}^2 = 0,048 \text{м/с}^2$$

Немесе жуықтап алғанда a_k үдеуі ауырлық күшінің үдеуінің 0,5 пайызын құрайды. Инерция күші дененің Жермен байланысқан санақ жүйесіндегі қозғалыс мөлшерін елеулі өзгерту үшін оған ұзақ уақыт әсер етуі қажет (F_t қозғалыс мөлшері үлкен мәнге ие болады).



2.8.4-сызба. Жер бетінде қозғалатын денелерге әсер ететін Кориолиус күші

§ 2.9. Абсолют қатты дене түсінігі. Қатты дененің инерция моменті. Штейнер теоремасы. Айналмалы қозғалыстағы дененің кинетикалық энергиясы

Барлық қатты денелер оларға әсер ететін күштің салдарынан деформацияланып, өзінің пішінін өзгертеді. Бірақ көптеген есептерді шешуді жеңілдету мақсатында абсолют қатты дене ұғымы енгізіледі. Абсолют қатты денеге қандай жағдайда болмасын деформацияға ұшырамайтын, яғни бөлшектерінің арақашықтығы өзгермейтін денелер жатады. Алдағы уақытта біз тек абсолют қатты денелерді қарастырамыз. Қатты денелердің айналмалы қозғалысын зерттегенде инерция моменті ұғымы қолданылады. Айналу осімен салыстырғандағы дененің (жүйенің) инерция моменті деп жүйедегі n материалдық нүктелердің массаларының қарастырып отырған оське дейінгі қашықтықтың квадратына көбейтіндісінің алгебралық қосындысына тең физикалық шаманы айтады:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Масса үздіксіз үлестірілсе, қосынды интегралға ауыстырылады:

$$J = \int r^2 dm$$

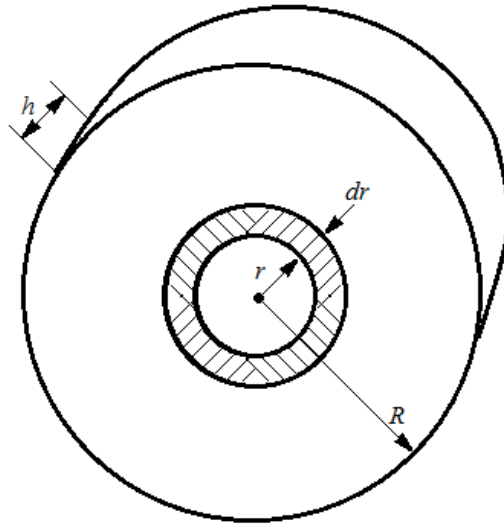
Интегралдау дененің барлық көлемі бойынша жүргізіледі. Бұл жағдайда r шамасы координаталары x, y, z нүктенің орнына тәуелді. Мысал ретінде биіктігі h радиусы R цилиндрдің инерция моментін есептейік. (2.9.1-сызба). Ол үшін цилиндрді ішкі радиусы r сыртқы радиусы $r + dr$ қалыңдығы жұқа dr концентрлі қуыс цилиндрге бөлшектейміз. Әрбір қуыс цилиндрдің инерция моменті $dJ = r^2 dm$ тең. Мұндағы dm элементар цилиндрдің массасы, $dr \ll r$ болғандықтан, цилиндрдің барлық нүктелерінің айналу осінен қашықтығы r тең болғандықтан, қарастырып отырған элементар цилиндрдің көлемі $2\pi r h dr$. Егер дененің тығыздығы ρ деп алсақ, онда массасы $dm = \rho 2\pi r h dr$, инерция моменті $dJ = 2\pi h \rho r^3 dr$.

Тұтас цилиндрдің инерция моментін интегралдау арқылы табамыз:

$$J = \int dJ = 2\pi h \rho \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} \pi h R^4 \rho$$

$\pi R^2 h$ цилиндрдің көлемі болса, массасы $m = \pi R^2 h \rho$ тең. Немесе

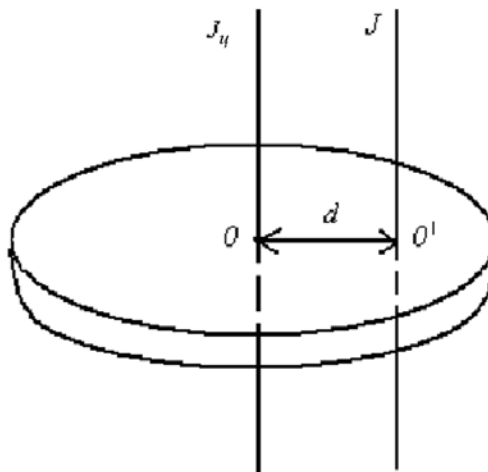
$$J = \frac{1}{2} \pi h R^4 \rho = \frac{1}{2} m R^2$$



2.9.1-сызба. Тұтас біртекті цилиндрдің инерция моменті

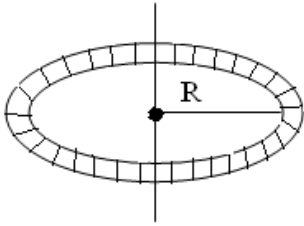
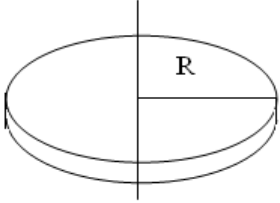
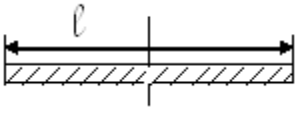
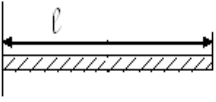
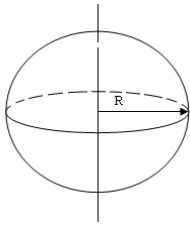
Егер дененің массалар центрінен өтетін осьпен салыстырғандағы инерция моменті белгілі болса, онда осыған параллель кез келген осьпен салыстырғандағы инерция моменті Штейнер теоремасымен анықталады. Дененің кез келген айналу осімен салыстырғандағы J инерция моменті, оның массалар центрінен өтетін J_y инерция моментіне дененің массасына осьтердің арақашықтығының квадратының көбейтіндісін қосқанға тең. (2.9.2-сызба)

$$J = J_y + md^2 \tag{2.9.1}$$

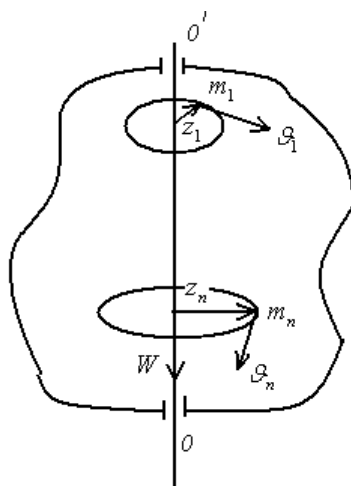


2.9.2-сызба. Штейнер теоремасы бойынша дискінің инерция моменті

Массасы m біртекті денелердің инерция моменттерінің мәндері 2.9.1-кестеде келтірілген.

Дене	Айналу осінің орны	Инерция моменті
Қабырғасы жұқа, радиусы R қуыс цилиндр		mR^2
Радиусы R диск немесе тұтас цилиндр		$\frac{1}{2}mR^2$
Ұзындығы l жұқа түзу өзекше		$\frac{1}{12}ml^2$
Ұзындығы l жұқа түзу өзекше		$\frac{1}{3}ml^2$
Радиусы R шар		$\frac{2}{5}mR^2$

Айналмалы қозғалыстағы абсолют қатты дененің кинетикалық энергиясын анықтайық. Ол үшін кез келген қатты дененің қозғалмайтын OO' осімен айналуын қарастырамыз (2.9.3-сызба)



2.9.3-сызба. Абсолют қатты дененің OO' осімен айналғандағы кинетикалық энергиясы

Денені көлемдерін кішкентай айналу осінен r_1, r_2, \dots, r_n қашықтарда орналасқан элементар m_1, m_2, \dots, m_n массаларға бөлейік. Қатты дене қозғалмайтын OO' осімен айналғанда элементар массалар радиустары әртүрлі шеңбер бойымен сәйкес сызықтық жылдамдықтармен қозғалады. Абсолют қатты денені қарастырып отырғандықтан, олардың бұрыштық жылдамдықтары бірдей болады:

$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \dots = \frac{v_n}{r_n} \quad (2.9.2)$$

Дененің айналмалы кинетикалық энергиясы элементар массалардың кинетикалық энергияларының қосындысына тең:

$$T_{\text{айн}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2}$$

Немесе

$$T_{\text{айн}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}$$

(2.9.2) өрнегін пайдалансақ, төменде келтірілген формула шығады:

$$T_{\text{айн}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J \omega^2}{2}$$

Айналмалы қозғалыстағы дененің кинетикалық энергиясы мына өрнекпен анықталады:

$$T_{\text{айн}} = \frac{J\omega^2}{2} \quad (2.9.3)$$

Дене бір мезгілде ілгерлемелі және айналмалы қозғалыста болса, (мысалы, айналып ұшатын доп), оның кинетикалық энергиясы екі энергияның қосындысынан тұрады:

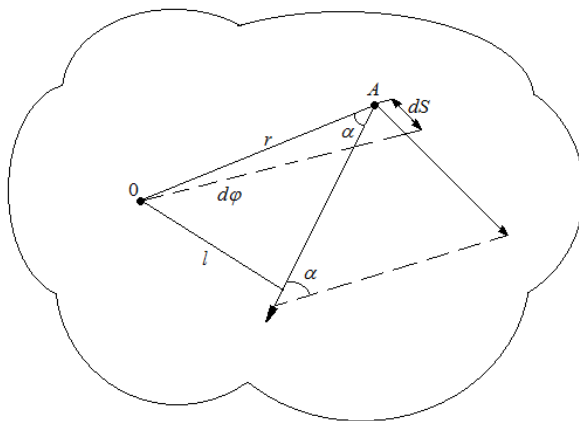
$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad (2.9.4)$$

Мұндағы, m – доптың массасы, v - ілгерлемелі жылдамдығы, J - инерция моменті, ω - бұрыштың жылдамдығы.

Айналып ұшатын доптың кинетикалық энергиясы, айнамай ілгерлемелі қозғалатын доптың энергиясынан көп болғандықтан, қақпашы үшін өте қауіпті. Сондықтан футбол шабуылшылары қақпаға допты айналдырып бағыттайды.

§ 2.10. Қатты дененің айналмалы қозғалысының динамикасының теңдеуі

Егер осіне бекітілген денені қандай да бір күштің көмегімен айналдырсақ, онда оның кинетикалық энергиясы істелген жұмыстың шамасына өседі. Денені осымен айналғандағы істелетін жұмысты табайық. Айналу осінен r қашықта орналасқан A нүктесіне F күш әсер етсін делік (2.10.1-сызба)



2.10.1-сызба. Қозғалмайтын осьпен денені айналдыратын күштің істейтін жұмысы

Дене абсолют қатты болғандықтан, осьтен r қашықтықта орналасқан A нүктесіне түсірілген радиусты $d\varphi$ бұрышқа бұрғанда A нүктесі $dS = rd\varphi$ жол жүрсе, істелінген элементар жұмыспен күш моменті мына формулалармен есептеледі:

$$dA = F \sin \alpha \cdot rd\varphi \quad (2.10.1)$$

$$M = Fr \sin \alpha = Fl \quad (2.10.2)$$

(2.10.2) шамасы айналу осімен салыстырғандағы күш моменті деп аталады. $r \sin \alpha = l$ күштің әсер ету бағытындағы сызығы мен айналу осіне дейінгі ең қысқа қашықтық (күш иіні). Күш моменті күшпен иіннің көбейтіндісіне тең векторлық шама. Ол күш жатқан жазықтыққа перпендикуляр және бағыты оң бұранда ережесімен анықталады:

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$$

(2.10.2) өрнегін (2.10.1) формуласына қойып, денені айналдырғанда істелетін жұмыс әсер ететін күш моментін бұрылу бұрышына көбейткенге тең екендігін аламыз:

$$dA = Md\varphi$$

Денені айналдырғандағы жұмыс оның кинетикалық энергиясын арттыруға жұмсалатындықтан, мына теңдік орындалады:

$$dA = dT \quad \text{немесе} \quad dT = d\left(\frac{J\omega^2}{2}\right) = J\omega d\omega$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{ескерсек,} \quad M = J \frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon \quad (2.10.3)$$

қатты дененің айналмалы қозғалысының қозғалмайтын осьпен салыстырғандағы динамикалық теңдеуі шығады. Векторлық түрде теңдеу төмендегідей өрнектеледі:

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon} \quad (2.10.4)$$

Есептер мен мысалдар

1. Массасы 2 кг дене $S = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ ($C = 2\text{ м/с}^2, D = 0,4\text{ м/с}^3$) заңы бойынша қозғалады. Қозғалыстың бірінші секундының соңында денеге әсер ететін күшті табыңыздар.

Берілгені: $S = A - Bt + Ct^2, C = 2\text{м}/\text{с}^2, D = 0,4\text{м}/\text{с}^3, t = 1\text{с}$.

Табу керек: F

Шешімі: Ньютонның екінші заңын қолданамыз:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2S}{dt^2}$$

Жылдамдық жолдан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға тең:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(A - Bt + Ct^2 - Dt^3) = -B + 2Ct - 3Dt^2$$

Үдеу жылдамдықтан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға тең болатындықтан:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(B + 2Ct - 3Dt^2) = 2C - 6Dt$$

Немесе

$$\begin{aligned} F &= (2C - 6Dt) = 2\text{кг}(2 \cdot 2\text{м}/\text{с}^2 - 6 \cdot 0,4\text{м}/\text{с}^3 \cdot 1\text{с}) = \\ &= 2\text{кг}(4\text{м}/\text{с}^2 - 2,4\text{м}/\text{с}^2) = 2\text{кг} \cdot 1,6\text{м}/\text{с}^2 = 3,2\text{Н} \end{aligned}$$

2. Массасы m дене xy жазықтығында $x = A \cos \omega t, y = B \sin \omega t$ заңы бойынша қозғалады. A, B, ω тұрақты шамалар. Денеге әсер ететін күштің модулін табыңыздар.

Берілгені: $m, x = A \cos \omega t, y = B \sin \omega t, A = \text{const}, B = \text{const}, \omega = \text{const}$.

Табу керек: F .

Шешімі: Ньютонның екінші заңы бойынша денеге әсер ететін күш $F = ma$ тең.

Дененің xy жазықтығындағы орын ауыстыруы мына формуламен анықталады $\vec{r} = A \cos \omega t \cdot \vec{i} + B \sin \omega t \cdot \vec{j}$. Жылдамдықпен үдеуді орын ауыстырудан және жылдамдықтан уақыт бойынша туынды алу арқылы табамыз.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(A \cos \omega t \cdot \vec{i} + B \sin \omega t \cdot \vec{j}) = -A\omega \sin \omega t \cdot \vec{i} + B\omega \cos \omega t \cdot \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(-A\omega \sin \omega t \cdot \vec{i} + B\omega \cos \omega t \cdot \vec{j}) = A\omega^2 \cos \omega t \cdot \vec{i} - B\omega^2 \sin \omega t \cdot \vec{j}$$

Немесе қорытқы үдеудің модулін С. Пифагор теоремасын пайдаланып анықтаймыз:

$$a = \sqrt{(-A\omega^2 \cos \omega t)^2 + (-B\omega^2 \sin \omega t)^2} = \omega^2 \sqrt{x^2 + y^2}$$

Олай болса, іздеп отырған күшіміз:

$$F = ma = m\omega^2 \sqrt{x^2 + y^2}$$

3. Массасы m дене $\vec{F} = \vec{F}_0 \cos \omega t$ күштің әсерінен қозғалады. Мұндағы \vec{F}_0, ω тұрақты шамалар. Уақыттың бастапқы мезетіндегі $t = 0, r(0) = 0, v(0) = 0$ шарттары орындалса, оның радиус-векторының уақытқа тәуелділігі қандай болады?

Берілгені: $m, \vec{F} = \vec{F}_0 \cos \omega t, t = 0, \vec{r}(0) = 0, \vec{v}(0) = 0$

Табу керек: $\vec{r}(t)$

Шешімі: Ньютонның екінші заңы бойынша массасы m денеге үдеу беретін күш $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ болғандықтан, екі күшті теңестіреміз:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_0 \cos \omega t$$

Бұдан

$$d\vec{v} = \frac{\vec{F}_0}{m} \cos \omega t dt$$

Жылдамдықтың $0-t$ уақыт аралығындағы өзгерісін табу үшін, оны интегралдаймыз:

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(0) = \frac{\vec{F}_0}{m} \int_0^t \cos \omega t dt = \frac{\vec{F}_0}{m\omega} \sin \omega t \Big|_0^t = \frac{\vec{F}_0}{m\omega} \sin \omega t, \quad v(0) = 0$$

ескерсек, $\vec{v}(t) = \frac{\vec{F}_0}{m\omega} \sin \omega t$ қатынасы шығады.

Радиус-вектордың уақытқа байланысты өзгерісі мына формуламен өрнектеледі $d\vec{r} = \vec{v}(t)dt$ немесе интегралдасак:

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) - \vec{r}(0) &= \frac{\vec{F}_0}{m\omega} \int_0^t \sin \omega t dt = -\frac{\vec{F}_0}{m\omega^2} \cos \omega t \Big|_0^t = \\ &= -\frac{\vec{F}_0}{m\omega^2} (\cos \omega t - 1) = \frac{\vec{F}_0}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t), \end{aligned}$$

$$\vec{r}(0) = 0 \text{ ескерсек, } \vec{r}(t) = \frac{\vec{F}_0}{m\omega^2}(1 - \cos \omega t)$$

тәуелділігін аламыз.

4. Лифтідегі серіппелі таразыда массасы 10 кг дене орналасқан. Лифт 2 м/с^2 үдеумен қозғалады. Мынадай жағдайлардағы таразының көрсеткішін анықтаңыздар:

а. Лифт вертикаль жоғары қарай қозғалады.

ә. Лифт вертикаль төмен қозғалады.

Берілгені: $m = 10 \text{ кг}, a = 2 \text{ м/с}^2, g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Табу керек: G_1, G_2 .

Шешімі: таразылардың көрсеткіштерін табу үшін дененің салмағын \vec{G} , яғни дененің серіппеге әсер ететін күшін анықтауымыз керек. Ньютонның үшінші заңы бойынша бұл күш серпімділік N күшіне шамасы жағынан тең, ал бағыты бойынша қарама-қарсы:

$$\vec{G} = -\vec{N}$$

Немесе

$$|G| = |N|$$

Таразылардың көрсеткіштері тіреуіштің реакция күшін \vec{N} анықтаумен шектеледі.

Есепті инерциалды және инерциалды емес санақ жүйелерінде шешейік.

Инерциалды санақ жүйесіндегі шешімі:

Денеге екі күш әсер етеді: \vec{P} ауырлық күші және \vec{N} тіреуіштің реакция күші. Z осін вертикаль жоғары бағыттап, оған денеге әсер ететін барлық күштерді проекциялап, қозғалыстың теңдеуін жазамыз:

$$N - P = ma$$

Бұдан

$$N = P + ma = m(g + a)$$

Теңдігі шығады. Немесе

$$\vec{G} = m(g + a)$$

Таразылардың көрсеткішін анықтағанда, үдеудің таңбасын ескеру қажет.

а. үдеу вертикаль жоғары бағытталғанда ($a > 0$)

$$\vec{G}_1 = m(g + a) = 10(9,81 + 2)H = 118H$$

ә. үдеу вертикаль төмен бағытталғанда ($a < 0$)

$$\vec{G}_2 = m(g - a) = 10(9,81 - 2)H = 78H$$

Таразылардың көрсетулеріне лифтінің жылдамдығының модулі мен бағыты әсер етпейді. Оның көрсетулерін лифтінің үдеуінің шамасымен мен бағыты өзгертеді.

Инерциалды емес санақ жүйесіндегі шешімі:

Лифтімен бірге үдемелі қозғалатын санақ жүйесінде Ньютонның заңдары орындалмайды. Егер Даламбер принципіне сәйкес денеге әсер ететін күштерге қосымша инерция күшімен әсер етсек, онда Ньютонның заңдары орындалады:

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}$$

Мұндағы, \vec{a} - санақ жүйесінің үдеуі.

Бұл жағдайда денеге үш күш әсер етеді: \vec{P} ауырлық күші, \vec{N} - серпімділік күші, \vec{F}_u - инерция күші. Осы күштердің әсерінен дене берілген инерциалды емес санақ жүйесінде тыныштықта болады. Олай болса, динамиканың теңдеулерінің (Ньютонның заңдары) орнына статиканың заңдарын қолдануға болады:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_u = 0$$

Күштерді Z осіне проекциялап, теңдікті түрлендіреміз:

$$N - P - ma = 0$$

Бұдан
$$N = P + ma = m(g + a)$$

Немесе
$$\vec{G} = m(g + a) = 10(9,81 + 2)H = 118H$$

Алынған нәтиже инерциалды емес санақ жүйесіндегі нәтижелермен сәйкес келеді.

5. Үлкен биіктіктен құлаған дененің қалыптасқан v_k жылдамдығы 80м/с жетеді. Дененің құлау мезетінен бастап жылдамдығы қалыптасқан жылдамдықтың $\frac{1}{2}v_k$ жартысына теңескенге дейінгі τ уақытты табыңыздар.

Ауаның кедергі күші дененің жылдамдығына пропорционал.

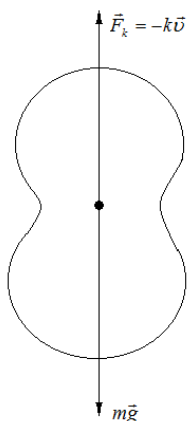
Берілгені: $v_k = 80\text{ м/с}$, $F_k \sim v$, $v = \frac{1}{2}v_k$

Табу керек: τ .

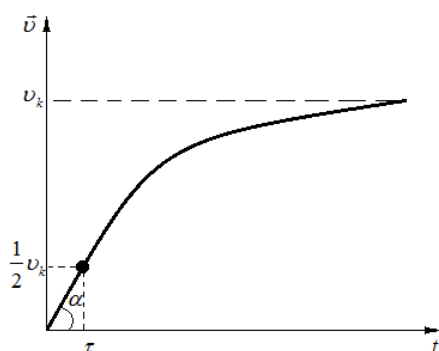
Шешімі: құлайтын денеге екі күш әсер етеді. \vec{P} - ауырлық күші, \vec{F}_k - ауаның кедергі күші (1-сызба). Ауаның кедергі күші есептің шарты бойынша жылдамдыққа пропорционал және оған кері бағытталған:

$$\vec{F}_k = -k\vec{v}$$

Мұндағы, k дененің өлшемдеріне, пішініне және қоршаған ортаның қасиеттеріне тәуелді пропорционалдық коэффициент. Дененің қозғалыс теңдеуін векторлық түрде жазайық.



1-сызба. Ауада еркін құлайтын денеге әсер ететін күштер



2-сызба. Атмосферадағы құлайтын денеге жылдамдығының уақытқа тәуелді графигі

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \vec{F}_k$$

Немесе

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - k\vec{v}$$

Барлық күштердің вертикаль Z осіндегі құраушыларын алсақ, қозғалыс теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

Айнымалыларды бөлгеннен соң

$$\frac{dv}{mg - kv} = \frac{dt}{m}$$

қатынасы шығады. (2-сызба).

Уақыт 0 -ден τ дейін өзгергенде жылдамдық $0 - \frac{1}{2}v_k$ дейін өзгеретіндігін ескеріп, қатынасты интегралдаймыз:

$$\int_0^{\frac{1}{2}v_k} \frac{dv}{mg - kv} = \int_0^{\tau} \frac{dt}{m}, \quad -\frac{1}{k} \left| \ln(mg - kv) \right|_0^{\frac{1}{2}v_k} = \frac{\tau}{m}$$

Теңдіктің сол жағына интегралдың шектерін қойып есептейміз:

$$-\frac{1}{k} \ln \frac{mg - \frac{1}{2}v_k}{mg} = \frac{\tau}{m}$$

Немесе

$$\tau = \frac{m}{k} \ln \frac{mg}{mg - \frac{1}{2}v_k}$$

Формуладағы k коэффициентін анықтайық. Қозғалыс қалыптасқанда ($v = \cos nst$) күштердің Z осіндегі проекцияларының алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$mg - kv_k = 0 \quad \text{бұдан} \quad k = \frac{mg}{v_k}$$

Немесе

$$\tau = \frac{m v_k}{mg} \ln \frac{mg}{mg - \frac{1}{2} \frac{mg}{v_k} v_k} = \frac{v_k}{g} \ln 2$$

$$\tau = \frac{v_k}{g} \ln 2 = \frac{80 \text{ м/с}}{9,8 \text{ м/с}^2} \ln 2 = 5,66 \text{ с.}$$

6. Ұзындығы 5 м, көлденең қимасының ауданы 4 см^2 болаттан жасалған өзекшенің жоғарғы ұшы қозғалмайтындай етіп бекітілген. Төменгі ұшына массасы $2 \cdot 10^3 \text{ кг}$ жүк ілінген. Өзекше материалының нормальдық кернеулігін, абсолютті және салыстырмалы ұзаруды табыңыздар.

Берілгені: $l = 5 \text{ м}, S = 4 \text{ см}^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, m = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$.

Табу керек: σ, x, ε .

Шешімі: созылған өзекше материалының кернеулігі мына формуламен өрнектеледі:

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

Мұндағы, F – өзекше бойымен әсер ететін күш. Есептің шарты бойынша бұл күш $F = mg$ ауырлық күшіне тең болғандықтан,

$$\sigma = \frac{mg}{S} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 10}{4 \cdot 10^{-4}} = 49 \text{ МПа}$$

Абсолют ұзару мына формуламен есептеледі:

$$x = \frac{Fl}{ES} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 5}{200 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Мұндағы, E – Юнг модулі, оның мәні кестеден алынған. Өзекшенің салыстырмалы ұзаруы:

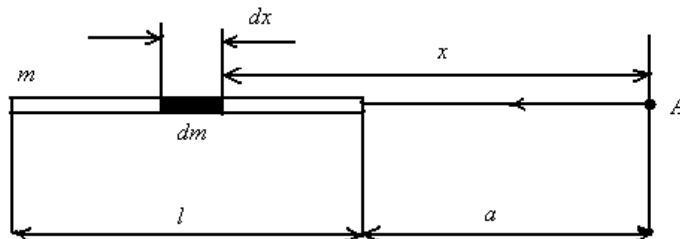
$$\varepsilon = \frac{x}{l} = \frac{1,23 \cdot 10^{-3}}{5} = 2,46 \cdot 10^{-4}$$

7. Массасы m , ұзындығы l жұқа біртекті өзекше берілген. Өзекшенің бойымен оның жақын ұшынан a қашықтықта орналасқан A нүктесіндегі гравитациялық өрістің потенциалы мен кернеулігін анықтаңыздар.

Берілгені: m, l, a .

Табу керек: φ, g .

Шешімі: өзекшенің элементар dm массасын қарастырамыз. 3-сызба.



3-сызба. Өзекшенің А нүктесіндегі кернеулігімен потенциалы

Өзекшенің элементар массасы $dm = \frac{m}{l} dx$ тең. Ал оның A нүктесіндегі потенциалы

$$d\varphi = -G \frac{dm}{x} = -G \frac{m}{l} \frac{dx}{x}$$

формуласымен есептеледі. Өзекшенің A нүктесіндегі потенциалы интеграл арқылы табылады:

$$\varphi = -G \frac{m}{l} \int_a^{l+a} \frac{dx}{x} = -G \frac{m}{l} \ln \frac{l+a}{a}$$

Кернеулік теріс таңбамен алынған потенциалдың градиентіне тең:

$$\vec{g} = -grad\varphi = -\frac{d\varphi}{da} \vec{i}$$

Немесе
$$\vec{g} = -\frac{d}{da} \left(-G \frac{m}{l} \ln \frac{l+a}{a} \right) \vec{i} = G \frac{m}{(l+a)a} \vec{i}$$

8. Радиусы 10 см, массасы 5 кг шардың симметриялық осьпен айналғандағы қозғалыс теңдеуі берілген:

$$\varphi = A + Bt^2 + Ct^3 \quad (B = 2 \text{ рад} / \text{с}^2, C = -0,5 \text{ рад} / \text{с}^3)$$

$t = 3\text{с}$ мезетіндегі инерция моментін анықтаңыздар.

Берілгені:

$$\varphi = A + Bt^2 + Ct^3, B = 2 \text{ рад} / \text{с}^2, C = -0,5 \text{ рад} / \text{с}^3,$$

$$R = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}, m = 5 \text{ кг} = 5 \text{ кг}$$

Табу керек: M .

Шешімі: айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі теңдеуін жазамыз:

$$M = J\varepsilon$$

Мұндағы, $J = \frac{2}{5}mR^2$ - шардың инерция моменті. Шардың бұрыштық жылдамдығы мен бұрыштық үдеуі бұрылу бұрышынан және бұрыштық жылдамдықтан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға тең:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt^2 + Ct^3) = 2Bt + 3Ct^2$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(2Bt + 3Ct^2) = 2B + 6Ct$$

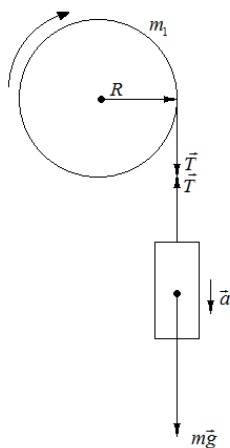
$$M = \frac{2}{5}mR^2(2B + 6Ct) = \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 10^{-2} (2 \cdot 2 + 6 \cdot 3 - 0.5) \text{н} \cdot \text{м} = -0,1 \text{н} \cdot \text{м}$$

9. Радиусы 50 см біртекті тұтас цилиндрге жеңіл жіп оралып, оның бос ұшына массасы 6,4 кг жүк ілінген. Жүк жіпті ширатып 2 м/с^2 үдеумен қозғалады. Цилиндрдің инерция моменті мен массасын табыңыздар.

Берілгені: $R = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$, $m = 6,4 \text{ кг}$, $a = 2 \text{ м/с}^2$.

Табу керек: J, m .

Шешімі: массасы m дене және цилиндр үшін қозғалыс теңдеуін жазамыз: (4-сызба).



4-сызба. Цилиндрге оралған жіпке ілінген жүкке әсер ететін күштер

$$ma = mg - T \quad \text{бұдан} \quad T = m(g - a)$$

Күш моменті:

$$M = T \cdot R = m(g - a)R$$

Айналмалы қозғалыс динамиканың негізгі заңы бойынша:

$$M = J\varepsilon$$

$$\text{Мұндағы, } \varepsilon = \frac{a}{R}$$

$$J = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{m(g - a)R^2}{a} = mR^2 \left(\frac{g}{a} - 1 \right) = 6,4 \cdot 0,25 \left(\frac{10}{2} - 1 \right) \text{ кг} \cdot \text{м}^2 = 6,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

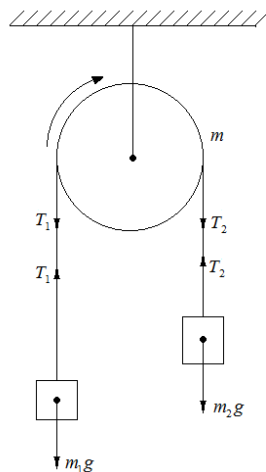
$$J = \frac{m_1 R^2}{2} \quad \text{бұдан} \quad m_1 = \frac{2J}{R^2} = \frac{2 \cdot 6,25}{0,25} \text{ кг} = 50 \text{ кг}$$

10. Массасы 0,2 кг біртекті тұтас цилиндр тәріздес шығырға салмақсыз жіп арқылы массалары 0,35 кг және 0,55 кг ілінген (4-сызба). Шығырдың осьпен үйкелісін ескермей жүктің үдеуін, $\frac{T_2}{T_1}$ қатынасын табыңыздар.

Берілгені: $m = 0,2 \text{ кг}, m_1 = 0,35 \text{ кг}, m_2 = 0,55 \text{ кг}$.

Табу керек: $a, \frac{T_2}{T_1}$.

Шешімі: жүктер мен шығыр үшін қозғалыс теңдеулерін жазамыз:



4-сызба. Массасы m шығырға ілінген жүктерге әсер ететін күштер

$$\begin{cases} m_1 a = T_1 - m_1 g \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \\ (T_2 - T_1) R = J \varepsilon \end{cases}$$

Дискінің инерция моменті $J = \frac{mR^2}{2}$, бұрыштық үдеуі $\varepsilon = \frac{a}{R}$ тең.

Сондықтан

$$(T_2 - T_1) R = \frac{mR^2}{2} \frac{a}{R} \quad \text{бұдан} \quad T_2 - T_1 = \frac{ma}{2}$$

Немесе
$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}} = \frac{(0,55 - 0,35)10}{0,35 + 0,55 + 0,1} \text{ м/с}^2 = 1,96 \text{ м,} 9^2$$

$$T_2 = m_2(g - a) = 0,55(10 - 1,96) \text{ Н} = 4,4 \text{ Н}$$

$$T_1 = m_1(g + a) = 0,35(10 + 1,96) \text{ Н} = 4,1 \text{ Н}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4,4}{4,1} = 1,07$$

Жаттығулар

1. Массасы 0,5 кг дененің қозғалыс теңдеуі $S = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ берілген. $C = 5 \text{ м/с}^2$, $D = 1 \text{ м/с}^3$. Қозғалыс уақытының бірінші секундының соңында денеге әсер ететін күштің шамасын анықтаңыздар.

Жауабы: 2Н.

2. Массасы 0,5 кг дененің қозғалыс теңдеуі берілген $S = A \sin \omega t$, $A = 5 \text{ см}$, $\omega = \pi \text{ рад/с}$. Қозғалыс басталғаннан кейінгі 1/6 сек соң денеге әсер ететін күшті табыңыздар.

Жауабы: -0,123Н.

3. Көлденең қимасының ауданы $S = 6 \text{ см}^2$ сорғалап аққан су қабырғамен оған тұрғызылған нормальға 60° бұрыш жасай серпімді соқтығысып кейін

қайтады. Су ағынының жылдамдығын $v = 12 \text{ м/с}$ деп алып, қабырғаға әсер ететін күшті табыңыздар.

Жауабы: 86Н.

4. Жердің орбитасын дөңгелек деп алып, оның орбита бойымен қозғалғанда сызықтық жылдамдығын табыңыздар.

Жауабы: 30 км/с

5. Жердің жасанды серігінің бастапқы жылдамдығын есептеңіздер. Экватор жазықтығындағы дөңгелек орбитамен батыстан шығысқа қарай айналады.

Жауабы: 7,9 км/с

6. Жер бетінен қандай биіктікте ауырлық күшінің үдеуі 1 м/с^2 тең болады?

Жауабы: 13600км.

7. Бір-біріне тиіп тұрған екі мыс шариктердің диаметрлері $d_1 = 1 \text{ см}$ және $d_2 = 6 \text{ см}$. Осы жүйенің гравитациялық потенциалдың энергиясын табыңыздар.

Жауабы: $-3,8 \cdot 10^{-10}$ Дж.

8. Экваторда дененің салмағы болмау үшін Жер бетіндегі тәуліктің ұзақтығы қандай болу керек?

Жауабы: 1сағ 25мин.

9. Айналу осіне қатысты Жер шарының инерция моментін табыңыздар.

Жауабы: $9,7 \cdot 10^{37} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

10. Ұзындығы 1 м , салмағы $0,5 \text{ кг}$ біртекті өзекше вертикаль жазықтықта оның ортасынан өтетін горизонталь осьті айналады. Егер айналдырушы момент $9,81 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м}$ тең болса, өзекше қандай бұрыштық үдеумен айналар еді?

Жауабы: $2,35 \text{ рад/с}^2$.

11. Екінші ғарыштық жылдамдықтың формуласын қорытып шығарып, сан мәнін анықтаңыздар.

Жауабы: $\sqrt{2v_i}$

12. Салмағы 1 кг , диаметрі 60 см дискі өзінің жазықтығында перпендикуляр болып келген ості 20 айн/сек айналады. Дискіні тоқтату үшін қандай жұмыс істелуі керек?

Жауабы: 355Дж.

13. Диаметрі $d = 2\text{мм}$ сымтемірге 1кг жүк ілінген. Сымтемірде пайда болған кернеулікті σ табыңыздар.

Жауабы: $3,12\text{МПа}$.

14. Жердің және Күннің бетіндегі гравитациялық өрістің потенциалының шамасын табыңыздар.

Жауабы: $-62,6 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}, -190 \frac{\text{ГДж}}{\text{кг}}$.

15. Кішкентай планетаның радиусы $R = 100\text{км}$, орташа тығыздығы $\rho = 3\text{г}/\text{см}^3$ болса, планетаның бетіндегі параболалық жылдамдық қандай?

Жауабы: 130м/с .

Тест сұрақтары

1. Ньютонның бірінші заңында қандай теңдіктер орындалады?

А. $\vec{v} = \text{const}, \vec{a} = 0, \vec{F} = 0$

Ә. $\vec{v} = 0, \vec{a} = 0, \vec{F} = \text{const}$

Б. $\vec{v} \neq 0, \vec{a} \neq 0, \vec{F} = 0$

В. $\vec{v} = 0, \vec{a} = 0, \vec{F} = 0$

Г. $\vec{v} = \text{const}, \vec{a} = \text{const}, \vec{F} = \text{const}$

2. Массасы 5 кг дененің қозғалыс теңдеуі берілген $S = At^3$ ($A = \text{м}/\text{с}^2$). Бірінші секундтың соңындағы денеге әсер ететін күшті табыңыздар.

А. 24Н

Ә. 48Н

Б. 50Н

В. 15Н

Г. 58Н

3. Массасы m дененің жүрген жолының уақытқа тәуелділігі. $S = A \cos \omega t$ теңдеуімен сипатталады. Мұндағы A және ω тұрақты шамалар. Күштің уақытқа байланысты өзгеретін заңын көрсетіңіздер.

А. $mA\omega^2 \cos \omega t$

Ә. $mA\omega^2 \sin \omega t$

Б. $-mA\omega^2 \cos \omega t$

В. $mA\omega^2$

Г. $-mA\omega^2$

4. Жіпке массасы 500 г жүк ілінген. Жүк жоғары 2 м/с^2 үдеумен қозғалса, жіптің керілу күші қаншаға тең?

- А. 6 Н
- Ә. $6,9 \text{ Н}$
- Б. $5,9 \text{ Н}$
- В. $6,7 \text{ Н}$
- Г. 7 Н

5. Жіпке массасы $0,5 \text{ кг}$ ілінген. Егер жүк төмен қарай 2 м/с^2 үдеумен қозғалса, жіптің керілу күші қандай болады?

- А. 4 Н
- Ә. 5 Н
- Б. $4,5 \text{ Н}$
- В. $3,9 \text{ Н}$
- Г. $4,9 \text{ Н}$

6. Массасы 2 кг дене вертикаль төмен $a = 5 \text{ м/с}^2$ үдеумен құлайды. Кедергі күшін табыңыздар.

- А. $9,62 \text{ Н}$
- Ә. 10 Н
- Б. $8,62 \text{ Н}$
- В. 11 Н
- Г. 9 Н

7. Дене $a = 5 \text{ м/с}^2$ үдеумен вертикаль төмен құлайды. Ауаның кедергісін $9,62 \text{ Н}$ деп алып, дененің массасын табыңыздар.

- А. 5 кг
- Ә. 3 кг
- Б. 2 кг
- В. $2,5 \text{ кг}$
- Г) $2,9 \text{ кг}$

8. Массасы $m = 2 \text{ кг}$ дене вертикаль төмен құлайды. Ауаның кедергісі $9,62 \text{ Н}$ тең. Дененің үдеуін табыңыздар.

- А. 5 м/с^2
- Ә. 6 м/с^2
- Б. $5,5 \text{ м/с}^2$
- В. $5,9 \text{ м/с}^2$
- Г. $4,9 \text{ м/с}^2$

9. Дененің қозғалыс теңдеуі берілген $S = A \sin \omega t$. Мұндағы A және ω тұрақты шамалар. Күштің уақытқа тәуелділік формуласын жазыңыздар.

- А. $A\omega^2 \cos \omega t$
- Ә. $m\omega^2 \cos \omega t$
- Б. $Am\omega^2$
- В. $mA\omega^2 \sin \omega^2 t$
- Г. $-mA\omega^2 \sin \omega^2 t$

10. Массасы 2 кг дененің жылдамдығының уақытқа тәуелді $v = Dt^2$ теңдеуі берілген. Қозғалыс басталғаннан кейін 2 с өткен соң денеге әсер ететін күшті табыңыздар ($D = 4\text{ м/с}^3$).

- А. 32 Н
- Ә. 30 Н
- Б. 35 Н
- В. 28 Н
- Г. 34 Н

11. Көлденең қимасының ауданы $8 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2$ тең бір ұшы бекітілген мыстан жасалған сымның екінші ұшына 640 Н күшпен әсер етсек, оның кернеулігі σ қандай болады?

- А. $5 \cdot 10^6\text{ Н/м}^2$
- Ә. $5 \cdot 10^7\text{ Н/м}^2$
- Б. $5 \cdot 10^8\text{ Н/м}^2$
- В. $8 \cdot 10^7\text{ Н/м}^2$
- Г. $8 \cdot 10^6\text{ Н/м}^2$

12. Кернеулігі $8 \cdot 10^7\text{ Н/м}^2$ бір ұшы бекітілген мыстан жасалған сымның екінші ұшына 640 Н күш әсер етеді. Сымның көлденең қимасының ауданын табыңыздар.

- А. $8 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2$
- Ә. $8 \cdot 10^{-5}\text{ м}^2$
- Б. $8 \cdot 10^{-7}\text{ м}^2$
- В. $8 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2$
- Г. $8 \cdot 10^{-3}\text{ м}^2$

13. Жердің орбитасын шеңбер деп алып, оның Күнді айналғандағы сызықтық жылдамдығын табыңыздар. $M = 1,98 \cdot 10^{30}$ кг, $R = 1,49 \cdot 10^{11}$ м, $G =$

$$= 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$$

- А. 32 км/с
- Ә. 35 км/с
- Б. 29,8 км/с
- В. 31 км/с
- Г. 28 км/с

14. Массасы M планета шеңбер бойымен Күнді v жылдамдықпен айналады. Планетаның айналу периодын табыңыздар. Күннің массасы M_K

А. $\frac{2\pi GM_K}{v^3}$

Ә. $\frac{GM_K}{v^3}$

Б. $\frac{2\pi 6M_K}{v^2}$

В. $\frac{2\pi GM_K}{v}$

Г. $\frac{GM_K}{v^2}$

15. Жердің орташа тығыздығын табыңыздар $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$,

$$R_{\text{Ж}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}, g = 9,81 \text{ м/с}^2$$

- А. 5,60 г/см³
- Ә. 6 г/см³
- Б. 6,20 г/см³
- В. 5,70 г/см³
- Г. 5,51 г/см³

16. Гравитациялық $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$ тұрақтыны және $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

еркін түсу үдеуін белгілі деп алып, Жердің радиусын анықтаңыздар

- А. $6,50 \cdot 10^6 \text{ м}$

Ә. $6,50 \cdot 10^7 \text{ м}$

Б. $6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$

В. $6,50 \cdot 10^8 \text{ м}$

Г. $6,80 \cdot 10^6 \text{ м}$

17. Қандай биіктікте еркін түсу үдеуі Жер бетіндегі еркін түсу үдеуінің 25 пайызын құрайды?

А. $2 R_{\text{Ж}}$

Ә. $0,5 R_{\text{Ж}}$

Б. $3 R_{\text{Ж}}$

В. $0,25 R_{\text{Ж}}$

Г. $R_{\text{Ж}}$

18. Қандай биіктікте еркін түсу үдеуі оның Жердің бетіндегі мәнінен екі есе кіші?

А. $2,64 \cdot 10^6 \text{ м}$

Ә. $2 \cdot 10^6 \text{ м}$

Б. $2,84 \cdot 10^6 \text{ м}$

В. $2,90 \cdot 10^6 \text{ м}$

Г. $2,50 \cdot 10^6 \text{ м}$

19. Жердің жасанды серігі $h = 5 \cdot 10^5 \text{ м}$ биіктікте шеңбер бойымен қозғалады. Оның сызықтық жылдамдығын табыңыздар.

А. $6 \cdot 10^3 \text{ м/с}$

Ә. $7,62 \cdot 10^3 \text{ м/с}$

Б. $7,82 \cdot 10^3 \text{ м/с}$

В. $6,90 \cdot 10^3 \text{ м/с}$

Г. $8 \cdot 10^3 \text{ м/с}$

20. Егер жұқа өзекшенің айналу осі оған перпендикуляр бағытта ортасынан өтсе, инерция моменті неге тең? (m – өзекшенің массасы, l – ұзындығы)

А. $\frac{1}{12} ml^2$

Ә. $\frac{1}{3} ml^2$

Б. $\frac{1}{2} ml^2$

В. $\frac{1}{10} ml^2$

Г. ml^2

21. Егер жұқа өзекшенің айналу осі оған перпендикуляр бағытта бір ұшынан өтсе, инерция моменті неге тең? (m – өзекшенің массасы, l – ұзындығы)

А. $\frac{1}{3} ml^2$

Ә. $\frac{1}{2} ml^2$

Б. $0,4 ml^2$

В. $\frac{1}{12} ml^2$

Г. $0,25ml^2$

22. Айналу осі центрінен өтетін шардың инерция моментін көрсетіңіз (R шардың радиусы, m – массасы).

А. $\frac{1}{2} ml^2$

Ә. $\frac{1}{3} ml^2$

Б. $\frac{1}{12} ml^2$

В. $\frac{2}{5} ml^2$

Г. $\frac{2}{7} ml^2$

23. Радиусы 0,1 м, массасы 2 кг қабырғасы жұқа қуыс цилиндрдің инерция моментін табыңыздар.

А. $2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Ә. $2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}$

Б. $2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}^2 \cdot \text{м}$

В. $2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кГ}}{\text{м}}$

Г. $2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кГ}}{\text{м}^2}$

24. Күш моментінің өлшем бірлігін көрсетіңіздер.

А. $\text{кГ} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$

Ә. $\text{кГ} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$

Б. $\text{кГ} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

В. $\text{кГ} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$

Г. $\text{кГ} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}$

25. Радиусы 0,1, массасы 5кг шар центрінен өтетін осьпен $\varphi = At^3$ теңдеуіне бағынатын заңдылықпен айналады. 3с өткеннен кейінгі күш моментін табыңыздар.

А. $0,62H \cdot \text{м}$

Ә. $0,50H \cdot \text{м}$

Б. $0,60H \cdot \text{м}$

В. $0,55H \cdot \text{м}$

Г. $0,65H \cdot \text{м}$

III тарау. Сақталу заңдары

§ 3.1. Кеңістік пен уақыттың симметриялы екендігінің салдарлары. Материалдық нүктелер жүйесі. Сыртқы және ішкі күштер

Механикалық жүйені құрайтын денелер бір-бірімен және берілген жүйеде орналаспаған денелермен әсерлеседі. Осыған орай, жүйедегі денелерге әсерін тигізетін күштер ішкі және сыртқы күштерге бөлінеді. Ішкі күштерге жүйедегі денелердің бір-бірімен, ал сыртқы күштерге олардың жүйеде орналаспаған денелермен әсерлесу күштерін жатқызуға болады. Егер жүйедегі денелер бір-бірімен әсерлесіп, оларға сыртқы күштер әсер етпесе, ондай жүйе тұйықталған (оқшауланған) жүйе деп аталады. Тұйық жүйелер үшін қозғалыс кезінде тұрақты мәндерін сақтайтын бөлшектер (материалдық нүктелер) жүйесінің координаталары мен жылдамдықтарының функциялары бар. Бұл функцияларды қозғалыс интегралдары деп атайды. Бір-бірімен қатаң байланыспаған N бөлшектен тұратын жүйе үшін $6N-1$ қозғалыс интегралы бар. Бірақ біз олардың ішінде аддитивті қасиеттері барларын ғана қарастырамыз. Аддитивтіліктің қасиеттері орындалатын жүйелердегі қозғалыс интегралдарының мәні жүйенің бөлшектерінің әрқайсысының қозғалыс интегралдарының мәндерінің қосындысына тең. Аддитивтік қозғалыс интегралына энергия, қозғалыс мөлшері (импульс), қозғалыс мөлшерінің моменті жатады. Олай болса, тұйық жүйеде үш физикалық шама: қозғалыс мөлшері, энергия, қозғалыс мөлшерінің моменті өзгермей сақталады. Яғни, механикада кеңістік пен уақыттың негізгі қасиеттерімен байланысқан энергияның, қозғалыс мөлшерінің, қозғалыс мөлшерінің моментінің сақталу заңдары орындалады.

Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңдарының негізін симметриялы және біртекті кеңістік құрайды. Яғни, кеңістіктің барлық нүктелерінің қасиеттері бірдей болуы қажет. Егер тұйық жүйені бір орыннан екінші орынға бөлшектердің өзара орналасуларымен жылдамдықтарын өзгертпей ауыстырғанда оның механикалық қасиеттері өзгермесе, жүйе орналасқан кеңістік біртекті деп аталады.

Энергияның сақталу заңы уақыттың біртектілігіне негізделген. Барлық мезеттердегі мәндері тең уақытты біртекті деп атайды. Бөлшектердің координаталары мен жылдамдықтарының мәндерін өзгертпей, t_1 уақыт мезетін t_2 уақыт мезетімен ауыстырғанда жүйенің механикалық қасиеттері

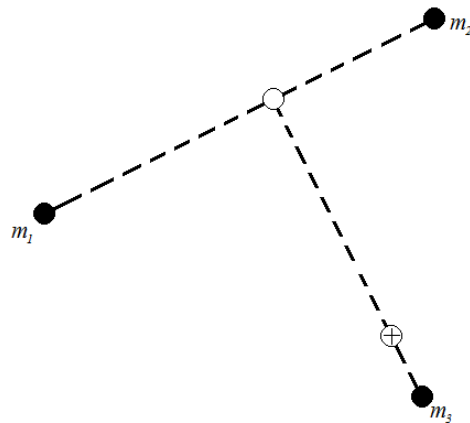
өзгермесе, уақыт мезеттерінің мәндері бірдей болады. Яғни, бөлшектердің координаталары мен жылдамдықтарының кез келген $t_2 + t$ уақыт мезетіндегі мәндері, олардың $t_1 + t$ уақыт мезетіндегі мәндеріне тең.

Қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңының негізін кеңістіктің изотроптылығы құрайды. Барлық бағыттағы қасиеттері бірдей кеңістікті изотропты кеңістік деп атайды. Изотропты кеңістікте жүйелердің бұрылуы олардың механикалық қасиеттеріне әсерін тигізбейді. Сақталу және айналу заңдары макроскопиялық және элементар бөлшектер жүйесінде орындалатын табиғаттың іргелі заңдары болып табылады. Сонымен қатар сақталу заңдары зерттеу жұмыстарында жиі қолданылады. Көптеген жағдайларда қозғалыс теңдеулерінің дәл шешімдерін табу қиын болғандықтан, оларды шешпей, сақталу заңдарын пайдаланып, механикалық құбылыстардың өтуі туралы өте маңызды нәтижелер аламыз. Сақталу заңдары әсер ететін күштердің сипаттамасына байланысты. Сондықтан олардың көмегімен (күштер белгісіз болған жағдайда да) механикалық жүйені сипаттай аламыз. Энергияның, қозғалыс мөлшерінің, қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңдары релятивистік физикада да дәл орындалатын заңдар.

§ 3.2. Массалар центрі. Механикалық жүйенің массалар центрі (инерция центрі) және оның қозғалыс заңы

Табиғатта немесе механикада өзара әсерлесетін қозғалыстағы денелердің жиынтығы (механикалық жүйе) жиі кездеседі. Механикалық жүйенің қозғалысын сипаттау үшін, оның әрбір нүктесінің қозғалысын зерттеу қажет. Яғни, механикалық жүйедегі нүктелер үшін қозғалыс теңдеуін жазып, оның шешімдерін табуымыз керек. Қозғалыстағы механикалық жүйедегі ішкі күштерді белгілі функция ретінде анықтау және ол көп бөлшектерден тұратындықтан, есепті шешудің бұл жолы өте күрделі. Бірақ көптеген жағдайларда бұл қиындықтарды денелер жүйесінің массалар центрі ұғымын ендіру арқылы жеңуге болады. Элементар физикада дененің элементтерінің нүктелеріне түсірілген ауырлық күшіне тең әсерлі күшті ауырлық центрі деп атайды. Ауырлық күшіне тәуелсіз, жүйенің массалар центрі ұғымын енгізейік.

Екі материалдық нүктенің массалар центрі деп олардың арақашықтығын массаларына кері пропорционал қатынасқа бөлетін нүктені айтады (3.2-сызба).



3.2-сызба. Материалдық нүктелердің массалар центрі

○ - m_1, m_2 массаларының массалар центрі.

⊕ - m_1, m_2 және m_3 массаларының массалар центрі.

Қозғалмайтын санақ жүйесінде координаталары x_1, y_1, z_1 және x_2, y_2, z_2 массалары m_1, m_2 материалдық нүктелерді қарастырайық. Аналитикалық геометрияның ережесі бойынша, кесіндіні $\frac{m_1}{m_2}$ қатынасындай бөлетін нүктенің x, y, z координатасы, кесіндінің ұштарының координаталарымен төменде келтірген қатынастармен байланысқан.

$$\frac{x_2 - x}{x - x_1} = \frac{m_1}{m_2}, \quad \frac{y_2 - y}{y - y_1} = \frac{m_1}{m_2}, \quad \frac{z_2 - z}{z - z_1} = \frac{m_1}{m_2} \quad (3.2.1)$$

Теңдіктердің x, y, z салыстырғандағы шешімдерін табайық:

$$x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}, \quad y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}, \quad z = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2} \quad (3.2.2)$$

Осыған ұқсастық бойынша үш материалдық нүктенің массалар центрінің координатасын анықтауға болады:

$$x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$z = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (3.2.3)$$

n материалдық нүктенің массалар центрінің координатасын жазайық:

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$y_c = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (3.2.4)$$

$$z_c = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots + m_n z_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Немесе радиус-вектор арқылы өрнектесек, төмендегі қатынас шығады:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Мұндағы, m_i, r_i i -ші материалдық нүктенің массасы мен радиус векторы, n – материалдық нүктелер саны, $m = \sum_{i=1}^n m_i$ жүйенің массасы.

Массалар центрінің (немесе инерция центрінің) жылдамдығы мына формуламен есептеледі:

$$v_x = \frac{dx_c}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{dx_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i v_{x_i}}{m}$$

$$v_y = \frac{dy_c}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{dy_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i v_{y_i}}{m}$$

$$v_z = \frac{dz_c}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{dz_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i v_{z_i}}{m}$$

Немесе

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m} \quad (3.2.5)$$

Массалар центрі үшін қозғалыс теңдеуін (Ньютонның екінші заңын) жазамыз:

$$m \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \quad (3.2.6)$$

Мұндағы, $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ материалдық нүктелерге әсер ететін сыртқы күштер. Жүйенің массалар центрі материалдық нүкте ретінде қозғалады. Оның барлық массасын материалдық нүктеге жинақталған деп есептейміз. Ал материалдық нүктеге әсер ететін күш жүйеге әсер ететін барлық сыртқы күштердің геометриялық қосындысына тең болғандықтан, (3.2.6) өрнегі массалар центрінің қозғалыс заңын береді.

§ 3.3. Абсолют серпімді және серпімсіз соқтығысулар. Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы. Реактивті қозғалыс. Массасы айнымалы дененің қозғалыс теңдеуі

Күнделікті өмірде кездесетін соқтығысу құбылыстарын сақталу заңдарын пайдаланып (Мысалы, атомдардың, шарлардың, бір-бірімен және адамның секірген кездегі Жермен соқтығысуы, т.б) зерттеудің практикалық маңызы өте үлкен. Соқтығысу деп екі немесе одан көп денелердің өте аз уақыт кездесуінің нәтижесіндегі әсерлесуін айтады. Денелер соқтығысу кезінде, деформацияланып, олардың кинетикалық энергиялары серпімді деформацияның энергиясына түрленеді. Зерттеулер денелердің соқты-

ғысқаннан кейінгі салыстырмалы v' жылдамдығы соқтығысқанға дейінгі v жылдамдығынан кіші болатындығын көрсетті. Өйткені табиғатта идеал серпімді және тегіс беттер кездеспейді. Денелердің соқтығысқаннан кейінгі жылдамдығының нормальдық құраушыларының соқтығысқанға дейінгі жылдамдығының нормальдық құраушысына қатынасы қалпына келтіру коэффициенті деп аталады:

$$\varepsilon = \frac{v'_n}{v_n} \quad (3.3.1)$$

Егер $\varepsilon = 0$ болса, соқтығысу абсолют серпімсіз, ал $\varepsilon = 1$ болса абсолют серпімді болады. Практикада кездесетін барлық денелер үшін қалпына келтіру коэффициенті $0 < \varepsilon < 1$ аралығында жатады. (Мысалы, болаттан жасалған шар үшін $\varepsilon \approx 0,56$, пілдің сүйегінен жасалаған шар үшін $\varepsilon \approx 0,89$, қорғасыннан жасалған шар үшін $\varepsilon \approx 0$ тең). Бірақ кейбір жағдайларда денелердің соқтығысулары үлкен дәлелдікпен абсолют серпімді немесе абсолют серпімсіз соқтығысулар ретінде қарастырылады. Денелердің түйісу нүктесіне тұрғызылған нормальдың бойымен өтетін түзуді соқтығысу сызығы деп атайды.

Егер денелер соқтығысқанға дейін олардың массалар центрі арқылы өтетін түзудің бойымен қозғалса, онда ол орталық сығысу деп аталады. Алдағы уақытта біз абсолют серпімді және серпімсіз орталық соқтығысуларды қарастырамыз. Абсолют серпімді соқтығысуларда әсерлесетін денелерде қалдық деформация қалмай, соқтығысқанға дейінгі толық кинетикалық энергиясы соқтығысқаннан кейінгі кинетикалық энергияға айналады. Абсолют серпімді соқтығысулар үшін қозғалыс мөлшерінің және энергияның сақталу заңдары орындалады.

Соқтығысқаннан соң екі дене бірге қозғалса, оны абсолют серпімсіз соқтығысу деп қарастыруға болады. (Мысалы, пластелиннен және балшықтан жасалған шарлардың соқтығысулары).

Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңын қорытып шығару үшін массалары m_1, m_2, \dots, m_n , n денеден тұратын механикалық жүйені қарастырамыз. Берілген денеге әсер ететін ішкі және сыртқы күштердің тең әсерлі күштерін \vec{F}' , \vec{F} арқылы белгілеп, әрқайсысына қозғалыс теңдеуін жазамыз:

$$\frac{d}{dt} \left(m_1 \vec{v}_1 \right) = \vec{F}'_1 + \vec{F}_1$$

$$\frac{d}{dt} \left(m_2 \vec{v}_2 \right) = \vec{F}'_2 + \vec{F}_2$$

$$\frac{d}{dt} \left(m_n \vec{v}_n \right) = \vec{F}'_n + \vec{F}_n$$

Теңдіктерді мүшелеп қоссақ, төменде келтірілген теңдеуді аламыз:

$$\frac{d}{dt} \left(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n \right) = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \dots + \vec{F}'_n + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

Ньютонның үшінші заңы бойынша механикалық жүйедегі ішкі күштердің геометриялық қосындысы нөлге тең болғандықтан, мына теңдік шығады:

$$\frac{d}{dt} \left(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n \right) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

Немесе

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \right) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

Жүйе тұйық болғандықтан, оған әсер ететін сыртқы күштердің қосындысы нөлге тең:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

Механикалық жүйенің қозғалыс мөлшері $\vec{P} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$ ескерсек, мына өрнек шығады:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^n \left(m_i \vec{v}_i \right) = 0$$

Бұдан
$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \left(m_i \vec{v}_i \right) = const \quad (3.3.3)$$

(3.3.3) қозғалыс мөлшерінің сақталу заңын өрнектейді. Уақыт өтуіне байланысты тұйық жүйенің қозғалыс мөлшері өзгермейді. Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы табиғаттың негізгі іргелі заңдарының бірі болып табылады. Бұл заң реактивті қозғалыстарды, ғарыштық жылдамдықтарды, массалары айнымалы қозғалыстағы денелердің күйлерін сипаттағанда кеңінен пайдаланылады. Кейбір денелердің қозғалысы олардың массаларының өзгерісінен туындайды. Мысалы, ракетаның массасы отын жанғанда пайда болатын газдың ағып шығуына байланысты кемиді. Егер

жүйенің массасының қандай да бір бөлігі белгілі бағытта лақтырылса (газ шығарылса), онда ол қарама-қарсы бағытта қозғалыс мөлшерін алады.

Біз табиғатта және техникада массалары уақыт өтуіне байланысты өзгертін денелермен жиі кездесеміз. Жердің массасы метеориттің құлауынан артады, атмосферада қозғалғанда метеориттің массасы одан бөлшектердің бөлінуі немесе үйкеліс күшінің әсерінің жану салдарынан массасы кемиді. Қозғалыстағы мұздың көлемі қатқан кезде ұлғайып, еріген кезде кемиді. Барлық ракеталық жүйелердің, реактивті ұшақтардың, снарядтардың және жарылғыштардың массалары уақытқа тәуелді өзгереді. Айнымалы массалы денелердің динамикасының жалпы заңдарын И. В. Мещерский және К. Э. Циолковский ашып зерттеді. Ракеталық техникалардың реактивті қозғалыстары осы құбылысқа негізделген. Айнымалы массалы дененің қозғалыс теңдеуін қорытып шығару үшін ракетаның қозғалысын қарастырамыз. t уақыт мезетіндегі ракетаның

массасы m , жылдамдығы \vec{v} болса, dt уақыт өткен соң оның массасы $m - dm$, жылдамдығы $-\vec{v} + d\vec{v}$ шамаларын иеленіп, қозғалыс мөлшерінің өзгерісі төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$d\vec{p} = (m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + (\vec{v} + d\vec{v} - \vec{u})dm - m\vec{v}$$

$$\text{Немесе} \quad d\vec{p} = m d\vec{v} - \vec{u} dm \quad (3.3.4)$$

Мұндағы, \vec{u} - ракетадан бөлініп шығатын газдың жылдамдығы. Жүйеге сыртқы күш әсер етсе, қозғалыс мөлшерінің өзгерісі $\vec{p} = \vec{F} dt$ болғандықтан,

$$\vec{F} dt = m d\vec{v} - \vec{u} dm \quad (3.3.5)$$

теңдігі шығады.

$$\text{Немесе} \quad m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \vec{u} \frac{dm}{dt} \quad (3.3.6)$$

$F_p = \vec{u} \frac{dm}{dt}$, m массадан бөлініп шығатын массасы dm бөлшектер тарапынан әсер ететін реактивті күш.

(3.3.6) формуласын түрлендірсек, массасы айнымалы дененің қозғалыс теңдеуін аламыз:

$$m \vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p \quad (3.3.7)$$

(3.3.7) теңдеуін сыртқы күштер әсер етпейтін. $\vec{F} = 0$ денеге қолданып, скалярлық түрде жазайық:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -u \frac{dm}{dt} \quad \text{немесе} \quad m \frac{dv}{dt} = -u \frac{dm}{dt} \quad \text{бұдан}$$

ракета үшін $\frac{dm}{dt} < 0$, өйткені ұшу кезінде массасы кемиді. Егер

қозғалыстағы дененің массасы артса, онда $\frac{dm}{dt} > 0$, $\frac{dm}{dt} = 0$ болса,

Ньютонның екінші заңын аламыз. Ракетаның жылдамдығы мына

формуламен өрнектеледі: $v = U \int \frac{dm}{m} = -u \ln m + C$. Интегралдау тұрақтысының

C мәнін бастапқы шарттардан анықтаймыз. Уақыттың бастапқы мезетінде

ракетаның жылдамдығын нөлге, массасын m_0 тең деп алсақ, тұрақтының мәні мынаған тең $C = u \ln m_0$. Олай болса,

$$v = u \ln \frac{m_0}{m} \quad (3.3.8)$$

Бұл қатынас К.Э. Циолковский формуласы деп аталады. Формуладан айнымалы массалы дененің жылдамдығы газдың бөлініп шығу жылдамдығына және бастапқы массаның жану процесінің соңында қалған массаның қатынасына тәуелді екендігін көреміз. К.Э. Циолковский формуласынан төмендегідей тәуелділіктер шығады.

а. Ракетадан бөлініп шығатын газдың жылдамдығы артқан сайын, пайдалы жүктің массасы артады.

ә. Пайдалы жүк (отын) артқан сайын, ракетаның бастапқы массасы көбейеді.

(3.3.7) және (3.3.8) формулалары релятивисті емес қозғалыстар үшін орындалады ($v \ll c, u \ll c$, c – жарықтың вакуумдегі жылдамдығы).

§ 3.4. Энергия - әртүрлі формалы қозғалыстар мен өзара әсерлесудің универсал өлшемі. Күш жұмысы және оның қисықсызықты интеграл арқылы берілген өлшемі. Қуат

Алдыңғы параграфтарда біз дененің ілгерлемелі қозғалысының өлшемі болатын қозғалыс мөлшерімен таныстық. Дененің бұл динамикалық

сипаттамасы барлық қозғалыс түрінің әмбебап өлшемі бола алмайтындығын мысалдар келтіру арқылы түсіндірейік.

а. Егер біртекті дене, мысалы, цилиндр шар қозғалмайтын симметриялық осімен кез келген бұрыштық жылдамдықпен айналғанда оның барлық материалдық нүктелерінің қозғалыс мөлшерінің векторлық қосындысы нөлге теңелетіндігін көрсету оңай. Сондықтан дененің қозғалыс мөлшері оның айналмалы қозғалысының өлшемі болмайды.

ә. Массасы 1 кг, 2 кг денелер 20 м және 10 м биіктіктен Жер бетіне еркін құласын. Олардың Жер бетіндегі қозғалыс мөлшерлері шамалары жағынан тең. Бірінші дене Жерге соқтығысқанда серіппені қаншаға сығып деформацияласа, екіншісі де серіппені соншаға деформациялап сығатындығына тәжірибе жасау арқылы көз жеткізе аламыз. Олай болса, қозғалыс мөлшері ілгермелемелі қозғалыстағы дененің динамикалық қасиеттерінің мөлшерлік мәнін сипаттай алмайды.

б. Үйкеліс күші әсер ететін бірқалыпты тұзусыздықты қозғалыстағы денені қарастырайық. Бұл жағдайда үйкеліс күші денеге түсірілген күшпен теңеседі. $\vec{F} = -\vec{F}_{yi}$ теріс таңба үйкеліс күші әрқашан қозғалысқа қарсы бағытталатындығын көрсетеді. Бір-бірімен үйкелетін механикалық қозғалыстағы денелер үйкеліс күшінің әсерінен температурасы көтеріліп, молекулалардың ретсіз қозғалысын арттырады. Бірақ бірқалыпты тұзусыздықты қозғалыста дененің қозғалыс мөлшерінің векторы $m\vec{v}$ бөлініп шыққан жылу мөлшерін сипаттамай, тұрақты болып қалады.

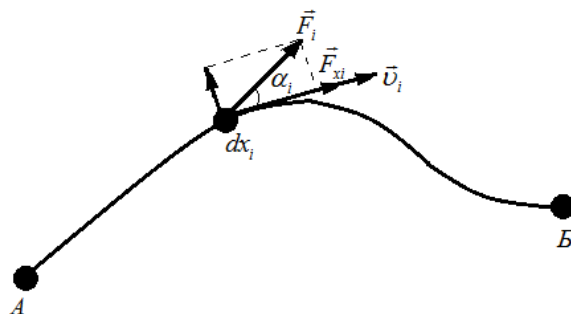
Әртүрлі пішіндегі қозғалыстардың біртұтас әмбебапты өлшемі ретінде энергияны алуға болады. Механикалық жүйенің энергиясы жүйедегі мүмкін болатын қозғалыстардың мөлшерлік және сапалық түрленулерін сипаттайды. Бұл түрленулер жүйедегі денелердің бір-бірімен және сыртқы денелермен әсерлесуінің салдарынан туындайды. Сондықтан кез келген денеде оның қозғалысының өлшемі болып табылатын энергия немесе энергияның қоры бар. Физикада әртүрлі пішіндегі қозғалыстарды зерттеу мақсатында оларға сәйкес энергиялардың түрлері қарастырылады. (Механикалық, ішкі, электромагниттік және т.б.) Бұл тарауда біз денелердің бір-бірімен әсерлесуінен пайда болатын, олардың қозғалыстарына сәйкес келетін механикалық энергияны қарастырумен шектелеміз. Денелердің арасындағы механикалық қозғалыстардың бір-біріне немесе оның қозғалыстарының басқа түрлеріне ауысуы денелердің әсерлесуінен туындайды. Осындай текті барлық қозғалыстарда, берілген қозғалыстың шамасы күшпен орын ауыстырудың көбейтіндісінің шамасына пропорционал болатындығын тәжірибе көрсетті. Мысалы, тастың h биіктіктен Жерге құлауының нәтижесінде бөлінетін жылу мөлшері ауырлық күші мен биіктіктің көбейтіндісіне пропорционал; гидростанцияда алынатын электр мөлшері турбинаның қалақшаларына құлайтын судың салмағы мен оның құлау биіктігінің көбейтіндісіне пропорционал. Денелердің механикалық

қозғалысы мен энергиясының өзгерісі, олардың басқа денелермен күштік әсерлесуінің нәтижесінде пайда болады. Осы құбылысты мөлшерлік жағынан сипаттау үшін механикада күшпен істелінетін жұмыс ұғымы енгізілді. Дене оған әсер ететін тұрақты \vec{F} күшінің әсерінен түзу сызықты қозғалыста болсын делік. Егер күш орын ауыстыру бағытымен α бұрыш жасаса, онда күштің істейтін жұмысы мына формуламен анықталады:

$$A = F \cdot x \cos \alpha = F_x \cdot x \quad (3.4.1)$$

Мұндағы, F_x - күштің x осіндегі проекциясы, x - дененің жүріп өткен жолы. Жалпы жағдайда күш бағыты мен модулі жағынан өзгеруі мүмкін. Айнымалы күштің жұмысын табу үшін жүрілген жолды өте көп кішкентай бөліктерге бөліп, элементтің кез келген нүктесіне әсер ететін күшті тұрақты деп аламыз. Онда элементар жұмыс мына формуламен есептеледі: (3.4.1-сызба)

$$dA_i = F_{xi} \cdot dx_i = F_i \cdot dx_i \cos \alpha_i \quad (3.4.2)$$



3.4.1-сызба. Айнымалы күштің АБ жолында істейтін жұмысы

АБ жолындағы айнымалы күштің жұмысын (3.4.2) өрнегін интегралдау арқылы табамыз:

$$A = \int_A^B F_{xi} \cdot dx_i = \int_A^B F_i \cdot dx_i \cos \alpha_i \quad (3.4.3)$$

Интегралды есептеу үшін АБ траекториясының бойындағы F_x -тің x -ке тәуелділігін білуіміз керек. Мысалы, түзу сызықты қозғалыстағы дене үшін $F = const, \alpha = const$ болғанда, жұмыс мына формуламен өрнектеледі:

$$A = \int_A^B F dx \cos \alpha = F \cos \alpha \int_A^B dx = F \cos \alpha (x_A - x_B)$$

(3.4.2) формуласынан денеге әсер ететін күш төменде келтірілген жағдайларда жұмыс нөлге тең.

а. Күш түсірілген нүкте тыныштықта болса ($dx = 0$)

ә. Күш орын ауыстыруға перпендикуляр бағытталса $\left(\alpha = \frac{\pi}{2}, F_x = 0 \right)$

Соңғы жағдайда күш тек қозғалыстағы дененің траекториясын өзгертеді. Мысалы, шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалатын материалдық нүктеге әсер ететін центрге тартқыш күш.

(3.4.3) формуласынан $\alpha < \frac{\pi}{2}$ болғанда, күштің жұмысы оң және F_{xi}

құраушысының бағыты жылдамдықтың \vec{v} бағытымен сәйкес келетіндігін көреміз.

$\alpha > \frac{\pi}{2}$ болғанда, күштің жұмысы теріс, яғни жұмыс берілген күшке қарсы істелінеді (мысалы, үйкеліс күшінің жұмысы).

Жұмыстың істелу жылдамдығын сипаттау үшін физикада қуат ұғымы енгізіледі. Қуат деп жұмыстың ΔA орындалатын Δt уақытқа қатынасына тең физикалық шаманы немесе бірлік уақытта істелінетін жұмысты айтады:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad (3.4.4)$$

Егер дене \vec{F} күштің әсерінен тұрақты жылдамдықпен қозғалса, қуат төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F_x dx}{\Delta t} = F_x \cdot v \quad (3.4.5)$$

Уақыттың әрбір берілген мезетіндегі қуат орын ауыстыру бағытындағы күштің проекциясын қозғалыс жылдамдығына көбейткенге тең.

Қуат айнымалы болған жағдайда элементар ΔA жұмыс бірдей Δt уақыт ішінде орындалмайды. Мысалы, 5 тонна көмірді машинадан бірнеше адамның жеке-жеке түсіру уақыттары олардың қуаттарына байланысты әртүрлі болады.

Бұл жағдайда істелінетін жұмыс адамдардың барлығы үшін бірдей, яғни қуат уақытқа тәуелді. Егер Δt кішкентай уақыт аралықтарында бірдей ΔA жұмыстар істелінсе, лездік қуат ұғымы қолданылады:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \quad (3.4.6)$$

Мысалы, бірінші адам Δt уақыт аралығында ΔA_1 , ал екінші ΔA_2 жұмыс істейді.

Егер қуат тұрақты болмаса, (3.4.4) формуласы орташа $\langle P \rangle$ қуатты анықтайды.

§ 3.5. Механикалық жүйенің кинетикалық энергиясы және оның жүйеге түсірілетін сыртқы және ішкі күштерінің жұмысымен байланысы

Денелер жүйесінің механикалық қозғалысының күйі уақыттың қандай да бір мезетінде олардың салыстырмалы орналасулары мен жылдамдықтары белгілі болса толық сипаталады.

Механикада энергияның екі түрі бар. Денелердің жылдамдықтарына тәуелді энергияны кинетикалық, ал олардың орналасуларына (координаталарына) тәуелді энергияны потенциалдық энергия деп атайды.

Энергияны механикалық қозғалыс күйінің параметрлерінің функциясы ретінде өрнектеу үшін, параметрлердің шамаларының өзгеруіне байланысты энергияның қалай өзгертіндігін анықтауымыз қажет. Қозғалыстағы жүйе күйінің өзгерісі әрқашан оның ішінде өтетін процестерге немесе оған әсер етіп жұмыс істейтін сыртқы күштерге тәуелді. Алдыңғы параграфта сыртқы күштердің жұмысы оң болса, жүйенің энергиясының өсетіндігі, ал теріс болса, кемитіндігі көрсетілген болатын. Сыртқы күштердің жұмысы теріс мәнді иеленгенде, жүйе сыртқы күштерге қарсы жұмыс істейді. Жүйе тарапынан сыртқы денелерге берілген күштің әсерінен істелінетін жұмыс жүйе энергиясының есебінен орындалады. Жүйенің кинетикалық энергиясының өзгерісін анықтау мақсатында одан кез келген денені бөліп аламыз. Денеге жүйенің ішіндегі және сыртындағы денелердің әсер ететін күштерін сәйкес қорытқы \vec{F} күшімен алмастырып, осы күштің массасы m дененің жылдамдығын \vec{v}_1 -ден \vec{v}_2 -ге дейін өзгерткендегі атқаратын жұмысын өрнектейік:

$$A = f(v_2) - f(v_1) \quad (3.5.1)$$

Теңдіктің оң жағындағы өрнекті анықтау арқылы, біз күйдің өзгеру шамасын дененің өзгеру жылдамдығының функциясы ретінде анықтап, кинетикалық энергияның өзгерісін табамыз.

F күш әсер ететін массасы m дененің қозғалыс теңдеуінің скалярлық түрін жазайық:

$$F = m \frac{dv}{dt} \text{ теңдіктің екі жағын } dx \text{ орын ауыстыруға көбейтсек, қозғалыс}$$

теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$F dx = m \frac{dv}{dt} dx = m v dv = m d\left(\frac{v^2}{2}\right) \text{ немесе } F dx = d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = dA \quad (3.5.2)$$

Дене $x_2 - x_1$ жолды жүріп өткенде жылдамдық $v_2 - v_1$ өзгереді. Жылдамдықты өзгертуге кеткен толық жұмысты (3.5.2) теңдігінің екі жағын интегралдау арқылы анықтаймыз:

$$\int_{x_1}^{x_2} dA = \int_{v_1}^{v_2} m v dv \quad \text{немесе} \quad m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Олай болса,

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \quad (3.5.3)$$

Дененің кинетикалық энергиясының өзгерісі сан жағынан оның қозғалыс жылдамдығын v_1 -ден v_2 -ге дейін өзгеру үшін әсер ететін күштің жұмысына тең. Егер денеге F күштен басқа үйкеліс күші әсер етсе, онда денеге берілген механикалық қозғалыстың қандай да бір бөлігі молекулалық-жылулық қозғалысқа жұмсалғандықтан, дененің кинетикалық энергиясының өзгерісі күштің істеген жұмысынан кіші болады. (3.5.3)

формуласындағы $\frac{mv^2}{2} = T$ белгілейік:

$$A = \Delta T = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \quad (3.5.4)$$

$$v_1 = 0 \text{ болғанда} \quad T = \frac{mv^2}{2} \quad (3.5.5)$$

Қозғалыстағы дененің тежелу кезіндегі толық тоқтағанға дейінгі істеген жұмысы, қозғалыс траекториясына тәуелді емес. Ол дененің кинетикалық энергияның өзгерісімен анықталады. Кинетикалық энергия аддитивті болғандықтан, жүйедегі денелердің кинетикалық энергиясы, олардың әрқайсысының кинетикалық энергиясының қосындысына тең:

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} \quad (3.5.6)$$

Жүйенің кинетикалық энергиясы оның қозғалыс күшінің функциясы болып табылады.

Мысалы, v жылдамдықпен қозғалатын екі бірдей вагонды тоқтататын тежеу күшінің жұмысы, бір вагонды тоқтатын тежеу күшінің жұмысынан екі есе артық. Дененің қозғалыс мөлшері $p = mv$ болғандықтан, кинетикалық энергия мына формуламен өрнектеледі:

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

§ 3.6. Сыртқы күш өрісіндегі материалдық нүктенің потенциалдық энергиясы және оның материалдық нүктеге әсер ететін күшпен байланысы. Консервативті және консервативті емес күштер

Потенциалдық энергия денелердің өзара орналасуымен және олардың әсерлесу күштерінің мінездемесімен сипатталатын жүйенің жалпы механикалық энергиясының бөлігімен анықталады. Денелердің әсерлесуі күштік өрістер арқылы (мысалы, гравитациялық күштер өрісі) іске асырылсын делік. Дене бір орыннан екіншісіне орын ауыстырғанда істелетін жұмыс орын ауыстыру траекториясына емес, оның бастапқы және соңғы орындарына тәуелді. Мұндай өрісті потенциалды, ал ондағы әсерлесетін күштерді консервативті деп атайды. Егер күштің әсерінен істелетін жұмыс орын ауыстыру траекториясына тәуелді болса, күштер диссипативті деп аталады. (Мысалы, үйкеліс күші).

Денелердің немесе бөлшектердің әсерлесуінің потенциалдық энергиясы олардың өзара орналасуына тәуелді, яғни әрқашан координатаның функциясы болады. Қарапайым жағдайда потенциалдық энергия бір координатаға тәуелді болуы мүмкін. Әсерлесу потенциалдық энергиясы $U(x)$ функциясымен анықталатын екі бөлшекті қарастырайық. Мұндағы, x – екі бөлшектің арақашықтығы. Бөлшектер бір-бірімен F күшпен тебіседі делік. F күшінің әсерінен денелердің арақашығы dx артып, Fdx жұмыс істеледі. Жұмыс - dU өзгертін (кемиді) әсерлесу потенциалдық энергиясының есебінен атқарылатындықтан, төменде келтірілген теңдіктерді аламыз:

$$-dU = Fdx = dA \quad \text{немесе} \quad F = -\frac{dU}{dx}$$

Өріс потенциалды болған жағдайда күш потенциалдық энергиядан x параметрі бойынша теріс таңбамен алынған туындыға тең. Кеңістік үшін жоғарыда келтірілген теңдік төмендегідей түрленеді:

$$\vec{F} d\vec{r} = -dU \quad (3.6.1)$$

$U(\vec{r})$ функциясы белгілі болса, (3.6.1) формуласы \vec{F} күшін модулі және бағыты жағынан толық анықталады. Күш консервативті болған жағдайда:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Немесе векторлық түрде:

$$\vec{F} = -\text{grad}U \quad (3.6.2)$$

$\text{grad}U$ символымен қосынды белгіленген:

$$\text{grad}U = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \quad (3.6.3)$$

Мұндағы, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - координаталық осьтердің бірлік векторы. (3.6.3) өрнегімен анықталатын вектор, U скалярының градиенті болып табылады.

$\text{grad}U$ белгіленуімен қатар ∇U белгіленуі қолданылады. Мұндағы, $\vec{\nabla}$ (Набла) немесе набла-операторы деп аталатын символдық вектор:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \quad (3.6.4)$$

U функциясының нақты түрі күштік өрістің мінездемесіне тәуелді. Мысалы, Жер бетінен h биіктіктегі массасы m дененің потенциалдық энергиясы:

$$U = mgh, \quad F = -\frac{\partial U}{\partial h} = -mg$$

Тартылыс өрісіндегі денелер үшін жалпы жағдайда:

$$U = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}, \quad F = -\frac{\partial U}{\partial r} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Серпимді деформацияланатын денелер үшін:

$$U = \frac{kx^2}{2}, \quad F = -\frac{\partial U}{\partial x} = -kx$$

Мұндағы, k - серпимдік коэффициенті

F күші істейтін элементар жұмыс мына теңдеумен анықталады:

$$dA = Fdx = kxdx$$

Мұндағы dx - деформацияның шамасы

Толық жұмыс $A = \int_0^x kxdx = \frac{kx^2}{2} + c = U + C$ серпимді дененің (серіппенің)

потенциалдық энергиясын арттыруға жұмсалады. Денені деформацияланбаған ($x=0$) күйден, ($x \neq 0$) деформацияланған күйге көшіруге жұмсалатын жұмыс ($x=0$, $C=0$) төмендегі формуламен есептеледі:

$$A = \frac{kx^2}{2}$$

Жүйенің потенциалдық энергиясы, оның күйінің функциясы болады. Ол жүйенің конфигурациясына және оның сыртқы денелермен салыстырғандағы орнына тәуелді. Потенциалдық энергия шамасының тепе-теңдік орнының маңында қалай өзгеретіндігін қарастырайық. Тепе-теңдік орындағы нүктеге әсер ететін қорытқы күш нөлге тең болғандықтан, үдеу мен жылдамдық та нөлге тең болады. Бірақ практикада бұл шарттар дәл орындалмайды. Сыртқы күштің әсерінен ешқандай денені толығынан оқшауландыра алмағандықтан, ол қандай да бір жылдамдықпен тепе-теңдік орнынан қашықтай бастайды. Оған әсер ететін қорытқы күш нөлден ерекше. Күш тепе-теңдік орынға немесе дененің тепе-теңдік орнынан ауытқу бағытында бағытталуы мүмкін. Бірінші жағдайда тепе-теңдік орынға бағытталған күш дененің тепе-теңдік орнынан қашықтауына кедергі жасаса, екіншісінде күш дененің тепе-теңдік орнынан қашықтауына ықпалын тигізеді. Бірінші жағдайда дене ұзақ уақыт тепе-теңдік күйде бола алады. Екінші жағдайда бола алмайды. Сондықтан біріншісінде тепе-теңдік күй орнықты, екіншісінде орнықсыз жағдайда болады. Жүйенің потенциалдық энергиясының тепе-теңдік күйі маңындағы конфигурациясына қалай байланысты болатындығын талқылайық. Қандай да бір тепе-теңдік күйге координатаның $x = x_1$ және потенциалдық энергияның $U = U(x_1)$ мәндері сәйкес келсін. Тепе-теңдік күйде ($x = x_1$) денеге әсер ететін F күші нөлге тең:

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)_{x=x_1} = 0 \quad (3.6.5)$$

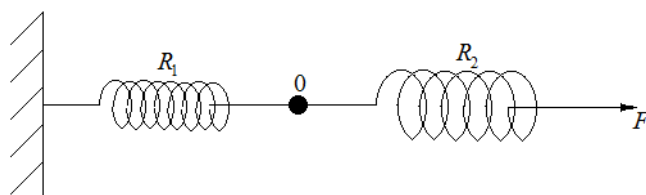
Яғни, тепе-теңдік жағдайда потенциалдық энергия минимум немесе максимум мәндерді иеленуі мүмкін.

Егер тепе-теңдік күйден ауытқығанда пайда болатын күш, тепе-теңдік орынға бағытталса, ол теріс жұмыс істейтіндіктен, потенциалдық энергия өседі, яғни бұл жағдайда тепе-теңдік күйге минималды потенциалдық энергия сәйкес келеді. Егер туындайтын күш тепе-теңдік орыннан бағытталса, істелінетін жұмыс оң болғандықтан, потенциалдық энергия кемиді. Бұл жағдайда тепе-теңдік күйге потенциалдық энергияның минималды мәні сәйкес келеді. Олай болса;

$$\frac{d^2U}{dx^2} > 0 \quad \text{тепе-теңдік орнықты,}$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \quad \text{тепе-теңдік орнықсыз}$$

Келтірілген шарттар серпімді, гравитациялық және электрлік күштер әсерлесетін жүйелерде орындалады. Денеге серпімді күш әсер еткендегі қарапайым жағдайды қарастырайық. (3.6.1-сызба).



3.6.1-сызба. Денеге серпімді күштердің әсер етуі

О нүктесіндегі тепе-теңдік күйдің орнықты немесе орнықсыздығын анықтайық. Серіппенің сол жақтағы ұшы екі серіппе созылатындай етіп бекітілген. О нүктесіне әсер ететін күштер тең болуы үшін серіппенің ұзарулары $k_1 x_1 = k_2 x_2$ қатынасын қанағаттандыруы керек. О нүктесі орын ауыстырғанда серіппенің біреуінің созылуы артып, екіншісіне кемиді. О нүктесінің x орын ауыстыруы тепе-теңдік орынмен салыстырып алсақ, потенциалдық энергия мына формуламен анықталады:

$$U = \frac{k_1(x_1 + x_2)^2}{2} + \frac{k_2(x_2 - x_1)^2}{2}$$

Қарапайым түрлендірулерден соң, төмендегі өрнек шығады:

$$U = \frac{k_1 x_1^2}{2} + \frac{k_2 x_2^2}{2} + \frac{(k_1 + k_2)x^2}{2}$$

Яғни, $x = 0$ (тепе-теңдік күй) болғанда $\frac{dU}{dx} = 0$ қатынасы орындалады.

Яғни, тепе-теңдік күй U – потенциалдық энергияның экстремум мәніне сәйкес келеді. Екінші туындының таңбасын анықтамай $x \neq 0$ кез келген мәндерінде $U_{x \neq 0} > U_{x=0}$ теңсіздігі орындалатынына оңай көз жеткізе аламыз. Бұл экстремум минимумға сәйкес келгендіктен, қарастырып отырған есепте тепе-теңдік күй біреу және ол орнықты болады.

§ 3.7. Механикадағы энергияның сақталу және түрлену заңдары

Энергияның сақталу және түрлену заңдары макроскопиялық денелер немесе элементар бөлшектер жүйелерінде орындалатын табиғаттың іргелі заңы болып табылады. Теориялық физикада бұл заңның уақыттың біртектілінен шығатындығы дәлелденген. Яғни, физикалық құбылыстардың заңдары уақыттың бастапқы санақ нүктесін таңдап алғанға тәуелсіз. Энергияның сақталу заңын қорытып шығару үшін тұйық жүйедегі массалары m_1, m_2, \dots, m_n , жылдамдықтары $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ материалдық нүктелерді қарастырамыз. Материалдық нүктелерге әсер ететін ішкі консервативті күштердің тең әсерлі күштерін $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n$ арқылы белгілейік. Материалдық нүктелердің массаларын тұрақты ($v \ll c$) деп алып, қозғалыс теңдеулерін жазайық:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{F}'_1 + \vec{F}_1 \\ m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \vec{F}'_2 + \vec{F}_2 \\ \dots \\ m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt} = \vec{F}'_n + \vec{F}_n \end{array} \right. \quad (3.7.1)$$

Барлық нүктелер dt уақыт аралығында dx_1, dx_2, \dots, dx_n орын ауыстырсын. Әрбір теңдеуді сәйкес орын ауыстыруларына көбейтіп, $d\vec{x}_i = \vec{v}_i dt$ ескерсек, төмендегі қозғалыс теңдеулері шығады:

$$\begin{cases} m_1(\vec{v}_1 d\vec{v}_1) - (\vec{F}'_1 + \vec{F}_1) d\vec{x}_1 = 0 \\ m_2(\vec{v}_2 d\vec{v}_2) - (\vec{F}'_2 + \vec{F}_2) d\vec{x}_2 = 0 \\ \dots\dots\dots \\ m_n(\vec{v}_n d\vec{v}_n) - (\vec{F}'_n + \vec{F}_n) d\vec{x}_n = 0 \end{cases}$$

Теңдеулерді қосып жүйенің тұйық екендігін ескерсек, яғни $\vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \dots + \vec{F}'_n = 0$ мына өрнекті аламыз:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i d\vec{v}_i - \sum_{i=1}^n \vec{F}'_i d\vec{x}_i = 0$$

Немесе

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i d\vec{v}_i = \sum_{i=1}^n d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right) = dU \quad (3.7.2)$$

dU барлық жүйенің кинетикалық энергиясының шексіз кішкентай өзгерісі. $\sum_{i=1}^n \vec{F}'_i d\vec{x}_i = dU$ жүйеде әсер ететін барлық ішкі консервативті күштердің теріс таңбамен алынған істейтін жұмысы. Немесе потенциалдық энергияның шексіз кішкентай өзгерісі. Олай болса, барлық жүйе үшін:

$$dT + dU = 0$$

теңдігі орындалады. Бұдан тұйық жүйенің толық механикалық энергиясы шығады:

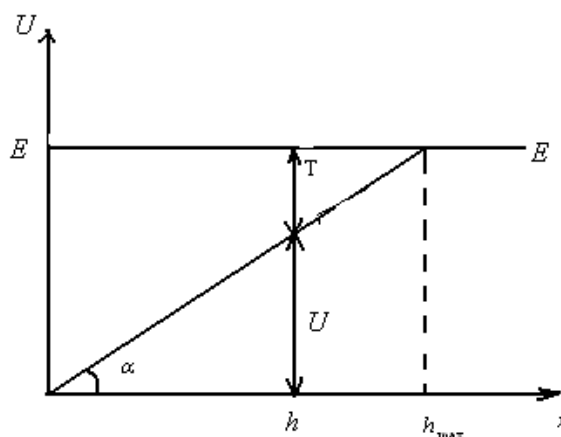
$$T + U = E = const \quad (3.7.4)$$

(3.7.4) өрнегі механикалық энергияның сақталу заңын береді. Кинетикалық және потенциалдық энергиялардың қосындысы, яғни жүйенің механикалық энергиясы сақталады. Немесе тұйық жүйеде энергия жоғалмай бір түрден екінші түрге өтеді. Мұндай жүйелерді тұйықталған консервативті жүйелер деп атайды. Механикалық энергиясы энергияның басқа түрлеріне

өтуіне байланысты кемитін жүйе диасипативті жүйе деп аталады. Табиғатта кездесетін барлық жүйелер диасипативті жүйелерге жатады. Тұйық консервативті жүйедегі қозғалыстағы денелердің кинетикалық энергиялары үздіксіз потенциалдық энергияларға немесе керісінше, потенциалдық энергиялар кинетикалық энергияға түрленеді. Ал толық энергияның мөлшері өзгермейді. Үйкеліс күші әсер ететін тұйық жүйенің толық механикалық энергиясы кемиді. Сондықтан бұл жағдайда механикалық энергияның сақталу заңы орындалмайды. Бірақ механикалық энергия жоғалса, оған эквивалентті мөлшерде энергияның басқа түрі туындайды. Олай болса, энергия ешқашан жоғалмайды және қайтадан пайда болмайды, ол тек бір түрден екінші түрге өтеді.

Материалдық нүкте қандай да бір берілген қисықтың бойымен, мысалы, абсциссаның бағытымен қозғалсын. Бұл жағдайда оның потенциалдық энергиясы бір айнымалыға $U = f(x)$ тәуелді. Потенциалдық энергияның арақашықтыққа тәуелділігін сипаттайтын график потенциалдық қисық деп аталады.

Графиктің пішіні талқылау, нүктенің қозғалысын сипаттайтын көптеген мәліметтер береді. Мысал ретінде, біртекті ауырлық өрісіндегі және серпімді деформацияланған денелердің потенциалдық энергияларын графикпен өрнектеуін қарастырайық. Жердің бетінен h биіктіктегі массасы m дененің потенциалдық энергиясы $U(h) = mgh$ тең. $U = U(h)$ тәуелділігінің графигі координата бас нүктесінен өтетін h осіне көлбеулік бұрышы масса артқан сайын ұлғаятын ($tg\alpha = mg$) түзу сызық болады. (3.7.1-сызба)



3.7.1-сызба. $U = U(h)$ тәуелділігінің графигі

Дененің толық энергиясы E тең болса, (h осіне параллель түзу) ол h биіктікте абсцисса осіндегі $U(h)$ графигінің арасындағы кесіндімен анықталатын потенциалдық энергияны иеленеді. Кинетикалық энергия $U(h)$ графигінен EE түзуінің арасындағы вертикаль кесіндімен беріледі. 3.7.1-

сызбасынан $h = h_{max}$ мәніне кинетикалық энергияның $T = 0$ мәні, ал потенциалдық энергияның максимал мәні $U = E = mgh_{max}$ сәйкес келетіндігі және ол толық энергияға тең болатындығы шығады.

Келтірілген графиктен дененің h биіктіктегі жылдамдығын табуға болады:

$$T = E - U \quad \text{немесе} \quad \frac{mv^2}{2} = mgh_{max} - mgh$$

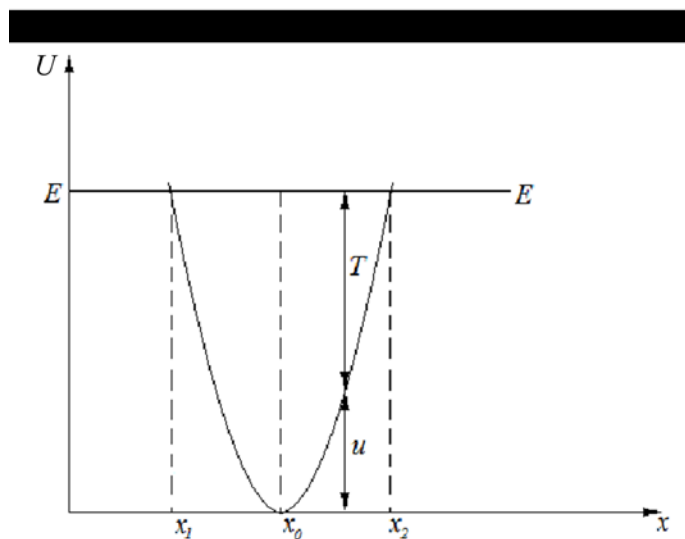
$$\text{Бұдан} \quad v = \sqrt{2g(h_{max} - h)}$$

Серпимді күштің әсерінен қозғалатын бөлшекті қарастырайық. (3.7.2-сызба).

$x = x_0$ болғанда серпіппе деформацияланбағандықтан, бөлшекке әсер ететін күш нөлге тең. Тепе-теңдік өрісінен ауытқыған бөлшекке әсер ететін серпимді күш мына формуламен анықталады: $F = -k(x - x_0)$

$x > x_0$ теңсіздігі теріс күшке (тартылыс), $x < x_0$ оң күшке (тебіліс) сәйкес келеді. Бөлшектің потенциалдық энергиясы мына формуламен есептеледі:

$$U = \frac{k(x - x_0)^2}{2}$$



3.7.2-сызба. Бөлшектің серпимділік күшінің әсерінен қозғалысы

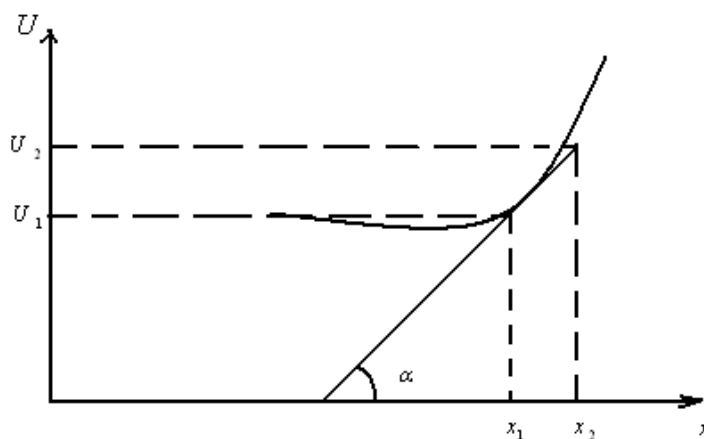
Ол сызбада төбесі x_0 нүктесінде орналасқан парабола арқылы кескінделген. Бөлшектің механикалық энергиясы $E = T + U$ тұрақты шама және ол графикте абсцисса осіне параллель түзу сызықпен өрнектеледі.

Графиктен кез келген нүктелердегі бөлшектің кинетикалық энергиясы E түзуінен параболаға дейінгі кескіннің ұзындығымен анықталады. $x = x_0$

болғанда бөлшектің кинетикалық энергиясы максимал $T_{max} = E$, ал потенциалдық энергиясы $U = 0$ мәндерін иеленеді. $x = x_1$ және $x = x_2$ бөлшектің кинетикалық энергиясы нөлге, ал потенциалдық энергиясы максимал мәніне $U_{max} = E$, яғни толық энергияға теңеледі. Графиктен бөлшек x_2 нүктесінен оңға, x_1 нүктесінен солға қарай жылжи алмайтындығын көре аламыз. Шындығында, кинетикалық энергия теріс шаманы иеленуі мүмкін емес. Сондықтан потенциалдық энергия толық энергиядан артық болмайды. Бұл жағдайда бөлшек координаталары $x_1 \leq x \leq x_2$ потенциалдық шұңқырда орналасады. Потенциалдық қисыққа талдау жасау бірден күштің таңбасын және оның сипаттамасын (тартылыс немесе тебіліс) анықтауға мүмкіндік береді. Элементар жұмыс $dA = Fdx$ немесе $dA = -dU$ формуласымен өрнектеледі. Күш бір координатаның, мысалы абсциссаның x функциясы болса, онда $Fdx = -dU$ теңдігі орындалады. Немесе

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -U'(x)$$

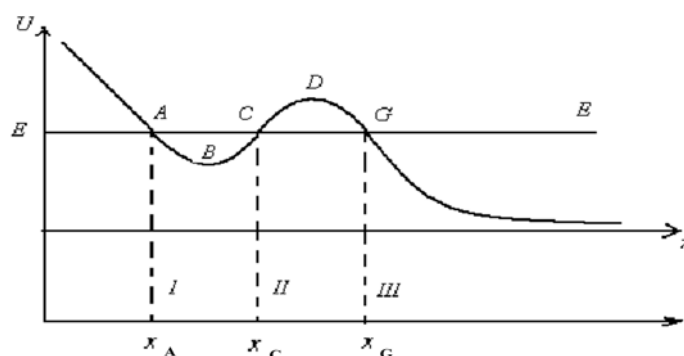
Графиктен $\frac{dU}{dx} = \operatorname{tg}\alpha$ қатынасы шығады. Мұндағы, α - потенциалдық қисықтың абсцисса осіне еңкіштік бұрышы. Консервативтік жүйелерде күш потенциалдық энергиядан координата бойынша теріс таңбамен алынған туындыға тең.



3.7.3-сызба. Потенциалдық қисықтың абсцисса осіне көлбеулігі

Потенциалдық энергия артқанда оның қисығы абсцисса осімен сүйір, ал кемігенде доғал бұрыш жасайды. Сүйір бұрыштың тангенсі оң сан, күш қарама-қарсы теріс таңбалы болғандықтан, ол тартылыс күші болып табылады. Доғал бұрыштың тангенсі теріс санды беретіндіктен, күш оң мәнді иеленіп,

тебіліс күшімен сипатталады. Жалпы жағдайда потенциалдық энергияның арақашықтыққа тәуелділік графигі кезектесіп келетін максимумдар мен минимумдары бар күрделі қисықтардан тұрады (3.7.4-сызба).



3.7.4-сызба. Жалпы жағдайдағы потенциалдық қисық

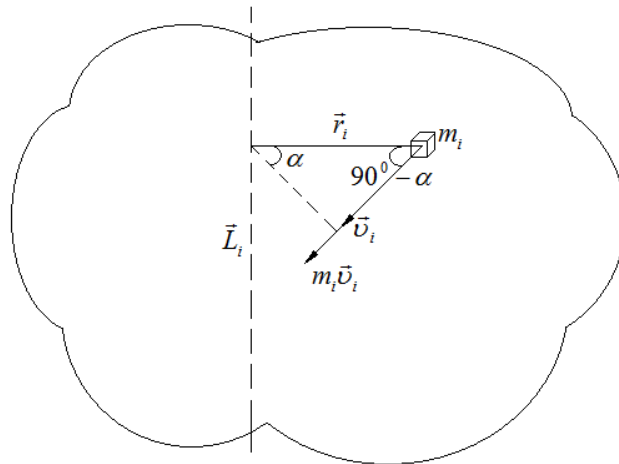
Қисықтың түрі жолдың қандай бөліктерінде істелетін жұмыстардың үлкен немесе кіші екендігін және олардың таңбаларын анықтауға мүмкіндік береді. Потенциалдық қисықты пайдаланып денеге әсер ететін күш қай жерлерде максимал және нөлге тең болатындығын көрсете аламыз (Мысалы, потенциалдық қисықтың бұралуы үлкен жерлерде денеге әсер ететін күш максимал).

Егер бөлшектің толық энергиясын E деп алсақ, онда бөлшек $U(x) \leq E$ орындалатын, яғни I және III облыстарда бола алады. I облыстан III облысқа немесе керісінше, III облыстан I облысқа бөлшек өте алмайды, өйткені оған ені $E < U$ болғандағы x -тің мәндерінің интервалына тең, биіктігі $U_{max} - E$ айырымымен анықталатын CDG потенциалдық тосқауылды кедергі жасайды.

Бөлшек потенциалдық тосқауылдан өту үшін оған тосқауылдың биіктігіне тең немесе одан артық қосымша энергия беруіміз керек. I облыстағы толық энергиясы E тең бөлшек ABC потенциалдық шұңқырдағы координаталары x_A және x_C нүктелерінің арасында тербеліс жасайды. Қисықтан кішкентай арақашықтықта потенциалдық энергияның өте үлкен екендігін және арақашықтық артқан сайын оның кеміп, минимумға жеткен соң қайтадан баяу артып шекті мәнге ұмтылатындығын көруге болады.

§ 3.8. Қозғалыс мөлшерінің моменті және оның сақталу заңы. Гироскоптық эффект

Қатты дене кеңістікте өзімен салыстырғанда қозғалмайтын қандай да бір осьтің бойымен айналсын. (3.8.1-сызба.)



3.8.1-сызба. Қозғалыс мөлшері моментінің векторы

Денені элементар бөліктерге бөліп, орны айналу осінен жүргізілген радиус-векторымен \vec{r}_i анықталатын, айналу жазықтығында жатқан m_i элементар массаны бөліп алайық. Таңдап алынған элементар массаны материалдық нүкте деп есептейміз. Шеңбер бойымен \vec{v}_i сызықтық жылдамдықпен қозғалатын массасы m_i материалдық нүктенің қозғалыс мөлшері $\vec{P}_i = m_i \vec{v}_i$ тең.

Қандай да бір осьпен салыстырғанда қозғалыс мөлшері векторының моменті деп нүктенің радиус-векторы мен қозғалыс мөлшері векторының векторлық көбейтіндісіне тең және осьтің бойымен бағытталған векторды айтады:

$$\vec{L}_i = \left[\vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i \right] \quad (3.8.1.)$$

Қозғалыс мөлшері моментінің векторының модулі төменде келтірілген формуламен анықталады:

$$L_i = r_i \cdot m_i v_i \sin \left(\vec{r}_i \wedge \vec{v}_i \right) \quad (3.8.2)$$

3.8.1-сызбадағы үшбұрыштан $r_i \cdot m_i v_i \sin \left(\vec{r}_i \wedge \vec{v}_i \right) = m_i v_i \cos \alpha$ теңдігі

шығады. Мұндағы α - радиус вектор жүргізілген нүктеден қозғалыс мөлшері векторының бағытына түсірілген перпендикуляр арасындағы бұрыш. Олай болса, қандай да бір осьпен салыстырғандағы нүктенің қозғалыс мөлшері моментінің векторы сан жағынан оның модулін нүктеден векторға түсірілген перпендикулярдың ұзындығына көбейткенге тең.

Шеңбер бойымен қозғалғанда нүктенің радиус-векторы және қозғалыс мөлшерінің векторы бір жазықтықта жатып, өзара перпендикуляр болады.

Яғни, қозғалыс мөлшері моментінің векторы $\sin \left(\vec{r}_i \wedge \vec{v}_i \right) = 1$ болғандықтан,

мына формуламен есептеледі:

$$L_i = r_i \cdot m_i v_i$$

Қатты дененің айналу осімен салыстырғандағы қозғалыс мөлшері моментінің векторы денедегі материалдық нүктелердің қозғалыс мөлшерінің моменттерінің векторларының модульдерінің алгебралық қосындысына тең. Қарастырып отырған жағдайда:

$$L = \sum_{i=1}^n r_i \cdot m_i v_i \quad (3.12.3)$$

$v_i = \omega r_i$ ескерсек,

$$L = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (3.12.4.)$$

$$\text{Немесе} \quad L = I\omega \quad (3.12.5.)$$

Айналу осімен салыстырғандағы дененің қозғалыс мөлшерінің моменті сан жағынан дененің осьпен салыстырғандағы инерция моментін бұрыштық жылдамдыққа көбейткенге тең.

Айналмалы қозғалыстағы дененің динамикасының негізгі теңдеуін жазайық:

$$\vec{M} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = I \vec{\varepsilon} \quad (3.8.6)$$

$I = const$ болғандықтан, (3.8.6) формуласы төмендегідей түрленеді

$$\vec{M} = \frac{d\left(I \vec{\omega}\right)}{dt} \quad (3.8.7)$$

Немесе $L = I \vec{\omega}$ $L = I \vec{\omega}$ ескерсек,

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (3.8.8)$$

моменттер теңдеуі шығады.

Айналу осімен салыстырғанда қозғалыс мөлшерінің моментінен уақыт бойынша алынған туынды, сол осьпен салыстырғандағы денеге әсер ететін сыртқы күштердің моментіне тең:

$$d\vec{L} = d(I\vec{\omega}) = \vec{M} dt \quad (3.8.9)$$

Егер күш моменті тұрақты шама болса, уақыттың Δt шекті интервалында

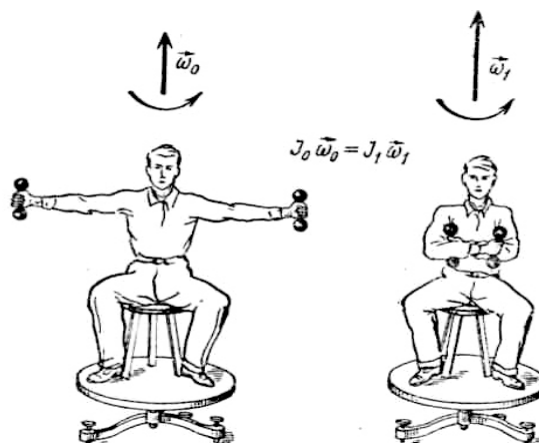
$$\vec{M} \Delta t = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 \quad (3.8.10)$$

теңдігі орындалады. (3.8.10) формуласы денеге әсер ететін сыртқы күштер мен қозғалыс мөлшері моментінің өзгерісінің арасындағы байланысты сипаттайды. Егер күш моменті дененің қозғалыс мөлшерінің моментімен бағыттас болса, қозғалыс мөлшерінің моментін арттырады. ($d\vec{L}$ векторы \vec{L} векторымен бағыттас).

(3.8.10) қатынасынан сыртқы күштер моменті ($\vec{M} = 0$), жоқ болса, қозғалыс мөлшерінің моменті ($dL = 0, L = \text{const}, I\vec{\omega} = \text{const}$) тұрақты шамаға тең. Бұл заң қозғалыс мөлшерінің моментінің сақталу заңы деп аталады. Тұйық жүйеде сыртқы күштер моменттерінің қосындысының нөлге тең шарты барлық жағдайларда орындалады.

Дененің инерция моменті (сыртқы күштер моменті ескерілмегенде) өзгермесе, оның бұрыштық жылдамдығы тұрақты болады. Егер дененің инерция моменті өзгерсе, онда біртегізде оның бұрыштық жылдамдығы $I\omega$ көбейтіндісі тұрақты болып қалатындай шамаға өзгереді.

Қозғалыс мөлшерінің моментінің сақталу заңының дәлелі ретінде Н.Е. Жуковский орындығында жүргізілген тәжірибені алайық. (3.12.2-сызба).



3.8.1-сызба. Инерция моменті өзгерсе, бұрыштық жылдамдық екеуінің көбейтіндісі тұрақты болып қалатындай шамаға өзгереді

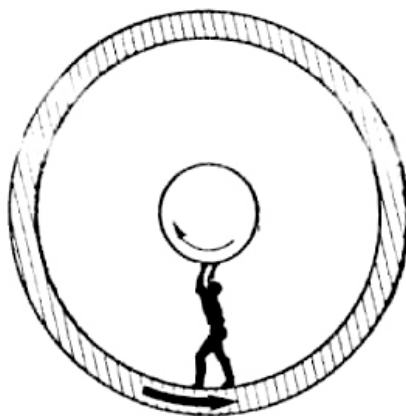
Н. Е. Жуковскийдің ұсынған демонстрациялық орындығы үйкеліс күші өте аз вертикаль осьпен айналатын металдан жасалған дөңгелектен тұрады.

Қолдарында гантельдері бар адам орындыққа отырады. Сыртқы күштердің моменті нөлге тең. (Үйкеліс күшінің моменті ескерілмейді, адам және дөңгелектің ауырлық центрі айналу осінде жатқандықтан, ауырлық күшінің моменті нөлге тең). Адамның қолдары гантельдермен созылып тұрған жағдайда орындықты ω -ға тең бұрыштық жылдамдықпен айналдырамыз. Егер адам гантельдерді кеудесіне әкелсе, бұрыштық жылдамдық артады, ал созса қайтадан кемиді. Гантельдердің орындарын ауыстыру арқылы адам инерция моментін өзгертеді. Қарастырып отырған жағдайда инерция моменті артса, бұрыштық жылдамдық кемиді, керісінше инерция моменті кемесе, бұрыштық жылдамдық артады. Бірақ екеуінің көбейтіндісі әрқашан өзгермейді. Қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңы қатты денелер жүйесі үшін де орындалады. Қозғалыс және моменттер теңдеулерін қосқанда жүйе тұйық болғандықтан, Ньютонның үшінші заңы бойынша ішкі күштермен ішкі күштердің моменттерінің қосындысы нөлге тең. Жүйеге әсер ететін сыртқы күштердің моменті нөлге тең болса, қозғалыс мөлшерінің жалпы моменті өзгермейді. Мысалы, Күн тарапынан әсер ететін тартылыс күші Жердің өз осінен айналу жылдамдығын өзгертпейді. Тартылыс күшінің Жерді Айдың айналу жылдамдығына әсері аз болғандықтан ескермейміз. Жерді Айдың айналу моменттері қосындысы және Жердің өз осінен айналуы моменттердің сақталу заңына бағынады. Айдың тартылыс күшінің әсерінен Мұхиттар мен Жер қыртыстарында туындайтын судың жоғары көтерілуі (су мен Жердің арасында үйкеліс күші пайда болады) Жердің өз осінен айналу жылдамдығын үздіксіз баяулатады. Моменттердің сақталу заңы Айдың Жерді орбита бойынша айналу қозғалысына үдеу береді. Орбитадағы Айдың үдемелі қозғалысы оны Жерден қашықтатады. (100 жыл сайын 1,5 км қашықтайды). Көптеген жылдар өткен соң Айдың Жерді айналу периодымен Жердің өз осінен айналу периоды теңеледі. Келтірілген мысалдан қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңын денелерге қолданғанда оларды материалдық нүкте ретінде қарастыруға болатындығын аңғардық. Қатты дене өзінен өтетін ось арқылы айналғанда оны материалдық нүкте деп қарастырсақ, дененің қозғалыс мөлшерінің моментін ескермейміз. Қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңынан ішкі күштер дененің немесе денелер жүйесінің қозғалыс мөлшерінің моментін өзгерте алмайды. Бұл ішкі күштер жүйенің ішіндегі бөліктерін айналдырмайды деген мағынаны білдірмейді. Егер жүйенің қандай да бір бөлігі бір бағытта айналса, оған эквивалентті екінші бөлігі қарама-қарсы бағытта (жалпы жағдайда жүйе үшін қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңы орындалатындай) айнала бастайды. Мысалы, тыныштықта тұрған Н.Е. Жуковскийдің орындығында тұрған адам ағашқа бекітілген айналмайтын велосипед дөңгелегін басынан тік жоғары көтеріп ұстаса, осы жүйенің тік осьпен салыстырғандағы қозғалыс мөлшерінің моменті нөлге тең. Егер адам велосипедтің дөңгелегін айналдырса, өзі орындықпен бірге кері бағытта айналады. (3.12.2 а-сызба). Сондықтан қарастырылып отырған жүйенің қозғалыс мөлшерінің моменті нөлге тең болады. Егер адам айналып тұрған велосипед дөңгелегінің ағашын төмен бұрса (3.8.2 ә-сызба), онда адамның орындықтағы айналу бағыты кері қарай өзгереді.



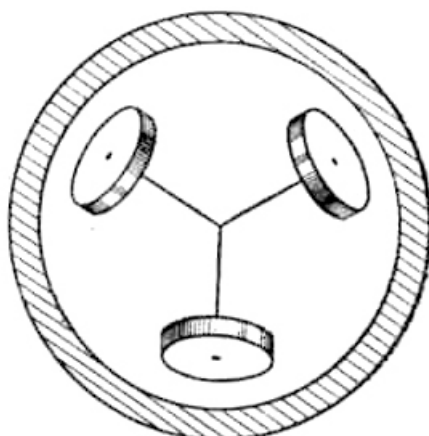
а. э.
3.8.2-сызба. Жуковский орындығында тұрған адамның велосипед дөңгелегін айналғандағы қозғалысы

Ғылыми зерттеу жұмыстарында немесе ғарыштық аппараттармен бақылаулар жүргізгенде өзін қоршаған аспан денелерімен (Жер, Күн немесе жұлдыздар) салыстырғанда аппарат белгілі бір бағдар бойынша орналасуы қажет. К.Э. Циолковский қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңына негізделген зымыранның бағдарлануын басқару үшін ғарыштық аппаратқа айналу осьтері өзара перпендикуляр үш маховик орналасатырған әдісті ұсынды. Маховиктер мен ғарыштық кемеңің денесі қозғалыс мөлшерінің моменті нөлге теңелетін жүйені құрайды. Қандай да бір механизмнің көмегімен маховиктің біреуін айналдырсақ, жүйенің қозғалыс мөлшері моментінің өзгермеуі үшін кеме маховиктің осімен беттесетін немесе оған параллель осьтің бойымен маховикке кері бағытта айналуы керек. (3.8.3-сызба).



3.8.3-сызба. К.Э. Циолковскийдің спутникті бұру үшін ұсынған тәсілі

Үш маховиктің көмегімен кемеңі массалар центрімен салыстырғанда басқара аламыз (3.8.4-сызба). Қозғалыс мөлшерінің моменті физикадағы ең маңызды ұғымдардың бірі болып табылады.

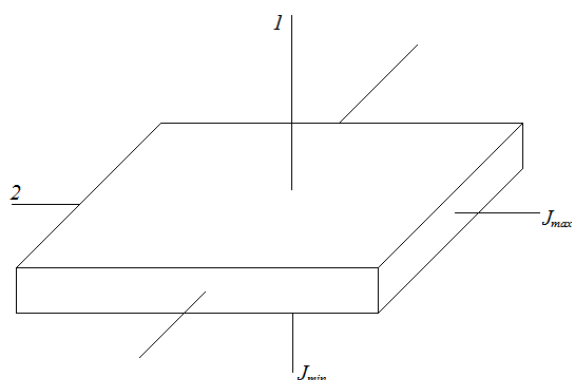


3.8.4-сызба. Үш маховикті пайдаланып спутниктің орнын басқаратын схема

Әрбір элементтер бөлшектің (протон, нейтрон, т.б.) қозғалыс мөлшерінің моменті бар. Бөлшектің қозғалыс мөлшерінің моментін спин деп атайды. Бөлшектердің қозғалыс мөлшерінің меншікті моменттерінің және қозғалыс мөлшерінің бір-бірімен салыстырғандағы қосындысында бөлшектердің біреуінің басқасына түрленуімен іске асырылатын барлық ядролық реакцияларда қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңы орындалады. Қозғалыстың нақты түрлерін зерттегенде, қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңы ішкі күштерді және сәйкес ось моменттерін таңдап алу арқылы сыртқы күштерді (моменттері берілген осьпен салыстырғанда нөлге тең) қарастырмауға мүмкіндік береді. Сондықтан ол теориялық зерттеулер мен техникалық есептеулерде кеңінен қолданылады.

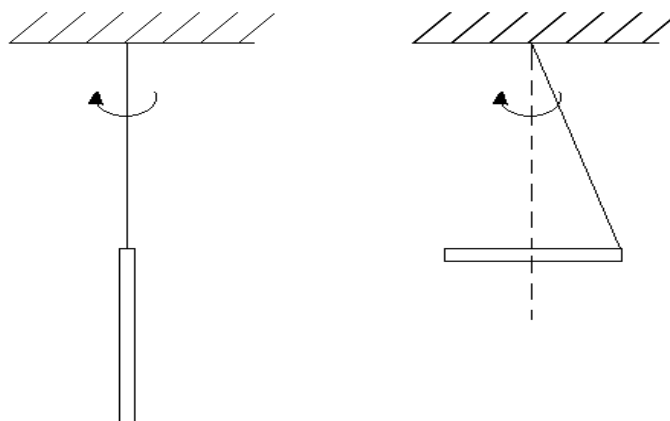
Денені айналдырып, содан соң өз еркімен жіберсе, оның кеңістіктегі айналу осінің орны өзгертіндігі тәжірибе жүзінде дәлелденген. Айналу осінің орнын сақтау үшін подшипниктер қолданылады. Бірақ денелердің кеңістікте өзінің бағдарлануын сыртқы күштер әсер етпесе өзгертпейтін айналу осьтері бар. Бұл осьтер еркін осьтер деп аталады. Кез келген дененің массалар центрінен өтетін өзара перпендикуляр үш еркін осьтері бар екені дәлелденген. Мысалы, біртекті тікбұрышты параллелепипедтің еркін осьтері оның қабырғаларына параллель. Шардың еркін осьтеріне оның массалар центрінен өтетін кез келген өзара перпендикуляр осьтерді жатқыза аламыз. Айналудың орнықтылығын анықтауда дененің еркін осьтерінің қайсысы айналатындығын білудің мағынасы өте үлкен. Теория мен тәжірибе денелердің момент инерциясы ең үлкен және ең кіші осьтердің маңында орналасқан осьтермен айналса орнықты болатындығын көрсетті. Мысалы, параллелепипед пішінді

денені бір мезгілде көтеріп айналдырып тастасақ, құлап келе жатып ол 1 және 2 осьтердің бойымен орнықты айналады. (3.8.5-сызба)



3.8.5-сызба. Параллелепипед пішінді дененің еркін осьтері

Таяқшаның бір ұшын жіпке іліп, екінші ұшын центрден тепкіш машинаны пайдаланып жылдам айналдырсақ, таяқша өзінің ортасынан перпендикуляр өтетін осьпен горизонталь жазықтықта айналады (3.8.6-сызба).

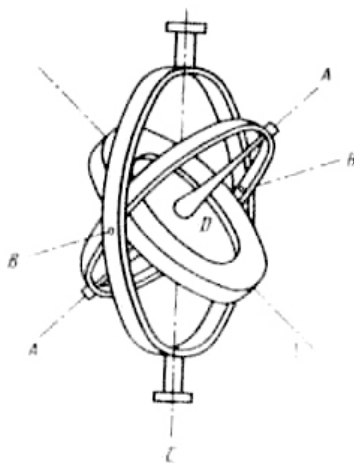


3.8.6-сызба. Жіпке ілінген таяқшаның еркін осі

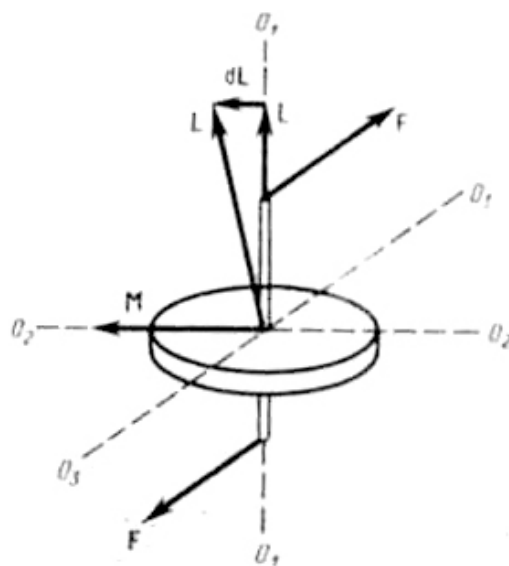
Осы жағдайдағы инерция моментінің максимал айналу осін еркін ось деп қарастыруға болады. Еркін осьпен айналатын таяқшаны сыртқы байланыстардан босатсақ, кеңістіктегі айналу осінің орны біраз уақыт сақталады. Еркін осьтердің кеңістікте орындарын сақтайтын қасиеттері (гироскоп) техникада жиі пайдаланылады. Симметрия осінің маңында (еркін ось) үлкен бұрыштық жылдамдықпен айналатын біртекті массивті денені

гироскоп деп атайды. Гироскоп (сыртқы күштердің моменті нөлге тең болғандағы) айналу осінің орнын өзгертпеуге тырысатындығын кардандық ілгіш арқылы көрсетейік. Диск тәріздес дене (гироскоп) AA осіне бекітілген. AA осі оған перпендикуляр BB горизонталь осьпен айналады. Ал горизонталь BB осі вертикаль CC осімен айнала алады. (3.8.7-сызба). Үш ось гироскоптың массалар центрінде орналасқан D нүктесінде қиылысады. Гироскоптың осі кеңістікте кез келген бағытты қабылдауы мүмкін. Үш осьтің подшениктердегі үйкеліс күшін және сақинаның қозғалыс мөлшерінің моментін ескермейміз. Егер гироскопты жылдам айналдырып, оның тіреуішін бұрсақ, гироскоптың осі кеңістіктегі орнын сақтайды. Бұл құбылыс айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі теңдеуімен түсіндіріледі. Еркін айналатын гироскоптың ауырлық күші оның айналу осінің бағдарлануын өзгерте алмайды. Өйткені күш массалар центріне түсірілгендіктен ауырлық күшінің массалар центрімен салыстырғандағы күш моменті тең.

Үйкеліс күшінің моментін ескермейміз. Массалар центрімен салыстырғанда сыртқы күштердің моменті нөлге тең болғандықтан, (3.8.8) қатынасынан $L = const$ теңдігі алынады. Яғни, гироскоптың қозғалыс мөлшерінің моменті өзінің кеңістіктегі бағыты мен мәнін сақтайды. Гироскоп кеңістікте өзінің бағытын өзгертуі үшін сыртқы күштердің моменті нөлден ерекше болуы қажет. Массалар центрімен салыстырғанда айналатын гироскопқа түсірілген сыртқы күштердің моменті нөлге тең болмаса, гироскопиялық эффект құбылысы байқалады.



3.8.7-сызба. Кардандық іліштегі гироскоп



3.8.8-сызба. Гироскоптық эффект

Қос \vec{F} күшінің \vec{M} моменті O_2O_2 түзуінің бойымен бағытталған (3.8.8-сызба). dt уақытта гироскоптың қозғалыс мөлшерінің моменті \vec{L} , $d\vec{L} = \vec{M} dt$ өсімшеге артып, ($d\vec{L}$ және \vec{M} бағыттас) $\vec{L}' = \vec{L} + d\vec{L}$ теңеледі. \vec{L}' векторының бағыты гироскоптың жаңадан пайда болған айналу осінің бағытына сәйкес келеді. Күштің әсер ету уақыты аз болса, күш моменті \vec{M} үлкен болғанымен гироскоптың қозғалыс мөлшері моментінің өзгерісі $d\vec{L}$ өте кішкентай мәнді қабылдайды. Сондықтан аз уақыт әсер ететін күш гироскоптың айналу осінің кеңістікте бағдарлануын өзгертпейді. Оны өзгерту үшін күшпен ұзақ уақыт әсер ету қажет.

Гироскоптардың жоғарыда келтірілген қасиеттері практикада әртүрлі қолданыстарға ие болды. Мысалы, Калашников автоматынан айналып шыққан оқтың бағытын сақтауына, ұшақта немесе кемеде орналасқан гироскоптар олардың берілген бағытты ұстауына көмегін тигізіп, әртүрлі навигациялық құралдарда қолданылады.

1-кестеде ілгерлемелі және айналмалы қозғалыстағы физикалық параметрлер мен теңдеулер салыстырылған.

Ілгерлемелі қозғалыс	Айналмалы қозғалыс
Жол S	Бұрылу бұрышы φ
Жылдамдық $v = \frac{dS}{dt}$	Бұрыштық жылдамдық $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Үдеу $a = \frac{d^2S}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$	Бұрыштық үдеу $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}$
Масса m	Инерция моменті I
Қозғалыс мөлшері $p = mv$	Қозғалыс мөлшерінің моменті $L = I\omega$
Сыртқы күштердің тең әсерлі күші F	Сыртқы күштердің моменттерінің қосындысы M
Динамиканың негізгі теңдеуі	Динамиканың негізгі теңдеуі
$F = ma = \frac{dP}{dt}$	$M = I\varepsilon = \frac{dL}{dt}$
Жұмыс FdS	Айналу жұмысы $Md\varphi$
Кинетикалық энергия $\frac{mv^2}{2}$	Айнарудың кинетикалық энергиясы $\frac{I\omega^2}{2}$
Қуат $N = Fv$	Қуат $N = M\omega$
Бірқалыпты қозғалыс	Бірқалыпты қозғалыс
$S = vt$	$\varphi = \omega t$
$v = const$	$\omega = const$
$a = 0$	$\varepsilon = 0$
Бірқалыпты айнымалы қозғалыс	Бірқалыпты айнымалы қозғалыс
$S = v_0t \pm \frac{at^2}{2}$	$\varphi = \omega_0t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$
$v = v_0 \pm at$	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$
$a = const$	$\varepsilon = const$
Айнымалы қозғалыс	Айнымалы қозғалыс
$S = f(t)$	$\varphi = f(t)$
$v = \frac{dS}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

Есептер мен мысалдар

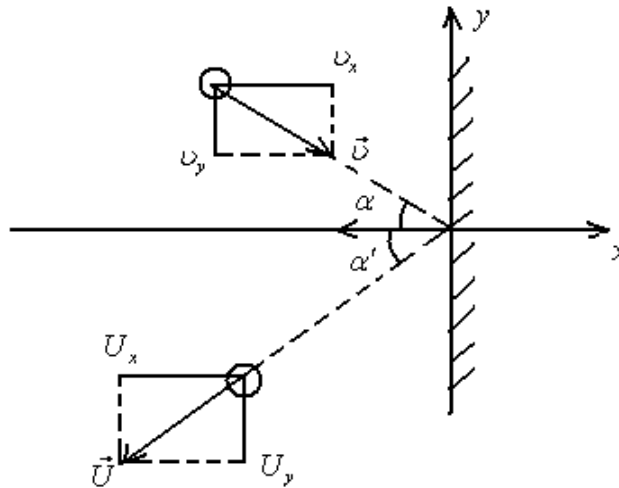
Массасы 0,3 кг шар 10 м/с жылдамдықпен тегіс қабырғаға серпімді соқтығысады. Қабырғаға тұрғызылған нормаль мен жылдамдықтың арасындағы бұрыш 30° . Қабырғаға берілген импульсті табыңыздар.

Берілгені: $m = 0,3 \text{ кг}, v = 10 \text{ м / с}, \alpha = 30^\circ$

Табу керек: p

Шешімі: қабырға тыныштықта болғандықтан, онымен байланысқан санақ жүйесі инерциалды.

Қабырғамен соқтығысу серпімді, яғни қозғалыс мөлшерінің сақталу заңын пайдаланамыз (1-сызба).



1-сызба. Шардың қабырғамен бұрыш жасап серпімді соқтығысуы

Шардың массасынан қабырғаның массасы едәуір үлкен. Сондықтан шардың соқтығысқанға дейінгі және соқтығысқаннан кейінгі жылдамдықтарының модульдері тең $|\vec{v}| = |\vec{u}|$. Шардың қабырғаға түсетін

және шағылатын бұрыштарының $\alpha = \alpha'$ тең екендігін дәлелдейік. \vec{v} және \vec{u} векторларын x және y остеріне проекциялайық. Қабырға тегіс және серпімді болғандықтан $u_x = v_x$ теңдігі орындалады. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ ескерсек, $u_x = -v_x$ теңдігі шығады. Яғни, $\alpha = \alpha'$.

Қабырғаға берілген қозғалыс мөлшерін анықтау үшін оның сақталу заңын пайдаланамыз:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}$$

Мұндағы, \vec{p}'_1 және \vec{p}_1 шардың қабырғамен соқтығысқанға және соқтығысқаннан кейінгі қозғалыс мөлшері. Олай болса қабырғаға берілген қозғалыс мөлшері мына формуламен анықталады:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_1$$

1-сызбадан $\vec{p} = \left| \vec{p} \right| = 2p_1 \cos \alpha$ өрнегін аламыз. Өрнекке $p_1 = m v$ қойсақ,
 $p = 2 m v \cos \alpha$ теңдігі шығады:

$$p = 2 \cdot 0,3 \cdot 10 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ кг} \cdot \text{ м} / \text{ с} = 5,20 \text{ кг} \cdot \text{ м} / \text{ с}$$

Немесе

Бастапқы массасы 300 г тең зымыран өзінен 200 м/с жылдамдықпен жанған отынды шығарады. Отынның шығыны 100 г/с. Ауаның кедергісін және сыртқы өріс күшін ескермей, төмендегі параметрлерді табыңыздар:

а. Қандай уақыт аралығында зымыранның жылдамдығы 50 м/с тең болады?

ә. Зымыранның зарядының массасы 0,2 кг болғандағы максимал жылдамдығын анықтаңыздар.

Берілгені:

$$M = 300 \text{ г} = 0,3 \text{ кг}, u = 200 \text{ м} / \text{ с}, \mu = 100 \text{ г} / \text{ с} = 0,1 \text{ кг} / \text{ с}, v_1 = 50 \text{ м} / \text{ с}, m_0 = 0,2 \text{ кг}.$$

Табу керек: t_1, v_2 .

Шешімі: Ньютонның екінші заңы бойынша зымыранға үдеу беретін күш мынаған тең. $F_3 = m a$ Зымыранның массасы уақытқа байланысты мынадай тәуелділікпен өзгереді:

$$m = M - \mu t \quad \text{немесе} \quad F_3 = \mu u = \frac{dv}{dt} \quad \text{ескерсек, төмендегі тәуелділік}$$

формуласы шығады:

$$(M - \mu t) \frac{dv}{dt} = \mu u \quad \text{бұдан} \quad \frac{dv}{dt} = \frac{\mu u}{M - \mu t}$$

$$\text{немесе} \quad dv = \frac{\mu u}{M - \mu t} dt \quad \text{өрнегін} \quad \text{интегралдайық}$$

$$v(t) = \mu u \int_0^t \frac{dt}{M - \mu t} = u \ln \frac{M}{M - \mu t}$$

$$v_1 = u \ln \frac{M}{M - \mu t_1} \quad \text{бұдан} \quad \frac{v_1}{u} = \ln \frac{M}{M - \mu t_1} \quad \text{немесе}$$

$$\frac{M}{M - \mu t} = e^{\frac{v_1}{u}} \quad t_1 = \frac{M}{\mu} \left(1 - e^{-\frac{v_1}{u}} \right), \quad v_2 = u \ln \frac{M}{M - m_0}$$

Сан мәндерін орындарына қойып есептейміз:

$$t_1 = 0,66 \text{ с}, \quad v_2 = 220 \text{ м} / \text{ с}$$

Серіппелі пистолеттен тік жоғары атылған массасы 20 г оқ 5 м биіктікке көтеріледі. Атылу кезінде пистолет серіппесі 10 см сығылса, оның қатаңдық коэффициенті қандай болғаны? Серіппенің массасы мен кедергі күшін ескермеңіздер.

Берілгені: $m = 20\text{г} = 2 \cdot 10^{-2}\text{ кг}, h = 5\text{мж} = 0,1\text{м}$

Табу керек: k

Шешімі: серіппе және оқ жүйесін қарастырамыз. Жүйедегі денеге тек консервативті күштер әсер ететіндіктен, механикалық энергияның сақталу заңын қолданамыз. Бастапқыдағы жүйенің толық E_1 энергиясы (оқ атылғанға дейін) соңғы күйдің толық E_2 энергиясына (оқ h биіктікке көтерілгендегі) тең:

$$E_1 = E_2 \text{ немесе } T_1 + U_1 = T_2 + U_2 \quad (1)$$

Мұндағы, T_1, T_2, P_1, P_2 бастапқы және соңғы күйлердегі жүйенің кинетикалық, потенциалдық энергиялары.

Оқтың бастапқы және соңғы күйлеріндегі кинетикалық энергиялары нөлге тең. Сондықтан (1) формула төмендегідей түрленеді:

$$U_1 = U_2 \quad (2)$$

Алғашқыда Жердің тартылу өрісіндегі оқтың потенциалдық энергиясын нөл деп алсақ, жүйенің потенциалдық энергиясы, серіппенің потенциалдық энергиясына тең болады:

$$U_1 = \frac{kx^2}{2}$$

Оқ h биіктікке көтерілгендегі (соңғы күйде) оның потенциалдық энергиясы:

$$U_2 = mgh$$

Энергияның сақталу заңы бойынша:

$$U_1 = U_2 \text{ немесе } \frac{kx^2}{2} = mgh \text{ бұдан}$$

$$k = \frac{2mgh}{x^2} = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 9,81 \cdot 5 \text{ Н}}{(0,1)^2} = 196 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Массасы 1 кг материалдық нүкте қандай да бір күштің әсерінен $S = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ теңдеуімен қозғалады. ($B = 3\text{мм/с} = 5\text{мм/с}^2, D = 1\text{мм/с}^3$).
1 с ішіндегі қозғалысқа жұмсалған қуатты табыңыздар.

Берілгені: $m = 1 \text{ кг}$, $S = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, $B = 3 \text{ М/с}$, $C = 5 \text{ М/с}^2$, $D = 1 \text{ М/с}^3$,
 $t_1 = 1 \text{ с}$.

Табу керек: N - ?

Шешімі: қуат жұмыстан уақыт бойынша алынған бірінші туындыға тең.
 (Жұмыстың орындалу жылдамдығын көрсетеді).

$$N = \frac{dA}{dt}$$

Энергияның сақталу заңы бойынша, кинетикалық энергияның өзгерісі
 элементар жұмысқа тең:

$$dA = dT$$

$$\text{Кинетикалық энергия } T = \frac{mv^2}{2} \text{ немесе } N = \frac{d}{dt} \left(\frac{mv^2}{2} \right) = m v \frac{dv}{dt}$$

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} (A - Bt + Ct^2 - Dt^3) = -B + 2Ct - 3Dt^2$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (-B + 2Ct - 3Dt^2) = 2C - 6Dt$$

$$N = m(-B + 2Ct - 3Dt^2)(2C - 6Dt) = 1(-3 + 2 \cdot 5 \cdot 1 - 3 \cdot 1 \cdot 1^2)(2 \cdot 5 - 6 \cdot 1 \cdot 1) \text{ Вм} = 16 \text{ Вм}$$

Массасы m дене $\vec{F} = At \vec{i} + Dt^2 \vec{j}$ күштің әсерінен қозғала бастайды.

Мұндағы \vec{i} , \vec{j} x және y координаталық осьтерінің бірлік векторлары. t уақыт
 мезегіндегі $N(t)$ қуатты табыңыздар. ($A = 2 \text{ кгМ/с}^3$, $B = 3 \text{ кгМ/с}^4$).

Берілгені: m , $\vec{F} = 2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j}$

Табу керек: $N(t)$

Шешімі: қуат күш арқылы мына формуламен анықталады. $N = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$$\text{немесе } \vec{F} = 2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j} = m \vec{a} \quad \text{бұдан} \quad \vec{a} = \frac{1}{m} (2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j}) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$d\vec{v} = \vec{a} dt = \frac{1}{m} (2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j}) dt \quad \text{өрнегін интегралдаймыз:}$$

$$\vec{v} = \int \vec{a} dt = \frac{1}{m} \int_0^t (2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j}) dt = \frac{1}{m} (t^2 \vec{i} + t^3 \vec{j})$$

$$N(t) = (At \vec{i} + Bt^2 \vec{j}) \cdot \frac{1}{m} (t^2 \vec{i} + t^3 \vec{j}) = \frac{1}{m} (2t^3 + 3t^5)$$

$$N(t) = \frac{1}{m}(2t^3 + 3t^5)$$

Дененің потенциалдық энергиясының орталық күштік өрістегі, өріс орталығының қашықтығына тәуелділігі мына функциямен беріледі:

$$U(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}. \quad (A = 6 \text{ мкДж} \cdot \text{м}^2, B = 0,3 \text{ мДж} \cdot \text{м}).$$

г-дің қандай мәндерінде төменде келтірілген параметрлер максимал болады?

- Дененің потенциалдық энергиясы.
- Денеге әсер ететін күш.

Берілгені: $U(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}, \quad A = 6 \text{ мкДж} \cdot \text{м}^2, B = 0,3 \text{ мДж} \cdot \text{м},$

$$U = U_{\max}, F = F_{\max}.$$

Табу керек: r

Шешімі: есептің шарты бойынша $U = U_{\max}$. Функция бірінші туындысы нөлге теңелгенде максимал мәнді қабылдайды:

$$\frac{dU}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\frac{A}{r^2} - \frac{B}{r} \right) = -\frac{2A}{r^3} + \frac{B}{r^2} = 0$$

$$\text{немесе } \frac{1}{r^3}(-2A + Br) = 0 \text{ бұдан } 2A = Br$$

$$r = \frac{2A}{B} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-4}} = 0,04 \text{ м}$$

Есептің шарты бойынша $F = F_{\max}$ немесе $\frac{dF}{dr} = 0$ болғандықтан

$$F = -\frac{dU}{dr} = \frac{2A}{r^3} - \frac{B}{r^2}$$

$$\frac{dF}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\frac{2A}{r^3} - \frac{B}{r^2} \right) = -\frac{6A}{r^4} + \frac{2B}{r^3} = \frac{2}{r^4}(-3A + Br) = 0$$

$$\text{бұдан } 3A = Br \text{ немесе } r = \frac{3A}{B} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-4}} = 0,06 \text{ м}$$

Желдеткіш 600 айн/мин жиілікпен айналады. Өшірілгеннен соң ол бірқалыпты кемімелі қозғалып, 50 айналым жасаған соң тоқтайды. Тежеу күшінің жұмысы 31,4 Дж тең. Мынаны анықтаңыздар.

- Тежеу күшінің моментін;
- Желдеткіштің инерция моментін.

Берілгені: $n = 600 \text{ айн} / \text{мин} = 10 \text{ айн} / \text{с}, N = 50, A = 31,49 \text{ Дж}$

Табу керек: M, I .

Шешімі: тежеу күшінің жұмысы, моментпен және бұрылу бұрышымен төмендегі формула арқылы байланысқан:

$$A = M_\varphi \quad \varphi = 2\pi N \text{ немесе}$$

$$M = \frac{A}{\varphi} = \frac{A}{2\pi N} = \frac{31,4}{6,28 \cdot 50} = \frac{31,4}{314} = 0,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Күш моменті инерция моменті мен бұрыштық үдеудің көбейтіндісіне тең.

$$M = I \cdot \varepsilon, \varepsilon = \frac{\omega_0}{t} = \frac{2\pi n}{t} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10}{10} \approx 6,28 \text{ рад/с}^2 \text{ қозғалыс бірқалып-}$$

ты кемімелі болғандықтан;

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = \frac{\omega_0 t}{2} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10}{10} = 31,4 \text{ рад} \quad \text{бұдан}$$

$$t = \frac{2\varphi}{\omega_0} = \frac{2 \cdot 2\pi N}{2\pi n} = \frac{2N}{n} = \frac{2 \cdot 50}{10} \text{ с} = 10 \text{ с}$$

$$I = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{MN}{\pi n^2} = \frac{0,1 \cdot 50}{3,14 \cdot 100} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 = 0,0159 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$M = 0,1 \text{ Н} \cdot \text{м}, I = 1,59 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Массасы 0,2 кг қозғалмайтын біртекті тұтас цилиндр тәріздес шығыр арқылы салмақсыз жіптің көмегімен массалары 0,35 кг және 0,50 кг жүктер жалғастырылған. Шығырдың осьтегі кедергісін ескермей мынаны анықтаңыздар:

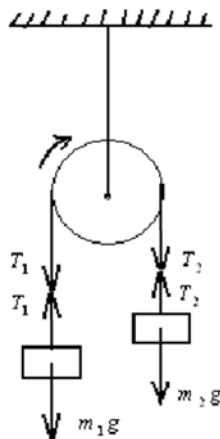
а. Жүктің үдеуін

ә. Жіптің керілу күштерінің қатынасын $\frac{T_2}{T_1}$

Берілгені: $m = 0,2 \text{ кг}, m_1 = 0,35 \text{ кг}, m_2 = 0,55 \text{ кг}$

Табу керек: $a, \frac{T_2}{T_1}$

Шешімі: жүктер мен шығыр үшін қозғалыс теңдеулерін жазайық (2-сызба)



2-сызба. Жүктердің айналатын шығырдағы қозғалысы

$$\begin{cases} m_1 a_1 = T_1 - m_1 g \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \\ (T_2 - T_1)R = I\varepsilon \end{cases} \text{ Цилидрдің инерция моменті } I = \frac{mR^2}{2} \text{ бұрыштық үдеу}$$

$$\varepsilon = \frac{a}{R}$$

Теңдеулер жүйесінен a , T_1 , T_2 табамыз $(T_2 - T_1)R = \frac{mR^2}{2} \frac{a}{R}$ бұдан

$$T_2 - T_1 = \frac{ma}{2}$$

немесе

$$T_2 - T_1 = m_2 g - m_2 a - m_1 a - m_1 g,$$

$ma + 2m_2 a + 2m_1 a = 2m_2 g - 2m_1 g$ бұдан

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}} = \frac{0,2 \cdot 9,81 \text{ м}}{0,90 + 0,1} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 1,96 \text{ м/с}^2$$

$$T_2 = m_2(g - a) = 0,55 \cdot 7,85 \text{ Н} = 4,31 \text{ Н}$$

$$T_1 = m_1(g + a) = 0,35 \cdot 11,77 \text{ Н} = 4,12 \text{ Н}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4,31}{4,12} = 1,05$$

9. Радиусы 0,8 м, массасы 25 кг горизонталь платформа 18 мин^{-1} жиілікпен айналады. Платформаның центрінде орналасқан адамның созылған қолдарында массалары бірдей гантельдер бар. Платформаны дискі деп есептеп, адам гантелі бар қолдарын түсіргенде өзінің момент инерциясын $3,5 \text{ кгм}^2$ -тан 1 кгм^2 -қа дейін кемітсе, платформаның айналу жиілігі қандай болады?

Берілгені: $m=25 \text{ кг}$, $R=0,8 \text{ м}$, $n_1=0,3 \text{ с}^{-1}$, $I_1=3,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $I_2=1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Табу керек: n_2

Шешімі: қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы бойынша $L = const$ немесе

$I\omega = const$, яғни $(I_1 + I)\omega_1 = (I_2 + I)\omega_2$ Мұндағы $I = \frac{mR^2}{2}$ платформаның инерция моменті.

$(I_1 + I)\omega_1$ - адам гантелі бар қолын созып ұстағандағы жүйенің қозғалыс мөлшерінің моменті.

$(I_2 + I)\omega_2$ - адам қолын түсіргендегі жүйенің қозғалыс мөлшерінің моменті

$$\omega_1 = 2\pi n_1, \quad \omega_2 = 2\pi n_2 \text{ жүйенің бұрыштық жылдамдықтары}$$

$$\left(I_1 + \frac{mR^2}{2}\right)n_1 = \left(I_2 + \frac{mR^2}{2}\right)n_2 \quad \text{бұдан}$$

$$n_2 = \frac{2I_1 + mR^2}{2I_2 + mR^2} \cdot n_1 = \frac{2 \cdot 3,5 + 25 \cdot (0,8)^2}{2 \cdot 1 + 25 \cdot (0,8)^2} \frac{1}{\text{мин}} = 8,5 \text{ мин}^{-1} = 510 \text{ с}^{-1}$$

10. Горизонталь бағытта қозғалатын массасы m_1 , жылдамдығы v_1 шар тыныштықтағы массасы m_2 шармен абсолют серпімді соқтығысады. Бірінші шар өзінің кинетикалық энергиясының қандай бөлігін екінші шарға береді?

Берілгені: m_1, v_1, m_2

Табу керек: $\varepsilon = \frac{T_2}{T_1}$

Шешімі: бірінші шардың екінші шарға берген кинетикалық энергиясының бөлігі мына формуламен есептеледі:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{u_2}{v_1}\right)^2$$

Мұндағы, T_1 бірінші шардың соқтығысқанға дейінгі кинетикалық энергиясы, u_2 және T_2 екінші шардың соқтығысқаннан кейінгі жылдамдығы мен кинетикалық энергиясы.

Жүйе үшін қозғалыс мөлшерінің және энергияның сақталу заңын жазып, u_2 табамыз:

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \end{cases}$$

Мұндағы, u_1 соқтығысқаннан кейінгі бірінші шардың жылдамдығы.

Теңдеулер жүйесін u_2 қатысты шешейік: $u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{u_2}{v_1}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} \left[\frac{2m_1 v_1}{v_1(m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\varepsilon = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Жаттығулар

Массасы 10 кг снарядтың траекториясының жоғарғы нүктесіндегі жылдамдығы 200 м/с. Жоғарғы нүктеде снаряд жарылып екіге бөлінеді. Массасы 3 кг бөлігі 400 м/с жылдамдықпен алғашқы бағытымен қозғалса, екінші бөлігі қандай жылдамдықпен қозғалады.

Жауабы: 114 м/с

12 м жолда бірқалыпты артатын күштің жұмысын табыңыздар. Жолдың басындағы күш 10 Н, ал аяғындағы күш 46 Н.

Жауабы: 336 Дж.

Сорғыдан ағып шығатын диаметрі 2 см судың жылдамдығы 20 м/с. Суды шығаруға қажетті қуатты табыңыздар.

Жауабы: 1,26 кВт.

Массасы 2 кг дене қандай да бір күштің әсерінен Ох осінің бойымен $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ теңдеуін қанағаттандыратын қозғалыс жасайды. ($D = -2 м/с, C = 1 м/с^2, D = -0,2 м/с^3$). Уақыттың 2 с және 5 с мезетінде күштің туғызатын қуатын табыңыздар.

Жауабы: 0,32 Вт, 56 Вт.

Жіпке ілінген массасы 0,2 кг шар вертикальдан 45^0 ауытқиды. Шар тепе-теңдік күйінен өткен кездегі жіптің керілу күшін табыңыздар.

Жауабы: $mg(3 - 2\cos\alpha) = 3,11 Н$

Металл шарик 1 м биіктіктен болат платинаның бетіне түсіп, соқтығасқаннан кейін қайтадан 0,81 м көтеріледі. Шарик затын қалпына келтіру коэффициентін табыңыздар.

Жауабы: 0,9.

Айналу осіне қатысты Жер шарының инерция моменті мен қозғалыс мөлшерінің моментін табыңыздар.

Жауабы: $9,7 \cdot 10^{37} кг \cdot м^2, 7 \cdot 10^{33} кг \cdot м^2 / с$.

Инерция моменті $6,63 кг \cdot м^2$ маховик $\omega = 3,14 рад/с$ тұрақты бұрыштық жылдамдықпен айналады. Маховикті 20с ішінде тоқтататын тежеуіш моментті табыңыздар.

Жауабы: 100 Нм

Радиусы 0,5 м барабанға ұшында салмағы 100 Н жүгі бар жіп оралған. Егер жүктің төмен түсу үдеуі $2,04 \text{ м/с}^2$ болса, барабанның инерция моменті қандай болғаны?

Жауабы: $9,5 \text{ кгм}^2$

Горизонталь жазықтықтың бетімен сырғанамай дөңгелеп келе жатқан салмағы 20Н дискінің жылдамдығы 4м/с. Дискінің кинетикалық энергиясын табыңыздар.

Жауабы: 24Дж.

Өзекше ортасынан өтетін осьпен $\varphi = At + Bt^3$ қозғалыс теңдеуі бойынша айналады. ($A=2 \text{ рад/с}$, $B=0,2 \text{ рад/с}^2$) 2 с өткеннен кейінгі өзекшеге әсер ететін күш моментін анықтаңыздар. Өзекшенің инерция моменті $0,048 \text{ кгм}^2$.

Жауабы: 0,115 Нм

Шар биіктігі 0,9 м келбеу жазықтықпен дөңгелейді. Көлбеу жазықтықпен дөңгелеп түскендегі шардың центрінің жылдамдығын табыңыздар.

Жауабы: 3,55 м/с.

Еденнің үстіне тік қойылған қаламсап оның бетіне құлайды. Құлап түсудің аяғындағы қаламсаптың ортасының және жоғарғы ұшының сызықтық, бұрыштық жылдамдықтарын табыңыздар. Қаламсаптың ұзындығы 0,15 м.

Жауабы: $\omega_1 = \omega_2 = 14 \text{ рад/с}$, $v_1 = 1,05 \text{ м/с}$, $v_2 = 2,10 \text{ м/с}$

Массасы 10 г оқтың жылдамдығы 800 м/с Оның бойлық осімен айналу жиілігі 3000 с^{-1} . Оқты диаметрі 8 мм цилиндр деп алып, толық кинетикалық энергиясын табыңыздар.

Жауабы: 3,21 кДж.

Қозғағыштың зәкірі 1500 мин^{-1} жиілікпен айналады. Қозғағыштың қуаты 500 Вт болса, айналдыру моментін табыңыздар.

Жауабы: 3,18 Нм.

Тест сұрақтары

Массасы m шар қабырғаға нормаль бағытымен серпімді соқтығысқандағы, қабырғаға берілген қозғалыс мөлшерін көрсетіңіздер.

А. $2mv$

Ә. mv

Б. $\frac{mv}{2}$

В. $\frac{3}{2}mv$

Г. $3mv$

2. Массасы m шар қабырғаға тұрғызылған нормальмен α бұрыш жасап, v жылдамдықпен соқтығысады. Қабырғаға берілген қозғалыс мөлшерін табыңыздар.

А. $mv\sin$

Ә. $2mvm\sin$

Б. $2mvm\cos$

В. $mvm\cos$

Г. $mvm\sin$

3. Дене 20 м/с жылдамдықпен тік жоғары лақтырылған. Қандай биіктікте дененің кинетикалық жнергиясымен потенциалдық энергиясы теңеледі?

А. $10,8\text{ м}$

Ә. $10,2\text{ м}$

Б. $10,5\text{ м}$

В. $10,9\text{ м}$

Г. 11 м

4. Горизонтқа 45° бұрыш жасап 15 м/с жылдамдықпен лақтырылған дененің траекториясының ең жоғарғы нүктесіндегі жылдамдығын табыңыздар. Ауаның кедергісі ескерілмейді.

А. 11 м/с

Ә. $10,8\text{ м/с}$

Б. $10,6\text{ м/с}$

В. $10,2\text{ м/с}$

Г. $9,8\text{ м/с}$

5. Дененің кинетикалық энергиясымен потенциалдық энергиясы тең болуы үшін жылдамдық қандай болу керек?

А. $2gh$

Ә. gh

Б. $\frac{gh}{2}$

В. $\sqrt{2gh}$

Г. \sqrt{gh}

6. Дененің потенциалдық энергиясы мен кинетикалық энергиясы тең болу үшін биіктік қандай болуы тиісті?

А. $\frac{v}{2g}$

Ә. $\frac{v^2}{2g}$

Б. $\frac{v^2}{g}$

В. $\frac{2v^2}{g}$

Г. $\frac{2v}{g}$

7. Параллель жалғанған қатаңдықтары k_1 және k_2 серіппелердің жалпы қатаңдық коэффициентін көрсетіңіздер.

А. $k_1 - k_2$

Ә. $k_1 + k_2$

Б. $\frac{k_1 + k_2}{2}$

В. $\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

Г. $\frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

8. Тізбектей жалғанған қатаңдықтары k_1 және k_2 серіппелердің жалпы қатаңдық коэффициентін табыңыздар.

А. $k_1 - k_2$

Ә. $2(k_1 + k_2)$

Б. $2(k_1 - k_2)$

В. $\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

Г. $\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$

9. Қандай шарт орындалғанда дененің потенциалдық энергиясы максимал болады?

А. $\frac{dU}{dr} > 0$

Ә. $\frac{dU}{dr} < 0$

Б. $\frac{dU}{dr} = 0$

В. $\frac{d^2U}{dr^2} > 0$

Г. $\frac{d^2U}{dr^2} < 0$

10. Денеге әсер ететін күш қандай шарт орындалғанда максимал мәнді иеленеді?

А. $\frac{dF}{dr} = 0$

Ә. $\frac{dF}{dr} > 0$

Б. $\frac{dF}{dr} < 0$

В. $\frac{d^2F}{dr^2} \neq 0$

Г. $\frac{d^2F}{dr^2} > 0$

11. Горизонталь жазықтықпен v жылдамдықпен дөңгелейтін шардың толық энергиясын табыңыздар. Шардың бұрыштық жылдамдығы ω , инерция моменті I .

А. $\frac{mv^2}{2}$

Ә. $\frac{I\omega^2}{2}$

Б. $\frac{mv^2}{2} - \frac{I\omega^2}{2}$

В. $\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$

Г. $\frac{2}{5}mR^2$

12. Массасы m , радиусы R шардың айналу осі оның центрі арқылы өтсе, инерция моменті неге тең?

А. $\frac{2}{5}mR^2$

Ә. $\frac{5}{2}mR^2$

Б. $\frac{1}{2}mR^2$

В. $\frac{1}{12}mR^2$

Г. $\frac{2}{7}mR^2$

13. Шардың радиусын екі есе арттырсақ, инерция моменті қалай өзгереді?

А. өзгермейді

Ә. екі есе артады

Б. төрт есе артады

В. екі есе кемиді

Г. төрт есе кемиді

14. Массасы m , ұзындығы l өзекшенің айналу осі ортасынан өтсе, инерция моменті неге тең?

А. $\frac{1}{6}ml^2$

Ә. $\frac{1}{8}ml^2$

Б. $\frac{1}{3}ml^2$

В. $\frac{1}{12}ml^2$

Г. $\frac{1}{5}ml^2$

15. Массасы m , ұзындығы l өзекшенің айналу осі бір ұшынан өтсе, инерция моменті неге тең?

А. $\frac{1}{3}ml^2$

Ә. $\frac{1}{6}ml^2$

Б. $\frac{1}{12}ml^2$

В. $\frac{1}{8}ml^2$

Г. ml^2

16. Инерция моменті $0,12 \text{ кгм}^2$ дискі центрі арқылы өтетін осьпен айналады. Дискінің радиусы 40 см болса, массасының қандай болғаны?

А. 1 кг

Ә. 2 кг

Б. $0,5 \text{ кг}$

В. $2,5 \text{ кг}$

Г. $1,5 \text{ кг}$

17. Күш моменті $0,1 \text{ Нм}$ тең желдеткіш 600 айн/мин жиілікпен 50 айналым жасап тоқтайды. Желдеткіштің инерция моментін табыңыздар.

А. $1,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Ә. $1,3 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Б. $1,59 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

В. $1,63 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Г. $1,65 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

18. Желдеткіш N айналым жасап тоқтаса, бұрылу бұрышы неге тең?

А. $2\pi N$

Ә. πN

Б. $4\pi N$

В. $\frac{3\pi N}{2}$

В. 2

Г. $3\pi N$

19. n айн/мин жиілікпен айналатын желдеткіш N айналым жасап тоқтайды. Бұрылу бұрышын табыңыздар.

А. $2N$

Ә. $2\pi N$

$\frac{2\pi}{N}$

Б. N

В. $3\pi N$

$\frac{2N}{\pi}$

Г. π

20. Жиілігі n желдеткіш өшірілген соң N айналым жасап тоқтайды. Тоқтауға кеткен уақытты табыңыздар.

$\frac{2n}{N}$

А. N

$\frac{n}{N}$

Ә. N

$\frac{N}{n}$

Б. n

$\frac{2N}{n}$

В. n

$\frac{N}{n}$

Г. n

21. Желдеткіш n жиілікпен N айналым жасап тоқтайды. Желдеткіштің күш моменті M -ге тең болса, инерция моменті неге тең?

$\frac{MN}{\pi^2}$

А. π^2

$\frac{\pi n^2}{MN}$

Ә. MN

$\frac{MN}{\pi}$

Б. π

$\frac{\pi}{MN}$

В. MN

$\frac{MN}{\pi^2 n}$

Г. $\pi^2 n$

22. Қозғалыс мөлшерінің моментінің сақталу заңынан шығатын қатынасты көрсетіңіздер.

А. $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{I_2}{I_1}$

Ә. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{I_1}{I_2}$

Б. $\frac{2\omega_1}{\omega_2} = \frac{I_1}{I_2}$

В. $\frac{\omega_2}{2\omega_1} = \frac{I_1}{I_2}$

Г. $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{I_1}{2I_2}$

23. Қозғалыс мөлшерінің моментінің сақталу заңын көрсетіңіздер.

А. $M = const$

Ә. $I\omega = const$

Б. $mv = const$

В. $Md\varphi = const$

Г. $I\varepsilon = const$

24. Айналу жұмысының формуласын табыңыздар.

А. $Md\varphi$

Ә. $Id\varphi$

Б. $Ld\varphi$

В. $Nd\varphi$

Г. $\omega d\varphi$

25. Айналу жұмысының қуатын көрсетіңіздер.

А. $M\omega$

Ә. $L\omega$

Б. $N\omega$

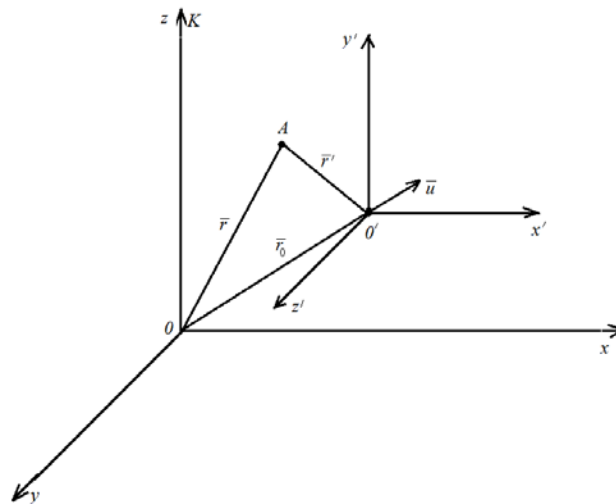
В. $I\omega$

Г. $M\varphi$

IV тарау. Арнайы салыстырмалылық теорияның элементтері

§ 4.1. Галилей түрлендірулері. Салыстырмалылықтың механикалық принципі

Осы уақытқа дейін біз Жермен қатаң байланысқан тыныштықтағы санақ жүйесімен салыстырғандағы механикалық қозғалыстарды қарастырдық. Тыныштықтағы денемен байланысқан санақ жүйесінде алынған динамиканың заңдары қозғалыстағы денемен байланысқан санақ жүйесінде орындала ма? Егер орындалмаса, оған қандай түзетулер енгізу керек? Осы сұрақтарға жауап беру үшін дененің бірқалыпты тұзусызықты қозғалыстағы денемен салыстырғандағы қозғалысын талдайық. Координаталары x, y, z тыныштықтағы К санақ жүйесімен салыстырғанда бірқалыпты түзу сызықты $u = const$ жылдамдықпен қозғалатын координаталары x', y', z' К' санақ жүйесін қарастырамыз (4.1.1-сызба).



4.1.1-сызба. А нүктесінің К және К' санақ жүйесіндегі координаталарының арасындағы байланысты анықтайтын сызба

Уақытты санау екі санақ жүйелерінің бас нүктелері беттескен кезден бастап есептеледі. t уақыт өткеннен соң екі санақ жүйесінің бір-бірімен салыстырғандағы орналасулары 4.1.1-сызба арқылы кескінделсін делік. Жылдамдық \vec{u} OO' түзуінің бойымен бағытталған. О нүктесінен O' нүктесіне жүргізілген радиус-вектор $\vec{r}_0 = \vec{u} t$. А нүктесінің екі санақ

жүйесіндегі координаталарының арасындағы байланыс, төменде келтірілген теңдеумен өрнектеледі:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{u} t \quad (4.1.1.)$$

(4.1.1.) теңдеуін координаталар осьтеріндегі құраушылары (проекциялары) арқылы жазсақ, мынадай теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\begin{cases} x = x' + u_x t \\ y = y' + u_y t \\ z = z' + u_z t \end{cases} \quad (4.1.2)$$

(4.1.1) және (4.1.2) теңдеулері Г.Галилей координаталарының түрленулерін сипаттайды:

Классикалық механикада уақыттың өтуі санақ жүйелерінің салыстырмалы қозғалыстарына тәуелсіз болғандықтан, (4.1.2) теңдеуіне тағы бір теңдікті қосуға болады:

$$t = t' \quad (4.1.3)$$

Жазылған қатынастар классикалық механика шеңберінде ($u \ll c$) ғана орындалады. Егер қозғалыс жарық жылдамдығына жақын болса, Г.Галилей түрлендірулері Х.Лоренц түрлендірулерімен алмастырылады. (4.1.3.) теңдігін ескеріп, (4.1.1.) өрнегін уақыт бойынша дифференциалдасақ, классикалық механикадағы жылдамдықтарды қосу ережесі шығады:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

K жүйесіндегі үдеуді жылдамдықты уақыт бойынша туындылау арқылы табамыз:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}' + \vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}'$$

Бір-бірімен салыстырғанда бірқалыпты түзусызықты қозғалыстағы K және K' санақ жүйелердегі A нүктесінің үдеулері бірдей

$$\vec{a} = \vec{a}' \quad (4.1.5)$$

Егер A нүктесіне басқа денелер әсер етпесе, (4.1.5.) теңдігіне сәйкес $\vec{a}' = 0$, яғни K' жүйесі инерциалды. (Нүкте онымен салыстырғанда бірқалыпты қозғалыста немесе тыныштықта). Біз салыстырмалылықтың механикалық принципін дәлелдедік. Бір инерциалды санақ жүйесінен

екіншісіне өткенде динамиканың теңдеулері өзгермейді. Олар координаталар түрлендірулерімен салыстырғанда инвариантты. Сонымен қатар Г.Галилей инерциалды санақ жүйесінің ішінде жүргізілген механикалық тәжірибелер арқылы оның қозғалыста немесе тыныштықта екендігін анықтауға болмайтындығын көрсетті. Мысалы, бірқалыпты тұзусызықты қозғалыстағы су кемесінің ішінде отырып, біз оның қозғалыста немесе тыныштықта екендігін терезеден сыртқа қарамай анықтай алмаймыз. А. Эйнштейн, Г.Галилейдің салыстырмалылық принципіні жалпыламалап, инерциалды санақ жүйесінде жүргізілген ешқандай электрлік, оптикалық, т.б. тәжірибелер оның бірқалыпты тұзусызықты қозғалыста немесе тыныштықта екендігін анықтай алмайтындығын көрсетіп, мынадай тұжырымдама жасады: кез келген инерциалды санақ жүйелерінде, физиканың негізгі заңдарына бірдей анықтама беріледі.

Шын мәнінде инерциалды санақ жүйесі туралы түсінік абстракция болып табылады. Өйткені табиғатта сыртқы күштерден толық тұйықталған дене кездеспейді. Нақты денелермен байланысқан санақ жүйелері жуықтап инерциалды санақ жүйесі ретінде қарастырылады. Мысалы, Күн жүйесінің массалар центрімен байланысқан жүйені үлкен дәлелдікпен инерциалды санақ жүйесіне жатқыза аламыз. Күн жүйесімен байланысқан санақ жүйесін гелиоцентрлік деп атайды. Оның координаталарының бас нүктесі Күннің геометриялық центрімен беттеседі. Ал координата осьтері таңдап алынған жұлдыздарға бағытталған. Жермен байланысқан санақ жүйелері, Жердің өз осінен айналуының, оған Күннің, Айдың және басқа планеталардың әсер етуінің салдарынан инерциалдық жүйенің талаптарын қанағаттандырмайды. Бірақ механиканың практикалық маңызы бар есептерін шешкенде, оның инерциалды жүйеден ауытқулары ескерілмейді. Мысалы, Жердің бетімен салыстырғандағы тыныштықтағы денелер жүйесін инерциалды деп алуға болады. Кейбір есептерде инерциалды санақ жүйесі ретінде Жермен салыстырғанда бірқалыпты тұзусызықты қозғалыстағы денелер алынады.

§ 4.2. Эйнштейннің постулаттары. Лоренц түрлендірулері. Түрлендірілудің инварианттары

Г.Галилейдің салыстырмалы принципін нәтижелерін зерттеп, А.Эйнштейн өзінің салыстырмалы принципін ұсынды. Бұл теорияда уақыт пен кеңістіктің қазіргі таңдағы физикалық теориясы сипатталады. Эйнштейн классикалық механикадағыдай кеңістікті біртекті, ал уақытты біртекті және изотропты деп қарастырды. Арнайы салыстырмалылықтың теориясы сипаттайтын құбылыстар релятивисті эффектiлерге жатады. Бұл теория А. Эйнштейннің екі постулатына негізделген.

I. Салыстырмалылықтың принципі. Берілген инерциалдық санақ жүйесінің ішінде жүргізілген ешқандай физикалық (механикалық,

оптикалық, жылулық, электромагниттік, т.б.) тәжірибелер оның тыныштықта немесе бірқалыпты тұзусызықты қозғалыста екендігін анықтай алмайды. Г. Галилейдің принципіндегідей А. Эйнштейннің салыстырмалылық принципінде мынадай тұжырымдама жасалады: бірдей жағдайларда бір-бірімен салыстырғанда бірқалыпты тұзусызықты қозғалыстағы екі зертханада барлық физикалық құбылыстар бірдей өтеді. Яғни, табиғаттың барлық заңдылықтары бір санақ жүйесінен екіншісіне өткенде инвариантты болады. Қазіргі кезде А. Эйнштейннің салыстырмалылық принципі энергияның сақталу немесе заттардың атомдық құбылысы сияқты, ғылыми тұрғыдан дәлелденген теория болып есептеледі.

Егер салыстырмалылықтың принципі А. Эйнштейннің екінші постулатымен толықтырылса, жемісті нәтиже беретін физикалық теорияға дамиды.

Жарық жылдамдығының инварианттық принципі: жарықтың вакуумдегі жылдамдығы, жарық көзінің немесе бақылаушының жылдамдығына тәуелсіз және барлық инерциалды санақ жүйелерінде бірдей. А. Эйнштейннің бірінші постулатында инерциалды санақ жүйелерінде барлық физикалық заңдылықтар инвариантты, ал заңдылықтарды сипаттайтын теңдеулердің түрлері бірдей деп есептеледі. Сондықтан барлық инерциалды санақ жүйелерінің құқықтары бірдей, яғни ондағы өтетін физикалық құбылыстар бірдей болады.

А. Эйнштейннің екінші постулатындағы жарықтың тұрақтылығы тәжірибе жүзінде дәлелденген, табиғаттың іргелі қасиеттерінің бірі болып табылады. Салыстырмалылықтың арнайы теориясы классикалық механикада қабылданған кеңістік пен уақыт туралы түсініктен бас тартуға мәжбүр етті. Өйткені ондағы түсініктер жарық жылдамдығының тұрақты болу принципіне қарсы. Сондықтан абсолют кеңістік пен уақыттың мағынасы жойылады. А. Эйнштейннің постулаттары және олардың негізінде құрылған теориялар әлемге жаңа көзқарастар туғызып, кеңістік пен уақыттың жаңа көріністерін берді. Мысалы, уақыт аралығының, ұзындықтың, оқиғаның бірмезгілділігінің салыстырмалылығы, яғни А. Эйнштейннің постулаттарынан шығатын салдар қазіргі кезде тәжірибе жүзінде дәлелденген. Жарық жылдамдығы барлық бағытта бірдей тарайтындықтан, оқиғаның бірмезгілділігі деп экранның центрінде орналасқан жарық көзінен оның барлық нүктелеріне жарық сигналының келуін айтады. Жарық жылдамдығы барлық санақ жүйелерінде бірдей болғанымен, бір-бірімен салыстырғанда қозғалыстағы санақ жүйелеріндегі толқындардың фронты әртүрлі сфералар болады. Олай болса, А. Эйнштейннің постулаттарынан әртүрлі санақ жүйелерінде уақыттың бірдей өтпейтіндігі шығады. Бұдан классикалық механикада қабылданған кеңістік пен уақыттың абсолютті болуы туралы ұғымның дұрыс еместігін аламыз. Инерциалды санақ жүйелерінде өтетін физикалық құбылыстарды А.Эйнштейннің постулаттарын пайдаланып зерттенген талдаулар,

Г. Галилейдің түрлендірулерін салыстырмалылық теориясының постулаттарын қанағаттандыратын түрлендірулермен алмастыру қажеттілігін туғызды. Мысалы, жылдамдықтарды қосудың классикалық теориясы бойынша, жарық жылдамдығы әртүрлі санақ жүйелерінде әртүрлі болуы қажет. Бұл тұжырымдама Эйнштейннің екінші постулатына қарсы болғандықтан, оптикалық құбылыстарды сипаттау үшін біз K жүйесінен K' жүйесіне өтетін жаңа түрлендірулерді іздеуіміз керек. Ол үшін Галилей түрлендірулерін қорытып шығарғандағыдай бір-бірімен салыстырғанда Ox осінің бойымен бірқалыпты тұзысыздықты \vec{v} жылдамдықпен қозғалатын екі санақ жүйесін қарастырамыз. Уақыттың бастапқы мезетінде (екі санақ жүйелерінің бас нүктелері беттескенде) координаталар бас нүктесінен жарық сигналы шығарылсын делік. K және K' жүйелеріндегі жарық толқындарының фронттарының таралуын зерттейік. K жүйесіндегі жарықтың бірдей уақытта жететін геометриялық нүктелерінің жиынтығы радиусы $c \cdot t$ сфера болып табылады. Оның теңдеуі төмендегідей өрнектеледі:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0 \quad (4.2.1)$$

Салыстырмалылықтың принципі бойынша K' жүйесіндегі толқынның фронты радиусы ct' сфера болуы тиіс. K' жүйесіндегі толқын фронтының теңдеуі мынадай болып жазылады:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0 \quad (4.2.2)$$

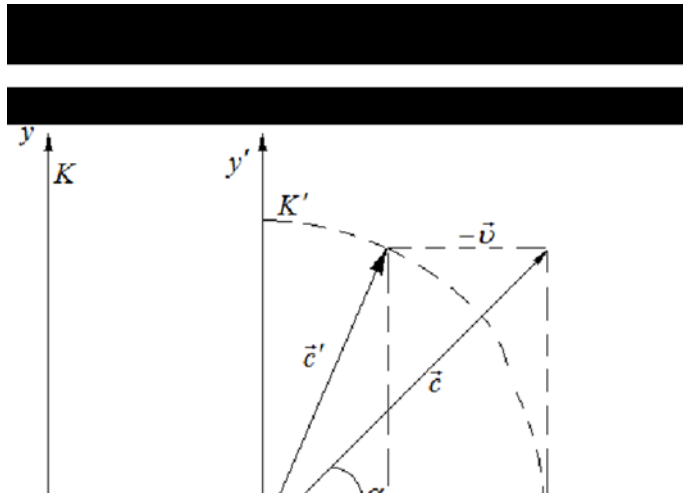
(4.2.1) және (4.2.2.) теңдеулері K' жүйесіндегі t' уақыттың K жүйесіндегі t уақыттан айырмашылығы бар екендігін көрсетеді. Егер $t = t'$ деп алсақ, төмендегі теңдік шығады:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Яғни, бір сфераның $t = t'$ уақытта (K және K' жүйелерінің бастапқы координаталарында) екі центрі бар. Олай болуы мүмкін емес. Жылдамдықтарды қосудың классикалық теориясы бойынша; (4.2.1-сызба)

$\vec{c}' = \vec{c} - \vec{v}$ немесе $c'^2 = c^2 + v^2 - 2cv \cos \alpha$ болғандықтан, толқындар фронтының нүктелері үшін мына қатынас шығады:

$$c \cos \alpha - v = \frac{x'}{t}$$



4.2.1-сызба. Жылдамдықтарды классикалық теория бойынша қосу

Немесе $c'^2 = c^2 + v^2 - 2v\left(v + \frac{x'}{t}\right) = c^2 - v^2 - \frac{2vx'}{t}$

K' жүйесінде толқын фронтының теңдеуі:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c'^2 t'^2 = 0 \quad \text{болғандықтан;}$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - \left(c^2 - v^2 - \frac{2vx'}{t}\right) t'^2 = 0$$

теңдігін аламыз. Бұдан төмендегі теңдеу шығады:

$$(x' + vt)^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

Бұл (бас нүктесі K жүйесінде) центрі $x' = -vt$ сфераның теңдеуі. Олай болса, біз K және K' жүйелерінде центрі O нүктесінде орналасқан Г. Галилейдің түрлендірулеріне сәйкес келетін толқынның бір фронтын алдық:

$$x' + vt = x, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t$$

Егер Г. Галилейдің түрлендірулерін пайдалансақ, жарықтың жылдамдығын абсолютті деп қарастыруға болмайды. Жарықтың жылдамдығы барлық санақ жүйелерінде бірдей болса (А. Эйнштейннің екінші постулаты), уақыт салыстырмалы. Сондықтан Г. Галилейдің түрлендірулерінен бас тартамыз.

(4.2.1) және (4.2.2.) теңдеулерінің сол жағының түрлері бірдей, яғни $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ өрнегі инвариантты. Жүйелердің салыстырмалы қозғалысы ОХ осінің бойымен өтетіндіктен, ал ОУ, ОZ осьтері екі жүйеде параллель болғандықтан, $y' = y$, $z' = z$ деп аламыз. Онда біз екі квадраттардың $x^2 - c^2 t^2$ айырымына сәйкес келетін барлық түрлендірулерді табуымыз қажет. Егер $u = ict$ теңдігін пайдалансақ, онда ол координаталар жүйесінің жазықтықта айналуына әкеледі. $x^2 - c^2 t^2$ өрнегінен $x^2 + u^2$ қосындысына көшсек, түрлендірулер төмендегідей болады:

$$x' = x \cos \varphi + u \sin \varphi$$

$$u' = u \cos \varphi - x \sin \varphi$$

φ параметрін табу үшін жаңа санақ жүйесінің ($x' = 0$) бас нүктесі ескі санақ жүйесімен салыстырғанда v жылдамдықпен қозғалады деп аламыз.

$$x' = 0 \text{ болғанда } x = v \cdot t = \frac{v}{i \cdot c} u \text{ теңдігі шығады. Шыққан өрнекті (4.2.3)}$$

теңдеулер жүйесінің біріншісіне қойып мына қатынасты аламыз: $\operatorname{tg} \varphi = i \frac{v}{c}$

Тригонометриядан белгілі формаларды қолдансақ, төмендегі өрнектер шығады:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}, \quad \sin \varphi = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \sin \varphi = \frac{\frac{v}{c} i}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

немесе

(4.2.3) өрнегі мынандай болып жазылады:

$$x' = \frac{x + \frac{v}{c} u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad u' = \frac{u - i \frac{v}{c} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

u -дан айнымалы t -ға қайта оралсақ, мына қатынастарды аламыз:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Оқиғаның K және K' жүйелеріндегі координаталары мен уақытты байланыстыратын толық теңдеулер жүйесі төменде келтірілген түрді қабылдайды:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (4.2.4)$$

Мұндағы, $\beta = \frac{v}{c}$

K жүйесінен K' жүйесіне өткендегі түрлендіру салыстырмалы жылдамдықтың таңбасын өзгерту арқылы іске асырылады:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (4.2.5)$$

(4.2.4) және (4.2.5) өрнектері Х. Лоренц түрлендірулері деп аталады. Формулаға көңіл аударайық. $v > c$ теңсіздігі орындалғанда (4.1.4) және (4.2.5) формулаларындағы түбір астындағы өрнек теріс мәнге ие болатындықтан, Х. Лоренц түрлендірулерінің мағынасы жоғалады. Бұдан салыстырмалылықтың теориясында барлық санақ жүйелерінде жарық жылдамдығы шекті жылдамдық екендігін көреміз. $v \ll c$ немесе $c \rightarrow \infty$ Х. Лоренцтің түрлендіру формулалары Г.Галилейдікіне өтеді. Салыстырмалылықтың теориясында Лоренц түрлендіруі дұрыс деп есептеледі. Ал Г.Галилей түрлендіруі жуықтап алғанда, кішкентай жылдамдықтарда ($v \ll c$) қолданылады. Х. Лоренц түрлендіруінен екі оқиғаның арасындағы уақыт және арақашықтық бір инерциалды санақ жүйесінен екіншісіне өткенде өзгереді деген өте маңызды тұжырымдама жасалады. Сонымен А.Эйнштейннің теориясы төртөлшемді кеңістікті құрайтын бір-бірімен үздіксіз байланыстағы кеңістіктік және уақыттық координаталарды қарастырады.

§ 4.3. Лоренц түрлендірулерінен шығатын салдарлар

Өртүрлі санақ жүйелеріндегі оқиғалардың біртектілігі. K жүйесінде координаталары x_1, x_2 нүктелерінде t_1 және t_2 уақыт мезеттерінде екі оқиға болсын делік. K' жүйесіндегі оқиға x'_1, x'_2 координаталары мен t'_1 және t'_2 уақыт мезеттерінде сәйкес келсін. Егер K жүйесіндегі оқиға бір нүктеде $x_1 = x_2$, бір мезгілде $t_1 = t_2$ өтсе, Х. Лоренцтің түрлендірілуі бойынша, төмендегі теңдіктерді қанағаттандырады:

$$x'_1 = x'_2, \quad t'_1 = t'_2$$

Бұл оқиғалар кез келген санақ жүйесінде кеңістік жағынан беттесетін біртектілік оқиға болып табылады. Егер K жүйесінде оқиға бір нүктеде өтпей $x_1 \neq x_2$ біртектілікте $t_1 = t_2$ болса, онда K' жүйесінде Х. Лоренц түрлендірілуі мына қатынастарды қанағаттандырады:

$$x'_1 = \frac{x_1 + vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$t'_1 = \frac{t_1 + \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t_2 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x'_1 \neq x'_2, \quad t'_1 \neq t'_2$$

K' жүйесінде екі нүктеде болатын оқиға мезгілде өтпейді. $t'_1 - t'_2$ айырымының таңбасы $v(x_1 - x_2)$ өрнегінің таңбасымен анықталатындықтан, K' жүйесінің әртүрлі нүктесінде $t'_1 - t'_2$ айырымының шамасы әртүрлі болып таңбасы жағынан ерекшеленуі мүмкін.

Әртүрлі санақ жүйесіндегі оқиғаның ұзақтығы. Қандай да бір K жүйесімен салыстырғанда тыныштықтағы координатасы x нүктесінде оқиға өтсін делік. Оның өту ұзақтығы (оқиға басталған және аяқталған кездегі сағат көрсетуінің айырымы) $\tau = t_2 - t_1$ тең. Осы оқиғаның K' жүйесіндегі ұзақтығы, төмендегі формуламен есептеледі:

$$\tau' = t'_2 - t'_1 \quad (4.3.1)$$

Оқиғаның алғашқы және соңғы уақыттары мына қатынастар арқылы анықталады:

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t_2 - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (4.3.2)$$

(4.3.2) қатынасын (4.3.1) теңдігіне қойып, мына өрнекті аламыз:

$$\tau' = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{немесе} \quad \tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (4.3.3)$$

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ формуласында } v \rightarrow c \text{ ұмтылғанда } \tau' \rightarrow \infty \text{ ұмтылады.}$$

Яғни, инерциалды санақ жүйесімен салыстырғанда қозғалыстағы сағат, тыныштықтағы сағаттан баяу жүреді (4.3.3.) формуласы салыстырмалылықтың теориясында бірдей қос оқиғаның арасындағы уақыт әртүрлі санақ жүйелерінде бірдей еместігін көрсетеді. Ең кіші уақыт ұзақтығы τ екі оқиға кеңістіктің бір нүктесінде өтетін санақ жүйесіне сәйкес келеді. Кез келген басқа санақ жүйелерінде уақыт ұзақтығы $\frac{\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

формуласымен анықталады.

Алғашқыда K санақ жүйесімен салыстырғанда тыныштықтағы синхронды жүретін A және B сағаттарын қарастырайық. A сағаты тыныштық күйін сақтап, B сағаты v жылдамдықпен қозғала бастасын.

B сағатымен басқа K' жүйесін байланыстырайық (4.3.3) формуласы бойынша K' жүйесінің көзқарасымен A сағаты B сағатымен салыстырғанда қалыс жүреді. Бұл жерде сағаттардың жүрісінің қандай да бір физикалық нақты өзгерісі туралы айтуға болмайды. Өйткені бір қос оқиға әртүрлі санақ жүйелерінде әртүрлі уақыт аралықтарымен бөлінеді. Мысалы, B сағатымен бірге қозғалатын бақылаушы сіріңке жақсын. 5 сек өткен соң сіріңке өшсін делік. A сағаты 5 сек өткенін емес, одан $\sqrt{1 - \beta^2}$ есе кіші уақытты көрсетеді. Уақыт аралығының салыстырмалылық мінездемесі K' жүйенің көзқарасымен қарағанда түсінікті.

K' жүйесімен салыстырғанда B сағаты тыныштықта, ал A сағаты қарама-қарсы бағытта v жылдамдықпен қозғалады. Сондықтан K' жүйесімен салыстырғанда A сағаты қалыс жүреді. Келтірілген екі тұжырымдамада ешқандай нақты қарама-қайшылық жоқ. Өйткені сағаттарды салыстырудың екі тәсілі қарастырылды. Сонымен қорыта айтқанда екі оқиғаның арасындағы уақыт санақ жүйесіне тәуелді салыстырмалы ұғым. Оқиға өтетін денемен бірге қозғалатын сағатпен өлшенген уақыт ең кіші және ол берілген дененің меншікті уақыты деп аталады. Егер меншікті уақытты T , ал тыныштықтағы санақ жүйесіндегі өлшенген уақытты t арқылы белгілесек, мына формулаларды аламыз:

$$T = t \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$dT = t \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} dt \quad (4.3.4)$$

Мұндағы, u – дененің жылдамдығы.

$u \ll c$ болғанда (4.3.4) өрнегі классикалық нәтижені береді. Уақыт жүрісінің баяулауы туралы релятивисті эффект табылғаннан соң «сағаттардың және егіздердің парадокстары» туралы көптеген пікірталастар туындады. Мысалы, жарық 500 жылда жететін жұлдыздарға ғарышты жарық жылдамдығына жақын жылдамдықпен ұшырдық деп елестетсек,

$$\left(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \approx 0.001 \right) \text{ Жердегі сағаттың өлшеуі бойынша ғарыштың}$$

жұлдыздарға барып қайтуына 1000 жыл керек болса, ғарыш кемесімен ғарышкерлердің жүйесінде мұндай саяхатқа 1 жыл уақыт кетеді. Ғарышкер бір жылға қартайып, ғарыш ұшқаннан бастап 10 ғасыр өткен соң Жерге оралады. (Сағаттар немесе егіздер парадоксы). Шындығында, мұнда ешқандай парадокс пайда болмайды. Өйткені парадокс біз Жер мен кемені инерциалды санақ жүйелері ретінде қарастырғандықтан туындайды. Ұшу кезінде Жерді инерциалды жүйе ретінде қарастыруға болса, кемені ұшу немесе қону кездерінде үлкен үдеумен қозғалатындықтан, инерциалды санақ жүйесі деп қарастыруға болмайды. Олай болса, Жер және кемені байланысқан санақ жүйелерінің салыстырмалылықтың арнайы теориясының шеңберіндегі құқықтары бірдей емес. Сондықтан оларға салыстырмалылықтың принциптерін қолдана алмаймыз. Қозғалыстағы санақ жүйесіндегі уақыттың баяулауы мынадай құбылысқа түсініктеме бере алады. Ғарыштық сәулеленудің әсерінен атмосфераның шекарасында пайда болған мюон бөлшектері Жердің бетінде кездеседі. Қалыңдығы 300 км атмосферада мюондар жарық жылдамдығына жақын жылдамдықпен қозғалса, оны 10^{-3} с уақытта жүріп өтеді. Мюондар орнықты емес бөлшектер екендігін және өз беттерінше ыдырайтындығын тәжірибе көрсетті. Мюонның өмір сүру уақыты 10^{-6} с, оның атмосферадан өтіп, Жерге жету уақытынан 1000 есе кіші. Бұл қарама-қайшылықты қалай түсіндіре аламыз? Шын мәнінде аталған құбылыста ешқандай қарама-қайшылық туындамайды. Өйткені мюонмен байланысқан санақ жүйесінде оның өмір сүру уақыты 10^{-3} с тең. Жермен байланысқан санақ жүйесі мюонмен салыстырғанда жарық жылдамдығына жақын жылдамдықпен қозғалады деп алсақ, бұл жүйеде уақыттың жүруі баяулаған және мюон 10^{-3} с өмір сүреді. Яғни, мюонмен байланысқан санақ жүйесімен салыстырғандағы өмір сүру уақыты 1000 есе артық.

Әртүрлі санақ жүйесіндегі ұзындық. K санақ жүйесінде Ox осінің бойымен орналасқан ұзындығы $l_0 = x_2 - x_1$ өзекшені қарастырайық. Өзекшенің K жүйесімен салыстырғанда v жылдамдықпен қозғалатын K' жүйесіндегі ұзындығын табу үшін біз K' жүйесіндегі сағатпен өлшегендегі уақыттың бір мезетіндегі оның оң және сол жақ ұштарының координаталарының айырымын $l = x'_2 - x'_1$ алуымыз керек.

Өзекшенің ұштарының координаталары үшін Х. Лоренц түрлендіруін жазамыз:

$$x_1 = \frac{x'_1 - vt'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x_2 = \frac{x_2 - vt'_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$t'_1 = t'_2$ ескеріп, екінші теңдіктен бірінші теңдікті алсақ, төмендегі қатынастар шығады:

$$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

немесе

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (4.3.5)$$

(4.3.5) формуласы салыстырмалылықтың теориясында бір өзекшенің ұзындығы әртүрлі санақ жүйелерінде бірдей еместігін көрсетеді. Мұндағы l_0 өзекшенің тыныштықтағы санақ жүйесіндегі максимал ұзындығы. Өзекшемен салыстырғанда v жылдамдықпен қозғалатын санақ жүйесінде оның ұзындығы $l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ тең. Жылдамдық артқан сайын өзекшенің ұзындығы кемиді. $v = c$ болғанда $l = 0$ тең. Өзекше жарық жылдамдығына тең жылдамдықпен қозғалса, оның ұзындығы жоғалады. Қысқару ОХ осінің бойымен өтеді. Өйткені бастапқыда $y' = y$, $z' = z$, деп алдық. K' жүйесінде бір-біріне параллель орналасқан ұзындықтары бірдей А және В өзекшелерін қарастырайық. А өзекшесі тыныштықта қалып, В өзекшесі ұзындығының бағытымен v жылдамдықпен қозғалсын. В өзекшесімен K' жүйесін байланыстырсақ, (4.3.5) формуласы K жүйесіндегі бақылаушының көзқарасы бойынша В өзекшенің ұзындығы тыныштықтағы А өзекшенің ұзындығынан кем болатындығын көрсетеді.

Бір өзекшенің әртүрлі санақ жүйелеріндегі ұзындықтары бірдей болмағандықтан, қысқаруды қандай да бір нақты физикалық құбылыс ретінде қарастыруға болмайды. Енді құбылысты K' жүйесіндегі бақылаушының көзқарасымен зерттейік. K' жүйесінде, В өзекшесі тыныштықта, ал А өзекшесі қарама-қарсы бағытта v жылдамдықпен

қозғалады. Сондықтан K' жүйесінде, керісінше B өзекшесінің ұзындығы A өзекшесінің ұзындығынан артық. Келтірілген екі мысал бір-біріне қарама-қайшы емес. Бұл жерде өзекшені өлшеудің екі тәсілі көрсетіліп отыр. Мысалы, көшенің екі жағында бір-біріне қарама-қарсы бағытта қозғалатын екі адамды қарастырайық. Адамдардың әрқайсысы бір-бірімен салыстырғанда оң жағымен өттік деп есептейді. Адамдардың айтқандары бір-біріне қарсы емес. Ол тек оң және сол деген ұғымдар салыстырмалы және қозғалыс бағытына тәуелді екендігін көрсетеді.

$v \ll c$ шартында (4.3.5) формуласынан $l = l_0$ теңдігі шығады. Жарық жылдамдығынан едәуір кіші жылдамдықпен қозғалатын өзекшенің ұзындығы абсолютті шама. Өзекше ұзындығының қысқаруы осы уақытқа дейін тәжірибе жүзінде дәлелденген жоқ. Себебі теориялық есептеулер Жер бетіндегі өзекшенің максимал жылдамдықпен қозғалғандағы ұзындығының салыстырмалы өзгерісі 10^{-10} тең болатындығын анықтады. Қазіргі кезде мұндай өзгерісті тәжірибе жүзінде өлшейтін мүмкіндік жоқ.

§ 4.4. Жылдамдықтарды қосудың релятивистік заңы

K санақ жүйесімен салыстырғанда v жылдамдықпен қозғалатын K' жүйесіндегі материалдық нүктенің қозғалысын қарастырайық.

Нүктенің K санақ жүйесіндегі жылдамдықтарын анықтайық. K' жүйесіндегі нүктенің әрбір t уақыт мезетіндегі координаталары x, y, z , ал K' жүйесіндегі t' уақыт мезетіндегі координаталары x', y', z' болса, жүйелердегі жылдамдықтардың координаталардағы проекциялары мына формуламен сипатталады:

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \quad u_y = \frac{dy}{dt}, \quad u_z = \frac{dz}{dt},$$

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad u'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad u'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

Х. Лоренц түрлендіруі бойынша;

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad dy = dy', \quad dz = dz', \quad dt = \frac{dt' + v \frac{dx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Қарапайым түрлендіруден соң салыстырмалылықтың арнайы теориясындағы жылдамдықтарды қосудың релятивисті заңын аламыз:

$$\begin{array}{ccc}
& K' \rightarrow K & K \rightarrow K' \\
\left\{ \begin{array}{l}
u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \\
u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \\
u_z = \frac{u'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}
\end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l}
u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{vu_x}{c^2}} \\
u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{vu_x}{c^2}} \\
u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{vu_x}{c^2}}
\end{array} \right.
\end{array} \quad (4.4.1)$$

Егер материалдық нүкте x осіне параллель қозғалса, онда и жылдамдығы K жүйесімен салыстырғанда u_x жылдамдығымен дәл келсе, K жүйесімен салыстырғанда $u' = cu'_x$ болғандықтан, жылдамдықтарды қосу төмендегідей түрленеді:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}, \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}} \quad (4.4.2)$$

Жылдамдықтарды қосудың релятивисті заңы А. Эйнштейннің екінші постулатына бағынады. $u' = c$ болса, (4.4.2) формуласы мынадай болып түрленеді: $u = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}}$ осыған ұқсастық бойынша $u = cu' = c$ теңдігі шығады.

Кез келген жылдамдықтарды қосқанда оның қорытқысы вакуумдегі жарық жылдамдығынан артық бола алмайды. Алынған нәтижелер салыстырмалылықтың теориясының дұрыстығын дәлелдейді.

§ 4.5. Релятивисті динамиканың негізгі заңы

Релятивисті механикадағы И. Ньютонның екінші заңын релятивисті қозғалыс мөлшерінің уақыт бойынша өзгерісі арқылы өрнектейік:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = \vec{F} \quad (4.5.1)$$

И. Ньютонның механикасындағы әртүрлі инерциалды санақ жүйелеріндегі денелердің массаларының мәндері бірдей болады деп алынып, жарық жылдамдығынан едәуір кіші жылдамдықпен қозғалатын денелердің массаларының жылдамдыққа тәуелділігі тәжірибе жүзінде дәлелденген. Сондықтан масса тұрақты шама ретінде қарастырылады. Осы жағдайда дене тұрақты күштің әсерінен қалай қозғалатындығын талқылайық. Есептеулерді жеңілдету үшін $t_1 = 0$ болғанда $u_1 = 0$ деп аламыз. Яғни, дененің бастапқы жылдамдығы нөлге тең. Сондықтан динамиканың негізгі теңдеуі мынадай түрде жазылады:

$$F = \frac{mu}{t} \quad \text{немесе} \quad u = \frac{Ft}{m} \quad (4.5.2)$$

Егер күш пен масса тұрақты болса, $a = \frac{F}{m} = \text{const}$ шарты орындалады. Дененің жылдамдығы күштің әсер ету уақытына тура пропорционал:

$$u = at \quad (4.5.3)$$

Бұдан денеге ұзақ уақыт тұрақты күшпен әсер етсе, оның жылдамдығы шексіз өсетіндігін көреміз. Бұл нәтиже салыстырмалылықтың теориясымен келіспейді. (Ешқандай дене вакуумдегі жарық жылдамдығына тең жылдамдықпен қозғала алмайды). Сондықтан біз динамиканың негізгі заңын салыстырмалылықтың теориясының негізгі қорытындыларын қанағаттандыратындай етіп түрлендіруіміз қажет. Дененің массасының жылдамдыққа тәуелділігі төмендегі формуламен анықталады:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (4.5.4)$$

Мұндағы, m_0 - дененің тыныштықтағы санақ жүйесімен салыстырғандағы массасы, (тыныштық немесе меншікті масса) m осы дененің санақ жүйесімен салыстырғанда и жылдамдықпен қозғалғандағы массасы (релятивисті масса). (4.5.4) қатынасынан $u = c$ болғанда $m \rightarrow \infty$ массасының шексіз артатындығы байқалады.

(4.5.1) теңдеуі дененің кинетикалық энергиясын оңай табуға мүмкіндік береді. Анықтама бойынша кинетикалық энергияның өсімшесі күштің жұмысына тең:

$$dT = \vec{F} \vec{u} dt = \vec{u} d \left(\frac{m_0 \vec{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) \text{ немесе дифференциалдасак}$$

$$\vec{u} \cdot d \left(\frac{m_0 \vec{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = m_0 \left[\frac{u du}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \frac{u^3 du}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}} c^2} \right] = \frac{m_0 du}{1 - \frac{u^2}{c^2}}, \left[u du = d \left(\frac{1}{2} u^2 \right) \text{ ескерсек} \right]$$

$$dT = \frac{m_0 du}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \text{ қатынасын аламыз.}$$

Интегралдасак $T = m_0 \int \frac{du}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \beta$ өрнегі шығады.

Мұндағы, β - интегралдау тұрақтысы.

Қозғалмайтын денемен салыстырғанда қозғалыстағы дененің артық кинетикалық энергиясын табу үшін $u=0$ болғанда, $T=0$ деп есептеп, төмендегі формуланы аламыз:

$$\beta = -m_0 c^2$$

Немесе $T = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right]$ (4.5.5)

Жарық жылдамдығымен салыстырғанда кіші жылдамдықпен қозғалатын денелерді қарастырып, $\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ өрнегін $\frac{u^2}{c^2}$ дәрежесі бойынша Тейлор қатарына жіктесек,

$$\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{u^4}{c^4} + \dots +$$

кинетикалық энергия төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$T = \frac{1}{2} m_0 u^2 + \frac{3}{8} \frac{m_0 u^4}{c^2} + \dots +$$

Егер $c \gg u$ болса, кинетикалық энергияның классикалық өрнегі шығады:

$$T = \frac{m_0 u^2}{2}$$

Егер $u \rightarrow c$ ұмтылса, кинетикалық энергия шексіз артады. Материалдық нүктенің релятивистік қозғалыс мөлшері

$$\vec{p} = m \vec{v} = \frac{m_0 \vec{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (4.5.6)$$

өрнегімен анықталады.

Кеңістіктің біртектілігінен релятивисті қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы шығады. Тұйық жүйенің релятивисті қозғалыс мөлшері уақытқа байланысты өзгермейді. Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңынан релятивисті массаның сақталу заңын аламыз. Тұйықталған жүйеде өтетін кез келген процестерде, жүйенің толық массасы өзгермейді. Эйнштейннің салыстырмалылық теориясының маңызды нәтижелерінің бірі дененің энергиясы мен массаның арасындағы универсалды қатынас болып табылады:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (4.5.7)$$

(4.5.7) теңдеуі табиғаттың фундаменталды заңын сипаттайды.

Жүйенің толық энергиясы оның толық релятивисті массасын вакуумдегі жарық жылдамдығының квадратына көбейткенге тең. Кеңістіктің

біртектілігінен релятивисті механикада энергияның сақталу заңы шығады. Тұйықталған жүйенің толық энергиясы өзгермейді. (4.5.7) өрнегін қатарға жіктеп, екінші ретті мүшелерін ($u \ll c$) ескермесек, мына өрнек шығады:

$$E = m_0 c^2 + \frac{m_0 u^2}{2} + \dots +$$

Мұндағы, $m_0 c^2$ тыныштықтағы дененің массасымен байланысқан энергия, $\frac{m_0 u^2}{2}$ - қозғалыстағы дененің кинетикалық энергиясы.

$E_0 = m_0 c^2$ тыныштық энергиясы деп аталады. Классикалық механикада тыныштық энергиясы ($u = 0$) ескерілмейді (4.5.7), (4.5.6) формулаларынан толық энергия мен қозғалыс мөлшерінің арасындағы релятивисті қатынасты аламыз:

$$E^2 = m^2 c^4 = m_0 c^4 + p^2 c^2$$

немесе $E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$ (4.5.8)

Қандай да бір бөлшектер жүйесінің байланыстарының мықтылығын және орнықтылығын сипаттау мақсатында байланыс энергиясы қарастырылады. Жүйенің байланыс энергиясы, жүйені құрамдық бөлшектерге ыдыратуға кеткен жұмысқа тең. Мысалы, атомдық ядроны протондар мен нейтрондарға жіктеуге жұмсалған жұмыс.

Жүйенің байланыс энергиясы мына формуламен есептеледі:

$$E_{байл} = \sum_{i=1}^n m_{0i} c^2 - M_0 c^2$$
 (4.5.9)

Мұндағы, m_{0i} , i -ші бөлшектің тыныштық массасы, M_0 , n бөлшектен тұратын жүйенің массасы. Энергияның кез келген түрімен масса мына формула арқылы байланысқан:

$$m = \frac{E}{c^2}$$
 (4.5.10)

Релятивисті масса мен энергияның арасындағы байланыс заңы тәжірибе жүзінде дәлелденген. (ядролық реакция кезінде энергияның бөлінуі). Байланыс заңы ядролық реакциялардағы энергетикалық эффектiлердi есептеуде кеңiнен қолданылады. Масса мен энергияның арасындағы байланыс заңы, энергияның кез келген түрленуi, оның массасының түрленуiмен iске асырылатындығын көрсетедi. Масса бiр күйден екiншi күйге өтедi. (Мысалы, тыныштық массасының элетромагнитiк сәулеленудiң массасына өтуi).

Есептер мен мысалдар

Ғарыштық кеме Жердің центріне қараған бағытта $0,9c$ жылдамдықпен қозғалады. Жермен байланысқан (К) санақ жүйесінде ол қанша жол жүреді. Ғарыштың ішінде орналасқан сағатпен өлшенген уақыт аралығы 1 с тең. Жердің сәткелік және Күнді орбита бойынша айналуы ескерілмейді (c – жарықтың вакуумдегі жылдамдығы).

Берілгені: $v = 0,9c, \Delta t_0 = 1c$

Табу керек: l

Шешімі: ғарыш кемесінің Жермен байланысқан санақ жүйесімен салыстырғандағы жүріп өткен жолы мына формуламен есептеледі:

$$l = v\Delta t \quad (1)$$

Мұндағы, Δt , К жүйесінде өлшенген уақыт аралығы. Бұл уақыт аралығы К' жүйесіндегі өлшенген уақыт аралығымен мына формула арқылы байланысқан:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

уақытты (1) формулаға қойсақ, жүрілген жол шығады:

$$l = \frac{v\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{0,9 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,9c}{c}\right)^2}} = \frac{2,7 \cdot 10^8}{\sqrt{1 - 0,81}} \text{ м} = \frac{2,7 \cdot 10^8}{\sqrt{0,19}} = \frac{2,7 \cdot 10^8}{0,43} = 6,27 \cdot 10^8 \text{ м}$$

Энергиясы 1 МэВ тең электронның жылдамдығын табыңыздар.

Берілгені: $E_0 = 0,511 \text{ МэВ}$, $T = 1 \text{ МэВ}$

Табу керек: v

Шешімі: кинетикалық энергияның релятивті формуласын жазайық:

$$T = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

Түрлендірулер жасау арқылы келтірілген теңдіктен β -ны табамыз:

$$\beta = \frac{\sqrt{(2E_0 + T)T}}{E_0 + T}, \text{ мұндағы } \beta = \frac{v}{c}, E_0 \text{ электронның тыныштық энергиясы.}$$

E_0 және T сан сәндерін қойып есептейік:

$$\beta = \sqrt{\frac{(2 \cdot 0,511 + 1)1}{0,511 + 1}} = 0,941$$

$$v = \beta \cdot c = 0,941 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{M}{c} = 2,82 \cdot 10^8 \frac{M}{c}$$

0,9с жылдамдықпен қозғалатын электронның кинетикалық энергиясын және қозғалыс мөлшерін табыңыздар.

Берілгені: $v = 0,9c, c = 3 \cdot 10^8 \frac{M}{c}, m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

Табу керек: p, T - ?

Шешімі: релятивисті қозғалыс мөлшерінің формуласын жазамыз.

$$p = \frac{m_0 c \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \left(\frac{0,9c}{c}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,9c}{c}\right)^2}} = \frac{22,1 \cdot 10^{-23}}{0,43} = 5,1 \cdot 10^{-22} \frac{\text{кг} \cdot M}{c}$$

Релятивисті механикада бөлшектердің кинетикалық энергиясы толық энергия мен тыныштық энергиясының айырымына тең:

$$T = E - E_0$$

$E = mc^2$ және $E_0 = m_0 c^2$ ескеріп, массаның жылдамдыққа тәуелділік формуласын пайдалансақ, төмендегі теңдік шығады:

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_0 c^2 \text{ немесе}$$

$$\begin{aligned} T &= m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \times \left[\frac{1}{\sqrt{1 - 0,81}} - 1 \right] = \\ &= 81,99 \cdot 10^{16} \left[\frac{1}{0,43} - 1 \right] = 106,5 \cdot 10^{16} \text{ Дж} = 10,65 \cdot 10^{14} \text{ Дж} \end{aligned}$$

Тыныштықтағы бақылаушының сағаты бойынша 0.9 с жылдамдықпен қозғалатын айнмалы бөлшектің өмір сүру уақыты неше есе артады?

Берілгені: $v = 0,9c$,

Табу керек: $\frac{\Delta \tau}{\Delta \tau_0}$

Шешімі: бөлшектің тыныштықтағы бақылаушының сағатымен өмір сүру уақытын $\Delta \tau_0$ арқылы белгілесек, бөлшекпен бірге қозғалыстағы

бақылаушының сағаты бойынша оның өмір сүру уақыты мына формуламен есептеледі:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ бұдан}$$

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta\tau_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,9c}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,81}} = \frac{1}{0,43} = 2,32c$$

Бөлшектің меншікті өмір сүру уақыты, оның қозғалмайтын сағат бойынша алынған өмірінен 1%-ға айырмашылығы бар. $\frac{v}{c}$ қатынасын табыңыздар. (бөлшектің меншікті өмір сүру уақытын k деп алыңыз).

Берілген: $k = 0,01$

Табу керек: $\frac{v}{c} = \beta$

Шешімі: бөлшектің өмір сүру уақыты мына формуламен есептеледі.

$k = \frac{\Delta\tau - \Delta\tau_0}{\Delta\tau}$ Мұндағы, $\Delta\tau$ бөлшектің қозғалатын, ал $\Delta\tau_0$

қозғалмайтын сағатпен алынған өмір сүру уақыттары. Олардың арасындағы байланыс төменде келтірілген формуламен анықталады:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \beta = \frac{v}{c} \text{ меншікті өмір сүру уақытын түрлендірейік}$$

$$k = 1 - \frac{\Delta\tau_0}{\Delta\tau} = 1 - \frac{\Delta\tau_0}{\Delta\tau_0 \sqrt{1 - \beta^2}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{немесе} \quad 1 - \beta^2 = (1 - k)^2$$

$$\beta^2 = 1 - (1 - k)^2 = 1 - (1 - 2k + k^2) = 1 - 1 + 2k - k^2 = 2k - k^2 = k(2 - k),$$

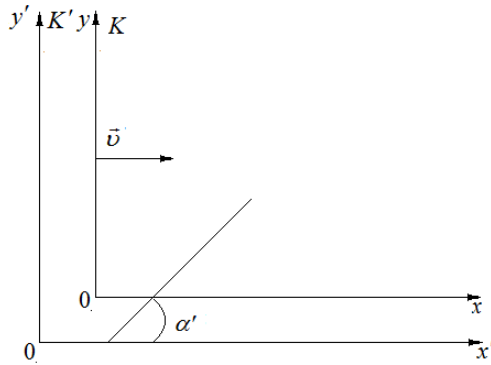
$$\beta = \sqrt{k(2 - k)} = \sqrt{0,01(2 - 0,01)} = \sqrt{0,01 \cdot 1,99} = \sqrt{0,0199} = 0,141$$

K' жүйесіндегі тыныштықтағы өзекшенің меншікті ұзындығы 1,5 м және ол Ox' осімен 30° бұрыш жасайды. K' жүйесі K салыстырғанда 0,6 с жылдамдықпен қозғалады. K жүйесіндегі өзекшенің ұзындығын, сәйкес бұрышты табыңыздар:

Берілгені: $l_0 = 1,5 \text{ м}, \alpha' = 30^\circ, v = 0,6c$

Табу керек: l, α

Шешімі:



1-сызба. K' және K санақ жүйесіндегі өзекшенің ұзындығы мен оның осьтерімен жасайтын бұрыштары

1-сызбадан өзекшенің x және y осьтеріндегі проекцияларын табамыз:

$$l_{ox} = l_o \cos \alpha', \quad l_{oy} = l_o \sin \alpha'$$

$$\text{Немесе } l_x = l_{ox} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad l_y = l_{oy}, \quad l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2}$$

Бұдан

$$l = \sqrt{l_o^2 (\cos \alpha')^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + l_o^2 (\sin \alpha')^2} = \sqrt{(1,5)^2 (\cos 30^\circ)^2 \left(1 - \left(\frac{0,6c}{c}\right)^2\right) + (1,5)^2 (\sin 30^\circ)^2} = 1,28 \text{ м}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l_y}{l_x} = \frac{l_{oy}}{l_{ox} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\operatorname{tg} 30^\circ}{\sqrt{1 - (0,6)^2}} = \frac{\operatorname{tg} 30^\circ}{\sqrt{0,64}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{0,8} = \frac{\sqrt{3}}{2,4} = 2,17$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} 2,17 = 35,8^\circ$$

Қозғалысты бірөлшемді, күшті тұрақты, қозғалыс теңдеуін релятивисті деп алып, массасы m бөлшектің жылдамдығының уақытқа тәуелділігін табыңыздар.

Берілгені: $m, F = \text{const}$

Табу керек: $v(t)$

Шешімі: бөлшекке әсер ететін күш Ньютонның екінші заңы бойынша

өрнектеледі: $F = \frac{dp}{dt}$ бұдан $dp = F dt$ немесе $p = \int_0^t F dt = F \cdot t$

Релятивисті механикадағы қозғалыс мөлшерінің формуласы:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \text{ бұдан } mv = F \cdot t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ теңдігі шығады. Квадраттасак}$$

$m^2 v^2 = F^2 \cdot t^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$ өрнегі алынады. Теңдіктің оң жағындағы жақшаны ашайық:

$$m^2 v^2 = F^2 \cdot t^2 - \frac{F^2 \cdot t^2 v^2}{c^2}, \quad \frac{F^2 t^2 v^2}{c^2} + m^2 v^2 = F^2 t^2$$

$$v^2 \left(\frac{F^2 t^2}{c^2} + m^2 \right) = F^2 t^2, \quad v^2 = \frac{F^2 t^2}{\frac{F^2 t^2}{c^2} + m^2}$$

$$v = \frac{Ft}{\sqrt{\frac{F^2 t^2}{c^2} + m^2}} = \frac{\frac{Ft}{m}}{\sqrt{\left(\frac{Ft}{mc}\right)^2 + 1}}$$

$$v(t) = \frac{\frac{Ft}{m}}{\sqrt{1 + \left(\frac{Ft}{mc}\right)^2}}$$

Бөлшектің кинетикалық энергиясы тыныштық энергиясына тең. Оның жылдамдығын табыңыздар.

$$\text{Берілгені: } E_0 = mc^2, T = E_0.$$

Табу керек: v

Шешімі: бөлшектің кинетикалық энергиясы оның толық энергиясымен тыныштық энергиясының айырымына тең:

$$T = E - E_0$$

Релятивисті механикадағы бөлшектің толық энергиясы мына формуламен есептеледі:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ есептің шарты бойынша } T = E_0 = mc^2. \text{ Сондықтан,}$$

$$T = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad \text{Бұдан} \quad 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \quad \text{қатынасы шығады.}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2 \quad \text{өрнегін квадраттаймыз.}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 4, \quad 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4}, \quad \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}$$

$$v = \sqrt{\frac{3}{4}}c = 0,86c = 0,86 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{c} = 2,58 \cdot 10^8 \frac{m}{c}$$

Бөлшектің жылдамдығын 0,5 с-дан 0,7 с-ға дейін арттыру үшін атқарылған жұмысты табыңыздар.

$$\text{Берілгені: } v_1 = 0,5c, v_2 = 0,7c$$

Табу керек: А

Шешімі: атқарылатын жұмыс бөлшектің кинетикалық энергияларының айырымына тең:

$$A = T_2 - T_1$$

Релятивисті механикада бөлшектердің кинетикалық энергиялары мына формулалармен анықталады:

$$T_2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - mc^2, \quad T_1 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - mc^2$$

$$A = T_2 - T_1 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} \right) = 0,245mc^2, \quad A = 0,245mc^2$$

Электронның қозғалыс бағытындағы өлшемі екі есе кему үшін, оған қандай үдететін потенциалдар айырымын беру керек?

$$\text{Берілгені: } m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, l = \frac{1}{2} l_0$$

Табу керек: U - ?

Шешімі: релятивисті механикадағы ұзындықтың қысқарту формуласын қолданамыз.

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ есептің шарты бойынша, } l = \frac{1}{2} l_0 \text{ сондықтан } \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2}$$

теңдігін аламыз.

Бөлшектің кинетикалық энергиясы, мына формуламен есептеледі:

$$T = eU = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

$$U = \frac{T}{e} = \frac{m_e c^2}{e} (2 - 1) = \frac{m_e c^2}{e} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 512 \text{ кВ}$$

Жаттығулар

Фотондық зымыран Жермен салыстырғанда 0,6с жылдамдықпен қозғалады. Зымырандағы сағат Жердегі бақылаушыға қанша есе баяу жүретін болып көрінеді? $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Жауабы: 1,25

Өзекшенің ұзындығы 0,01 мкм дәлелдікпен өлшенген. Меншікті ұзындығы 1 м өзекшенің релятивисті қысқаруын екі инерциалдық санақ жүйелерінің қандай салыстырмалы жылдамдығында байқауға болады?

Жауабы: $134 \frac{\text{км}}{\text{с}}$

Релятивисті бөлшектердің жылдамдықтарын қосу формуласы $v \ll c$ болғанда, классикалық механикадағы жылдамдықтарды қосу формуласына өтетіндігін көрсетіңіздер.

Дененің сызықтық өлшемдері релятивисті 10%-ға қысқартатын қозғалыстың салыстырмалы жылдамдықтарын табыңыздар.

Жауабы: $1,31 \cdot 10^5 \text{ км/с}$

Бөлшек 0,5 с жылдамдықпен қозғалады. Бөлшектің релятивисті массасы тыныштық массасынан неше есе артық? $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Жауабы: 1,15

Релятивисті қозғалыс мөлшерінің өрнегі $v \ll c$ болғанда, қозғалыс мөлшерінің классикалық өрнегіне өтетіндігін дәлелдеңіздер.

Электрон $0,6c$ жылдамдықпен қозғалады. Электронның релятивисті қозғалыс мөлшерін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 2,05 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}$$

Зертханалық санақ жүйесінде екі бөлшек бар. Тыныштық массалары m_0 тең бөлшектің біреуі $0,6c$ жылдамдықпен, тыныштық массасы $2m_0$ тең бөлшектің екіншісі тыныштықта болса, олардың массалар центрінің жылдамдығы қандай?

$$\text{Жауабы: } 0,7 \cdot 10^8 \text{ м} / \text{с}$$

Дененің релятивисті массасы 1 г өсуі үшін, оның толық энергиясы қаншаға артуы керек?

$$\text{Жауабы: } 90 \text{ ТДж}$$

Электронның, протонның, α -бөлшектің тыныштық энергиясын табыңыздар.

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, c = 3 \cdot 10^8 \text{ м} / \text{с}$$

$$\text{Жауабы: } 0,511 \text{ МэВ}, 938 \text{ МэВ}, 3,73 \cdot 10^8 \text{ МэВ}$$

Дененің толық энергиясы 1 Дж артса, массасы қаншаға өзгереді?

$$\text{Жауабы: } 11,1 \text{ фг}$$

Мұхиттағы судың көлемі $1,37 \cdot 10^9 \text{ км}^3$. Судың температурасы 1^0 С ұлғайғанда, судың массасы қаншаға артады? Мұхиттағы судың тығыздығы $1,03 \cdot 10^3 \text{ кг} / \text{м}^3$

$$\text{Жауабы: } 6,57 \cdot 10^7 \text{ кг.}$$

$0,8c$ жылдамдықпен қозғалатын электронның кинетикалық энергиясын табыңыздар. $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

$$\text{Жауабы: } 0,341 \text{ МэВ}$$

Қозғалыс мөлшері m_0c тең бөлшектің кинетикалық энергиясын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 0,414 m_0 c^2$$

Релятивисті бөлшектің кинетикалық энергиясы оның тыныштық энергиясына тең. Егер бөлшектің кинетикалық энергиясын 4 есе арттырсақ, оның қозғалыс мөлшері қанша есе көбейеді?

Жауабы: 2,82

Тест сұрақтары

1. Санақ жүйесі инерциалды болуы үшін қандай шарттар орындалуы керек?

А. $a = 0, v = const$

Ә. $a > 0, v = 0$

Б. $a < 0, v = const$

В. $a < 0, v = 0$

Г. $a > 0, v > 0$

2. Кинетикалық энергиясы 4 кэВ электронның жылдамдығын табыңыздар.

А. 300 Мм/с

Ә. 298 Мм/с

Б. 200 Мм/с

В. 100 Мм/с

Г. 400 Мм/с

3. Кинетикалық энергиясы 1 кэВ электронның жылдамдығын табыңыздар.

А. 18,9 Мм/с

Ә. 20 Мм/с

Б. 15 Мм/с

В. 17 Мм/с

Г. 16 Мм/с

4. Жылдамдығы 0,8 с протонның релятивисті қозғалыс мөлшерін табыңыздар.

А. $6 \cdot 10^{-19} H \cdot c$

Ә. $5 \cdot 10^{-20} H \cdot c$

Б. $6,69 \cdot 10^{-19} H \cdot c$

В. $8 \cdot 10^{-21} H \cdot c$

Г. $4,5 \cdot 10^{-19} H \cdot c$

5. Толық энергиясы тыныштық энергиясынан екі есе артық релятивисті бөлшектің жылдамдығын табыңыздар.

- А. 0,90 с
- Ә. 0,95 с
- Б. 0,80 с
- В. 0,86 с
- Г. 0,84 с

6. Релятивисті қозғалыс мөлшері Ньютондық қозғалыс мөлшерінен 3 есе артық болатын жылдамдықты табыңыздар.

- А. 0,94 с
- Ә. 0,90 с
- Б. 0,85 с
- В. 0,83 с
- Г. 0,70 с

7. Қандай жылдамдықта кез келген бөлшектің кинетикалық энергиясы оның тыныштық энергиясына тең?

- А. 300 Мм/с
- Ә. 260 Мм/с
- Б. 310 Мм/с
- В. 280 Мм/с
- Г. 290 Мм/с

8. Өзекшенің ұзындығының қысқару формуласын көрсетіңіздер.

А. $l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$

Ә. $l = \frac{l_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

Б. $l = \sqrt{l_0(1 - \beta^2)}$

В. $l = l_0 \sqrt{1 + \beta^2}$

Г. $l = l_0(1 + \beta^2)$

9. Лоренцтік қысқаруындағы $\frac{l}{l_0} = \beta$ табыңыздар.

А. $\sqrt{\frac{l}{l_0}}$

Ә. $1 + \frac{l}{l_0}$

Б. $1 - \frac{l}{l_0}$

В. $\sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2}$

Г. $\sqrt{1 + \left(\frac{l}{l_0}\right)^2}$

10. Релятивисті массаның формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

Ә. $m_0 \sqrt{1 - \beta^2}$

Б. $\frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{m_0}$

В. $2m_0 \sqrt{1 - \beta^2}$

Г. $\frac{3m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

11. $\frac{v^2}{c^2} = \beta^2$ релятивисті және тыныштық массалары арқылы

өрнектеніңіздер.

А. $\sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2}$

Ә. $1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2$

Б. $\sqrt{1 + \left(\frac{m_0}{m}\right)^2}$

В. $\sqrt{1 + \left(\frac{m}{m_0}\right)^2}$

Г. $\sqrt{1 - \left(\frac{m}{m_0}\right)^2}$

12. Кинетикалық энергияны толық энергия арқылы өрнектеңіздер.

А. $E - m_0c^2$

Ә. $E - mc^2$

Б. $E + m_0c^2$

В. $E + mc^2$

Г. mc^2

13. Кинетикалық энергияның релятивисті бөлшектің қозғалыс мөлшерімен байланыс формуласы.

А. $p = \frac{T + 2m_0c^2}{c^2}$

Ә. $p = \sqrt{\frac{T(T + 2m_0c^2)}{c^2}}$

Б. $p = \sqrt{\frac{T}{c^2}}$

В. $p = 2m_0T$

Г. $p = m_0T$

14. Толық энергияның релятивисті бөлшектің қозғалыс мөлшерімен байланыс формуласы.

А. $E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$

Ә. $E = \sqrt{m_0^2c^4 - p^2c^2}$

Б. $E = \sqrt{m^2c^4 - p^2c^2}$

В. $E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$

Г. $E = p \cdot c$

15. Бөлшектің тыныштық массасы қандай формуламен анықталады?

А. $m\sqrt{1 - \beta^2}$

Ә. $m\sqrt{1 + \beta^2}$

Б. $\frac{m}{\sqrt{1 + \beta^2}}$

В. $\frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

$$\Gamma. \frac{2m}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

16. Кинетикалық энергиясының релятивистік өрнегі.

А. mc^2

Ә. m_0c^2

Б. $(m - m_0)c^2$

В. $(m + m_0)c^2$

Г. $\frac{m}{m_0}c^2$

17. Тыныштық энергиясының формуласы.

А. mc^2

Ә. m_0c^2

Б. $m_0c^2 + mc^2$

В. $m_0c^2 - mc^2$

Г. $\frac{1}{2} (m_0c^2 + mc^2)$

18. 0,8 с жылдамдықпен қозғалатын релятивисті бөлшектің толық энергиясының тыныштық энергиясына қатынасын табыңыздар.

А. 1,45

Ә. 1,59

Б. 1,60

В. 1,57

Г. 1,67

19. Жылдамдықтың уақытқа тәуелділік формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{Ft/m}{\sqrt{1+(Ft/mc)^2}}$

Ә. $\frac{Ft}{\sqrt{1+\frac{Ft}{mc}}}$

Б. $\frac{m}{\sqrt{1+\left(\frac{Ft}{mc}\right)^2}}$

$$\text{В. } \frac{F}{\sqrt{\frac{mt}{c}}}$$

$$\text{Г. } \frac{F}{\sqrt{1 + \frac{F}{mc}}}$$

20. Классикалық механикадағы қозғалыстарды қосу заңы.

$$\text{А. } v_1 + v_2$$

$$\text{Ә. } \frac{v_1 + v_2}{v_1 - v_2}$$

$$\text{Б. } \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

$$\text{В. } \frac{v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

$$\text{Г. } \frac{v_1 - v_2}{2(v_1 + v_2)}$$

21. Релятивистік механикадағы жылдамдықтарды қосу заңы.

$$\text{А. } \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1v_2}{c^2}}$$

$$\text{Ә. } \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_1v_2}{c^2}}$$

$$\text{Б. } \frac{v_1 + v_2}{1 - \frac{v_1v_2}{c^2}}$$

$$\text{В. } \frac{2(v_1 + v_2)}{1 + \frac{v_1v_2}{c^2}}$$

$$\text{Г. } \frac{2(v_1 + v_2)}{\frac{v_1v_2}{c^2}}$$

22. Бөлшектің кинетикалық энергиясын T_1 -ден T_2 дейін көтеруге кеткен жұмыстың формуласын көрсетіңіз.

А. $T_2 - T_1$

Ә. $T_2 + T_1$

Б. $2(T_2 - T_1)$

В. $2(T_2 + T_1)$

Г. $\frac{T_2}{T_1} + T_1$

23. Кинетикалық энергиясы T электронның релятивисті қозғалыс мөлшерін табыңыздар.

А. $\frac{\sqrt{T(T + 2m_e c^2)}}{c}$

Ә. $\frac{\sqrt{T + 2m_e c^2}}{c}$

Б. $\frac{\sqrt{T - 2m_e c^2}}{c}$

В. $\frac{\sqrt{T(T - 2m_e c^2)}}{c}$

Г. $\frac{T - 2m_e c^2}{c}$

24. Бөлшектердің кинетикалық энергиясының формуласы

А. $mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$

Ә. $mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} + 1 \right)$

Б. $\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

В. $mc^2 \sqrt{1 - \beta^2}$

Г. $mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$

25. Протонның кинетикалық энергиясының формуласы.

А. $\frac{m_p c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Ә. $\frac{m_p c^2}{\sqrt{1+\beta^2}}$

Б. $m_p c^2 \sqrt{1+\beta^2}$

В. $\frac{m_p c^2}{\sqrt{1+\beta^2}} - m_p c^2$

Г. $m_p c^2$

V тарау. Тұтас орталар механикасының элементтері

§ 5.1. Тұтас орта түсінігі. Сұйықтар мен газдардың жалпы қасиеттері. Қысым

Тұтас ортаның механикасы адамның практикалық іс-әрекетінде күнделікті кездесетін қарапайым сұраныстарын қанағаттандыру үшін туындаған ғылым. Мысалы, ыдыстан газдың және судың ағып шығу немесе сұйықтардың топыраққа сіңу, жүк ілінген бөрененің иілу, заттардың созылу, т.б. заңдылықтарын білудің практикалық маңызы өте үлкен. Аталған дербес құбылыстарды тәжірибе жүзінде зерттеу, тұтас ортаның қозғалысын және тепе-теңдік күйін сипаттайтын заңдылықтарға түсініктеме берді. Бірақ уақыт өткен сайын тұтас орталар механикасында ауадан ауыр аппараттарды ұшыру, Жер қойнауындағы мұнайды пайдалану, сиретілген газдар мен ортаның қозғалыстарын және ағынның орнықтылығын зерттеудің проблемелары туындай бастады. Осы сұрақтарды теориялық тұрғыдан шешу механикалық құрылымдарға жобалар жасауға (Жер бетіндегі құрылыстарды салу, ұшақтарды жасау, т.б.) және қандай да бір объектілердің эксплуатациялық сипаттамаларын алдын ала жоспарлауға мүмкіндік береді (Мысалы, мұнайдың мөлшері, т.с.с). Тұтас орталар механикасында заттардың атомдық-молекулалық құрылымына назар аудармай, оларды қатты, сұйық, газ тәріздес күйде болатын үздіксіз орта ретінде қарастырады. Қазіргі кезде тұтас орталар механикасы сұйықтар мен газдардың механикасына немесе «гидродинамика» және деформацияланатын денелер механикасына бөлінеді. Гидродинамикаға келесі негізгі бөлімдер кіреді: идеал сұйықтың механикасы, идеал сығылатын сұйықтар механикасы, тұтқыр сұйықтар механикасы, турбулентті ағынның механикасы, аэродинамика, магниттік гидродинамика.

Деформацияланатын денелер механикасына – серпімді және серпімсіз деформациялар теориясы, сусымалы денелер механикасы жатады.

Сұйықтардың молекулаларының арасындағы әсерлесу күштері қатты денелермен салыстырғанда едәуір кіші және ол арақашықтыққа байланысты жылдам кемиді. Сондықтан сұйықтарда молекулалардың ретті орналасуы әрбір молекулаға жақын жерлерде қысқа уақыт ішінде байқалады. Орнықты күйдің айналасында тербелетін молекула көрші молекуланың қозғалыс мөлшерінің әсерінен басқа орнықты күйге ауысып соның айналасында тербеліс жасайды. Осы құбылыс қайталанып молекулалар бір орнықты күйден екінші орнықты күйге еркін қозғалып ауысып отырады. Газдарда молекулааралық әсерлесу күштерінің шамасы өте аз болғандықтан, молекулалар ретсіз еркін қозғалыста болады. Газдар мен сұйықтарды механикада кеңістіктің бөлігін үздіксіз толтыратын тұтас орта ретінде

қарастырады. Олардың тығыздығы қысымға тәуелді. Бірақ көптеген жағдайларда газдар мен сұйықтардың сығылғыштықтары ескерілмейді. Тығыздығы уақытқа байланысты өзгермейтін және барлық нүктелерінде бірдей сұйықтықты сығылмайтын сұйықтық деп атаймыз. Алдағы уақытта біз сығылмайтын сұйықтарды қарастырамыз.

Қандай да бір ΔS ауданға сұйық тарапынан нормаль бойымен әсер ететін күштің осы ауданға қатынасымен анықталатын физикалық шаманы қысым деп атайды. $P = \frac{\Delta F}{\Delta S}$. Тепе-теңдік күйдегі газдар мен сұйықтардағы

қысым Паскаль заңына бағынады. Тыныштықтағы газға немесе сұйыққа түсірілген сыртқы қысым көлем бойынша барлық бағытқа бірдей беріледі. Паскаль заңы гидравликалық сыққыштарда ауданды кішірейту арқылы үлкен күш алу мақсатында пайдаланылады. Ауырлық өрісінде орласқан сығылмайтын тыныштықтағы сұйықтың ішіндегі қысымның таралуын қарастыралық. Сұйықтың тепе-теңдік күйінде горизонталь бағыттағы қысым әрқашан бірдей болғандықтан, сұйықтың еркін беті горизонталь орналасады. Табанының ауданы S , биіктігі h ыдысқа құйылған сұйықтың салмағы:

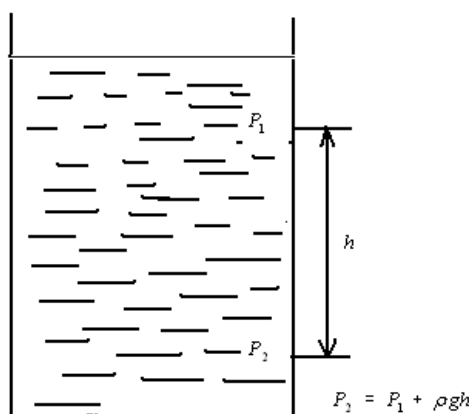
$$P = mg = \rho gV = \rho gSh$$

Оның ыдыс түбіне түсіретін қысымы мына формуламен анықталады:

$$P = \frac{mg}{S} = \frac{\rho gSh}{S} = \rho gh \quad (5.1.1)$$

Немесе 5.1.1-сызба бойынша ыдыс түбіне түсірілетін қысым төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$P_2 = P_1 + \rho gh \quad (5.1.2)$$

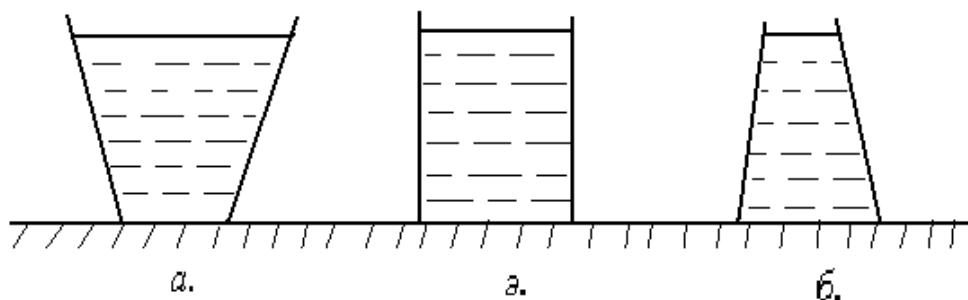


5.1.1-сызба. Сұйықтың әртүрлі тереңдіктегі қысымы

Сығылатын сұйықтың немесе газдың қысымының тереңдікке тәуелділігі мына формуламен есептеледі:

$$P_2 = P_1 + g \int \rho(h) dh \quad (5.1.3)$$

Сұйықтардағы немесе газдардағы толық қысым P сыртқы күштердің әсерінен олардың беттеріне түсірілетін P_0 қысым мен сұйық (газ) бағанасының салмағынан туындайтын $g \int_0^h \rho(h) dh$ қысымының қосындысына тең. Бұл толық қысым гидростатикалық қысым деп аталады. Ауырлық өрісіндегі сұйықтың ыдыс түбіне түсіретін салмағы ρghS оған құйылған сұйықтың салмағына тең болмауы мүмкін (5.1.2-сызба).



5.1.2-сызба. Гидростатикалық парадокс (Қысым күші үш жағдайда бірдей)

Жоғары қарай кеңейетін ыдыстың түбіне сұйықтың түсіретін қысым күші оның салмағынан кем, керісінше жоғары қарай тарылатын ыдыстарда қысым күші салмағынан артық болады. Бұл құбылыс (парадокс) ыдыстың көлбеу қабырғаларына сұйықтың түсіретін қысымының тік (вертикаль) құраушыларының пайда болуымен түсіндіріледі. Жоғары қарай кеңейетін ыдыста қысымның құраушысы жоғары, ал жоғары қарай тарылатын ыдыста төмен бағытталған. (5.1.2) формуласы бойынша сұйықтың төменгі қабаттарына түсірілетін қысым жоғарғы қабаттарға түсірілетін қысымнан артық. Сондықтан сұйыққа немесе газға батырылған денеге Архимед заңымен анықталатын кері итеруші күш әсер етеді: газға немесе сұйыққа батырылған денеге, дене ығыстырып шығаратын сұйықтың (газдың) салмағына тең кері итеруші күш төмендегі формуламен анықталады:

$$F_A = \rho g V$$

Мұндағы, ρ - сұйықтың тығыздығы, V - сұйыққа батырылған дененің көлемі. Шындығында, газдар мен сұйықтардағы қысым олардың сығылу дәрежесіне байланысты. Олардың серпімділік қасиеттері көлемдік

серпімділікпен сипатталады. Яғни, қысым көлемнің өзгерісіне тәуелді. Қандай да бір қысымда сұйықтың көлемін V -ға тең болсын делік. Қысым ΔP өзгергенде көлем ΔV өзгереді деп алсақ, олардың арасындағы байланыс төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$-\frac{\Delta V}{V} = \alpha \Delta P \quad (5.1.4)$$

Мұндағы, α сығылу коэффициенті (көлемдік серпімділік коэффициенті). Бұдан сығылу модулін табамыз:

$$K = \frac{1}{\alpha} = V \frac{\Delta P}{\Delta V} \quad (5.1.5)$$

Сығылу коэффициенті мен сығылу модулі қалыпты қысымда тұрақты, бірақ температураға тәуелді. Үлкен қысымдарда олар өзгереді (қысымға тәуелді болады).

Газдар үшін тұрақты температурада көлемнің қысымға тәуелділігі Бойль – Мариот заңымен сипатталады:

$$PV = const \quad (5.1.6)$$

(5.1.6) теңдеуінің негізінде төмендегі теңдік шығады:

$$(P + \Delta P)(V + \Delta V) = PV \quad (5.1.7)$$

$\Delta P \Delta V$ көбейтіндісінің шамасы өте аз болғандықтан, ескермесек мына қатынасты аламыз:

$$-\frac{\Delta V}{V} \frac{1}{\Delta P} = \frac{1}{P} \quad (5.1.8)$$

(5.1.4) және (5.1.8) қатынастарын теңестіріп, газдардың сығылу коэффициентін табамыз:

$$\alpha = \frac{1}{P} \quad (5.1.9)$$

Формуладан қысым артқан сайын сығылудың кемитіндігін көреміз.

§ 5.2. Идеал сұйықтың стационарлық және турбуленттік ағыстары. Үздіксіз және Бернулли теңдеуі

Реал сұйықтар қозғалысының динамикасы өте күрделі. Оны жеңілдету мақсатында алғашқыда сұйықтық сығылмайды және ішкі үйкеліс күштері жоқ деп есептейміз. Мұндай сұйық идеал сұйық деп аталады. Газдар мен сұйықтардың қозғалысын ағыс, ал олардағы бөлшектер жиынтығының қозғалысын ағын деп атайды. Гидроаэродинамикада сұйықтардың қозғалысын зерттеу үшін Эйлер әдісі пайдаланылады. Яғни, кеңістіктің әртүрлі нүктелерінде сұйықтың ағысының жылдамдық векторының координаталарға (x, y, z) және уақытқа тәуелділігі беріледі:

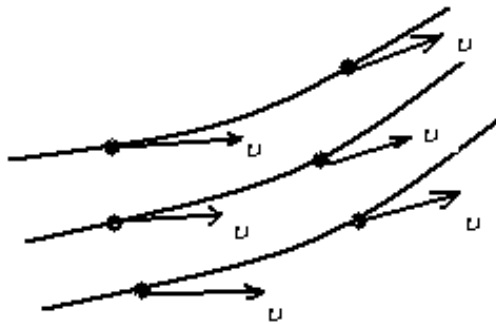
$$\vec{v} = f(\vec{r}, t) \quad (5.2.1)$$

Немесе

$$\begin{aligned} v_x &= f_1(x, y, z, t) \\ v_y &= f_2(x, y, z, t) \\ v_z &= f_3(x, y, z, t) \end{aligned}$$

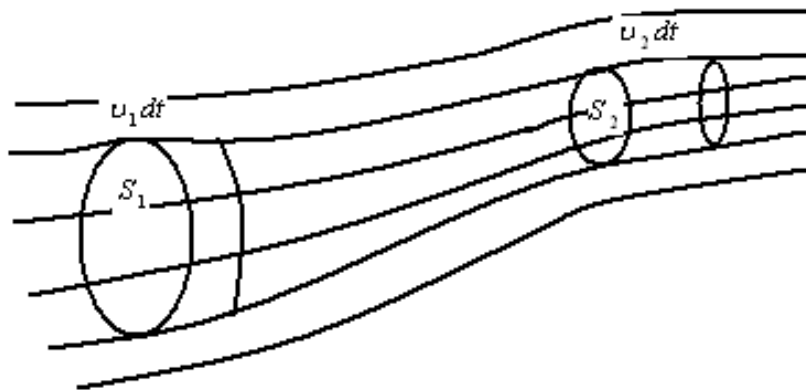
Мұндағы, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ координаталар бас нүктесінен қарастырылып отырған нүктеге жүргізілген радиус-вектор, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ координата осьтерінің бірлік векторлары, v_x, v_y, v_z координата осьтеріндегі \vec{v} векторының құраушылары. Егер сұйықпен толтырылған кеңістіктің әрбір нүктесінде оның жылдамдығы уақыт өтуіне байланысты өзгермесе, $\vec{v} = f(\vec{r})$ ағыс стационарлы, уақытқа тәуелді болса $\vec{v} = f(\vec{r}, t)$ стационарлы емес деп аталады.

Қабаттар жиынтығынан тұратын ағындар бір-бірімен араласпай қозғалса, оны ламинарлы ағыс, ал құйындардың пайда болу салдарынан араласатын ағысты турбулентті деп атайды. Сұйықтардың қозғалысы тоқтар сызығымен кескінделеді. Кеңістіктің барлық нүктелерінде жанамалары сұйықтың жылдамдығымен бағыттас сызықтар тоқ сызықтары деп аталады (5.2.1-сызба)



5.2.1-сызба. Сұйықтардағы тоқ сызықтары

Сұйықтардың орныққан стационарлық ағыстарында тоқ сызықтары бір-бірімен қиылыспайды және уақыт өтуіне байланысты өзгермейді. Тоқ сызықтарымен шектелген сұйықтың бөлігін тоқ құбыры деп атайды. Көлденең қималарының аудандары S_1 және S_2 тоқ құбырын қарастыралық (5.2.2-сызба)



5.2.2-сызба. Үзіліссіз қатынастарды қорытып шығаруға қолданылған кескін

Стационарлық ағыста (тығыздық уақытқа байланысты өзгермегенде) бірлік уақытта S_1 қимаға енетін сұйықтың мөлшері S_2 қимадан шығатын сұйықтың мөлшеріне тең. Қарастырып отырған құбыр бөлігінің ішінде ағынға сұйық қосатын көз және ағып кететін саңылау жоқ. Егер сұйықтың жылдамдығы барлық нүктелерінде бірдей болатындай етіп тоқ құбырының көлденең қимасының ауданы (кішкентай) таңдап алынып және ол тоқ сызықтарына перпендикуляр орналасса, онда осы қимадан dt уақыт та ағып өтетін сұйықтың массасы мына формуламен есептеледі:

$$dm = \rho S v dt \quad (5.2.2)$$

Стационарлы ламинарлық ағында тоқ құбырынан бөлініп алынған кез келген көлденең қимадан өтетін сұйықтан массалары бірдей болғандықтан, төмендегі теңдік орындалады:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2 \quad (5.2.3)$$

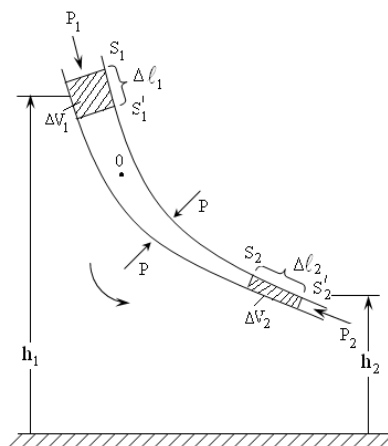
Сығылмайтын сұйықта тығыздық тұрақты ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$). Сондықтан (5.2.3) теңдігі төмендегідей түрленеді:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \text{ немесе } S v = \text{const} \quad (5.2.4)$$

Тоқ құбырындағы сығылмайтын сұйықтың жылдамдығының құбырдың көлденең қимасының ауданына көбейтіндісі тұрақты шама. (5.2.4) қатынасы сығылмайтын сұйықтардың үздіксіз теңдеуі деп аталады.

Сығылмайтын сұйықтардың қозғалыс теңдеуін бірінші болып 1734 жылы Д. Бернулли жазды. Бернулли теңдеуін қорытып шығару үшін тоқ құбырының S_1 және S_2 қималарының арасында орналасқан сұйықтың бөлігін қарастырамыз (5.2.3-сызба). Сұйықтың бөліктері h_1 және h_2 биіктерде орналассын. dt уақыттың ішінде сұйық тоқ құбырының бойымен жылжып S'_1 және S'_2 аралығындағы жаңа орынды иеленеді. Өте аз dt уақыт аралығында S және S' , h_1 және h_2 араларындағы айырмашылықтарды ескермеуге болады. Тоқ құбырында бөлініп алынған сұйыққа әсер ететін сыртқы күштің жұмысы мына өрнекпен анықталады:

$$dA = \rho_1 S_1 v_1 dt - \rho_2 S_2 v_2 dt \quad (5.2.5)$$



5.2.3-сызба. Бернулли теңдеуін қорытып шығаруға арналған сызба

Тоқ құбырының бүйір беттеріне әсер ететін қысым күші сұйықтың орын ауыстыруына перпендикуляр болғандықтан жұмыс істейді. S_1 және S_2 қималарындағы қысым күшінің жұмысы таңбаларымен ерекшеленеді. (5.2.2) өрнегін ескерсек, элементар dA жұмысты мынадай түрде жазамыз:

$$dA = \frac{P_1 - P_2}{\rho} dm \quad (5.2.6)$$

Мұндағы, dm, S_1 және S'_1 (немесе S_2 және S'_2) қималарының арасындағы сұйықтың массасы. Сұйықтың қозғалысы стационарлы болғандықтан, оның S_1 және S'_1 қималарының арасында орналасқан бөлшектерінің энергиясы өзгермейді. Сондықтан қарастырып отырған сұйықтың энергиясының өзгерісі S_2 және S'_2 қималарының арасында орналасқан сұйықтық энергиясынан S_1 және S'_1 қималарының арасында орналасқан сұйықтың энергиясын алып тастағанға тең. S_1, S_2 арасындағы сұйықтың кинетикалық және потенциалдық энергиялары төмендегі формулалармен анықталады:

$$dT_{k1} = \frac{1}{2} v_1^2 dm \quad (5.2.7)$$

$$dU_{n1} = gh_1 dm \quad (5.2.8)$$

Осыған ұқсастық бойынша, S және S' арасындағы сұйықтың кинетикалық және потенциалдық энергияларын жазайық:

$$dT_{k2} = \frac{1}{2} v_2^2 dm \quad (5.2.9)$$

$$dU_{n2} = gh_2 dm \quad (5.2.10)$$

Нәтижесінде сұйықтың барлық бөлігі үшін dt уақыттағы энергияның өзгерісі мынаған тең болады:

$$dE = \left(\frac{v_2^2}{2} + gh_2 - \frac{v_1^2}{2} - gh_1 \right) dm \quad (5.2.11)$$

Механикалық энергияның сақталу заңы бойынша, сыртқы күштердің жұмысы (5.2.6) энергияның өзгерісіне (5.2.11) тең:

$$dA = dE, \quad \frac{P_1 - P_2}{\rho} dm = \left(\frac{v_2^2}{2} + gh_2 - \frac{v_1^2}{2} - gh_1 \right) dm$$

Немесе

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 - \frac{v_1^2}{2} - gh_1$$

Бұдан элементар түрлендіруден соң төмендегі өрнектер шығады:

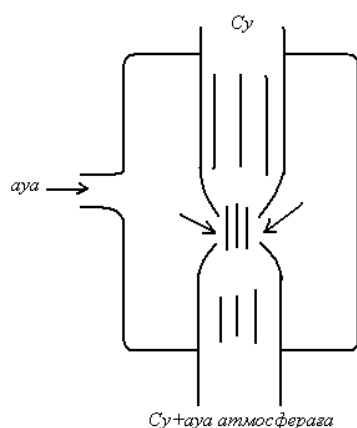
$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho gh_2 - \rho \frac{v_1^2}{2} - \rho gh_1 \\ P_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho gh_1 &= P_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho gh_2 \\ P + \rho \frac{v^2}{2} + \rho gh &= const \end{aligned} \quad (5.2.12)$$

(5.2.12) формуласы стационарлық қозғалыстағы сығылмайтын идеал сұйықтыққа қолданылатын энергияның сақталу заңын беретін Бернулли теңдеуі деп аталады. Өрнекте келтірілген әрбір қосылғыш энергияның көлемдік тығыздығымен өлшенеді. Теңдеудегі P сұйықтың статикалық қысымы (сұйықтың ағып өтетін денеге түсіретін қысымы) немесе сұйықтағы қысымға байланысты потенциалдық энергияның тығыздығы, $\frac{\rho v^2}{2}$ динамикалық қысым немесе сұйықтың кинетикалық энергиясының көлемдік тығыздығы, ρgh гидростатикалық қысым немесе ауырлық өрісіндегі потенциалдық энергияның көлемдік тығыздығы. Горизонталь орналасқан тоқ құбыры үшін $h_1 = h_2$ Бернулли теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$\begin{aligned} P + \rho \frac{v^2}{2} &= const \\ P_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} &= P_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} \end{aligned} \quad (5.2.13)$$

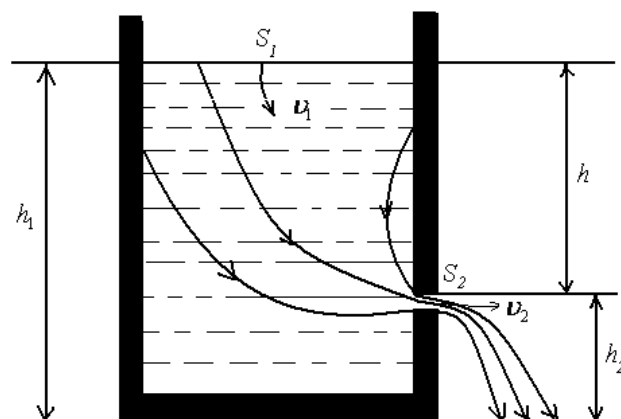
Бернулли теңдеуін ішкі үйкеліс күштері үлкен емес реал сұйықтарға қолдануға болады. (5.2.13) теңдеуінен жылдамдық үлкен нүктелерде қысымның аз болатындығын көреміз. Ағынның жылдамдығы үлкен

жерлерде қысымның кемуін су сорғымалы насостарда қолданады (5.2.4-сызба)



5.2.4-сызба. Су сорғымалы насостың жұмыс істеу принципі

Су сорғысынан екінші ұшы атмосферадағы ашық құбырға беріледі. Сондықтан құбырдың су шығатын жердегі қысымы атмосфералық қысымға тең. Құбырдың тарылған жерлерінде су ағынының жылдамдығы артады. Жылдамдық артқан жерлердегі қысым атмосфералық қысымнан кем болғандықтан, ауа құбырдың тарылған жерлеріне қарай сорылады. Осы тәсілмен ыдыстан ауаны сору арқылы 100 мм сын.бағ. қысым алынады. Сонымен қатар Бернулли теңдеуі сұйықтың бүйір бетіндегі немесе түбіндегі саңылаудан шығатын жылдамдығын анықтау үшін қолданылады (5.2.5-сызба)



5.2.5-сызба. Торричелли формуласын қорытып шығару үшін қолданылатын сызба

Ыдыстағы сұйықтың екі қимасының деңгейін қарастырамыз. h_1 сұйықтың еркін бетіне және саңылауға дейінгі h_2 деңгейлер үшін Бернулли теңдеуін жазамыз:

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho gh_1 + P_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho gh_2 + P_2$$

Сұйық деңгейлеріндегі қысымдар атмосфералық қысымға тең болатындықтан, ($P_1 = P_2$) Бернулли теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 = \frac{v_2^2}{2} + gh_2$$

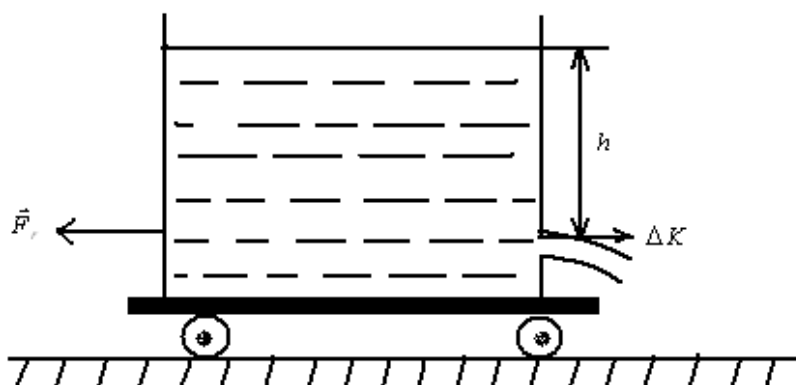
Үздіксіз теңдеуді $\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$ пайдаланып $S_1 \gg S_2$ деп алсақ, $\frac{v_1^2}{2}$ мүшесі ескермеуге болады:

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh \quad (5.2.14)$$

Немесе $v^2 = \sqrt{2gh}$ өрнегі Торричелли формуласы деп аталады. Сұйықтың бетінен h тереңдікте орналасқан ыдыстың саңылауынан ағатын жылдамдығы, h биіктіктен еркін қалайтын кез келген дененің жылдамдығына сәйкес келеді. Реал сұйықтардың саңылаудан ағатын жылдамдығы тұтқырлыққа тәуелді және ол Торричелли жылдамдығынан кіші. Ыдыстың саңылауынан ағатын сұйық Δt уақытта өзімен бірге $\Delta \vec{K} = \rho S \vec{v} \Delta t$ қозғалыс мөлшерін әкетеді. Мұндағы, ρ сұйықтың тығыздығы, S саңылаудың ауданы, v - саңылаудан шығатын сұйықтың ағу жылдамдығы. Ньютонның үшінші заңы бойынша, ыдыс саңылаудан Δt уақытта ағып шығатын сұйықтан - $\Delta \vec{K}$ қозғалыс мөлшерін алады. Яғни, ыдысқа төменде келтірілген қатынаспен анықталатын саңылаудан ағатын сұйықтың реакция күші әсер етеді:

$$\vec{F}_r = -\frac{\Delta \vec{K}}{\Delta t} = -\rho S v \vec{v} \quad (5.2.15)$$

Егер ыдысты арбаның үстіне қойсақ, реакция \vec{F}_r күшінің әсерінен, ол судың ағынына қарсы бағытта қозғалады (5.2.6-сызба)



5.2.6-сызба. Ыдыстың саңылауынан ағатын сұйықтың қозғалыс мөлшерінің ыдысқа берілуі

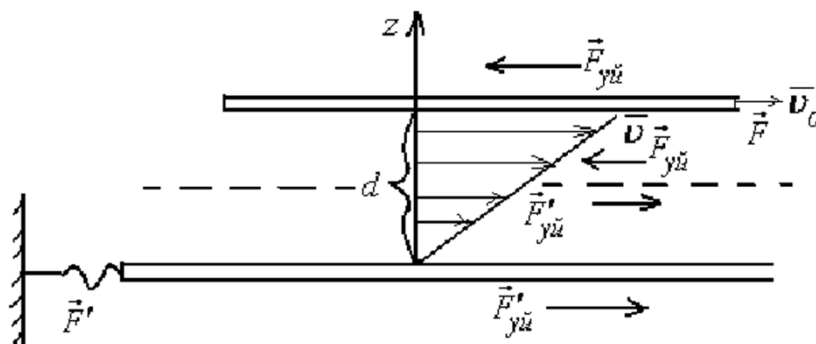
Торричелли жылдамдығын пайдаланып, реакция күшін анықтайық:

$$F_r = \rho S v^2 = 2gh\rho S \quad (5.2.16)$$

(5.2.16) формуласынан реакция күші саңылауды жабатын қақпаққа түсірілетін ρghS гидростатикалық қысым күшінен екі есе артық екендігін көреміз. Бұл құбылыс саңылаудан ағатын сұйықтың әсерінен ыдыстың ішіндегі қысымның қайта таралуымен түсіндіріледі. Өйткені ыдыстың саңылауына қарсы жатқан қабырғаға жақын жерлердегі қысым саңылаудың айналасындағы қысымнан едәуір үлкен. Реактивті қозғағыштардың, ракеталардың жұмыс істеу және ұшу принциптері газдың ағып шығу реакциясына негізделген. К. Э. Циолковский зымырандардың ұшу теориясын жасап, реактивті аппараттарды планетааралық хабарласуларға қолдану мүмкіндіктерін негіздеді.

§ 5.3. Тұтқырлық және оны анықтаудың әдістері

Сығылмайтын және ішкі үйкеліс күші жоқ идеал сұйық абстракция болып табылады. Барлық реал газдар мен сұйықтардың тұтқырлығы немесе ішкі үйкелісі бар. Тұтқырлықтың әсерінен газдар мен сұйықтардың қозғалыстары оны пайда ететін себептер жойылғаннан соң белгілі бір уақыттан кейін тоқтайды. Ішкі үйкеліс күштері бағынатын заңдылықтарды анықтау мақсатында келесі тәжірибені қарастырайық. Сұйыққа бір-біріне параллель орналасқан қалақшалардың, сызықтық өлшемдері олардың d арақашықтығынан едәуір үлкен болсын делік (5.3.1-сызба)



5.3.1-сызба. Сұйықтың ішінде параллель орналасқан бір-бірінен салыстырғанда қозғалыстағы қалақшаларға әсер ететін күштер

Жоғарғы қалақшаға \vec{F} күшпен әсер етіп, төмендегі тыныштықтағы қалақшамен салыстырғанда \vec{U}_0 тұрақты жылдамдықпен қозғалтайық. Қалақша үдеусіз қозғалатындықтан, оған әсер ететін \vec{F} күштің мәні қарсы бағытталған сұйық тарапынан әсер ететін үйкеліс күшінің $\vec{F}_{y\dot{u}}$ мәнімен теңгеріледі:

$$|\vec{F}| = -|\vec{F}_{y\dot{u}}|, \quad |\vec{F}'| = -|\vec{F}'_{y\dot{u}}|$$

Қалақшаның жылдамдығын v_0 , ауданын S және олардың арақашықтығын вариациялау арқылы мына формуланы аламыз:

$$F_{y\dot{u}} = \eta \frac{v_0}{d} S \quad (5.3.1)$$

Мұндағы, η сұйықтың (газдың) тұтқырлық коэффициенті. Ол әр сұйықтың (газдың) физикалық және химиялық қасиеттеріне, күйіне (температурасына, қысымына) тәуелді шама. Сұйыққа батырылған бір-бірімен салыстырғанда қозғалыстағы параллель екі қалақшаның арасында (5.3.1) формуласымен анықталатын әсерлесу күші туындайды.

Қалақшалардың бір-бірімен әсерлесу күші олардың арасындағы сұйық (әсердің бір қабаттан басқа қабатқа берілуі) арқылы іске асырылады. Егер қалақшалардың арасының кез келген нүктесінен (мысалы, 5.3.1-сызда) үздік сызықтармен оларға ойша параллель жазықтық жүргізсек, онда жазықтық үстінде жатқан сұйық оның астында орналасқан сұйықтыққа $\vec{F}'_{y\dot{u}}$, керісінше астында орналасқан сұйық үстінде жатқан сұйыққа $\vec{F}_{y\dot{u}}$ күшімен

әсер етеді. Бұл үйкеліс күштерінің мәндері (5.3.1) формуласымен есептеледі. (5.3.1) өрнегі қалақшаға әсер ететін үйкеліс күшімен қатар сұйықтың жанасатын бөліктерінің арасындағы үйкеліс күшін анықтайды. Қалақшаларға перпендикуляр (z осінің бойымен) бағыттағы сұйықтың әртүрлі қабаттарындағы бөлшектердің жылдамдықтары төменде келтірілген сызықтық заң бойынша өзгереді:

$$v(z) = \eta \frac{v_0}{d} z \quad (5.3.2)$$

Сұйықтың қалақшалармен жанасатын бөлшектері оған жабысатындықтан, олардың жылдамдығын қалақшалардың жылдамдығына тең деп алуға болады. Сондықтан жылдамдықтың z осінің бойымен өзгерісі мына формуламен есептеледі:

$$\left| \frac{dv}{dz} \right| = \frac{v_0}{d} \quad (5.3.3)$$

(5.3.1) және (5.3.3) формулаларынан төмендегі өрнек шығады:

$$F_{y\ddot{u}} = \eta \left| \frac{dv}{dz} \right| S \quad (5.3.4)$$

Бұл формула жылдамдық сызықты өзгергенде үйкеліс күшінің модулін береді. Бір-бірімен жанасатын сұйықтардың шекарасындағы үйкеліс күшін анықтағанда, $\left| \frac{dv}{dz} \right|$ мәнін қабаттарды бөлетін беттер өтетін жерлерде алатын болсақ, (5.3.4) формуласы жылдамдықтардың қабаттан қабаттарға өзгеруінің кез келген заңы үшін дұрыс деп есептеледі. Тұтқырлық коэффициенті температураға байланысты өзгереді.

Сұйықтарда тұтқырлық коэффициенті температура артқанда кемісе, газдарда керісінше артады. Бұдан газдар мен сұйықтардың ішкі үйкелістерінің механизмі әртүрлі екендігі шығады.

Мысалы, кастор майының тұтқырлығы $18-40^{\circ}\text{C}$ температура аралығында 4 есе кемиді. П.Л. Капица $2,17\text{K}$ температурада сұйық гелий асқын аққыштыққа өтетіндігін ашты ($\eta = 0$)

Ағылшын ғалымы Рейнольдс ағыстың сипаттамасы өлшемсіз шаманың мәндеріне тәуелді болатындығын дәлелдеді:

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta} \quad (5.3.5)$$

Мұндағы, ρ - сұйықтың (газдың) тығыздығы, ν - ағынның орташа жылдамдығы, η - динамикалық тұтқырлық коэффициенті, l – көлденең қиманың өлшемі (мысалы, қима квадрат болса, оның қабырғасы, дөңгелек қиманың диаметрі, т.б.). (5.3.5) шамасы Рейнольдс саны деп аталады. Рейнольдс санының кіші мәндерінде ағыс ламинарлық болса, қандай да бір анықталған критикалық мәндерден бастап ол турбуленттікке ауысады. Дөңгелек құбырдың өлшемі ретінде r радиусын алсақ, Рейнольдс саны $Re = \frac{\rho \nu l}{\eta} = 1000$. Рейнольдс санына қатынас ретінде сұйықтың қасиеттеріне тәуелді екі шама тығыздық ρ және тұтқырлық коэффициенті η кіреді:

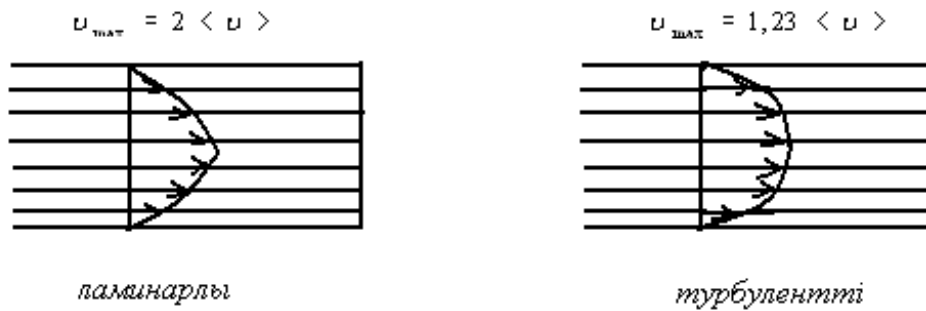
$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (5.3.6)$$

қатынасын кинематикалық тұтқырлық деп атайды. Кинематикалық тұтқырлықты пайдаланып, Рейнольдс санын былайша түрлендіреміз:

$$Re = \frac{\nu l}{\nu} \quad (5.3.7)$$

Әртүрлі сұйықтардың қималары бірдей емес құбырлардағы ағыстарына Рейнольдс санының бірдей мәндері сәйкес келсе, олар бірдей деп есептеледі. Көлемі l^3 сұйықтың кинетикалық энергиясы $\rho \nu^2 l^3$ шамасына, ал тұтқырлық күші тұтқырлық кернеуді $\tau = \frac{\eta \nu_0}{l}$ ауданға $S \sim l^2$ көбейткенге пропорционал. Күштің l жолдағы жұмысы $\eta \nu_0 l^2$ тең. Кинетикалық $\rho \nu_0 l^3$ энергияның $\eta \nu_0^2 l^2$ жұмысқа қатынасы $\frac{\rho \nu_0 l}{\eta}$ Рейнольдс санын береді. Сондықтан Рейнольдс саны инерцияның салыстырмалы рөлін және сұйықтың ағысы кезіндегі тұтқырлығын сипаттайды. Re үлкен мәндерінде негізгі рөлді инерция, кіші мәндерінде тұтқырлық атқарады.

Құбырлардағы турбуленттік ағыстың орталанған жылдамдығының пішіні параболалық пішінге сәйкес келетін ламинарлық ағыстың орталанған жылдамдығынан айырмашылығы бар (5.3.2-сызба). Турбуленттік ағыста құбыр қабырғасына жақын жерлерде жылдамдық тез артады. Ағыстың ортасына қарай оның қисықтығы кемиді.



5.3.2-сызба. Құбырдағы ламинарлық және турбуленттік ағыстардың орталанған жылдамдықтарының пішіндері

Стокс әдісі. Тұтқырлықты анықтайтын бұл әдіс сұйықта ауырлық күшінің әсерінен тік төмен құлайтын сфера тәріздес дененің жылдамдығын өлшеуге негізделген. Сұйықта тік төмен құлайтын денеге үш күш әсер етеді:

ауырлық күші $P = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$ мұндағы, ρ - шариктің тығыздығы, Архимед

күші $F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g$, мұндағы, ρ' - сұйықтың тығыздығы, Стокс (кедергі)

күші $F = 6\pi\eta r v$. мұндағы, r - шариктің радиусы, v - жылдамдығы. Шарик бірқалыпты қозғалса, төмендегі теңдік орындалады:

$$P = F_A + F$$

немесе

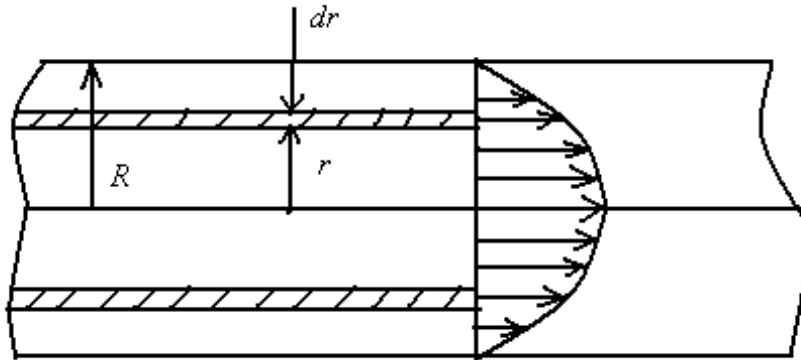
$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g + 6\pi\eta r v \quad (5.3.8)$$

Бұдан тұтқырлық коэффициентін табамыз:

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9v} \quad (5.3.9)$$

Бірқалыпты қозғалыстағы шариктің жылдамдығын өлшеу арқылы тұтқырлық коэффициенті анықталады.

Пуазейль әдісі. Бұл әдіс жіңішке капиллярлық сұйықтың ламинарлық ағысына негізделген. Көлденең қимасының радиусы R , ұзындығы l капиллярды қарастырайық (5.3.3-сызба)



5.3.3-сызба. Жіңішке капиллярдағы сұйықтың ламинарлық ағысы

Сұйықта ойша радиусы r , қалыңдығы dr цилиндрлік қабатты бөліп аламыз. Осы қабатқа ішкі жақтан әсер ететін үйкеліс күші мына формуламен есептеледі:

$$F_{y\ddot{u}} = -\eta \frac{dv}{dr} dS = -2\pi r l \frac{dv}{dr} \quad (5.3.10)$$

Мұндағы, S – цилиндрлік қабаттың бүйір беті, теріс таңба радиус артқан сайын жылдамдықтың кемитіндігін көрсетеді. Сұйықтың орныққан ағысы үшін ішкі үйкеліс күші цилиндрдің ұштарындағы қысым күштерінің айырымымен теңгеріледі:

$$-2\pi r l \frac{dv}{dr} = \Delta p \pi r^2 \quad \text{бұдан}$$

$$dv = -\frac{\Delta P}{2\eta l} r dr \quad (5.3.11)$$

теңдігі шығады.

Цилиндрдің қабырғасына жанасатын сұйық оған жабысатындықтан, жылдамдығын нөлге тең деп алып, (5.3.11) өрнегін интегралдайық:

$$v = -\frac{\Delta P}{2\eta l} \int_0^R r dr = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2) \quad (5.3.12)$$

(5.3.12) өрнегінен сұйық бөлшектерінің жылдамдықтары парабола бойынша үлестірілетінін көреміз. Параболаның төбесі құбырдың осінің бойында жатады.

t уақыт ішінде құбырдан көлемі мына формуламен есептелетін сұйық ағып шығады:

$$\begin{aligned}
V &= \int_0^R 2\pi v r dr = \frac{2\pi\Delta P t}{4\eta l} \int_0^R r(R^2 - r^2) dr = \\
&= \frac{\pi\Delta P t}{2\eta l} \left[\frac{r^2 R^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\pi R^4 \Delta P t}{8\eta l}
\end{aligned}
\tag{5.3.13}$$

(5.3.13) өрнегі Пуазейль формуласы деп аталады.

Ішкі радиусы r сырты радиусы $r + dr$ сақинадан $1c$ ішінде көлемі қысымдар айырымы мен радиустың төртінші дәрежесіне R^4 пропорционал, тұтқырлық коэффициенті мен құбырдың ұзындығының көбейтіндісіне кері пропорционал сұйық ағып шығады.

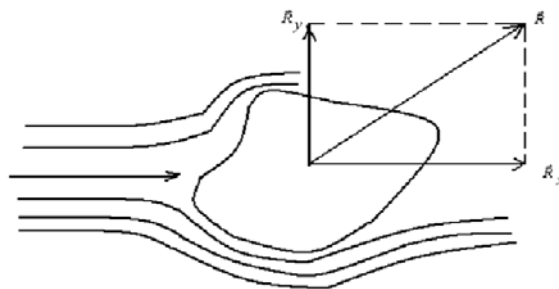
Пуазейль формуласын пайдаланып, сұйықтың тұтқырлық коэффициентін тәжірибе жүзінде анықтайды:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta P t}{8V l}
\tag{5.3.14}$$

Пуазейль формуласы ламинарлы ағыс үшін дұрыс, турбулентті ағыстарға қолданылмайды.

§ 5.4. Денелердің сұйықтар мен газдардағы қозғалысы. Магнус эффектісі

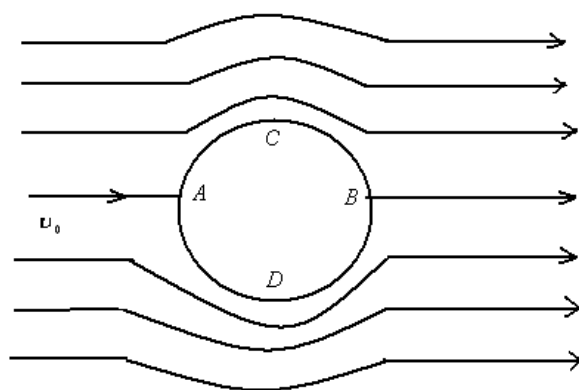
Сұйық немесе газ ағынының және олардың ішіндегі қозғалыстағы денелерге әсер ететін күштерді білудің гидроаэродинамиканың көптеген әртүрлі есептерін шешуде үлкен практикалық мәні бар. Әсіресе, авиацияның дамуы мен су кемелерінің жылдамдығын арттыруда оның алатын орны ерекше. Сұйықтарда немесе газдарда қозғалатын денелерге екі күш әсер етеді: (5.4.1-сызба)



5.4.1-сызба. Сұйықтар мен газдардағы қозғалыстағы денеге әсер ететін күштер

\vec{R}_x дененің қозғалысына қарсы, ағынмен бағыттас маңдайлық кедергі және осы бағытқа перпендикуляр \vec{R}_y көтергіш күштер. Екі күштің қорытқысын векторлық түрде жазайық. $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$. Есептеулер идеал сұйықта бірқалыпты қозғалатын денелерге маңдайлық кедергі күші әсер етпейтіндігін көрсетті.

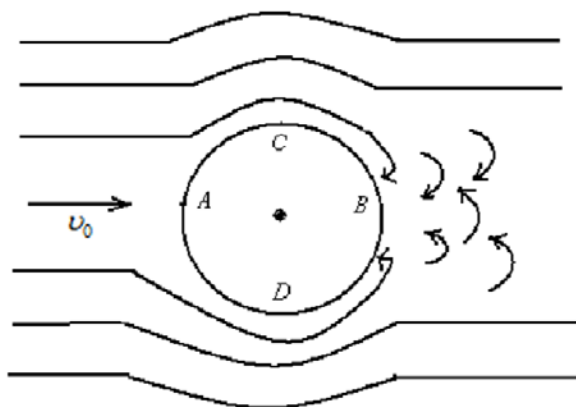
Өйткені тұтқырлығы жоқ идеал сұйық қатты дененің бетімен еркін сырғанап, оны айналып ағып өтеді. 5.4.2-сызбада өте ұзын цилиндрді айналып ағып өткендегі идеал сұйықтың тоқ сызықтары көрсетілген.



5.4.2-сызба. Шексіз ұзын цилиндрді айналып ағып өтетін сұйықтың тоқ сызығы

Цилиндрді айналып ағатын сұйықтың A және B нүктелері немесе C және D нүктелері арқылы өтетін түзумен салыстырғанда тоқ сызықтары симметриялы болады. Сондықтан A және B , C және D нүктелеріне жақын орналасқан нүктелерде қысымдар бірдей. Сұйықтың жылдамдығы цилиндрдің барлық беттерінде (A және B критикалық нүктелерден басқа нүктелерде) нөлден ерекше. Ал A және B нүктелерінде сұйықтың жылдамдығы нөлге тең. \vec{v}_0 цилиндрден алыстау жерлердегі ұйытқымаған сұйықтың жылдамдығы. Цилиндрдің AC және AD бөліктерінде сұйықтың жылдамдығы артатындықтан, Бернулли теңдеуі бойынша статикалық қысым кемиді. C және D нүктелерінде жылдамдық максималды, ал қысым минималды. CB және DB бөліктерінде жылдамдық кемиді, ал қысым артады. Сұйық идеал болғандықтан, үйкеліс күші жоқ. Олай болса, цилиндрге әсер ететін маңдайлық кедергі күші, көтеретін және қорытқы күштер нөлге тең. Реал сұйықтарда бұл құбылыс басқаша өтеді. Қарастырылып отырған жағдайда сұйықтың жұқа қабаты қозғалыстағы дененің бетіне жабысып, үйкеліс күшінің әсерімен өзімен бірге келесі қабаттарды қозғалта бастайды. Дененің бетінен қашықтаған сайын қабаттардың жылдамдықтары кеміп, қандай да бір қашықтықта ол дене қозғалысының әсерінен ұйытқымайды.

Дене осылайша жылдамдықтарының градиенті бар су қабаттарымен қоршалады. Бұл қабат шекаралық деп аталады. Шекаралық қабатта денеге әсер ететін үйкеліс күші, маңдайлық кедергі күшін туғызады. Шекаралық қабат денені толық ағып өтуі мүмкін емес. Беттік қабатта әсер ететін үйкеліс күшінің әсерінен ағынның дененің бетінен үзілуінің салдарынан, оның артында құйын туындайды (5.4.3-сызба)



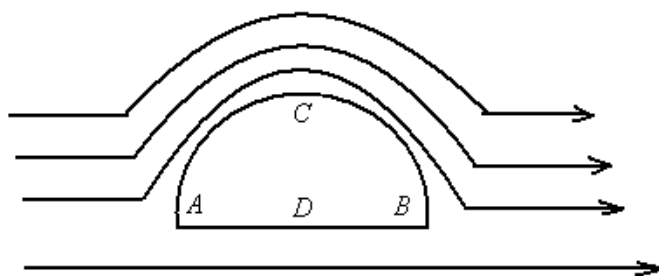
5.4.3-сызба. Реал сұйықтың шексіз ұзын цилиндрді айналып ағып өтуі

Құйындарды ағындар ілестіріп әкетеді және үйкеліс күшінің әсерінен ол біртіндеп өшеді. Құйынның энергиясы сұйықты қыздыруға жұмсалады. Құйын пайда болған аймақта қысым төмендейтіндіктен, қорытқы қысым күші нөлден ерекше және ол маңдайлық кедергі күшін туғызады. Яғни, маңдайлық кедергі күші үйкеліс пен қысымның кедергі күштерінің қосындысына тұрады. Дененің берілген көлденең өлшемдерінде қысымның кедергісі оның пішініне тәуелді. Сол себепті, оны көбінесе пішіннің кедергісі деп атайды. Тамшы тәріздес (сұйық жақсы ағып өтетін) дененің қысымының кедергісі минамалды болады. Сондықтан қозғалыстағы дененің кедергі күшін кеміту мақсатында оның пішінін тамшы тәріздес болатындай етіп жасайды. Мысалы, ұшақтың қанаты, су кемесінің пішіні, сүңгуір кемең пішіні, үлкен жылдамдықпен қозғалатын автокөліктер, т.б. (5.4.4-сызба)



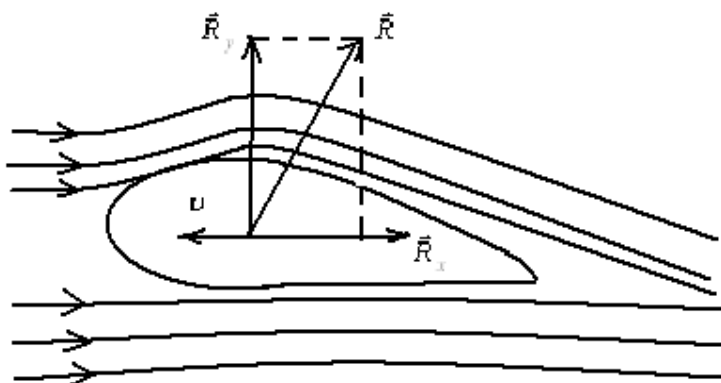
5.4.4-сызба. Пішіні тамшы тәріздес денені сұйықтың (газдың) ағып өтуі

Көтеруші күштің пайда болуына сұйықтың (газдың) тұтқырлығы елеулі әсер етпейді. 5.4.5-сызбада идеал сұйықтың жартылай цилиндрді ағып өткендегі тоқ сызықтары келтірілген.



5.4.5-сызба. Сұйықтың (газдың) жартылай цилиндрді ағып өтуі

Сұйық (газ) толық ағып өткендіктен тоқ сызықтары C және D нүктелері арқылы өтетін түзумен салыстырғанда симметриялы. A және B нүктелерінен өтетін түзумен салыстырғанда тоқ сызықтары симметриялы емес. C нүктесіне жақын жерде тоқ сызықтары қоюланып жылдамдық артатындықтан, қысым D нүктесіне жақын жердегілермен салыстырғанда кемиді. Сондықтан көтергіш \vec{R}_y күші пайда болады. Тұтқыр сұйықтарда осыған ұқсас көтеруші күш туындайды. Ауада ұшақты ұстап тұратын күш, оның қанатына әсер ететін көтеруші күш болып табылады. Маңдайлық кедергі күші ұшақтың пішініне және оның ағында орналасуына байланысты. Қозғалыстағы ұшақтың қанатына бір-біріне перпендикуляр бағытталған \vec{R}_y көтеруші және \vec{R}_x маңдайлық кедергі күштері әсер етеді (5.4.6-сызба). Олардың қорытқы күшін \vec{R} арқылы белгілейік.



5.4.6-сызба. Қозғалыстағы ұшақтың қанатына әсер ететін күштер

Маңдайлық кедергі күшінің ұшақтың қанатының пішініне және оның орналасуына тәуелділігі өлшем бірлігі жоқ тәжірибе жүзінде анықталатын C_x кедергі коэффициенті арқылы ескеріледі:

$$R_x = C_x \frac{\rho v^2}{2} S \quad (5.4.1)$$

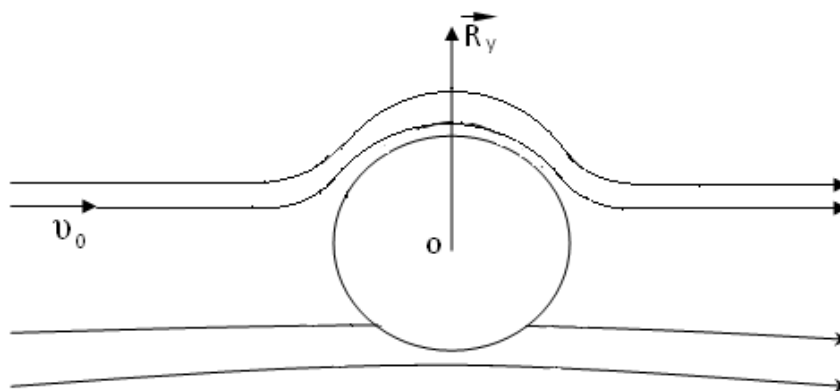
Мұндағы, ρ - ортаның тығыздығы, v - дененің жылдамдығы, S дененің ең үлкен көлденең қимасының ауданы. R_x құраушысын дененің пішінін артында құйын пайда болмайтындай етіп таңдап алу арқылы кемітеді. Көтеруші күш мына формуламен есептелінеді:

$$R_y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S \quad (5.4.2)$$

Мұндағы, C_y көтеруші күштің өлшемсіз коэффициенті. Ұшақтың қанатына маңдайлық кедергі күші аз, көтеруші күші көп күштер әсер етуі қажет. Қанат осы шартты, оның сапасы деп аталатын $K = \frac{C_y}{C_x}$ қатынасы көп

болған сайын жақсы қанағаттандырады. Аэрогидродинамиканың дамуына Н. Е. Жуковский қомақты үлесін қосты. Егер ұзын цилиндрді осіне перпендикуляр бағытта бірқалыпты қозғалатын тұтқыр газ (сұйық) ағып өтсе, симметрия салдарынан көтеруші күш туындамайды. Тек маңдайлық кедергі күші пайда болады.

Егер цилиндрді айналдырсақ, сыртқы ағынға перпендикуляр бағытта көтеруші күш туындайды (5.4.6-сызба)



5.4.6-сызба. Газдарда (сұйықтарда) айналатын цилиндрге әсер ететін күш

Цилиндрді сағат тілінің бағытымен айналады деп алсақ, ішкі үйкеліс күшінің әсерінің салдарынан цилиндр өзімен бірге газды (сұйықты) ілестіреді. Сондықтан газдың (сұйықтың) қорытқы жылдамдығы цилиндрдің жоғарғы бетіне жақын жерлерде төмендегісімен салыстырғанда үлкен болады. Цилиндрді ағып өтетін газдың (сұйықтың) тоқ сызықтары симметриялы болмағандықтан, оның жоғары жағында қысым төменгі жағындағыдан кем. Сондықтан сыртқы ағысқа перпендикуляр бағытта көтеруші күш пайда болады. Бұл құбылыс Магнус эффектісі деп аталады. Бірлік ұзындыққа әсер ететін күштің шамасы Жуковский-Кутта формуласымен есептеледі:

$$R_y = 2lv'\rho v_0 \quad (5.4.3)$$

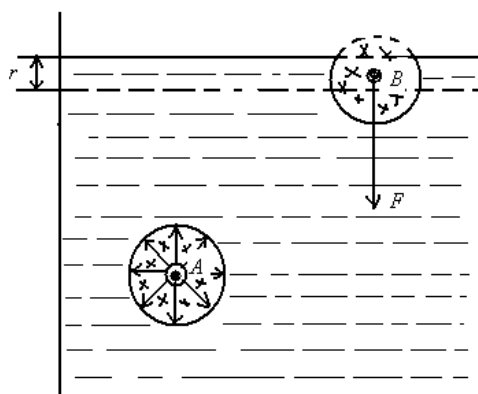
Мұндағы, l – цилиндрдің ұзындығы, ρ - газдың (сұйықтың) тығыздығы, v_0 ұйытқымаған ағынның горизонталь бағыттағы жылдамдығы, v' циркуляциясының салдарынан пайда болатын жылдамдықтың тік (вертикаль) құраушысы.

Осі сұйық бетіне перпендикуляр қалықтап тұрған цилиндрді айналдырсақ, айналу бағытына байланысты цилиндр бастапқы орнынан ауытқиды. Өз осінен айналатын цилиндрді қоршаған ортада (сұйықтар, газдар) үйкеліс күшінің әсерінен шекаралық қабаттар туындайды. Мысалы, айналып тұрған цилиндрді ауа ағып өтсін делік. Сағат тілінің бағытымен айналатын цилиндрдің жоғары жағындағы ауаның жылдамдығы оның айналу жылдамдығымен бағыттас болғандықтан, шекаралық қабаттың цилиндрдің бетінен үзілуіне кедергі жасайды. Төменгі жағында ауа ағыны цилиндрдің айналу жылдамдығына қарсы бағытталғандықтан, оны тежейді. Сондықтан цилиндрдің төменгі бетінен үзілген құйынды қозғалыстағы (айналуы сағат тіліне қарсы бағыттағы) ауа қабаттарын ағын өзімен бірге ілестіруінің салдарынан және цилиндр бетінен қашықтаған сайын кемитіндіктен, шекаралық қабаттың айналуы цилиндрдің айналуына қарсы бағытталады. Айналмалы қозғалыстағы денені ағып өтетін сұйықтарда (газдарда) қысым кемитін бағытта оған көлденең қысым күші әсер етеді. Осы құбылыс Магнус эффектісі деп аталады. Оны төменде келтірілген демонстрация арқылы көрсете аламыз.

Горизонталь рельсте жүретін жеңіл арбаға электроқозғағыш арқылы айналатын цилиндрді тік (вертикаль) орналастырып, оған ауа ағынын бағыттасақ, айналу бағытына байланысты арба қозғалады. Магнус эффектісін Флетнер су кемесін қозғалту үшін желдің энергиясын пайдалануды ұсынды. Мұндай роторлық кемелер техникалық жағынан іске асырылғанымен, экономикалық тиімді еместігін көрсетті. Сондықтан роторлы кемелер қазіргі кезде пайдаланылмайды.

§ 5.5 Беттік керілу күші және коэффициенті

Сұйықтың молекулалары бір-біріне өте жақын орналасқандықтан, олардың араларындағы тартылыс күшінің мәні үлкен болады. Әсерлесу қашықтықтың артуына байланысты жылдам кемитіндіктен, қандай да бір қашықтықтан бастап ескерілмейді. Бұл қашықтық r молекулярлық әсерлесу радиусы, ал радиусы r сфера молекулярлық әсерлесу сферасы деп аталады. Молекулярлық әсерлесу радиусы шамамен 10^{-9} м тең. Осы уақытқа дейін сұйықтар теориясы толығымен жасалған жоқ. Сұйықтардың жылулық қозғалысын Я. И. Френклин әрбір молекула қандай да бір уақыт аралығында өзінің тепе-теңдік күйінің айналасында тербеліп, одан соң секіріп жаңа орынға ауысатындығымен түсіндірді. Сұйықтың молекулалары осылайша, барлық көлем бойынша жайлап орын ауыстырып қозғалады. Температура артқан сайын тербелмелі қозғалыстың жиілігі артып, сұйықтың тұтқырлығы кемиді. Әрбір молекулаға өзін қоршаған көрші молекулалар тарапынан қашықтық артуына байланысты жылдам кемитін тартылыс күштері әсер етеді. Сондықтан белгілі бір қашықтықтан бастап тартылыс күштерін ескермеуге болады. Сұйықтың ішінен A молекуласын бөліп алып, оны радиусы r сферамен қоршайық (5.5.1-сызба). A молекуласы молекулярлық әсерлесу сферасының молекулаларымен ғана әсерлеседі деп аламыз.



5.5.1-сызба. Сұйықтағы молекулаға әсер ететін күштер

A молекуласына сұйық молекулаларының әсер ететін күштері әр жаққа қарай бағытталған. Сондықтан олардың қорытқы күші нөлге тең. Егер B молекуласы сұйық бетінен r -ден кіші қашықтықта орналасса, басқа құбылыс байқалады. Бұл жағдайда молекулярлық әсерлесу сферасы сұйықтың ішінде бірең-саран орналасқан. Бұдың немесе газдың сұйықпен шекарасындағы тығыздығы, сұйықтың ішіндегі тығыздығынан кем болатындықтан, беттік қабаттағы әрбір молекулаға әсер ететін күш нөлден ерекше және сұйықтың ішіне қарай бағытталған. Беттік қабаттағы барлық

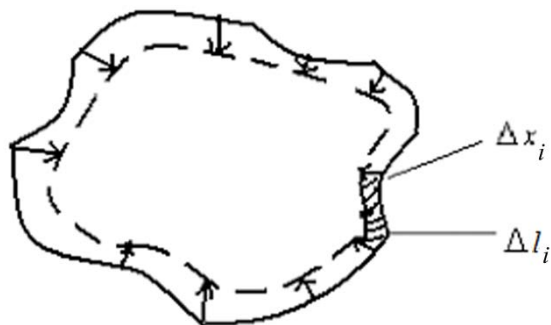
молекулалардың қорытқы күші сұйыққа молекулярлық (немесе ішкі) қысым түсіреді. Сұйық ішінде орналасқан денеге молекулярлық қысым әсер етпейді. Өйткені ол сұйық молекулаларының өзара әсерлесу күштерінен туындайды. Сұйық молекулаларының энергиясы олардың жылулық қозғалысының кинетикалық және молекулааралық әсерлесуінен пайда болатын потенциалдық энергияның қосындысынан тұрады. Сұйықтың молекуласын қандай да бір тереңдіктен беттік қабатқа шығару үшін, осы қабатта әсерлесетін күштерге қарсы жұмыс істелінуі қажет. Бұл жұмыс молекуланың кинетикалық энергиясымен істелініп, оның потенциалдық энергиясын арттыруға жұмсалады. Сондықтан сұйықтың беттік қабатында орналасқан молекулалардың потенциалдық энергиясы оның ішінде орналасқандардан артық. Сұйықтың беттік қабатындағы осы қосымша беттік энергия қабаттың ауданына ΔS пропорционал:

$$\Delta E = \sigma \Delta S \quad (5.5.1)$$

Мұндағы, σ бірлік беттік қабаттың қосымша энергиясымен анықталатын, беттік коэффициент.

Тепе-теңдік күйи минималды потенциалдық энергияға сәйкес келетіндіктен, сұйық сыртқы күштер жоқ болғанда беті минимальды болатын пішінді қабылдауы керек. Минимал бетті шар иеленеді. Ауада қалықтайтын кішкентай тамшылардың пішіні шар тәріздес күйден Жердің тартылыс күшінің әсерінен ауытқиды. Салмақсыздық жағдайыда кез келген сұйықтың тамшысы сфераның пішінін қабылдайтындығы ғарыштық кемеді тәжірибе жүзінде дәлелденген. Беттік энергияның әсерінен сұйықтың беті кішіреюге ұмтылады. Сұйықтың өлшемдерін арттырғанда оның көлемі сызықтық өлшемдерінің кубына, ал беті квадратына пропорционал артады. Сондықтан ауырлық өрісінде энергия беттік энергиямен салыстырғанда жылдам өзгереді. Өлшемдері кішкентай тамшыларда беттік энергияның оның пішініне тигізетін ықпалы көлемдік энергиямен салыстырғанда үлкен.

Ұзындығы l тұйық контурмен шектелген сұйықтың бетін қарастырайық; (5.5.2-сызба)



5.5.2-сызба. Тұйық контурмен шектелген сұйықтың беті

Сұйықтың бетіне жанаманың бойымен бағытталған, контурдың бөлігіне перпендикуляр беттік керілу күшінің әсерінен, бет үздік сызықтармен көрсетілген бетке орын ауыстырып қысқартылсын делік. Сұйықтың бөлігі тарапынан оған шекаралас жатқан бөліктерге әсер ететін күштің жұмысы төменде келтірілген формуламен анықталады:

$$A = F \sum_i \Delta l_i \Delta x_i \quad (5.5.2)$$

Мұндағы, F сұйық бетін шектейтін контурдың бірлік ұзындығына әсер ететін беттік керілу күші.

5.5.2-сызбасынан $\sum_i \Delta l_i \Delta x_i = \Delta S$ екендігін көреміз. Сондықтан жұмыс мына формуламен өрнектеледі:

$$A = F \Delta S \quad (5.5.3)$$

Жұмыс беттік энергияның кемуінің есебінен істелінетіндіктен;

$$A = \Delta E \quad (5.5.4)$$

(5.5.1) және (5.5.4) өрнектерінен төмендегі теңдік шығады:

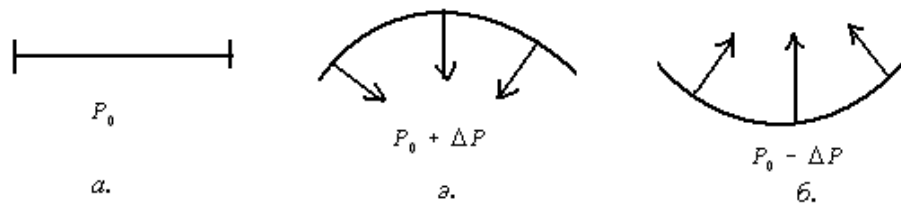
$$\sigma = F \quad (5.5.5)$$

Беттік керілу коэффициенті бірлік контурға сәйкес келетін беттік керілу күшіне тең. Ол температура жоғарылаған сайын кемиді. Өйткені молекулалардың орташа арақашықтықтары артады. Беттік керілу коэффициенті, сонымен қатар сұйықтағы қоспаларға тәуелді. Мысалы, сабын судың беттік керілу коэффициентін ($7,5 \cdot 10^{-2} - 4,5 \cdot 10^{-2}$) н/м кемітеді. Сондықтан сабынның ерітіндісінен үрлеу арқылы үлкен көпіршіктер алынады. Бұл құбылыс сұйық молекулаларының бір-бірімен тартылыс күштері оның молекулаларының қоспаның молекулаларымен тартылыс күштерімен салыстырғанда артық болуымен түсіндіріледі. Беттік қабатта орналасқан сұйық молекулалары қоспалар молекуласымен салыстырғанда үлкен күшпен сұйықтың ішіне қарай тартылатындықтан, сұйық молекулалары тереңге батып, қоспа молекулалары бетке қарай ығыстырылады. Судың беттік керілу коэффициентін кемітетін беттік-активті заттарға спирттер, эфирлер, мұнай, т.б. заттар жатады.

Сұйықтардың беттік керілу коэффициентін арттыратын заттар бар. Қант пен тұздың молекулаларымен сұйықтың молекулаларының арасындағы тартылыс күші сұйықтың молекулаларының бір-бірімен әсерлесетін тартылыс күштерінен артық. Мысалы, сабын ерітіндісін тұздасақ, сұйықтың беттік қабатына ығыстырылып шығарылатын сабынның молекуласы тұщы судыкімен салыстырғанда көп болады. Сабын қайнататын техникада осы әдіспен сабын ерітіндіден бөлініп шығады.

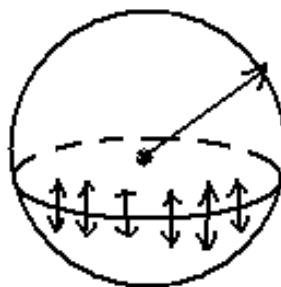
**§ 5.6. Дөңес сұйықтың астындағы қысым.
Жұғу, жұқпау. Капиллярлық құбылыстар**

Жазық контурға тірелетін сұйықтың бетін қарастырайық. Егер сұйықтың беті жазық болмаса, оның кішіреюге ұмтылуы тегіс жазықтықтағы қысымға қосымша қысым туғызады (5.6.1-сызба)



5.6.1-сызба. Сұйықтың әртүрлі беттерінің қысымы. Дөңес бет болған жағдайда қосымша қысым оң (а), ойыс бет болғанда қосымша қысым теріс (б).

Беттік қабат ойыс болған жағдайда ол кішіреюге ұмтылу арқылы сұйықтың бетін керді. Қосымша қысымның шамасы беттің керілу коэффициенті және қисықтық радиусы артса, ұлғаяды. Сұйықтың сфералық бетінің қосымша қысымын есептейік. Ол үшін сфералы пішінді сұйық тамшысын диаметр бойымен ойша қиямыз (5.6.2-сызба)



5.6.2-сызба. Сфераның жартылай шарларының бір-біріне тартылуы

Беттік керілу күшінің әсерінен екі жартылай шарлар бір-біріне мынадай күшпен тартылады:

$$F = \alpha l = 2\pi R \sigma \quad (5.6.1)$$

Бұл күш $S = \pi R^2$ бетімен екі шарды бір-біріне сығып, қосымша қысым туғызады:

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{2\pi R\alpha}{\pi R^2} = \frac{2\sigma}{R} \quad (5.6.2)$$

Сфералық беттің қисықтығы барлық жерде бірдей және оның радиусымен анықталатындықтан, неғұрлым R кіші болса, соғұрлым сфералық беттің қисықтығы артады. Еркін беттің қисықтығын, әртүрлі беттер үшін бірдей болмайтын орташа қисықтықпен сипаттау қабылданған. Орташа қисықтық нормальды қималардың қисықтығы арқылы анықталады. Қандай да бір нүктедегі беттің нормальды қимасы деп беттің нүктесіне тұрғызылған нормаль арқылы өтетін жазықтықтың бетпен қиылысу сызығын айтады. Мысалы, сфераның кез келген нормальды қимасы радиусы R шеңбер болады. $H = \frac{1}{R}$ шамасы сфераның қисықтығын береді. Беттің берілген нүктесінің орташа қисықтығының шамасы мына формуламен есептелетіндігі геометриядан белгілі:

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (5.6.3)$$

Сфера үшін $R_1 = R_2 = R$ болғандықтан, $H = \frac{1}{R}$. (5.6.2) теңдігіндегі $\frac{1}{R}$ -ді H -пен алмастырсақ, қосымша қысымды аламыз:.

$$\Delta p = 2H\sigma \quad (5.6.4)$$

Лаплас осы формуланың кез келген пішінді бет үшін орындалатындығын дәлелдеді.

(5.6.4) теңдігіне (5.6.3) өрнегін қойсақ, Лаплас формуласы шығады:

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (5.6.5)$$

Қосымша қысым жіңішке құбыршадағы (капиллярлардағы) сұйықтың деңгейін өзгертеді. Сондықтан оны көптеген жағдайларда капиллярлық қысым деп атайды.

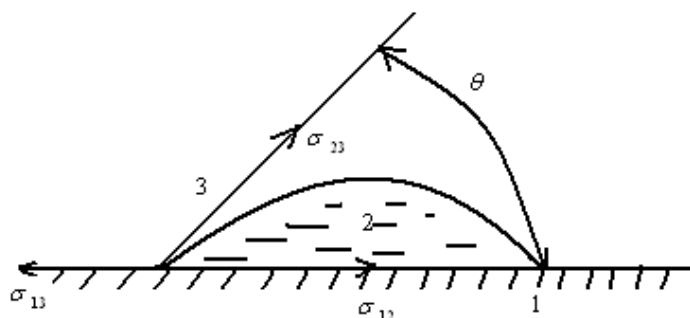
Мұндағы, R_1 және R_2 сұйық бетінің кез келген өзара перпендикуляр нормальдың екі қимасының қисықтық радиусы. Егер қиманың центрі сұйықтың ішінде орналасса, қисықтық радиусы оң, ал сыртында орналасса теріс мәндерді қабылдайды. Цилиндрлік бет үшін ($R_1 = R$, $R_2 = \infty$) қосымша қысым:

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{\sigma}{R} \quad (5.6.6)$$

Жазықтық үшін ($R_1 = R_2 = R = \infty$) беттік керілу күші қосымша қысым туғызбайды:

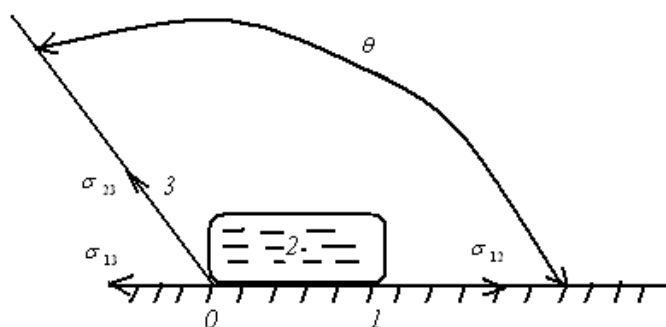
$$\Delta P = 0 \quad (5.6.7)$$

Сұйықтардағы сияқты қатты денелердің де беттік керілу күші бар. Өртүрлі орталардың шекараларындағы құбылыстарды қарастырғанда сұйықтың немесе қатты дененің беттік энергиясы тек берілген сұйықпен қатты денелердің қасиеттеріне ғана емес, сонымен қатар олар мен жанасатын заттардың қасиеттеріне тәуелді екендігі ескерілуі қажет. Шыныдағы су тамшысының пішіні 5.6.3-сызбадағыдай болатындығы практикадан белгілі.



5.6.3-сызба. Шыны бетіндегі екі затпен шекаралас судың пішіні

Бұл жағдайда сұйық молекулаларының бір-бірімен тартылыс күші қатты дене (шыны) молекулаларымен сұйық молекулаларының араларындағы тартылыс күшінен кем болғандықтан, сұйық денемен жанасу бетін арттыруға ұмтылып оған жұғады. Керісінше, сұйық молекулаларының араларындағы тартылыс күші қатты денемен сұйық молекулаларының арасындағы тартылыс күшінен артық болса, ол денемен жанасатын бетін кемітуге ұмтылып жұқпайды (5.6.4-сызба, мысалы сынап)



5.6.4-сызба. Шыны бетіндегі екі затпен шекаралас сынаптың пішіні

Үш заттың жанасу сызықтарына сәйкес екі ортаның жанасатын беттерінің ішіне қарай жанаманың бойымен бағытталған үш беттік керілу күші әсер етеді. Бұл күштердің жанасу сызықтарының бірлік ұзындығына қатынасы сәйкес беттік $\sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$ керілу коэффициенттеріне тең. Тамшы (5.6.3-сызба) тепе-теңдік күйде болу үшін қатты дененің бетіне жүргізген жанам бағытындағы беттік керілу күштерінің құраушыларының қосындысы нөлге тең шарты орындалу керек. Яғни,

$$-\sigma_{13} + \sigma_{12} + \sigma_{23} \cos \theta = 0$$

$$\text{бұдан} \quad \cos \theta = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}} \quad (5.6.8)$$

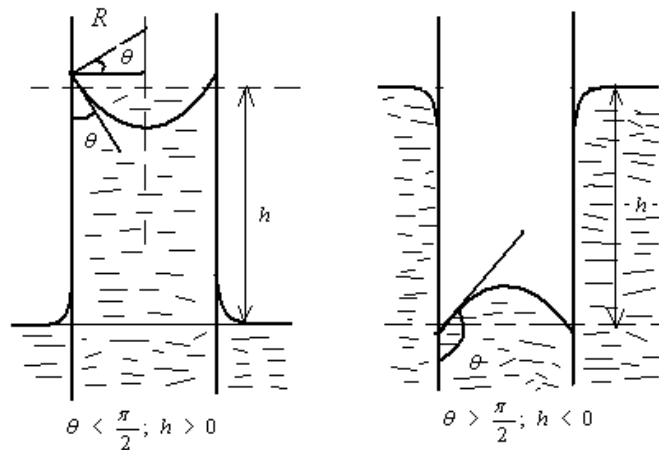
(5.6.8) формуласынан σ_{13} және σ_{12} байланысты шеттік бұрыш сүйір немесе доғал болуы мүмкін. Егер $\sigma_{13} > \sigma_{12}$ болса, $\cos \theta > 0$, θ бұрышы ($\theta < \frac{\pi}{2}$) сүйір, яғни сұйық қатты бетке жұғады. Егер $\sigma_{13} < \sigma_{12}$ болса, $\cos \theta < 0$, θ бұрышы доғал ($\theta > \frac{\pi}{2}$), сұйық қатты бетке жұқпайды. Шеттік бұрыш (5.6.8) шартын

$$\frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}} \leq 1 \quad (5.6.9)$$

болғанда қанағаттандырады. Егер (5.6.9) шарты орындалмаса, су тамшысы θ -ның ешқандай мәндерінде тепе-теңдік күйде болмайды.

$\sigma_{13} > \sigma_{12} + \sigma_{23}$ шартында сұйық қатты дененің бетіне жайылып, оны жұқа қабатпен жабады (мысалы, шыны бетіндегі керосин, $\theta=0$ толық жұғады).

$\sigma_{12} > \sigma_{13} + \sigma_{23}$ болғанда, сұйық шар тәріздес тамшыға ұқсап тартылу шегінде денемен бір нүктеде жанасады. (Мысалы, парафин бетіндегі су тамшысы толық жұқпайды, $\theta = \pi$). Жұғу, жұқпау түсініктері салыстырмалы. Мысалы, бір дененің бетіне жұққан сұйық екіншісіне жұқпауы мүмкін (су шыныға жұғып, парафинге жұқпайды, сынап шыныға жұқпайды, ал металдардың таза беттеріне жұғады). Жұғу, жұқпау құбылыстары металдарды, тау қыртыстарын бұрғымен ұңғылағанда оларға арнайы сұйықтарды жұқтырып өңдеуді жеңілдетіп жылдамдатады. Шеттік бұрыштың болуы ыдыс қабырғасына жақын жерлерде сұйықтың бетін қисайтады. Егер сұйық қабырғаға жұқса, оның беті ойыс, жұқпаса дөңес пішінді қабылдайды (5.6.5-сызба).



5.6.5-сызба. Капиллярдағы сұйық бетінің қисаюы

Сұйықтың қисайған беттерін мениск деп атайды. Егер капиллярдың бір ұшын сұйыққа батырсақ, ондағы ойыс беттің астында пайда болатын қысым, түтікше батырылған сұйықтың жазық бетіндегі қимасынан ΔP шамасына ерекшеленеді. Қосымша ΔP қысымның шамасы (5.6.5) формуласымен есептеледі. Капиллярға сұйық жұкса, оның деңгейі батырылған судың деңгейінен жоғары, жұкпаса төмен орналасады. Капиллярдағы сұйықпен ол батырылған сұйықтың деңгейлерінің айырымы h , гидростатикалық қысым ρgh , қосымша ΔP қысымға тең болатындай мәнді қабылдайды:

$$\rho gh = \frac{2\sigma}{R} \quad (5.6.10)$$

Мұндағы, σ - сұйық пен газ шекарасындағы беттік керілу коэффициенті, R – менискінің қисықтық радиусы. Менискінің қисықтық радиусы шеттік θ бұрышпен және капиллярдың радиусымен өрнектеледі.

5.6.5-сызбадан $R = \frac{r}{\cos \theta}$ қатынасы шығады. Алынған қатынасты (5.6.10)

теңдігіне қойып төмендегі өрнекті аламыз:

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho gr} \quad (5.6.11)$$

$\theta < \frac{\pi}{2}$ ($\cos \theta > 0$) болғанда h оң, ал $\theta > \frac{\pi}{2}$ ($\cos \theta < 0$) болғанда h теріс мәнді иеленеді. Жінішке капиллярда сұйық деңгейі өте үлкен биіктікке

көтеріледі. Мысалы, су толық жұққанда ($\theta=0$, $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\sigma = 0,073 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$) диаметрі 10 мкм капиллярда су 3 м биіктікке көтеріледі. Капиллярлық құбылыстардың табиғат пен техникада алатын орындары ерекше. Мысалы, топырақпен өсімдіктердегі ылғалдың алмасуы жіңішке капиллярлар арқылы іске асырылады. Капиллярлық құбылысқа білтелердің жұмыс істеуі, бетонға сұйықтың сінуі, т.б. негізделген.

Есептер мен мысалдар

Цилиндр тәріздес ыдыстың түбінде диаметрі 1 см дөңгелек саңылау бар. Ыдыстың диаметрі 0,5 м. Ыдыстың ішіндегі су деңгейінің төмендеу жылдамдығының деңгей биіктігіне тәуелділігін табыңыздар. Су деңгейінің бастапқы биіктігі 0,2 м.

Берілгені: $d=0,01\text{м}$, $D=0,5\text{м}$, $h=0,2\text{м}$

Табу керек: $v = v(h)$

Шешімі: цилиндрдің көлденең қимасының ауданын S_1 , су деңгейінің төмендеу жылдамдығын v_1 , саңылаудың көлденең қимасының ауданын S_2 , одан шығатын су ағының жылдамдығын v_2 арқылы белгілеп, Бернулли теңдеуін жазайық:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh = \frac{\rho v_2^2}{2} \quad \text{немесе} \quad v_2^2 + 2gh = v_1^2 \quad (1)$$

Ағын үздіксіз болғандықтан $v_1 S_1 = v_2 S_2$ теңдігі орындалады. Бұдан төмендегі қатынас шығады:

$$v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2} \quad (2)$$

(2) қатынасты (1) теңдікке қойып v_1 табамыз:

$$v_1 = \frac{S_2 \sqrt{2gh}}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}}; \quad S_1 = \frac{\pi D^2}{4}, \quad S_2 = \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{теңдіктерін пайдалансақ,}$$

төмендегі өрнекті аламыз:

$$v_1 = \frac{d^2 \sqrt{2gh}}{\sqrt{D^4 - d^4}}, \quad D^4 \gg d^4 \quad \text{ескерсек, жылдамдық мына формуламен}$$

анықталады:

$$v_1 = \frac{d^2}{D^2} \sqrt{2gh} = \frac{10^{-4}}{25 \cdot 10^{-2}} \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2} \frac{m}{c} = 8 \cdot 10^{-4} \frac{m}{c}$$

Егер $D=d$ болса, жылдамдық $v_1 = \sqrt{2gh}$ формуласымен есептеледі.

2. Диаметрі 1 м, биіктігі 2 м тік (вертикаль) орналасқан цилиндрлік ыдыс сұйықпен толтырылған. Цилиндр түбіндегі көлденең қиманың ауданы 2см^2 саңылауды ашқаннан соң қанша уақыттан кейін цилиндрдегі сұйық толық ағып бітеді? Үйкеліс күшін ескермеңіздер.

Берілгені: $H = 2\text{м}, d_1 = 1\text{м}, S_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{м}^2$

Табу керек: t_0

Шешімі: dt уақытта саңылаудан ағып шығатын сұйықтың көлемі мына формуламен есептеледі:

$$dV = v_2 S_2 dt \quad (1)$$

Мұндағы, v_2 сұйықтың саңылаудан ағып шығу жылдамдығы. Осыған байланысты цилиндрдегі сұйықтың деңгейі мынадай шамаға өзгереді:

$$dh = -\frac{4dV}{\pi d_1^2} = -\frac{4v_2 S_2}{\pi d_1^2} dt \quad (2)$$

Мұндағы, h қандай да бір уақыттағы цилиндр ішіндегі сұйықтың деңгейі. $S_1 \gg S_2$ болғандықтан,

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi d_1^2}{4S_2} = \frac{3,14 \cdot 1}{4 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} \approx 7800 \quad (3)$$

v_2 жылдамдығын Торричелли формуласынан табамыз:

$$v_2 = \sqrt{2gh} \quad (4)$$

Жылдамдықты (2) теңдікке қойсақ, мынадай өрнек шығады:

$$dh = -\frac{4S_2 \sqrt{2gh}}{\pi d_1^2} dt$$

немесе

$$\frac{dh}{h} = -\frac{4S_2 \sqrt{2g}}{\pi d_1^2} dt$$

интегралдап, h -тың t уақытқа тәуелділігін анықтаймыз:

$$\sqrt{h} = -\frac{2S_2 \sqrt{2g}}{\pi d_1^2} t + c$$

Уақыттың бастапқы мезетінде ($t=0$) $h=H$ болғандықтан, $C = \sqrt{H}$. Олай болса,

$$\sqrt{h} = \sqrt{H} - \frac{2S_2\sqrt{2g}}{\pi d_1^2} t \quad \text{цилиндрлік ыдыстағы сұйық толық ағып}$$

таусылғанда $h=0$, $t = t_0$ деп алсақ,

$$t_0 = \frac{\pi d_1^2}{2S_2} \sqrt{\frac{H}{2g}} = \frac{3,14}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} \sqrt{\frac{2}{2 \cdot 9,81}} c = 2550c$$

3. Радиусы 10^{-3} м тік (вертикаль) орналасқан жіңішке құбырдан сорғалайтын су тамшысының радиусын анықтаңыздар.

Берілгені: $r = 10^{-3} \text{ м}, \sigma = 75 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$

Табу керек: R

Шешімі: құбырша саңылауының ұзындығы $2\pi r$ тең. Беттік керілу күші

$$F_{\sigma, K} = 2\pi r \sigma. \quad \text{Құбыршаға ілініп тұрған су тамшысының салмағы } \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g.$$

Ауырлық күші мен беттік керілу күші тең болғандықтан, тамшы ілініп тұр

$$F_{\sigma, K} = mg \quad \text{немесе} \quad 2\pi r \sigma = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g \quad \text{бұдан}$$

$$R = \left[\frac{3r\sigma}{2\rho g} \right]^{1/3} = \left[\frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 75 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10 \cdot 10^3} \right]^{1/3} = 2,26 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

4. Радиусы 2 см цилиндр пішінді ыдыстың бүйір бетіне ішкі радиусы 1 мм, ұзындығы 2 см горизонталь капилляр қойылған. Осы ыдысқа

динамикалық тұтқырлығы $12 \frac{\text{М}}{\text{см} \cdot \text{с}}$ кастор майы құйылады. Ыдыстағы

кастор майының деңгейінің төмендеу жылдамдығының осы деңгейдің капиллярдан жоғары жатқан H биіктікке тәуелділігін анықтаңыздар.

Биіктік 26 см тең болған кездегі жылдамдықтың сан мәнін табыңыздар.

Берілгені: $R = 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}, r = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}, \eta = 12 \frac{\text{с}}{\text{см} \cdot \text{с}} = 120 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$

$H = 26 \text{ см} = 0,26 \text{ м}, \quad l = 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad \rho = 900 \text{ кг/м}^3$

Табу керек: $v = v(H)$

Шешімі: ыдыстағы кастор майының деңгейінің төмендеу жылдамдығы, майдың капилляр арқылы ағып шығу жылдамдығына тәуелді. Капилляр арқылы t уақытта ағып шығатын майдың көлемі Пуазейль формуласымен есептеледі:

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta P}{8l\eta} \quad (1)$$

Қарастырып отырған жағдайда капиллярдың ұштарында қысым айырмасының болуы, сұйық қабатында гидростатикалық қысымды туғызады:

$$\Delta p = \rho gh \quad (2)$$

Екінші жағынан капиллярдан t уақытта ағып шығатын майдың көлемі мына формуламен анықталады:

$$V = S_1 v_1 t = \pi r^2 v_1 t \quad (3)$$

Мұндағы, v_1 капиллярдан майдың ағып шығу жылдамдығы. (1), (2), (3) теңдеулерінен жылдамдықты табамыз:

$$v_1 = \frac{r^2 \rho gh}{8l\eta} \quad (4)$$

$v_1 S_1 = vS$ теңдігін пайдаланып жылдамдықты анықтайық. Мұндағы, v - ыдыстағы май деңгейінің төмендеу жылдамдығы, S - ыдыстың көлденең қимасының ауданы;

$$v = \frac{r^2 \rho gh}{8l\eta R^2} = \frac{10^{-6} \cdot 900 \cdot 10 \cdot 0,26}{8 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 120 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

5. Ұзындығы 5 м кеме, қуаты 5 ат күшіне тең қозғағыш арқылы 12 км/сағ жылдамдықпен қозғалады. Ұзындығы 80 м кемені қозғалту үшін қуаты қандай қозғағыш қажет? Осы жағдайдағы кеменің жылдамдығын анықтаңыздар.

$$\text{Берілгені: } l_1 = 5\text{м}, N_1 = 5 \text{ ат. күші}, v_1 = 12 \text{ км/сағ} = 80\text{м}, \nu = 0.010 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$$

Табу керек: N, v .

Шешімі: бірінші жағдай үшін Рейнольдс және Фруд сандарын есептейік:

$$\text{Re} = \frac{l_1 v_1}{\nu_1} = 2,1 \cdot 10^7, F = \frac{v_1^2}{g l_1} = 0,022$$

$$\text{Бұдан } v = v_1 \left(\frac{l}{l_1} \right)^{1/2} = 60 \text{ км/сағ}$$

$$N = \rho v^2 l^{5/2} g^{1/2} f(\text{Re}, F) = \rho F l^{7/3} g^{3/2} f(\text{Re}, F) \text{ Рейнольдс санының әсе-}$$

$$\text{рін ескермексек, } N = N_1 \left(\frac{l}{l_1} \right)^{7/2} = 80000 \text{ ат. күші}$$

Жаттығулар

Құбырдың көлденең қимасынан жарты сағатта 0,51 кг көмір қышқыл газы ағып өтсе, оның жылдамдығы қандай болғаны? Газдың тығыздығы $7,5 \text{ кг/м}^3$, құбырдың диаметрі 2 см.

Жауабы: 0,12 м/с

Суы бар ыдысқа 1 с ішінде 0,2 л су құйылады. Ыдыс ішіндегі суды 8,3 см тұрақты деңгейде ұстау үшін, оның түбіндегі саңылаудың диаметрі қандай болу керек?

Жауабы: $1,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$

Бояуыш пульттің ішінен ағып шығатын сұйық бояудың жылдамдығы 25 м/с тең болса, бояуыш пульттегі компрессордың туғызатын қысымы қандай болады? Бояудың тығыздығы $0,8 \text{ г/см}^3$.

Жауабы: $2,5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$

Егер ауаның динамикалық тұтқырлығы $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ г/см} \cdot \text{с}$ тең болса, онда диаметрі 0,3 мм жаңбыр тамшысының максимал жылдамдығын табыңыздар.

Жауабы: 4,1 м/с

Диаметрі 1мм болат шарик кастор майы толтырылған үлкен ыдыстың ішінде ауырлық күшінің әсерінен $0,185 \text{ см/с}$ тұрақты жылдамдықпен құлайды. Кастор майының динамикалық тұтқырлығын табыңыздар.

Жауабы: $2 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$

Тығыздығы шарик материалының тығыздығынан 4 есе артық сұйық ішіндегі шарик тұрақты жылдамдықпен қалқып шығады. Қалқып шығатын шарикке әсер ететін үйкеліс күші шариктің салмағынан неше есе үлкен?

Жауабы: 3 есе.

Құбырдың көлденең қимасынан 1с ішінде 200 см^3 су ағып өтеді. Судың динамикалық тұтқырлығы $0,001 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$. Құбырдың диаметрінің қандай мәнінде судың ағыны ламинарлық болып қалады?

Жауабы: $D \leq 0,085 \text{ м}$

Кастор майы толтырылған ыдыс ішінде радиусы 5 мм шарик қалқып жүр. Егер шарик 3,5 м/с тұрақты жылдамдықпен қалқитын болса, кастор майының динамикалық және кинематикалық тұтқырлықтарын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 1,09 \frac{H \cdot c}{M^2}, 1,21 \cdot 10^{-3} M^2 / c$$

$$\text{Тығыздығы } 900 \text{ кг/м}^3, \text{ динамикалық тұтқырлығы } 0,8 \frac{H \cdot c}{M^2}$$

трансформатор майымен толтырылған кең ыдыстың ішіне болаттан жасалған шарик түседі. Стокс заңы $Re \leq 0,5$ болғанда орындалады деп алып, шарик диаметрінің шекті мәнін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 4,6 \text{ мм}$$

Тікбұрышты параллелепед пішінді ыдысқа сұйық құйылған. Оның төменгі табанымен салыстырғандағы бүйір беттеріне түсірілген гидростатикалық қысымының моментін есептеп табыңыздар. Сұйықтың тығыздығы ρ , табанымен салыстырғандағы сұйықтың деңгейі h , параллелепедтің бүйір бетінің ауданы S белгілі деп алыңыздар.

$$\text{Жауабы: } \frac{1}{3} \rho g h^2 \cdot S$$

Тест сұрақтары

1. Стационарлық ағыс қандай шарттарды қанағаттандырады?

$$\text{А. } \vec{v} = \text{const}, a = 0$$

$$\text{Ә. } \vec{v} = \text{const}, a = \text{const}$$

$$\text{Б. } \vec{v} < 0, a > 0$$

$$\text{В. } \vec{v} > 0, a < 0$$

$$\text{Г. } v < 0, a < 0$$

2. Стационарлы емес ағыс қандай шарттарды қанағаттандырады?

$$\text{А. } \vec{v} = \text{const}, a = 0$$

$$\text{Ә. } v = f(t), v = f(r)$$

Б. $v \neq f(t), v = f(r)$

В. $v = f(t), v \neq f(r)$

Г. $\vec{v} = const, a > 0$

3. Гидродинамикадағы, сұйықтың қозғалысын сипаттайтын Эйлер әдісін көрсетіңіздер.

А. $\vec{v} = f(\vec{r})$

Ә. $\vec{v} = f(t)$

Б. $\vec{v} = f(\vec{r}, t)$

В. $\vec{v} \neq f(\vec{r})$

Г. $\vec{v} \neq f(t)$

4. Идеал сұйық қандай шарттарды қанағаттандыруы қажет?

А. сығылады

Ә. сығылмайды

Б. ішкі үйкеліс күші жоқ

В. сығылмайды, ішкі үйкеліс күші жоқ.

Г. сығылады, ішкі үйкеліс күші жоқ.

5. Стационарлы емес ағыста, тоқ сызығы:

А. Бөлшектің траекториясымен дәл келеді.

Ә. Бөлшектің траекториясына перпендикуляр

Б. Бөлшектің траекториясымен дәл келмейді.

В. Бөлшектің траекториясымен 45° бұрыш жасайды.

Г. Бөлшектің траекториясымен 60° бұрыш жасайды.

6. Ламинарлық ағыста сұйықтың бір-бірімен салыстырғандағы сырғанайтын қабаттары:

А. араласады

Ә. араласпайды

Б. қозғалмайды

В. қозғалады

Г. сығылмайды.

7. Турбуленттік ағыста сұйықтың бір-бірімен салыстырғандағы сырғанайтын қабаттары.

- А. араласады
- Ә. араласпайды
- Б. қозғалады
- В. қозғалмайды
- Г. сығылмайды

8. Сұйық қатты дененің бетіне жұғу үшін жанасатын орталардың беттік керілу коэффициенттері шарттардың қайсысын қанағаттандыруы қажет?

- А. $\sigma_{13} > \sigma_{12}$
- Ә. $\sigma_{13} < \sigma_{12}$
- Б. $\sigma_{13} = \sigma_{12}$
- В. $\frac{1}{2}\sigma_{13} = \sigma_{12}$
- Г. $2\sigma_{13} = \sigma_{12}$

9. Сұйық қатты дененің бетіне жұғу үшін шеттік бұрыштың косинусы

- А. $\cos \theta > 0$
- Ә. $\cos \theta < 0$
- Б. $\cos \theta = 0$
- В. $\cos \theta = \frac{1}{2}$
- Г. $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

10. Сұйық қатты дененің бетіне жұғу үшін шеттік бұрыш

- А. $\theta = \frac{\pi}{2}$
- Ә. $\theta > \frac{\pi}{2}$
- Б. $\theta < \frac{\pi}{2}$
- В. $\theta = \pi$
- Г. $\theta = \frac{\pi}{3}$

11. Сұйық қатты дененің бетіне жұқпау үшін жанасатын орталардың беттік керілу коэффициенттері қандай шартты қанағаттандыруы керек?

А. $\sigma_{13} > \sigma_{12}$

Ә. $\sigma_{13} = \sigma_{12}$

Б. $\sigma_{13} < \sigma_{12}$

В. $2\sigma_{13} = \sigma_{12}$

Г. $\sigma_{13} = 3\sigma_{12}$

12. Сұйық қатты дененің бетіне жұқпау үшін шеттік бұрыштың косинусы.

А. $\cos \theta = 0$

Ә. $\cos \theta = \frac{\pi}{2}$

Б. $\cos \theta < 0$

В. $\cos \theta > 0$

Г. $\cos \theta = \frac{1}{2}$

13. Сұйық қатты дененің бетіне жұқпау үшін шеттік бұрыш

А. $\theta = 0$

Ә. $\theta = \frac{\pi}{2}$

Б. $\theta < \frac{\pi}{2}$

В. $\theta > \frac{\pi}{2}$

Г. $\theta > 0$

14. Горизонталь құбырдағы сұйық үшін Бернулли теңдеуі

А. $\frac{\rho v^2}{2} - \rho = const$

Ә. $\frac{\rho v^2}{2} + \rho = const$

Б. $\rho gh + \rho = const$

В. $\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = const$

Г. $\frac{\rho v^2}{2} = const$

15. Ламинарлық ағыс турбуленттік ағысқа өтетін Рейнольдс сандарының аралықтарын көрсетіңіздер.

- А. $2000 \leq Re \leq 3000$
- Ә. $10 \leq Re \leq 100$
- Б. $1000 \leq Re \leq 2000$
- В. $3000 \leq Re \leq 3000$
- Г. $4000 \leq Re \leq 4300$

16. Рейнольдс санының қандай мәнінде ағыс ламинарлы болады?

- А. $Re \leq 1000$
- Ә. $Re \geq 1000$
- Б. $Re \leq 2000$
- В. $Re \geq 2000$
- Г. $Re \geq 3000$

17. Рейнольдс санының қандай мәнінде ағыс турбулентті болады?

- А. $Re = 2300$
- Ә. $Re = 2000$
- Б. $Re = 1000$
- В. $Re = 1300$
- Г. $Re = 1600$

18. Маңдайлық кедергі қандай параметрлерге тәуелді?

- А. дененің пішініне
- Ә. дененің ағынмен салыстырғанда орналасуына
- Б. дененің пішініне және оның ағынмен салыстырғанда орналасуына
- В. ағынның жылдамдығына, дененің тығыздығына
- Г. дененің пішініне, жылдамдығына, ортаның тығыздығына, дененің ортамен салыстырғанда орналасуына

19. Идеал сұйық жылдамдығының құбырдың қимасы бойынша үлестірілуінің пішіні.

- А. парабола
- Ә. гипербола
- Б. түзу
- В. кез келген қисық
- Г. синусоида

20. Ыдыс саңылауынан ағып шығатын сұйықтың қозғалыс мөлшері.

A. $\rho S \vec{v} \Delta t$

Ә. $\rho S \vec{v} v \Delta t$

Б. $\rho \vec{v} v \Delta t$

В. $\rho S v v$

Г. $\rho S \Delta t$

21. Сұйыққа батырылған қозғалыстағы қалақшаға әсер ететін ішкі үйкеліс күші.

A. $\eta v \cdot S$

Ә. $\eta \left(\frac{dv}{dz} \right) S$

Б. $\eta \left(\frac{dv}{dt} \right) S$

В. $\eta \left(\frac{dv}{dS} \right) S$

Г. $\left(\frac{dv}{d\eta} \right) S dt$

22. Маңдайлық кедергі күшінің формуласы

A. $C_x \frac{\rho v^2}{2} S$

Ә. $C_x \frac{\rho v^2}{2}$

Б. $C_x \frac{\rho v^2}{4} S$

В. $C_x \rho v^2 \cdot S$

Г. $2C_x \rho v^2 \cdot S$

23. Көтеруші күштің формуласы

A. $C_y \frac{\rho v^2}{4} S$

Ә. $C_y \rho v^2 \cdot S$

Б. $2C_y \rho v^2 \cdot S$

В. $C_y \frac{\rho v^2}{2} S$

Г. $\frac{\rho v^2}{2} C_y$

24. Тұтқырлық коэффициентінің формуласы

А. $\frac{\pi R^4 \Delta p t}{8 \eta l}$

Ә. $\frac{\pi R^4 \Delta p t}{4 \eta l}$

Б. $\frac{\pi R^4 \Delta p t}{2 \eta l}$

В. $\frac{\pi R^4 \Delta p t}{\eta l}$

Г. $\frac{\pi R^4 \Delta p t}{10 \eta l}$

25. Рейнольдс санының формуласы

А. $\frac{\rho \langle v \rangle d}{2 \eta}$

Ә. $\frac{\rho \langle v \rangle d}{4 \eta}$

Б. $\frac{\rho \langle v \rangle d}{8 \eta}$

В. $\frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta}$

Г. $\frac{2 \rho \langle v \rangle d}{\eta}$

VI тарау. Тербелістер мен толқындар

§ 6.1 Гармоникалық тербелістердің жалпы сипаттамалары. Серіппедегі жүктің тербелісі, маятниктер

Табиғатта және техникада қозғалыстағы дененің күйі белгілі бір уақыт аралығында қайталанып тұратын құбылыстар жиі кездеседі. Мысалы, сағат маятнігінің, су толқынындағы кеменің, планеталардың, қатты денелер молекулаларының, машиналардың кейбір бөліктерінің қозғалыстары және айнымалы тоқтың кернеуінің немесе тоғының тербелісі, т.б. Тербелістердің физикалық табиғаты әртүрлі болуы мүмкін, сондықтан олар механикалық, электромагниттік және басқа тербелістерге бөлінеді.

Денелердің қозғалыстарының күйі тең уақыт аралығында қайталанатын тербелістерді периодты деп атайды. Ол екі іргелес бірдей күйлердің қайталануына кеткен уақытқа тең. Периодты қозғалыстар математикалық тұрғыдан мынадай теңдікті қанағаттандыратын функциямен сипатталады:

$$f(t+T) = f(t) \quad (6.1.1)$$

Яғни, периодқа T тең уақыт аралығында функцияның мәні қайталанып отырады. Желдің ұйытқуынан тепе-теңдік күйінен ауытқитын ағаш бұтағының, бір ұшы бекітілген серпімді өзекшенің екінші ұшына соққы бергендегі тербелістер периодты емес қозғалыстарға жатады.

Тербелмелі қозғалыстар көптеген құбылыстардың негізін құрайды. (Дыбыстың, жарықтың, радиотолқындар мен сейсмикалық толқындардың пайда болуы және таралуы, табиғаты әртүрлі дірілдердің туындауы). Бірақ әртүрлі тербелмелі құбылыстар бірдей қасиеттерімен және теңдеулермен сипатталады. Сондықтан физикалық табиғаты әртүрлі тербелістерді зерттегенде біртұтас көзқарасты қалыптастыру қажеттілігі туындайды. Тербелістің ең қарапайым түріне гармоникалық тербеліс жатады. Гармоникалық тербелісте, тербелетін шама уақыт бойынша косинустар (немесе синустар) заңына бағынады.

Тербелістерді немесе тербелмелі құбылыстарды зерттеуде жеңілдету мақсатында, оларды көптеген жағдайларда гармоникалық тербелістерге жақын немесе солардың қосындысы ретінде қарастырады. x шамасының гармоникалық тербелісі мына формуламен сипатталады:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (6.1.2)$$

Мұндағы, A тербелістегі шаманың максимал мәні (амплитудасы), ω_0 тербелістің циклдік жиілігі, φ тербелістің ($t = 0$) бастапқы фазасы, $(\omega_0 t + \varphi)$, t уақыт мезетіндегі тербелістің фазасы. Мектеп физика курсынан белгілі

период жиілік және циклдық жиіліктерді байланыстыратын қатынастарды жазайық:

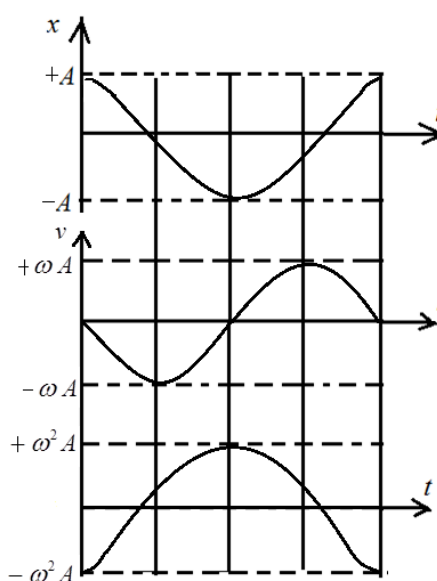
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}, \quad \omega_0 = 2\pi\nu \quad (6.1.3)$$

Тербелетін шаманың жылдамдығы мен үдеуін анықтайық:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [A \cos(\omega_0 t + \varphi)] = -A \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A \omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (6.1.4)$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} [A \cos(\omega_0 t + \varphi)] = -A \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi) \quad (6.1.5)$$

Жылдамдықпен үдеудің амплитудалары $A\omega_0$ және $A\omega_0^2$ тең. Тербелістің шаманың фазасынан жылдамдықтың және үдеудің фазалары $\frac{\pi}{2}$, π шамасына айырмашылықтары бар. $S = 0$ уақыт мезетінде $\frac{dx}{dt}$ өзінің максимал теріс мәнін, ал $\frac{d^2 S}{dt^2}$ өзінің максимал оң мәнін иеленеді. (6.1.1-сызба)



6.1.1-сызба. Координатаның, жылдамдықтың, үдеудің уақытқа тәуелділік графигі

(6.1.5) өрнегінен гармоникалық тербелістің дифференциалдық теңдеуі шығады:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (6.1.6)$$

(6.1.6) теңдеуінің шешімі $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ өрнегі болып табылады. Кез келген нақты тербеліс өзінің анықталған амплитудасымен және бастапқы фазасымен сипатталады. Берілген тербеліс үшін бұл шамалардың мәндері бастапқы шарттар арқылы, яғни алғашқы уақыт мезетіндегі x_0 ауытқуымен v_0 жылдамдықтың мәндері бойынша анықталады. Шындығында (6.1.2) және (6.1.4) теңдеулерінде $t = 0$ теңестірсек, мынадай теңдіктер алынады:

$$x_0 = A \cos \varphi, \quad v_0 = -A \omega_0 \sin \varphi \quad (6.1.7)$$

Бұдан

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}} \quad (6.1.8)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{v_0}{x_0 \omega_0} \quad (6.1.9)$$

өрнектері шығады.

Энергияның сақталу заңы бойынша гармоникалық тербелістің толық энергиясы тұрақты шамаға тең. Тербеліс кезінде потенциалдық энергия кинетикалық энергияға немесе кинетикалық энергия потенциалдық энергияға айналады. Тепе-теңдік күйден ең үлкен ауытқу мезетінде толық энергия E өзінің максимал мәнін иеленетін U_{\max} потенциалдық энергиядан тұрады:

$$E = U_{\max} = \frac{kA^2}{2} \quad (6.1.10)$$

Жүйе тепе-теңдік күйінен өту мезетінде толық энергия максимал мәнді иеленетін кинетикалық энергиядан тұрады:

$$E = T = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} \quad (6.1.11)$$

Гармоникалық тербелістегі материалдық нүктенің кинетикалық және потенциалдық энергиялары уақытқа байланысты қалай өзгертіндігін талқылайық:

$$T = \frac{m \dot{x}^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \quad (6.1.12)$$

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \quad (6.1.13)$$

(6.1.12) және (6.1.13) өрнектерін қосып, $m\omega_0^2 = k$ ескерсек, толық энергияның формуласын аламыз:

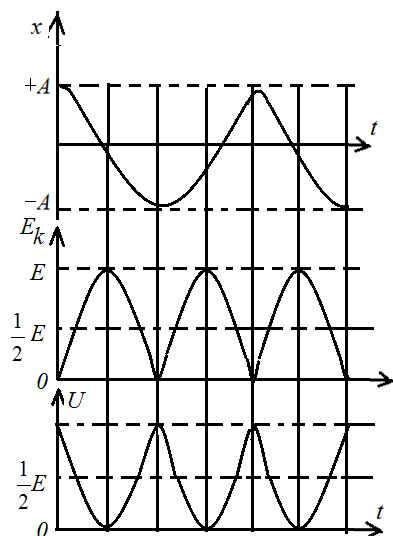
$$E = T + U = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \quad (6.1.14)$$

Тригонометриядан белгілі формулаларды пайдаланып, кинетикалық және потенциалдық энергияларды түрлендірейік:

$$T = E \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = E \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2(\omega_0 t + \varphi) \right] \quad (6.1.15)$$

$$U = E \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = E \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega_0 t + \varphi) \right] \quad (6.1.16)$$

Мұндағы, E – жүйенің толық энергиясы. Формулалардан кинетикалық T және потенциалдық U энергиялар $2\omega_0$ жиілікпен (гармоникалық тербеліс жиілігінен екі есе артық) өзгертіндігін көреміз. 6.1.2-сызбада x, T , және U уақытқа тәуелді графиктері салыстырылған:



6.1.2-сызба. x, T, U уақытқа тәуелді графиктері

Кинетикалық энергияның орташа мәні потенциалдық энергияның орташа мәніне сәйкес келеді және $\frac{1}{2}E$ тең.

(6.1.6) тендеуі бойынша тербеліс жасайтын физикалық жүйені гармоникалық осциллятор деп атайды. Гармоникалық осциллятордың тербелісі периодты қозғалыс ретінде қарастырылады. Мысалы, серіппелі, физикалық, математикалық маятниктер мен тербелмелі контур.

Механикалық тербелістегі қарапайым жүйені қарастырайық. Қатаңдығы k серіппеге массасы m жүк ілінсін. Егер жүйені тепе-теңдік күйінен ауытқытып, өз еркіне жіберсек, дене ауырлық және серпімділік күштерінің әсерінен тік (вертикаль) бағытта гармоникалық тербеліс жасай бастайды.

Серіппелі маятниктің қозғалыс тендеуі мынадай түрде жазылады:

$$m\ddot{x} = -kx \quad (6.1.17)$$

немесе
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (6.1.18)$$

(6.1.2) және (6.1.6) өрнектерінен серіппелі маятниктің мынандай заң бойынша гармоникалық тербеліс жасайтындығы шығады:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi). \text{ Мұндағы, } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ циклдік жиілік} \quad (6.1.19)$$

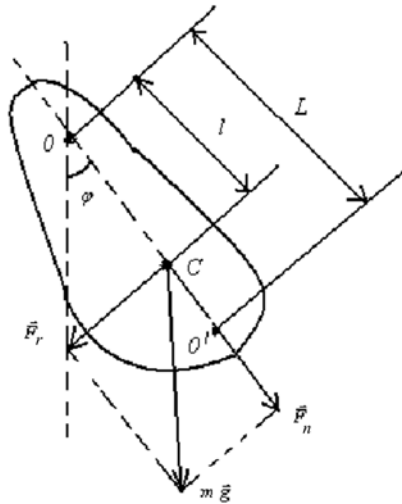
Тербеліс периоды:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

(6.1.19) формуласы Р. Гук заңы орындалатын серпімді тербелістер үшін дұрыс. (6.1.13) және (6.1.19) өрнектеріне сәйкес серіппенің потенциалдық энергиясы мына формуламен есептеледі:

$$U = \frac{kx^2}{2} \quad (6.1.20)$$

Физикалық маятник. Массалар центрінен өтпейтін тыныштықтағы O осінің айналасында ауырлық күшінің әсерінен тербеліс жасайтын қатты денені физикалық маятник деп атайды. (6.1.3-сызба).



6.1.3-сызба. Физикалық маятник

Егер маятникті тепе-теңдік күйінен қандай да бір φ бұрышына ауытқытсақ, онда қатты дененің айналмалы қозғалыстарының динамикасының теңдеуіне сәйкес кері қайтарушы F_r күшінің моменті төмендегі өрнек арқылы анықталады:

$$M = I\varepsilon = I\ddot{\varphi} = F_r \cdot l = -mgl \sin \varphi \approx -mgl\varphi \quad (6.1.21)$$

Мұндағы, I , O нүктесінен өтетін осьпен салыстырғанда маятниктің инерция моменті, l маятниктің айналу осінен массалар центріне дейінгі қашықтық, $F_r = -mg\varphi$ кері қайтарушы күш. (теріс таңба F_r және φ бағыттары әрқашан қарама-қарсы екендігін көрсетеді) (6.1.21) теңдеуін мынадай түрде жазайық:

$$I\ddot{\varphi} + mgl\varphi = 0$$

немесе

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgl}{I}\varphi = 0 \quad (6.1.22)$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$ теңдігін пайдалансақ, төменде келтірілген дифференциалдық теңдеуді аламыз:

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad (6.1.23)$$

(6.1.23) формуласынан амплитудасы кіші тербелістерде физикалық маятник циклдік жиілігі ω_0 және периоды мына формуламен анықталатын тербеліс жасайды:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (6.1.24)$$

Мұндағы, $L = \frac{I}{ml}$ физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы. Айналу осінен O' нүктесіне дейінгі келтірілген қашықтығы физикалық маятниктің тербелу центрі деп аталады.

Математикалық маятник. Салмағы ескерілмейтін созылмайтын жіпке ілінген массасы m материалдық нүктеден тұратын идеал жүйе математикалық маятник деп аталады. Математикалық маятниктің инерция моменті мынаған тең:

$$I = ml^2 \quad (6.1.25)$$

Физикалық маятниктің барлық массасы, массалар центріне жинақталған деп алсақ, оны математикалық маятник ретінде қарастыруға болады. (6.1.25) және (6.1.24) өрнектерін пайдалансақ, төмендегі теңдік шығады:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (6.1.26)$$

(6.1.24) және (6.1.26) өрнектерін салыстырып, егер физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы L математикалық маятниктің ұзындығына l тең болса, олардың периодтары бірдей болатындығына көз жеткіземіз.

§ 6.2 Тербелістерді қосу. Векторлық диаграмма

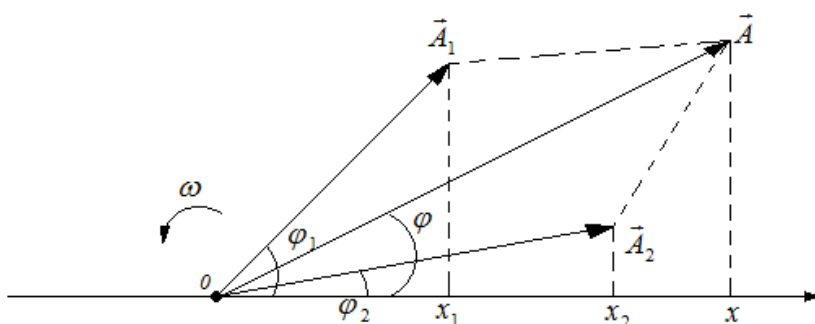
Көптеген жағдайларда дене бір мезгілде бірнеше тербелмелі қозғалыстарда болуы мүмкін. Мысалы, пойыз вагонының төбесіне жіп арқылы ілінген жүк, өзі ілінген нүктемен салыстырғанда тербелсе, нүкте вагонның рессорымен салыстырғанда тербеліс жасайды. Сондықтан қозғалысты сипаттау үшін екі гармоникалық тербелістердің қосындысынан туындайтын қорытқы қозғалыс қарастырылады. Фазалар мен амплитудалары әртүрлі, жиіліктері бірдей ω бір бағытта қозғалатын екі тербелісті қарастырамыз:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{aligned} \quad (6.2.1)$$

Қорытқы тербеліс x_1 және x_2 орын ауыстыруының қосындысына тең және орын ауыстыру $x(t)$ функциясымен сипатталады:

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (6.2.2)$$

Қосындыны векторлық диаграмма әдісін қолданып іске асырған жеңіл. (6.2.1-сызба).



6.2.1-сызба. Векторлық диаграмма әдісі

Қорытқы тербеліске сәйкес келетін \vec{A} векторы \vec{A}_1 және \vec{A}_2 векторларының қосындысынан тұрады. Тербелістердің жиіліктері бірдей болғандықтан, 6.2.1-сызбада кескінделген векторлар жүйесін ω бұрыштық жылдамдықпен айналатын біртұтас вектор ретінде қарастыра аламыз. \vec{A} векторының x осіндегі құраушысын уақыттың t мезетіндегі орын ауыстыруы \vec{A}_1 және \vec{A}_2 векторларының x_1, x_2 құраушыларының қосындысына тең:

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \quad (6.2.3.)$$

Косинустар теоремасы бойынша:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (6.2.4)$$

немесе
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (6.2.5)$$

Қорытқы тербеліс мына өрнекпен сипатталады:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (6.2.6)$$

(6.2.4) теңдігінен амплитуда қосылатын тербелістер фазаларының айырымына тәуелді екендігі шығады. $\varphi_1 - \varphi_2 = 2n\pi$ және $\varphi_1 - \varphi_2 = (2n + 1)\pi$

мәндерінде ($n = 0, 1, 2, \dots$) $(A_1 + A_2)$ -ден $|A_1 + A_2|$ дейін өзгереді. Бір бағытта өтетін жиіліктері әртүрлі гармоникалық тербелістерді зерттейік. Бұл жағдайда векторлық диаграмманың түрі қандай да бір уақыттың анықталған мезетінде жиіліктері бірдей векторлық диаграммамен сәйкес келеді. (6.2.2-сызба)

Бірақ \vec{A}_1 және \vec{A}_2 векторлары әртүрлі ω_1, ω_2 бұрыштық жылдамдықпен айналады. Олардың арасындағы бұрыш тұрақты болып қалмайды.

Яғни, қосылатын тербелістердің фазалар айырымы уақыт өтуіне байланысты өзгереді. Сондықтан бастапқы фазаларды (φ_1 және φ_2) бірдей деп аламыз:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{aligned} \quad (6.2.7)$$

Қосылатын тербелістердің фазалар айырымының уақытқа тәуелділігі мына заңдылықпен өрнектеледі:

$$\varphi = (\omega_1 - \omega_2) \cdot t \quad (6.2.8)$$

Косинустар теоремасын пайдаланып қорытқы амплитуданы табамыз:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\omega_1 - \omega_2) \cdot t \quad (6.2.9)$$

Формуладан амплитуда (A) уақытқа периодты заң бойынша тәуелді, ал оның бұрыштық жылдамдығы тұрақты емес екендігін көреміз. Бұдан қорытқы тербеліс гармоникалық емес екендігі шығады. Қосылатын амплитудалары бірдей $A_1 = A_2$, ал ω_1, ω_2 жиіліктерінің бір-бірінен сәл айырмашылығы бар деп алайық:

$$\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega, \quad \frac{|\Delta\omega|}{\omega_1} \ll 1 \quad (6.2.10)$$

Бұл жағдайда (6.2.9) теңдігі төмендегідей түрленеді:

$$A^2 = 2A_1^2(1 + \cos \Delta\omega t) = 4A_1^2 \cos^2 \frac{\Delta\omega t}{2} \quad (6.2.11)$$

Бұдан

$$A = 2A_1 \left| \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right| \quad (6.2.12)$$

Косинустың периодының абсолют мәні π болғандықтан, амплитуданың периодының өзгерісі τ мына шарттан анықталады:

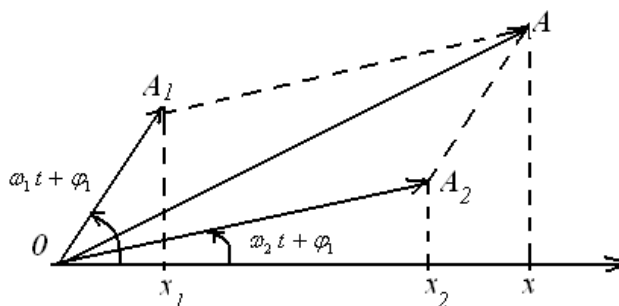
$$\frac{|\Delta\omega|}{2}\tau = \pi \quad (6.2.13)$$

Бұдан

$$\tau = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} \quad (6.2.14)$$

Амплитуданың жиілігінің өзгерісі төмендегі өрнекпен есептеледі:

$$\omega = |\omega_1 - \omega_2| \quad (6.2.15)$$



6.2.2-сызба. Жиіліктері әртүрлі гармоникалық тербелістердің векторлық диаграммасы

Қорытқы тербеліс амплитудасының жиілігінің өзгерісі қосылатын тербелістердің жиіліктерінің айырымына тең. \vec{A} векторы мен x осінің арасындағы α бұрышы (6.2.2-сызба) $A_1 = A_2$ болғанда мына формуламен анықталады:

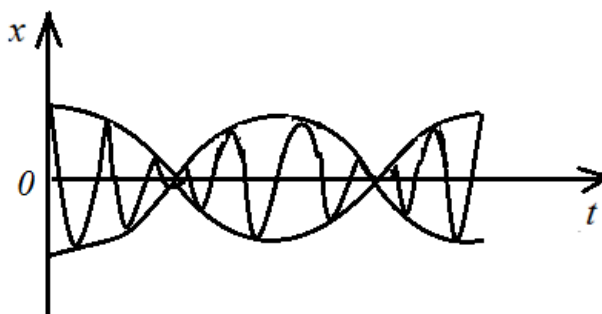
$$\alpha = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \varphi_1 \quad (6.2.16)$$

Сондықтан қарастырып отырған жағдайда орын ауыстыру мынаған тең:

$$x = A \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \varphi_1\right) = 2A_1 \left| \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \right| \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t + \varphi_1\right) \quad (6.2.17)$$

ω_1 және ω_2 жиіліктері бір-біріне жақын болғандықтан, (6.2.17) формуласымен сипатталатын тербелістің қорытқысын жуықтап жиілігі $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ гармоникалық тербеліс ретінде қарастыра аламыз.

Амплитуданың периодының өзгерісі (6.2.14) өрнегімен сипатталады. (6.2.3-сызба) Мұндай қозғалысты соғу тербелісі деп атайды.



6.2.3-сызба. Соғу тербелісі

(6.2.17) формуласы қосылатын амплитудалар тең болғанда төмендегідей түрленеді:

$$x = A_1 [\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \cos(\omega_2 t + \varphi_1)] = 2A_1 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \varphi_1\right) \quad (6.2.18)$$

§ 6.3. Өзара перпендикуляр тербелістерді қосу

Материалдық нүкте бір мезгілде жиіліктері бірдей өзара перпендикуляр гармоникалық тербеліс жасайды делік:

$$\begin{aligned} x &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ y &= A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{aligned} \quad (6.3.1)$$

Нүктенің траекториясының теңдеуін табу үшін (6.3.1) өрнектерінен уақытты шығарып тастаймыз:

$$\frac{x}{A_1} = \cos \omega t \cos \varphi_1 - \sin \omega t \sin \varphi_1 \quad (6.3.2)$$

$$\frac{y}{A_2} = \cos \omega t \cos \varphi_2 - \sin \omega t \sin \varphi_2 \quad (6.3.3.)$$

(6.3.2), (6.3.3) теңдеулерін $\cos \varphi_2$ және $\cos \varphi_1$ көбейтіп, шыққан теңдіктердің айырымын алсақ, мына қатынас шығады:

$$\frac{x}{A_1} \cos \varphi_2 - \frac{y}{A_2} \cos \varphi_1 = \sin \omega t \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (6.3.4)$$

Осыған ұқсас (6.3.2), (6.3.3) теңдеулерін $\sin \varphi_2$ және $\sin \varphi_1$ көбейтіп бір-бірінен шегерсек, төмендегі қатынасты аламыз:

$$\frac{x}{A_1} \sin \varphi_2 - \frac{y}{A_2} \sin \varphi_1 = \cos \omega t \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (6.3.5)$$

(6.3.4) және (6.3.5) формулаларын квадраттап, мүшелеп қоссақ, траекторияның теңдеуі шығады:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \cos^2(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (6.3.6)$$

Қосылатын тербелістерді фазаларының айырымының $\varphi_2 - \varphi_1$ әртүрлі мәндерінде зерттейік.

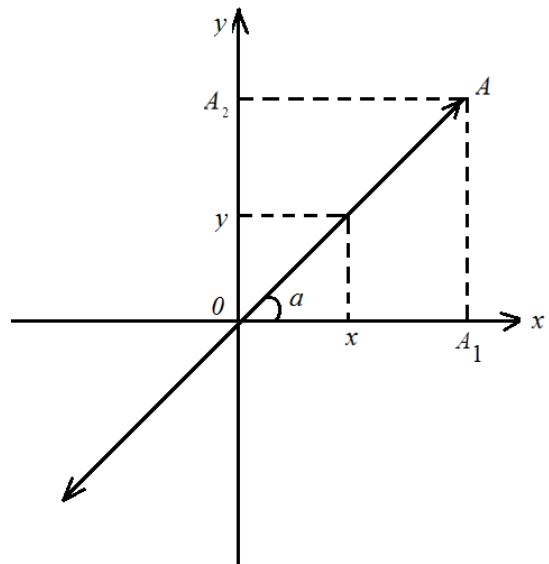
$\varphi_2 - \varphi_1 = 0$ болса, (6.3.6) теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$\left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0 \quad (6.3.7)$$

Бұдан

$$\frac{x}{y} = \frac{A_1}{A_2} \quad (6.3.7)$$

(6.3.7) қатынасы тангенсі $\frac{A_2}{A_1}$ тең, x осімен α бұрыш жасайтын түзудің теңдеуі. (6.3.1-сызба)



6.3.1-сызба. 6.3.7. қатынасының траекториясы

Нүкте осы түзудің бойымен жиілігі ω , амплитудасы $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ гармониялық тербеліс жасайды:

$$A = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{A_1^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + A_2^2 \cos^2(\omega t + \varphi)} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \cos(\omega t + \varphi) \quad (6.3.8)$$

Фазалар айырымын:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi \quad (6.3.9)$$

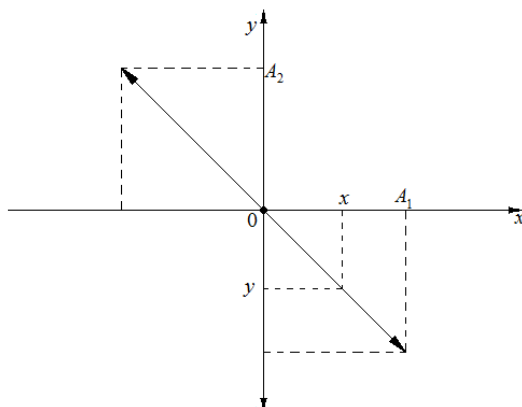
деп алсақ, (6.3.6) теңдігінен төмендегідей қатынас шығады:

$$\left(\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0 \quad (6.3.10)$$

Бұдан

$$\frac{x}{y} = -\frac{A_1}{A_2}$$

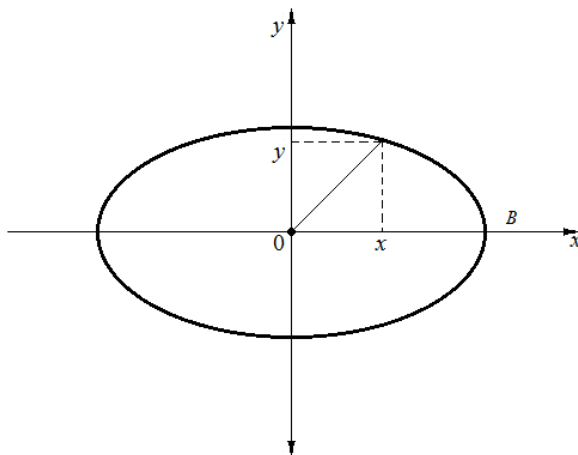
қатынасын аламыз. Материалдық нүкте түзудің бойымен гармоникалық тербеліс жасайды. (6.3.2-сызба).



6.3.2-сызба. (6.3.11) қатынасының траекториясы

Егер қосылатын тербелістердің фазалар айырымы $\frac{\pi}{2}$ немесе $\frac{3\pi}{2}$ тең болса, онда траектория эллипстің теңдеуімен сипатталады:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1 \quad (6.3.12)$$



6.3.3-сызба. Қозғалыстың (6.3.12) теңдеуімен сипатталатын траекториясы

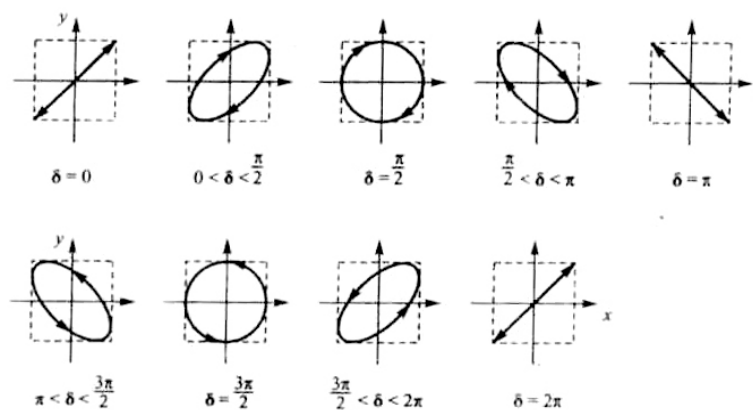
$\omega t + \varphi = 0$ болғандағы уақыт мезетінде тербелетін нүкте В нүктесінде орналасады. Уақыттың келесі мезеттерінде $x > 0$, $y < 0$ мәндерді қабылдайды. Нүкте эллипстің бойымен сағат тілінің бағытымен қозғалады.

Егер $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{3\pi}{2}$ болса, нүкте сағат тіліне қарсы бағытта қозғалады.

Амплитудалар тең болғанда $A_1 = A_2$ (6.3.12) қатынасы шеңбердің теңдеуіне түрленеді:

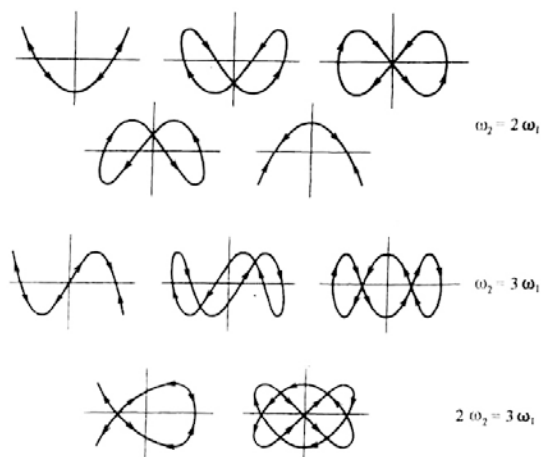
$$x^2 + y^2 = 1 \quad (6.3.13)$$

6.3.4-сызбада фазалар айырымы әртүрлі жиіліктері мен амплитудалары бірдей өзара перпендикуляр тербелістерді қосудың нәтижелері келтірілген.



6.3.4-сызба. Жиіліктері мен амплитудалары бірдей, фазалар айырымының мәндері әртүрлі өзара перпендикуляр тербелістерді қосу

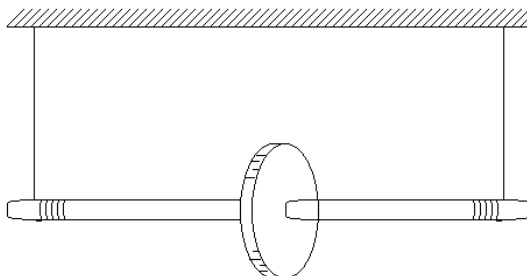
Жиіліктері бірдей емес өзара перпендикуляр бағытта өтетін тербелістерді қоссақ, күрделі траекторияларды аламыз. ω_1 және ω_2 жиіліктері бүтін сандар болса, траекторияның пішіні Ж. Лиссаж фигуралары деп аталатын тұйық қисықтарды береді (6.3.5-сызба).



6.3.5-сызба. Ж. Лиссаж фигуралары

§ 6.4. Еркін өшетін тербелістер. Өшу коэффициенті. Өшудің логарифмдік декременті

Барлық реалды тербелістегі жүйелер диссипативті болып табылады. Мұндай жүйенің тербелісінің механикалық энергиясы үйкеліс күшіне қарсы жұмыс істеуге жұмсалатындықтан, еркін тербелістер амплитудалары біртіндеп кеміп, өшеді. Бұл құбылыстарды айналу осінің екі ұшына жіп оралған Д. Максвелл маятнигімен тәжірибе жасау арқылы байқауға болады. (6.4.1-сызба)



6.4.1-сызба. Максвелл маятнигі

Ауырлық күшінің әсерінен Д.Максвелл маятнигі тік (вертикаль) бағытта өзінің осімен айналу тербелістерін жасайды. Маятниктің осін жіпке орау арқылы Н биіктікке көтеріп, оған mgH потенциалдық энергия берейік.

Маятник алғашқы тепе-теңдік күйіне жеткенде потенциалдық энергия толық кинетикалық энергияға айналады. Маятник тоқтап қалмай қайтадан айналу осіне жіпті орап көтеріле бастайды (кинетикалық энергия потенциалдық энергияға алмасады). Бірақ жіппен айналу осінің арасындағы пайда болатын үйкеліс және ауаның кедергі күшінің әсерінен, маятник бастапқы биіктігінен кіші биіктікке көтеріледі (энергияның бір бөлігі үйкеліс және кедергі күштерін жеңуге жұмсалады). Осылайша маятник амплитудалары кеміп отыратын бірнеше тербелістер жасап, тепе-теңдік орнында тоқтайды. Көптеген жағдайларда (күрғақ үйкеліс жоқ болғанда) үлкен емес жылдамдықтарда механикалық тербелістерді өшіретін күш дененің жылдамдығына пропорционал болатындығы тәжірибе жүзінде дәлелденген. Бұл күшті оның табиғатына байланыссыз үйкеліс күші деп атайық:

$$\vec{F}_{\text{үй}} = -r\vec{v} \quad (6.4.1)$$

Мұндағы, r – кедергінің коэффициенті, \vec{v} – дененің жылдамдығы. Теріс таңба үйкеліс күші әрқашан қозғалысқа қарсы бағытталдығын көрседі. ОХ осінің бойымен тербелетін сызықты өшетін тербеліс үшін Ньютонның екінші заңын жазайық:

$$m a_x = -kx - r v_x \quad (6.4.2)$$

Мұндағы, m – тербелістегі дененің массасы, v_x және a_x жылдамдық пен үдеудің ОХ осіндегі проекциялары, $-kx$, $r v_x$ қайтарушы және үйкеліс күштерінің ОХ осіндегі проекциялары.

$v_x = \frac{dx}{dt}$, $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$ шамаларын (6.4.2) теңдігіне қойып, түрлендірген соң мына теңдеуді аламыз:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (6.4.3)$$

m массаны, r кедергі және k серпімділік коэффициентін тербелістегі жүйенің параметрлері деп атайды. Егер $\frac{r}{2m} \leq \sqrt{\frac{k}{m}}$ болса, (6.4.3) дифференциалдық теңдеудің шешудің нәтижесінде орын ауыстырудың уақытқа тәуелділік заңдылығы шығады:

$$x = A_0 e^{-\frac{r}{2m}t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (6.4.4)$$

Мұндағы, e – натурал логарифмнің негізі:

$$A = A_0 e^{-\frac{r}{2m}t} \quad (6.4.5)$$

өрнегі өшетін тербелістің амплитудасы.

Өшетін тербелістердің амплитудасы уақыт өтуіне байланысты кедергі коэффициенті артқан, ал массасы азайған сайын (жүйенің инерттілігі кемігенде) жылдам кемиді:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{r}{2m}\right)^2} \quad (6.4.6)$$

шамасы диссипативті жүйенің меншікті циклдік жиілігі, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

үйкеліс күшін ескермегендегі, жүйенің еркін өшпейтін тербелісінің меншікті жиілігі. t және $t+T$ уақыт мезетіндегі өшетін тербелістердің амплитудаларының қатынасын табайық. T – тербеліс периоды.

Өшетін тербелістер периодты емес, өйткені оларда орын ауыстырудың жылдамдықтың, үдеудің максимал мәндері ешқашан қайталанбайды. Сондықтан ω шамасы. π · секундта тербелістегі жүйе қанша рет тепе-теңдік күйден өтетіндігін көрсетсе ғана, оны шартты түрде өшетін тербелістің циклдік жиілігі ретінде қарастыра аламыз. Сондықтан

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - \left(\frac{r}{2m}\right)^2}} \quad (6.4.7)$$

шамасын өшетін тербелістің периоды, дәлірек айтсақ, өшетін тербелістің шартты периоды деп атайды. Өшетін тербелістердің t және $t+T$ уақыт мезетіндегі амплитуданың қатынастарын анықтайық:

$$\frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{A_0 e^{-\frac{r}{2m}t}}{A_0 e^{-\frac{r}{2m}(t+T)}} = e^{\frac{r}{2m}T} \quad (6.4.8)$$

немесе

$$\frac{A_n}{A_{n+1}} = e^{\beta T}$$

Мұндағы, $\beta = \frac{r}{2m}$ өшу коэффициенті деп аталады. (6.4.9)

Т уақыт аралығында бірінен соң бірі келетін амплитудалардың орын ауыстыруларының қатынастарының натурал логорифмін өшудің логарифмдік декременті деп атайды:

$$\delta = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = \beta T \quad (6.4.10)$$

β және δ шамаларының физикалық мағынасын түсіндіру мақсатында τ арқылы тербелістің амплитудасы e есе кемитін уақытты белгілейік:

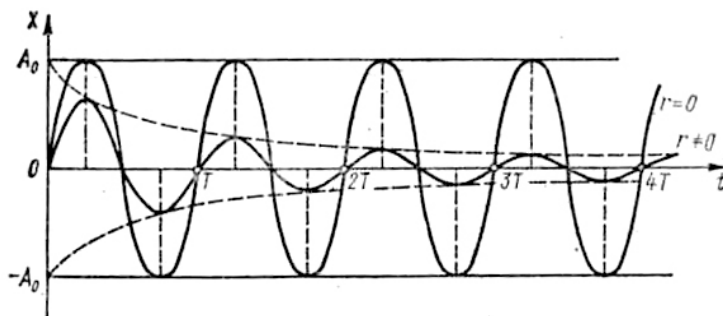
$$\frac{A_0}{A_r} = e^{\beta \tau} = e$$

Бұдан $\beta \tau = 1$ немесе $\beta = \frac{1}{\tau}$ қатынасы шығады. Олай болса, β амплитуда e есе кемитін, τ уақыт аралығына кері физикалық шама.

$\beta = 10^2 c^{-1}$ теңдігі тербеліс амплитудасы $10^{-2} c$ уақытта e есе кемитіндігін көрсетеді. N рет тербеліс жасағанда амплитуда e есе кемісе, мына қатынастар алынады:

$$\tau = N \cdot T, \quad \delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$$

τ - релаксация уақыты. Өшудің логарифмдік декременті N тербеліс жасағанда, амплитудасы e есе кемитін тербеліс санына кері физикалық шама. Мысалы, $\delta = 0,01$ мәні 100 рет тербелгенде амплитуда e есе кемитіндігін көрсетеді. Егер тербелістің өшу коэффициенті онша үлкен болмаса, онда ол шартты алынған периодқа әсерін тигізбейді (6.4.2-сызба).



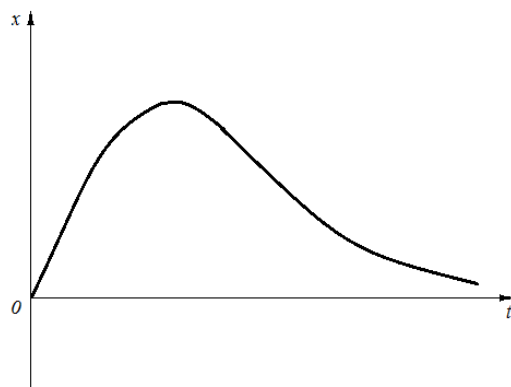
6.4.2-сызба. Тербелістің өшу коэффициенті үлкен болмаса, периодқа әсерін тигізбейді

Егер өшу коэффициенті үлкен болса, амплитуда жылдам кеміп, тербеліс периоды артады. Кедергі критикалық мәнге тең болғанда, яғни:

$$r = r_k = 2m\omega_0 \quad \text{немесе} \quad \beta = \omega_0$$

(6.4.6.) теңдеуінен өшетін тербелістердің циклдік жиілігі нөлге айналатындығын көреміз. Олай болса, тербеліс тоқтайды. Тепе-теңдік күйінен қандай да бір сыртқы күштің әсерінен ауытқыған жүйе, әсер жойылғаннан соң апериодты түрде тепе-теңдік орнына оралады. (6.4.3-сызба)

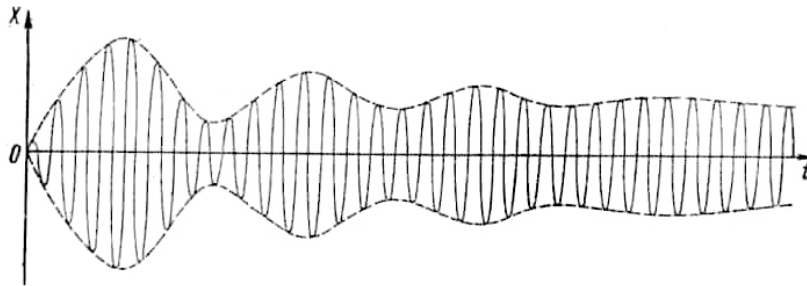
Тербелмелі қозғалыста жүйе тепе-теңдік күйге оралған мезетте, онда кинетикалық энергияның қоры болады. Апериодты қозғалыста тербелістегі жүйенің барлық механикалық энергиясы үйкеліс күшін жеңуге жұмсалады. Үйкеліс күші өте үлкен болғанда апериодты қозғалыс баяу өтеді.



6.4.3-сызба. Апериодты қозғалыс

§ 6.5 Периодты күштің әсерінен пайда болатын еріксіз тербелістер. Еріксіз тербелістердің амплитудасы мен фазасы. Резонанс. Автотербелістер

Тербеліс жасайтын жүйеге серпімді – kx және кедергі – $r\dot{v}$ күштерінен басқа қосымша периодты \vec{F} еріксіз күш әсер етсін делік. Мұндай тербелісті астынан жоғары қарай тең уақыт аралығында итеріліп отыратын серіппеге ілінген жүк жасайды. Егер мәжбүр күштің периодты жүйенің еркін тербелісінің периодына тең болмаса, алғашқыда бірнеше соғу байқалып, содан соң амплитудасы тұрақты тербеліс орнығады. (6.5.1-сызба.)



6.5.1-сызба. Еріксіз тербелістер

Еріксіз және еркін қозғалыстардың қосылуының нәтижесінде, алғашқыда соғу пайда болады. ОХ осінің бойымен еріксіз тербеліс жасайтын массасы m дене үшін қозғалыс теңдеуін жазайық:

$$ma_x = -kx - r v_x + F_x \quad (6.5.1)$$

Мұндағы, F_x - периодты әсер ететін \vec{F} мәжбүр күштің ОХ осіндегі құраушысы.

(6.5.1.) теңдеуіндегі жылдамдық пен үдеуді орын ауыстырудың уақыт бойынша бірінші және екінші туындылары арқылы өрнектеп, төмендегі өрнекті аламыз:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = F_x \quad (6.5.2)$$

Мәжбүрлейтін күш гармоникалық заңмен өзгертін қарапайым жағдайды қарастырайық:

$$F_x = F_0 \cos \omega t \quad (6.5.3)$$

\vec{F} күшінің әсерінен пайда болған жүйенің еріксіз тербелісін гармоникалық, ал циклдік жиіліктерін тең деп алып, тербелістің A амплитудасы мен бастапқы фазасын φ_0 анықтайық:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (6.5.4)$$

(6.5.4) өрнегінен жылдамдық пен үдеуді табамыз:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [A \sin(\omega t + \varphi_0)] = A \omega \cos(\omega t + \varphi_0) \\ a_x &= \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} [A \omega \cos(\omega t + \varphi_0)] = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = A \omega^2 \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \\ x &= A \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \right\} (6.5.5)$$

Осы өрнектерді (6.5.2) теңдігіне қойып, мына теңдеуді аламыз:

$$mA\omega^2 \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) + rA\omega \cos(\omega t + \varphi_0) + kA^2 \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) = F_0 \cos \omega t$$

Теңдіктің барлық мүшелерін mA бөлейік:

$$\omega^2 \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{r}{m} \omega \cos(\omega t + \varphi_0) + \frac{k}{m} \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{F_0}{mA} \cos \omega t \quad (6.5.6)$$

$\frac{k}{m} = \omega_0^2$ және $\frac{r}{2m} = \beta$ ескерсек, (6.5.6) теңдігінен төмендегі өрнек шығады:

$$A_1 \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_0) + A_3 \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) = A_4 \cos \omega t \quad (6.5.7)$$

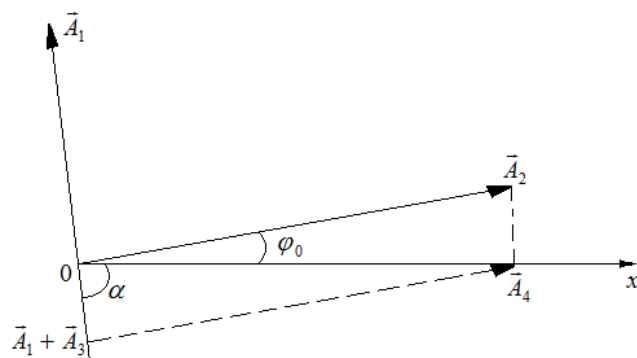
$$\text{Мұндағы, } A_1 = \omega^2, \quad A_2 = 2\omega\beta, \quad A_3 = \omega_0^2, \quad A_4 = \frac{F_0}{mA} \quad (6.5.8)$$

(6.5.7) теңдігінің оң жағын үш гармоникалық тербелістің қосындысынан алынған гармоникалық тербеліс ретінде қарастыруға болады. Тербелістерді қосу үшін векторлық диаграмма әдісін пайдаланамыз. ОХ түзуін жүргізіп, $\vec{A}_4 = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3$ болатындай етіп төрт векторды ОХ түзуімен бастапқы фазаларына сәйкес келетін бұрыштармен орналастырайық. (6.5.2-сызба)

6.5.2-сызбадан $A_4^2 = (A_3 - A_1)^2 + A_2^2$ теңдігі шығады.

(6.5.8) қатынастарын пайдалансақ, амплитуда мынаған тең болады:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (6.5.9)$$



6.5.2-сызба. Векторлық диаграмма

Орныққан еріксіз тербелістердің амплитудасы мәжбүрлейтін күштің F_0 амплитудасына тура, жүйенің массасына кері пропорционал. Өшу коэффициенті артқан сайын тербелістің амплитудасы кемиді. F_0, m, β тұрақты болса, амплитуда жүйедегі мәжбүрлеуші күштің (ω) және өшпейтін еркін тербелістердің (ω_0) жиіліктерінің арақатынасына тәуелді. 6.5.2-сызбасы орнықталған еріксіз тербелістің жылдамдығы мен мәжбүрлеуші күш арасындағы φ_0 фазаның ығысуын және орын ауыстыруы мен мәжбүрлеуші күш арасындағы $\alpha = \varphi_0 - \frac{\pi}{2}$ ығысу фазаларын анықтауға мүмкіндік береді:

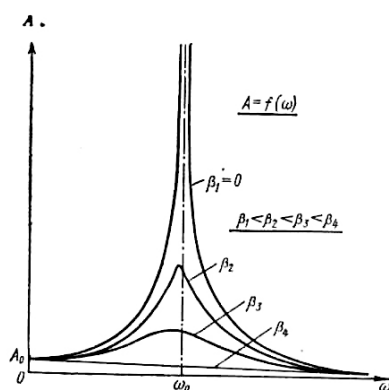
$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_3 - A_1}{A_2} = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\beta\omega} \quad (6.5.10)$$

немесе

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (6.5.11)$$

(6.5.9) өрнегін зерттеп, еріксіз тербеліс амплитудасының мәжбүрлеуші күштің циклдік жиілігіне тәуелділік графигін саламыз. (6.5.3-сызба)

а. Мәжбүрлеуші күштің циклдік жиілігі $\omega = 0$ болған жағдайда тербеліс болмайды. Еріксіз тербелістегі орын ауыстыру F_0 тұрақты күш әсер еткендегі статикалық деформацияға тең.



6.5.3-сызба. Амплитуданың циклдік жиілікке тәуелділік графигі

$$x = A_0 = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}$$

Сондықтан A_0 ауытқуын статикалық амплитуда деп атайды.

ә. Егер өшу жоқ болса, $\left(\beta_1 = \frac{r}{2m} = 0\right)$ мәжбүрлеуші F күштің ω жиілігі өсіп, $\omega = \omega_0$ болғанда шексіз үлкен мәнді иеленіп, қайтадан кеми бастайды $\left(\lim_{\omega \rightarrow \infty} A = 0\right)$

б. Егер өшу бар болса, $(\beta \neq 0)$ (6.5.9) теңдеуінің оң бөлігі минимумға жеткенде, амплитуда максимал мәнді иеленеді. Түбір астындағы өрнектің ω бойынша алынған бірінші туындыны нөлге теңестіріп, минимум шартын аламыз:

$$-4(\omega_0^2 - \omega_{\text{рез}}^2) + 8\beta^2 \omega_{\text{рез}} = 0 \quad (6.5.12)$$

Мұндағы, $\omega_{\text{рез}}$, $A = A_{\text{max}}$ болғандағы мәжбүрлеуші \vec{F} күштің циклдік жиілігі. (6.5.12) өрнегін түрлендірсек, мына теңдік шығады:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - 2\beta^2}{\omega_0^2}} \quad (6.5.13)$$

$\omega_{\text{рез}}$ циклдік жиілікті резонанстық, ал еріксіз тербелістің амплитудасының артып, мәжбүрлеуші күштің циклдік жиілігінің $\omega_{\text{рез}}$ мәніне жақындауын резонанстық құбылыс деп атайды.

(6.5.13) формуласынан консервативті жүйе үшін ($\beta = 0$) $\omega_{\text{рез}} = \omega_0$, ал диссипативті жүйеде $\omega_{\text{рез}}$ меншікті циклдік жиіліктен $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ шамасы кіші екендігін көреміз. Өшу коэффициенті артқан сайын, резонанс құбылысы әлсіз байқалып, $\beta \geq \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ болғанда жойылады. Резонанс

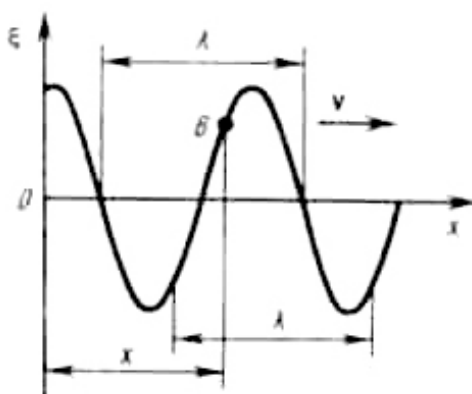
құбылысы радиотехникада (радиоқабылдағышты белгілі радиостанцияның жиілігіне келтіру), акустикада (дыбыстарды талдау, оларды күшейту, т.б.) жиі қолданылады. Сонымен қатар периодты күштер әсер ететін әртүрлі құбылыстар мен машиналар үшін резонанс құбылысы өте қауіпті. Мысалы, машинаның айналатын бөліктері, турбина валдары, ұшақтың винттері абсолют дәл тепе-теңдік күйде болмағандықтан (олардың массалар центрі айналу осімен салыстырғанда сәл ауытқыған), оларға айнымалы күш әсер етіп, еріксіз тербеліс жасайды. Айнымалы күштер әсер ететін құбылыстар мен қондырғыларды жобалағанда міндетті түрде арнайы есептеулер арқылы резонанс құбылысының пайда болуына кедергі жасалады.

Өшетін тербелістерде жүйенің энергиясы ортаның кедергісін жеңуге жұмсалады. Егер осы кеміген энергияны толықтырып отырсақ, тербеліс өшпейді. Жүйенің энергиясын толықтыру сырттан әсер ету арқылы іске асырылады. Бірақ әсер жүйеге оның тербелісімен бағыттас бірдей жиілікпен берілуі қажет. Бұл шарт орындалмаса, тербеліс әлсірейді немесе мүлдем тоқтайды. Тербелісі бастапқы сілкіністен немесе периодты әсер күшінен туындайтын, сырттан келетін энергияның салдарынан пайда болатын және энергияны өзі реттейтін жүйе автотербелістегі жүйе деп аталады. Автотербелетін жүйеге сағат механизмін жатқызуға болады. Автотербелістердің жиілігі және амплитудасы жүйенің қасиеттерімен анықталады. Қарапайым автотербелістегі жүйенің өзі күрделі теңдеулермен сипатталады.

§ 6.6 Толқындық қозғалыстардың негізгі сипаттамалары

Қандай да бір ортада қоздырылған тербеліс ортаның қасиеттеріне тәуелді шекті жылдамдықпен тарайды. Тербеліс таралатын ортаны тұтас, яғни кеңістікте үздіксіз үлестірілген және серпімділік қасиеті бар орта ретінде қарастырамыз. Уақыт және кеңістік бойынша периодты тербелістің тұтас ортада таралуын толқындық үрдіс деп атайды. Толқындар тарағанда ортаның бөлшектері толқынмен бірге қозғалмай, өзінің тепе-теңдік күйінің айналасында тербеледі. Толқынмен бірге ортаның бір бөлшегінен екіншісіне тербелмелі қозғалыстың күйі және энергиясы беріледі. Сондықтан барлық толқындардың, олардың табиғатына тәуелсіз негізгі қасиеті заттың тасымалданбай, энергияның тасымалдануы болып табылады. Табиғатпен

техникада мынадай типті толқындар кездеседі: сұйықтардың бетіндегі толқындар, серпімді және электромагниттік толқындар. Серпімді ортада механикалық қоздырудың таралуы серпімді толқындар деп аталады. Серпімді толқындар қума және көлденең толқындарға бөлінеді. Қума толқындарда ортаның бөлшектері толқынның таралу бағытында тербелсе, көлденең толқындарда оған перпендикуляр бағытта тербеледі. Қума толқындар созылу және сығылу кезінде серпімді күштер пайда болатын орталарда тарайды (қатты денелерде, сұйықтар мен газдарда), ал көлденең толқындар ығысу деформациясында серпімді күштер туындайтын орталарда (қатты денелерде) тарайды. Сұйықтар мен газдарда қума, ал қатты денелерде қума және көлденең толқындар таралады. Ортаның бөлшектерінің тербелісі гармоникалық болатын синусоидалық серпімді толқынның таралуын қарастырайық. 6.6.1-сызбада x осінің бойымен v жылдамдықпен тарайтын синусоидалық көлденең толқын келтірілген. Яғни, толқындық үрдіске қатысатын бөлшектің орын ауыстыруымен олардың тербеліс көзінен (0) қандай да бір t уақыт мезетіндегі арақашықтығы мен x арасындағы тәуелділік келтірілген.



6.6.1-сызба $\xi(x,t)$ графигі

$\xi(x,t)$ функциясының графигі гармоникалық тербелістің графигіне ұқсас болғанымен, олардың арасында айырмашылық бар. Толқынның графигі ортаның барлық бөлшектерінің орын ауыстыруларының (берілген уақыттағы) тербелістің көзіне дейінгі қашықтыққа тәуелділігін, ал тербелістің графигі берілген бөлшектің орын ауыстыруының уақытқа тәуелділігін береді. Бірдей фазада тербелетін жақын орналасқан бөлшектердің арақашықтығын толқын ұзындығы λ деп атайды:

$$\lambda = v \cdot T \quad (6.1.1)$$

Немесе $T = \frac{1}{\nu}$ ескерсек, төмендегі теңдік шығады:

$$v = \lambda \nu \quad (6.1.2)$$

Мұндағы, v - толқынның таралу жылдамдығы, ν - жиілігі, T – периоды. t уақыт мезетінде тербеліс жететін нүктелердің геометриялық орнын толқындық фронт деп атайды. Толқындық беттер шексіз көп, ал уақыттың әрбір мезетінде толқындық фронт біреу ғана болады. Толқындық беттер бір-біріне параллель жазықтықтар немесе концентрлі сфералық беттер болуы мүмкін. Осыған сәйкес толқындар жазық немесе сфералық толқынға бөлінеді.

§ 6.7 Қума толқынның теңдеуі. Фазалық жылдамдық. Толқынның теңдеуі. Топтық жылдамдық. Тұрғын толқынның теңдеуі

Кеңістікте энергия тасымалдайтын толқындарды қума толқындар деп атайды. Толқындардағы энергияның тасымалдануы, мөлшері жағынан энергия ағыны тығыздығының векторымен сипатталады. Серпінді толқындар үшін бұл вектор Умов-Пойтинг векторы деп аталады. Умов-Пойтинг векторының бағыты энергияны тасымалдау бағытына сәйкес келеді. Оның модулі толқынның ағынына перпендикуляр орналасқан, бірлік ауданнан бірлік уақытта өтетін толқынның энергиясына тең. Қума толқынның теңдеуін қорытып шығару үшін (тербелістегі бөлшектің орын ауыстыруының координата мен уақытқа тәуелділігі) x осінің бағыты толқынның таралу бағытымен бағыттас жазық синусоидальды толқынды қарастырамыз. (6.6.1-сызба). Берілген жағдайда толқындық беттер x осіне перпендикуляр және толқындық беттің барлық нүктеледі бірдей тербелетіндіктен, орын ауыстыру ξ ; x пен t -ға тәуелді. $\xi = \xi(x, t)$.

6.6.1-сызбадағы 0 тербеліс көзінен x қашықтықта орналасқан B бөлшегін қарастырайық. Егер $x = 0$ жазықтығында жатқан бөлшектердің тербелісі $\xi(0, t) = A \cos \omega t$ теңдеуімен сипатталса, онда ортаның B нүктесі осы заңмен тербеледі, бірақ оның тербелісі уақыт бойынша көздің тербелісінен τ -ға қалыс болады. Өйткені толқын x қашықтықты жүріп өту үшін $\tau = \frac{x}{v}$ уақыт қажет. Сондықтан x жазықтығында жатқан бөлшектердің тербелістерінің теңдеуі мынадай түрді қабылдайды:

$$\xi(x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{x}{v}\right) \quad (6.7.1)$$

Бұдан толқынның негізгі белгісі шығады: кеңістікпен уақыт бойынша өтетін периодты үрдісті толқын деп атайды. (6.7.1.) өрнегі қума толқынның теңдеуі. Егер жазық толқын x осіне қарсы бағытта таралса, теңдеу төмендегідей жазылады:

$$\xi(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right] \quad (6.7.2)$$

Мұндағы, $A = \text{const}$ толқынның амплитудасы, ω циклдік жиілігі, φ_0 тербелістің бастапқы фазасы, $\left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$ жазық толқынның фазасы.

Синусоидалық толқынды сипаттау мақсатында толқындық сан қолданылады:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v \cdot T} = \frac{\omega}{v} \quad (6.7.3)$$

(6.7.3) және (6.7.2) теңдіктерін ескерсек, мына теңдеу шығады:

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \quad (6.7.4)$$

$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$, мұндағы, $i = \sqrt{-1}$ жорамал сан. Л.Эйлер теңдеуінің негізінде жазық синусоидалды толқынның теңдеуі мынадай түрде жазылады:

$$\xi(x, t) = A e^{i(\omega t - kx + \varphi_0)}$$

Теңдеудің нақты бөлігінің ғана физикалық мағынасы бар. Толқындық үрдісте фазаны тұрақты деп алып, төмендегі теңдікті дифференциалдасақ;

$$\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 = \text{const} \quad (6.7.5)$$

мына өрнекті аламыз:

$$dt - \frac{1}{v} dx = 0 \quad (6.7.6)$$

Бұдан жылдамдықты табайық: $\frac{dx}{dt} = v$

теңдеуіндегі толқынның таралу жылдамдығын, толқынның фазасының ығысу жылдамдығы ретінде қарастырамыз. Сондықтан оны фазалық жылдамдық деп атайды. Сфералық синусоидалық толқынның теңдеуі мынадай түрде жазылады:

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) \quad (6.7.7.)$$

Мұндағы, r – толқынның центрінен ортаның қарастырылып отырған нүктесіне дейінгі қашықтық. Энергияны жұтпайтын ортада тарайтын сфералық толқынның амплитудасы $\frac{1}{r}$ заңымен кемиді. (6.7.7) теңдеуі тербеліс көзі нүктелік болғанда орындалады. (6.7.3) өрнегінен

$$v = \frac{\omega}{R} \quad (6.7.8)$$

қатынасы алынады.

Синусоидалық толқынының фазалық жылдамдығы жиілікке тәуелді. Бұл құбылыс толқындардың дисперсиясы деп аталады. Біртекті, изотропты ортада тарайтын толқын, жалпы жағдайда дербес туындылы дифференциалдық теңдеумен сипатталады:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

немесе
$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (6.7.9)$$

Мұндағы, v фазалық жылдамдық, $\Delta = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}$ П.С. Лаплас операторы.

x осінің бойымен тарайтын жазық толқынның, толқындық теңдеуі төмендегідей өрнектеледі:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (6.7.10)$$

Егер бір мезгілде бірнеше толқын ортада тарап, оның қасиеттерін өзгертпесе, толқындарды суперпозициялауға болады. Суперпозиция принципі және Ш.Фурье жіктеуі кез келген толқынды синусоидалды толқындар тобына келтіреді. Толқындық пакет деп әрбір уақыт мезегінде кеңістіктің шектелген облысын алатын жиіліктері бір-біріне жақын толқындарды суперпозициялауды айтады. x осінің бойымен тарайтын амплитудалары бірдей, жиіліктері мен толқындық сандары бір-біріне жақын

($d\omega \ll \omega, dk \ll k$) суперпозициялаудан алынған толқындық пакеттің теңдеуін жазамыз:

$$\begin{aligned}\xi &= A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] = \\ &= 2A_0 \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \cos(\omega t - kx)\end{aligned}$$

Бұл толқынның синусоидалықтан айырмашылығы бар, өйткені оның амплитудасы $A = 2A_0 \left[\cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \right]$ x координата мен t уақытының баяу өзгертін функциясы. Синусоидалы емес толқынның (толқындық пакеттің) таралу жылдамдығы ретінде толқындық пакеттің центрі болып есептелетін амплитуданың максимумы алынады. $td\omega - xdk = \text{const}$ шартынан мына қатынас алынады:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} = u \quad (6.7.11)$$

Мұндағы, u – топтық жылдамдық. Топтық $u = \frac{d\omega}{dk}$ және фазалық $v = \frac{\omega}{k}$ жылдамдықтар арасындағы байланысты қарастырамыз. $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ ескерсек, төмендегі өрнек шығады:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(vk)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = v + k \left(\frac{dv}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk} \right) = v + k \left(-\frac{\lambda}{k} \right) \frac{dv}{d\lambda}$$

$$\text{немесе} \quad u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (6.7.12)$$

(6.7.12) формуласынан u топтық жылдамдықтың v фазалық жылдамдықтан $\frac{dv}{d\lambda}$ таңбасына байланысты артық немесе кіші

болатындығын көреміз. Дисперсиясы жоқ ортада $\frac{dv}{d\lambda} = 0$ топтық

жылдамдық фазалық жылдамдықпен дәл келеді. Радиолокация арқылы қашықтықты анықтағанда, ғарыштық объектілерді басқаратын жүйелерде топтық жылдамдықты білудің маңызы үлкен. Салыстырмалылықтың арнайы теориясында топтың жылдамдық $v \leq c$, ал фазалық жылдамдыққа шектеу жоқ екендігі дәлелденген.

Жиіліктері мен амплитудалары бірдей бір-біріне қарсы бағытта қозғалатын екі синусоидальдық толқынның қосылуынан туындайтын толқынды қума толқын деп атайды. Екі толқынның фазалары бірдей нүктені координата бас нүктесі деп алып, уақытты санауды екі толқынның фазасы нөлге тең болған мезеттен бастасақ, x осінің бағытымен бағыттас және оған қарсы таралатын толқындардың теңдеулері төменде келтірілген формулалармен сипатталады:

$$\begin{aligned}\xi_1 &= A \cos(\omega t - kx) \\ \xi_2 &= A \cos(\omega t + kx)\end{aligned}\quad (6.7.13)$$

Теңдеулерді қосып, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ескерсек, тұрғын толқынның теңдеуін аламыз:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cos \omega t = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos \omega t \quad (6.7.14)$$

(6.7.14) теңдеуінен тұрғын толқынның әрбір нүктесі жиілігі ω , амплитудасы x координатасына тәуелді $A_{\text{мырғ}} = \left| 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \right|$ тербеліс жасайтынын көреміз. Ортаның

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (6.7.15)$$

нүктелерінде тұрғын толқынның амплитудасы максимал $2A$ мәнін иеленсе,

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (6.7.16)$$

нүктелерінде амплитуда нөлге айналады. Амплитуда максимал $A_{\text{мырғ}} = 2A$ нүктелерді тұрғын толқынның шоғырлары, амплитудалары нөлге тең ($A_{\text{мырғ}} = 0$) нүктелерді түйіндері деп атайды.

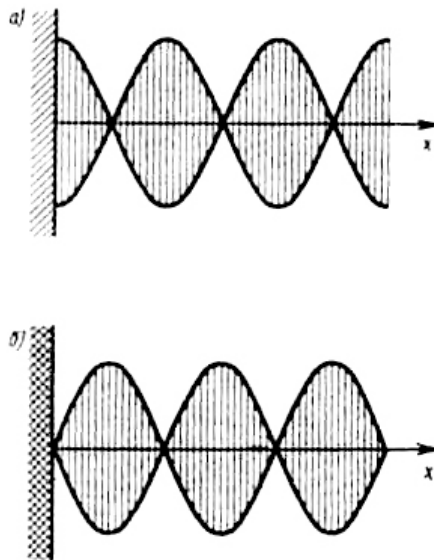
(6.7.15) және (6.7.16) өрнектерінен шоғырлар мен түйіндердің координаталарын аламыз:

$$x_{\text{ш}} = \pm m \frac{\lambda}{2} \quad \pi(m = 0, 1, 2, \dots) \quad (6.7.17)$$

$$X_{\text{түйін}} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad \pi(m = 0, 1, 2, \dots) \quad (6.7.18)$$

(6.7.17) және (6.7.18) теңдіктерінен көрші шоғырлар мен көрші түйіндердің арақашықтығы $\frac{\lambda}{2}$ тең болатындығы шығады. Шоғыр мен көрші түйіннің арасы $\frac{\lambda}{4}$ тең. Тұрғын толқындар, қума толқын мен шағылған толқынның интерференциясынан пайда болады. Толқын шағылысатын шекарада түйін туындайды. Егер толқын шағылатын ортаның тығыздығы кемірек болса, шағылатын жерде шоғыр (6.7.1-сызба а) тығызырақ болса, түйін (6.7.1-сызба ә) пайда болады. Толқын тығызырақ ортадан шағылып фазасын қарсы өзгертеді. Яғни, шекарадағы бір-біріне қарсы бағытталған толқындар қосылып, нәтижесінде түйін пайда болады.

Егер толқын тығыздағы азырақ ортадан шағылса, фаза өзгермей шекарадағы бірдей фазалы тербелістер қосылып түйіндер пайда болады.



6.7.1-сызба. Толқынның тығыздықтары әртүрлі орталардан шағылуы

Қума толқынның таралу бағытымен энергия тасымалданса, тұрғын толқындарда энергия тасымалданбайды. Себебі түскен және шағылған амплитудалары бірдей толқындар қарама-қарсы бағытта бірдей энергияларды тасымалдайды. Сондықтан түйіндер арасында орналасқан тұрғын толқындар энергиясы тұрақты. Тек арақашықтық толқын ұзындығының жартысына тең болғанда кинетикалық энергия потенциалдық немесе керісінше, потенциалдық энергия кинетикалық энергияға айналады.

§ 6.8 Доплер эффектісі. Дыбыс толқындары. Ультрадыбыс және оның қолдануылуы

К. Доплер эффектісі деп қабылдағышқа келетін толқын жиілігінің толқын көзінің немесе қабылдағыштың бір-бірімен салыстырғандағы жылдамдығына байланысты өзгеруін айтады. Мысалы, тәжірибеден поездың гуілінің үні платформаға жақындаған сайын артып, алыстаған сайын кемитіндігі белгілі. Яғни, тербеліс көзінің (поездың гуілі) қабылдағышпен (кұлак) салыстырғандағы қозғалыс қабылданатын толқынның жиілігін өзгертеді. К. Доплер эффектісін талқылау үшін дыбыс көзі және қабылдағыш оларды қосатын түзудің бойымен $v_{\text{коз}}$ және $v_{\text{каб}}$ жылдамдықтармен қозғалсын делік. Егер көз қабылдағышқа жақындаса, жылдамдықтар оң, ал қашықтаса теріс деп есептелік. Көздің тербеліс жиілігі ν_0 тең.

а. Көзбен, қабылдағыш ортамен салыстырғанда тыныштықта болсын, яғни $v_{\text{коз}} = v_{\text{каб}} = 0$. Егер v қарастырып отырған ортадағы дыбыс

толқынының таралу жылдамдығы болса, толқын ұзындығы $\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu_0}$

болады. Ортада таралу арқылы толқын қабылдағышқа жетіп, оның дыбыс сезгіш элементін мынадай жиілікпен тербелтеді:

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{vT} = \nu_0$$

Қабылдағыш тіркейтін дыбыс жиілігі ν көзден шығатын дыбыс толқынының жиілігіне ν_0 тең.

ә. Қабылдағыш тыныштықтағы көзге жақындасын. $v_{\text{каб}} > 0, v_{\text{коз}} = 0$. Толқынның қабылдағышпен салыстырғандағы жылдамдығы $v + v_{\text{каб}}$ тең. Толқын ұзындығы өзгермейтіндіктен, төмендегі қатынас алынады:

$$\nu = \frac{v + v_{\text{каб}}}{\lambda} = \frac{v + v_{\text{каб}}}{v \cdot T} = \frac{(v + v_{\text{каб}}) \nu_0}{v} \quad (6.8.1)$$

Яғни, қабылдағышқа келетін толқынның жиілігі көздің тербеліс жиілігінен $\frac{v + v_{\text{каб}}}{v}$ есе артық.

б. Көз тыныштықтағы қабылдағышқа жақындасын. $v_{\text{коз}} > 0, v_{\text{каб}} = 0$. Тербелістің таралу жылдамдығы ортаның қасиетіне байланысты

болғандықтан, көздің тербеліс периодына тең уақытта шығатын толқын қабылдағышқа қарай $v \cdot T$ жол жүреді. Осы уақытта көз толқын бағытымен орын ауыстырады (6.8.1-сызба). Қозғалыс бағытындағы толқын ұзындығы қысқарып, мына формуламен есептеледі:

$$\lambda' = \lambda - v_{\text{каб}} T = (v - v_{\text{каб}}) \cdot T \quad (6.8.2)$$

Онда

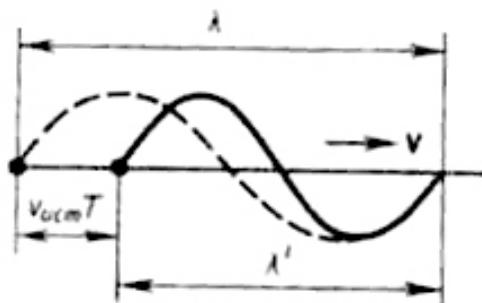
$$v = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_{\text{коз}}) \cdot T} = \frac{v v_0}{v - v_{\text{коз}}} \quad (6.8.3)$$

Қабылдағышқа келетін толқынының v жиілігі $\frac{v}{v - v_{\text{коз}}}$ есе артады.

в. Көз бен қабылдағыш бір-бірімен салыстырғанда қозғалсын. Алдыңғы нәтижелерді пайдаланып, көз қабылдайтын тербелістің жиілігін жалпылама түрде жазамыз:

$$v = \frac{(v \pm v_{\text{каб}}) v_0}{v \pm v_{\text{каб}}} \quad (6.8.4)$$

Алдындағы плюс таңба қабылдағыштың көзге жақындауын, минус таңба оның алыстайтынын көрсетеді. Бөліміндегі плюс таңба алыстағанға, минус таңба жақындауына сәйкес келеді. Келтірілген формулалардан К. Доплер эффектісі қабылдағышпен көздің қозғалысына, тәуелді әртүрлі болады.



6.8.1-сызба. Толқын ұзындығының қысқаруы

Жиілігі $16 - 20000 \text{ Гц}$ аралығындағы ортада тарайтын серпімді толқынды дыбыс деп атайды. Жиілігі $v < 16 \text{ Гц}$ (инфрадыбыс) және

$\nu > 20\text{кГц}$ (ультрадыбыс) толқындарды адамның құлағы сезбейді. Газдар мен сұйықтарда сығылу (созылу) деформациясы кезінде серпімділік қасиеті туындайтындықтан, онда тек кума толқындар тарайды. Қатты денелердегі дыбыс толқындары кума немесе көлденең болуы мүмкін. Өйткені қатты денелердің сығылу (созылу) және ығысу деформацияларының серпімділік қасиеттері бар. Дыбыс толқынның таралу бағытына перпендикуляр орналасқан бірлік ауданнан бірлік уақытта өтетін уақыт бойынша орташа энергияның шамасын дыбыстың интенсивтілігі деп атайды:

$$J = \frac{W}{St} \quad (6.8.5)$$

Адам құлағының сезімталдығы әртүрлі жиілік үшін әртүрлі болады. Құлақ дыбысты сезуі үшін толқын қандайда бір минималь интенсивтілікті иеленуі қажет. Егер интенсивтілік белгілі бір шектен шықса, дыбыс естілмейді немесе құлақты ауырта бастайды. Сондықтан дыбыс тербелісінің әрбір жиілігі үшін оны қабылдай алатын интенсивтіліктің төменгі және жоғарғы мәндері бар. Дыбыстың интенсивтілігі артса, қаттылығы төменде келтірілген логарифмдік заңмен ұлғаятындығы дәлелденген:

$$L = \lg\left(\frac{J}{J_0}\right) \quad (6.8.6)$$

Мұндағы, J_0 барлық дыбыстар үшін $10^{-12} \frac{Вт}{м^2}$ тең дыбыстың естілу табалдырығындағы интенсивтілігі. L дицебалмен өлшенетін дыбыстың интенсивтілігінің деңгейі. Дыбыстың физиологиялық сипаттамасы фонмен өлшенетін деңгейі болып табылады. Мысалы, метро вагонындағы шуыл үлкен жылдамдықта 90 фон болса, 1 м қашықтағы сыбырлау 20 фонға тең. Дыбысты сезу тембрдің биіктігімен сипатталады. Жиілік артса, дыбыстың биіктігі жоғарылайды. Реал дыбыс әртүрлі жиіліктердегі гармоникалық тербелістердің қосындысынан тұрады. Яғни, ол акустикалық тұтас немесе сызықты спектрлермен сипатталады. Акустикалық спектрлердің сипаттамасы және энергияның анықталған жиіліктер аралығында үлестірілуі тембр деп аталатын дыбыстың сезгіштігін анықтайды. Мысалы, бір нотаны алатын әртүрлі әншілердің акустикалық спектрлері бірдей емес (олардың тембрлері әртүрлі). Кез келген серпімді ортада дыбыс жиілігімен тербелетін дене оның көзі болады. (Домбырада оның шегі, үрмелі құбыршада ауаның көлемі). Дене тербелісін өзіне жақын орналасқан ортаның бөлшектеріне беру арқылы белгілі бір жылдамдықпен толқын таратады. (Толқынның жиілігі көздің тербелу жиілігіне тең). Толқынның ортадағы таралу

жылдамдығы, оның тығыздығы мен серпімділік қасиеттеріне тәуелді. Газдардағы дыбыстың таралу жылдамдығы мына формуламен есептеледі:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \quad (6.8.7)$$

Мұндағы, R универсал газ тұрақтысы, M молярлық масса, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

тұрақты қысым мен көлемдегі газдың молярлық жылу сыйымдылықтарының қатынасы, T – температурасы. Формуладан газдардағы дыбыс жылдамдығының қысымға тәуелсіз және температура ұлғайған сайын артатындығы шығады. Молярлық масса артқан сайын, дыбыс жылдамдығы кемиді. Мысалы, $T=273K$ температурада дыбыстың ауадағы

($M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$) жылдамдығы 331 м/с , ал сутегідегісі

($M = 2 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$) 1260 м/с тең.

Дыбыстың орталардағы жылдамдығын тәжірибе жүзінде өлшеу арқылы олардың адиабаталық және изотермалық модульдерін, сығылу коэффициенттерін, тұрақты қысым мен көлемдегі жылу сыйымдылықтардың қатынастарын белгілі формулаларды пайдаланып есептей аламыз.

Жиілігі $\nu > 20кГц$ дыбысты (ультрадыбысты) құлақ естімейді. Ультрадыбыстың жиілігі жоғары, толқын ұзындығы кіші болғандықтан, оны жарық сияқты бағытталған толқын ретінде алуға болады. Мысалы, кері пьезоэлектрлік эффект құбылысында кварц немесе барий титанының қалақшаларын айнымалы электр өрісіне орналастырсақ, ол деформацияланып, еріксіз тербеледі. Қалақшаның мешікті жиілігіндегі резонанста амплитудасы үлкен тербеліс алынып, ультрадыбыс толқынының интенсивтілігі жоғарылайды.

Осыған ұқсас ферромагниттен жасалған өзекшені жылдам өзгертін айнымалы магнит өрісіне орналастырсақ, ол механикалық тербеліске ұшырайды. Тербелістің амплитудасы резонанс кезінде максимал.

Ультрадыбыс практикада және техникада (бағытталған су асты сигнализациясында, су астындағы заттардың қашақтығын, теңіздің тереңдігін анықтауда), ғылыми-зерттеу жұмыстарында (заттардағы ақауларды, анықтау, әртүрлі үрдістерге кристаллизацияға, диффузияға, жылу және масса алмасуға әсер ету), медицинада диагностика жасауда, хирургияда қолданылады.

Есептер мен мысалдар

1. Нүкте $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ заңы бойынша тербеліс жасайды. Егер $x(0) = -\sqrt{3} \text{ см}$ және $x(0) < 0$ болғандағы бастапқы фаза мен $t = 0$ уақыт мезетіндегі векторлық диаграмманы тұрғызындар ($A = 2 \text{ см}$).

Берілгені: $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, $x(0) = -\sqrt{3} \text{ см}$, $x(0) < 0$, $t = 0$.

Табу керек: φ , векторлық диаграмманы тұрғызу.

Шешімі: қозғалыс теңдеуін пайдаланып, $t = 0$ уақыт мезетіндегі орын ауыстыруды бастапқы фазамен өрнектейік:

$$x(0) = A \cos \varphi$$

Бұдан бастапқы фазаны табамыз:

$$\varphi = \arccos \frac{x(0)}{A}$$

Осы өрнекке берілген мәнерді $x(0)$, A қоямыз.

$$\varphi = \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ аргументінің мәнін екі бұрыш қанағаттандырады $\varphi_1 = \frac{5\pi}{6}$ және $\varphi_2 = \frac{7\pi}{6}$. Келтірілген екі бұрыштың қайсысы $x(0) < 0$ шартын

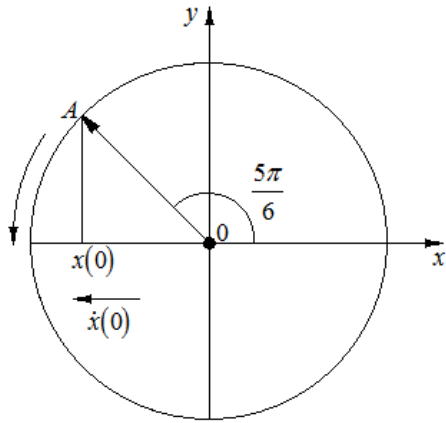
қанағаттандыратын анықтау үшін $\dot{x}(t)$ табамыз:

$$\dot{x}(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$$

Осы өрнекке $t = 0$ және кезекпен $\varphi_1 = \frac{5\pi}{6}$, $\varphi_2 = \frac{7\pi}{6}$ мәндерін қойып, төмендегі теңдіктерді аламыз:

$$\dot{x}_1(0) = -\frac{1}{2} A \omega \quad \text{және} \quad \dot{x}_2(0) = \frac{1}{2} A \omega$$

Әрқашан $A > 0, \omega > 0$ болғандықтан, $x(0) < 0$ шартын тек бастапқы фазаның бірінші мәні қанағаттандырады. Сондықтан ізделініп отырған бастапқы фаза $\varphi = \frac{5\pi}{6}$ φ -дің табылған мәні бойынша векторлық диаграмманы тұрғызамыз (1-сызба).



1-сызба. Тербелістің векторлық диаграммасы

2. Массасы 5 г материалдық нүкте жиілігі 0,5 Гц, амплитудасы 3 см гармоникалық тербеліс жасайды. Орын ауыстыру 1,5 см болғандағы уақыт мезетіндегі жылдамдықты, нүктеге әсер етуші максимал күшті, толық энергияны табыңыздар.

Берілгені:

$$m = 5\text{г} = 5 \cdot 10^{-3}\text{кг}, \quad \nu = 0,5\text{Гц}, \quad A = 3\text{см}, \quad x = 1,5\text{см} = 1,5 \cdot 10^{-2}\text{м}.$$

Табу керек: ν, F_{\max}, E .

Шешімі: гармоникалық тербелістің теңдеуін жазамыз:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

Жылдамдықты орын ауыстырудан уақыт бойынша туынды алып анықтаймыз:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [A \cos(\omega t + \varphi)] = -A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

Жылдамдықты орын ауыстыру арқылы өрнектеу үшін (1) және (2) теңдіктерінен уақытты шығарып тастаймыз. Екі теңдеуді квадраттап біріншісін A^2 , екіншісін $A^2 \omega^2$ бөлсек, төмендегі қатынас шығады:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2 \omega^2} = 1$$

$$\text{немесе } \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{4\pi^2 \nu^2 A^2} = 1$$

Соңғы теңдеуден жылдамдықты табайық:

$$v = \pm 2\pi\sqrt{A^2 - x^2} = \pm 2 \cdot 3,14 \cdot 0,5\sqrt{(9 - 2,25)10^{-4}} \text{ м/с} = \pm 0,082\text{м,0}$$

Оң таңба жылдамдықтың бағыты x осінің бағытымен бағыттас, ал теріс таңба қарама-қарсы екендігін көрсетеді. Нүктеге әсер ететін күшті Ньютонның екінші заңын пайдаланып анықтаймыз:

$$\begin{aligned} F = ma &= m \frac{d^2x}{dt^2} = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d}{dt} [-A\omega \sin(\omega t + \varphi)] = -mA\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = \\ &= -4m\pi^2 v^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Максимал күшті есептейік

$$F_{\max} = 4\pi^2 v^2 mA = 4 \cdot (3,14)^2 \cdot (0,5)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ Н} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$$

Тербелістегі нүктенің толық энергиясы потенциалдық энергия мен кинетикалық энергияның қосындысына тең. Кинетикалық энергия максимал мәнін қабылдағанда потенциалдық энергия нөлге тең. Сондықтан

$$\begin{aligned} E = T_{\max} &= \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = |v_{\max} = 2\pi v A| = \frac{1}{2} m \cdot 2\pi v A = \\ &= 2 \cdot (3,14)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot (0,5)^2 \cdot (3 \cdot 10^{-2}) = 22,1 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \end{aligned}$$

3. $x_1 = A_1 \cos \omega(t + \tau_1), x_2 = A_2 \cos \omega(t + \tau_2)$ теңдеулерімен сипатталатын бір бағыттағы фазаларын φ_1, φ_2 , қорытқы амплитуда мен фазаны тауып, қорытқы тербелістің теңдеуін жазыңыздар.
 $A_1 = 1\text{см}, A_2 = 2\text{см}, \tau_1 = \frac{1}{6}\text{с}, \tau_2 = \frac{1}{2}\text{с}, \omega = \pi\text{с}^{-1}$

Берілгені: $x_1 = A_1 \cos \omega(t + \tau_1), x_2 = A_2 \cos \omega(t + \tau_2),$
 $\omega = \pi\text{с}^{-1},$

$$A_1 = 0,01\text{м}, A_2 = 0,02\text{м}, \tau_1 = \frac{1}{6}\text{с}, \tau_2 = \frac{1}{2}\text{с}.$$

Табу керек: $\varphi_1, \varphi_2, A, \varphi, x(t).$

Шешімі: гармоникалық тербелістің теңдеуін жазайық

$$x = A \cos \omega(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

Немесе

$$x_1 = A_1 \cos \omega(t + \tau_1), x_2 = A_2 \cos \omega(t + \tau_2) \quad (2)$$

(2) және (1) теңдеулерді пайдаланып, бірінші және екінші тербелістердің бастапқы фазаларын анықтаймыз:

$$\varphi_1 = \omega\tau_1 = \frac{\pi}{6} \text{ рад}, \varphi_2 = \omega\tau_2 = \frac{\pi}{2} \text{ рад}$$

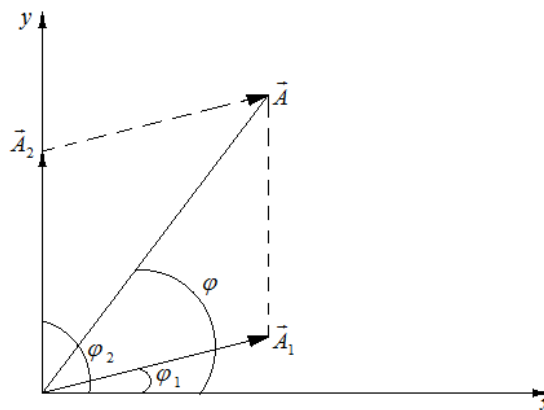
Қорытқы амплитуданы табу үшін 1-сызбадағы векторлық диаграмманы қолданған ыңғайлы. Косинустар теоремасы бойынша қорытқы амплитуда мынаған тең:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} \quad (3)$$

Мұндағы, $\Delta\varphi$ құраушылардың фазалар айырымы:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) \text{ рад} = \frac{\pi}{3} \text{ рад}$$

$$A = \sqrt{(0,01)^2 + (0,02)^2 + 2 \cdot 0,01 \cdot 0,02 \cos \frac{\pi}{3}} = 0,026 \text{ м}$$



1-сызба. Векторлық диаграмма

1-сызбадан φ векторлық бұрышының тангенсін анықтаймыз:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

Бұдан

$$\begin{aligned} \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{0,01 \sin \frac{\pi}{6} + 0,02 \sin \frac{\pi}{2}}{0,01 \cos \frac{\pi}{6} + 0,02 \cos \frac{\pi}{2}} = \\ &= \operatorname{arctg} \left(\frac{5}{\sqrt{3}} \right) = 70,9^\circ = 0,394 \pi \text{ рад} \end{aligned}$$

Қосылатын тербелістердің бұрыштық жиіліктері бірдей болғандықтан, қорытқы тербелістің бұрыштық жиілігі де сондай мәнді қабылдайды. Сондықтан қорытқы тербелістің теңдеуі төмендегі теңдікпен өрнектеледі:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Мұндағы, $A = 2,65 \text{ см} = 0,026 \text{ м}$, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $\varphi = 0,394 \pi \text{ рад}$.

4. Материалдық нүкте бір мезгілде $x = A_1 \cos \omega t$, $y = A_2 \cos \frac{\omega t}{2}$ теңдеулерімен сипатталатын өзара перпендикуляр бағытта тербеледі. Нүктенің траекториясының теңдеуін жазыңыздар.
 $A_1 = 1 \text{ см}$ $A_2 = 2 \text{ см}$ $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$

Берілгені: $x = A_1 \cos \omega t$, $y = A_2 \cos \frac{\omega t}{2}$,

$$A_1 = 1 \text{ см}, A_2 = 2 \text{ см}, \omega = \pi \text{ с}^{-1} \quad (1)$$

Шешімі: траекторияның теңдеуін табу үшін, тербеліс теңдеулерінен еркін уақытты шығарып тастаймыз

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos \alpha)} \quad \alpha = \omega t \text{ формулаларын пайдалансақ. Осі}$$

Ох осімен сәйкес келетін параболаның теңдеуі шығады:

$$y = A_2 \cos \frac{\omega}{2} t = A_2 \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos \omega t)} = \left| \cos \omega t = \frac{x}{A_1} \right| = A_2 \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{x}{A_1} \right)}$$

(1) және (2) теңдеулерден нүктенің координаталар осімен орын ауыстыруы Ox осі бойынша (-1см – +1см), Oy осі бойынша (-2см – +2см) аралығымен шектелген.

5. Гармоникалық тербелістегі нүктенің кинетикалық энергиясының потенциалдық энергияға қатынасын тербеліс фазасы белгілі деп алып, анықтаңыздар

Берілгені: $\omega_0 t + \varphi$, $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Табу керек: $\frac{T}{U}$

Шешімі: кинетикалық және потенциалдық энергияны табу үшін гармоникалық тербелістің теңдеуінен жылдамдық пен үдеуді анықтаймыз:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [A \cos(\omega_0 t + \varphi)] = -A \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} [-A \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)] = -\omega_0^2 x$$

Нүктенің кинетикалық және потенциалдық энергиясының формулаларын жазайық:

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$U = -\int_0^x F dx = \int_0^x m \omega_0^2 x dx = \frac{m \omega_0^2 x^2}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{T}{U} = \frac{\sin^2(\omega_0 t + \varphi)}{\cos^2(\omega_0 t + \varphi)} = \operatorname{tg}^2(\omega_0 t + \varphi)$$

6. Серіппіге ілінген жүктің массасын 600 г арттырсақ, тербеліс периоды 2 есе өседі. Жүктің алғашқы массасын анықтаңыздар.

Берілгені: $\Delta m = 600 \text{ г} = 0,6 \text{ кг}$, $T_2 = 2T$

Табу керек: m

Шешімі: серіппеге ілінген жүктің алғашқы және Δm масса қосылғандағы периодтарының формуласын жазамыз:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{R}}, \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m + \Delta m}{R}}$$

Периодтардың қатынасынан, алғашқы массаны табамыз:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m + \Delta m}{m}} = 2$$

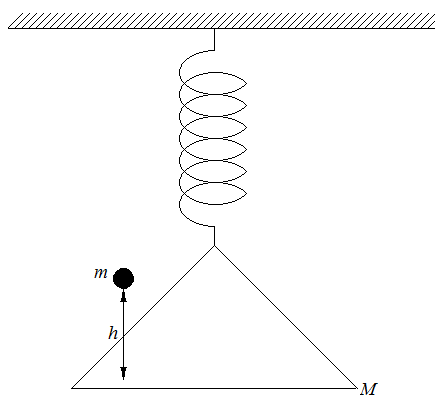
бұдан

$$4m = m + \Delta m$$

немесе

$$m = \frac{\Delta m}{3} = \frac{600\text{г}}{3} = 200\text{г} = 0,2\text{кг}$$

7. Қатандық коэффициенті k серіппеге ілінген массасы M таразының табақшасына h биіктен массасы m жүк құлайды. Жүктің табақшамен соқтығысуы абсолют серпімсіз деп алып, табақшаның тербеліс амплитудасын анықтаңыздар (2-сызба).



2-сызба

Берілгені: M, k, h, m

Табу керек: A

Шешімі: энергияның сақталу заңын пайдаланып, шариктің табақшамен соқтығысу кезіндегі жылдамдығын v_1 табамыз. Соқтығысу серпімсіз болғандықтан, табақша шарикпен бірге қозғалады:

$$\frac{m\nu_1}{2} = mgh$$

Бұдан

$$\nu_1 = \sqrt{2gh}$$

Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңын қолданып, (соқтығысқанға дейінгі қозғалыс мөлшері, соқтығысқаннан кейінгі қозғалыс мөлшеріне тең) шарикпен табақшаның жылдамдығын анықтаймыз:

$$m\nu_1 = (m + M)\nu \quad \text{бұдан} \quad \nu = \frac{m\nu_1}{m + M}$$

Табақшада қосымша жүк жоқ кезде табақшаның ауырлық күші серпімділік күшіне тең.

$Mg = k\Delta l$ немесе $\Delta l = \frac{mg}{k}$. Мұндағы, Δl - серіппеге M жүк ілінгендегі деформациясы. Егер қосымша жүк ілінгенде серіппенің барлық деформациясын x_0 арқылы белгілесек, қосымша жүк ілінгенде серіппенің деформациясы $x_0 - \Delta l$ тең. Энергияның сақталу заңын жазамыз. Потенциалдық және кинетикалық энергия серпімділік күшінің жұмысына жұмсалады.

$$\frac{1}{2}(m + M)\nu^2 + (M + m)g(x_0 - \Delta l) = \int_{\Delta l}^{x_0} kx dx = \frac{k}{2}(x_0^2 - \Delta l^2)$$

$$\text{бұдан} \quad x_0 = \frac{m + M}{k}g \pm \sqrt{\frac{m^2 g^2}{k^2} + \frac{2m^2 gh}{(m + M)k}}$$

Қосымша жүк қосылғандағы деформацияны табамыз:

$$(m + M)g = kl' \quad \text{бұдан}$$

$$l' = \frac{m + M}{k}g$$

$$\text{немесе} \quad A = x_0 - l' = \sqrt{\frac{m^2 g^2}{k^2} + \frac{2m^2 gh}{(m + M)k}}$$

8. $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ заңы бойынша тербелетін массасы m материалдық нүктенің толық энергиясын табыңыздар.

Берілгені: m , $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Табу керек: E - ?

Шешімі: жүйенің толық энергиясы потенциалдық энергиясы мен кинетикалық энергияның қосындысынан тұрады:

$$E = U + T, \quad T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{mA^2\omega_0^2}{2} [\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)] = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \end{aligned}$$

9. Массасы 100 г дене өшетін тербеліс кезінде 1 минутта өзінің энергиясының 40%-ын жоғалтты. Кедергі коэффициентін анықтаңыздар.

Берілгені: $m = 100\text{г} = 0,1\text{кг}$, $\tau = 1\text{мин} = 60\text{с}$, $E(t + \tau) = 0,6E(t)$

Табу керек: τ

Шешімі: тербелістің өшу коэффициенті мына формуламен анықталады.

$$\delta = \frac{r}{2m} \quad \text{бұдан} \quad r = 2m\delta. \quad \text{Тербелістің толық энергиясы} \quad E = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

және амплитудасы $A = A_0 e^{-\delta t}$ формулалары арқылы өрнектеледі. Немесе

$$\frac{E(t)}{E(t + \tau)} = \frac{e^{-2\delta t}}{e^{-2\delta(t + \tau)}} = e^{2\delta\tau}$$

Есептің шарты бойынша;

$$\frac{E(t)}{E(t + \tau)} = \frac{1}{0,6}$$

$$e^{2\delta\tau} = \frac{1}{0,6}, \quad \delta = \frac{1}{2\tau} \ln \frac{1}{0,6}, \quad r = \frac{m}{\tau} \ln \frac{1}{0,6}.$$

10. Молярлық массасы $2,9 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$, температурасы 20°C газдағы дыбыс жылдамдығы 343 м/с тең. Тұрақты қысым мен көлемдегі газдың молярлық жылу сыйымдылықтарының қатынасын табыңыздар.

Берілгені: $T = 293\text{K}$, $\nu = 343\text{м/с}$, $M = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$

Табу керек: $\frac{C_p}{C_v}$

Шешімі: $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ белгілейік. Газдардағы дыбыс жылдамдығы мына формуламен есептеледі:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad \text{бұдан}$$

$$v^2 = \frac{\gamma RT}{M}$$

немесе
$$\gamma = \frac{v^2 M}{RT} = \frac{(343)^2 \cdot 2,9 \cdot 10^{-2}}{8,31 \cdot 10^{-3} \cdot 293} = 1,4$$

Жаттығулар

1. Толқындық вектордың сандық мәні $0,02512 \text{ см}^{-1}$ болса, толқын ұзындығы қандай?

Жауабы: 2,5 м.

2. Тұрғын толқынның бірінші және төртінші түйіндерінің арақашықтығы 30 см. Қума толқынның ұзындығын анықтаңыздар.

Жауабы: 0,2 м.

3. Бастапқы фазасы 10^0 , максимал жылдамдығы $30 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, амплитудасы 15 см гармоникалық тербелістің теңдеуін жазыңыздар.

Жауабы: $x = 0,15 \cos\left(2t + \frac{\pi}{18}\right) \text{ м}$

4. Нүкте амплитудасы 10 см, периоды 5 с гармоникалық тербеліс жасайды. Максимал жылдамдық пен үдеуді табыңыздар.

Жауабы: $0,126 \frac{\text{м}}{\text{с}}, 0,158 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5. Гармоникалық тербелістегі материалдық нүктенің жылдамдығы $v(t) = -6 \sin 2\pi t$ м/с теңдеуімен өрнектеледі. Нүктенің орын ауыстыруының уақытқа тәуелділігін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } \frac{3}{\pi} \cos 2\pi t.$$

6. Массасы 20 г материалдық нүкте $x = 0,1 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ м заңдылығымен тербеледі. Нүктенің толық энергиясын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 15,8 \text{ мДж.}$$

7. Радиусы 20 см біртекті диск, центрінен 15 см қашықтықтағы горизонталь осьтің бойымен тербеледі. Осы осьпен салыстырғандағы дискінің периодын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 1,07 \text{ с.}$$

8. Нүкте бір мезгілде $x = A \sin \omega t$ және $y = B \cos \omega t$ заңдары бойынша өзара перпендикуляр бағытта тербеледі. Нүктенің траекториясын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

9. Өшетін математикалық маятниктің амплитудасы 1 мин 3 есеге кемиді. Амплитуданың 4 минутта қанша есе кемитіндігін анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 81.$$

10. Жиілігі 450 Гц, толқын ұзындығы 80 см, амплитудасы 0,3 мм дыбыс серпімді ортада тарайды. Толқынның таралу және ортаның бөлшектерінің максимал жылдамдықтарын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 360 \text{ м/с, } 0,848 \text{ м/с.}$$

11. Фазалық жылдамдығы $v = \frac{a_0}{\sqrt{\nu + b}}$ өрнегімен берілген. Жиілігі 800 Гц топтық жылдамдықты табыңыздар. $a_0 = 24 \text{ м} \cdot \text{с}^{-3/2}$, $b = 100 \text{ Гц}$.

$$\text{Жауабы: } 0,55 \text{ м/с.}$$

12. Топтық және фазалық жылдамдықтарың арасындағы байланысты қорытып шығарыңыздар.

$$\text{Жауабы: } u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

13. Жиілігі 435Гц негізгі топ ля-ның толқын ұзындығын табыңыздар. Дыбыс жылдамдығы 340 м/с .

$$\text{Жауабы: } 0,78\text{ м}.$$

14. Керосиндегі дыбыстың таралу жылдамдығы 1330 м/с тең. Керосиннің сығылу коэффициентін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 7,1 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^2}{\text{Н}}.$$

15. Екі дыбыстың қаттылық деңгейлерінің айырымы 1 фон. Дыбыстардың интенсивтіліктерінің қатынасын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 1,26.$$

Тест сұрақтары

1. Тербелістегі нүктенің қозғалысының теңдеуі берілген $x = A \cos \omega(t + \tau)$, $\omega = \pi \cdot \text{с}^{-1}$, $\tau = 0,2\text{с}$. Бастапқы фазаны табыңыздар.

- А) 36°
- Ә) 40°
- Б) 45°
- В) 30°
- Г) 60°

2. Нүкте $x = A \cos \omega t$ заңымен тербеледі. $A = 5\text{см}$, $\omega = 2\pi \cdot \text{с}^{-1}$. Жылдамдықтың 8см/с уақыт мезетіндегі үдеуді табыңыздар.

- А) 10см/с^2
- Ә) 12см/с^2
- Б) $0,13\text{см/с}^2$
- В) $0,20\text{см/с}^2$
- Г) $0,10\text{см/с}^2$

3. Екі камертон жиіліктері 440Гц және $440,5\text{Гц}$ дыбыс шығарады. Соғудың периодын табыңыздар.

- А) 4 с
- Ә) 6 с
- Б) 10 с
- В) 2 с
- Г) 5 с

4. Нүкте амплитудасы 10 см, периоды 5 с гармоникалық тербеліс жасайды. Максимал жылдамдықты табыңыздар.

- А) 12,6 м/с
- Ә) 10 м/с
- Б) 13 м/с
- В) 15 м/с
- Г) 13,4 м/с

5. Нүкте амплитудасы 10 см, периоды 5 с тербеліс жасайды. Максимал үдеуді табыңыздар.

- А) 15 м/с²
- Ә) 20 м/с²
- Б) 15,8 м/с²
- В) 20,8 м/с²
- Г) 10 м/с²

6. Гармоникалық тербелістегі нүктенің теңдеуі берілген $v(t) = -6 \sin 2\pi t$ м/с. Нүктенің орын ауыстыруының уақытқа тәуелділігін анықтаңыздар.

- А) $\frac{2}{\pi} \sin 2\pi t$, м
- Ә) $\frac{3}{\pi} \sin 2\pi t$, м
- Б) $\frac{\pi}{3} \cos 2\pi t$, м
- В) $\frac{3}{\pi} \cos 2\pi t$, м
- Г) $\frac{\pi}{2} \cos 2\pi t$, м

7. Амплитудасы 3 см, периоды 4 с гармониялық тербелістегі нүктенің максимал жылдамдығын табыңыздар.

- А) 5 см/с
- Ә) 5,5 см/с
- Б) 6 см/с

- В) 6,2 см/с
- Г) 4,71 см/с

8. Амплитудасы 3 см, периоды 4 с гармоникалық тербелістегі нүктенің максимал үдеуін табыңыздар.

- А) 7,4 см/с²
- Ә) 7 см/с²
- Б) 10 см/с²
- В) 8,2 см/с²
- Г) 8 см/с²

9. Массасы 10 г дене $x = 0,1 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ заңымен тербеледі.

Қайтарушы күштің максимал мәнін табыңыздар.

- А) 0,100 Н
- Ә) 0,160 Н
- Б) 0,158 Н
- В) 0,168 Н
- Г) 0,170 Н

10. Массасы 10 г дене $x = 0,1 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ заңымен тербеледі. Дененің максимал кинетикалық энергиясын табыңыздар.

- А) 7,89 мДЖ
- Ә) 8,80 мДЖ
- Б) 6,99 мДЖ
- В) 7,15 мДЖ
- Г) 7,25 мДЖ

11. Нүкте бір мезгілде өзара перпендикуляр екі тербеліске $x = 2 \sin \omega t$ м және $y = 2 \cos \omega t$ м қатысады. Осы нүктенің қозғалысының траекториясын табыңыздар.

- А) $x^2 + y^2 = 1$
- Ә) $x^2 + y^2 = 0$
- Б) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1$
- В) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 1$

$$\Gamma) \left(\frac{x}{4} - \frac{y}{4} \right)^2 = 1$$

12. Таралу жылдамдығы $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, периоды 10^{-14} с тең. Толқын ұзындығын табыңыздар.

- А) $3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$
- Ә) $3,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}$
- Б) $3,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$
- В) $3,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$
- Г) $4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$

13. Болат ішіндегі дыбыстың таралу жылдамдығын көрсетіңіздер.

- А) 5000 м/с
- Ә) 4900 м/с
- Б) 4880 м/с
- В) 5300 м/с
- Г) 6000 м/с

14. Мыс ішіндегі дыбыстың жылдамдығын көрсетіңіздер.

- А) 3700 м/с
- Ә) 3000 м/с
- Б) 3900 м/с
- В) 3400 м/с
- Г) 3500 м/с

15. Серіппеге ілінген массасы 250 г жүктің тербеліс периоды 1 с тең. Серіппенің қатандығын табыңыздар.

- А) $9,50 \text{ Н/м}$
- Ә) $9,60 \text{ Н/м}$
- Б) $9,87 \text{ Н/м}$
- В) $9,67 \text{ Н/м}$
- Г) $8,97 \text{ Н/м}$

16. Тербеліс периодтарының қатынасы $1,5$ тең математикалық маятниктердің ұзындықтарының қатынастарын табыңыздар.

- А) $2,25$
- Ә) $2,20$
- Б) $2,30$
- В) $2,40$
- Г) $1,50$

17. Ұзындығы 1 м математикалық маятник лифтіде орнатылған. Лифт жоғары $2,5 \text{ м/с}^2$ үдеумен көтерілсе, оның периоды қандай болады?

А) 2 м/с^2

Ә) 3 м/с^2

Б) $2,5 \text{ м/с}^2$

В) $1,8 \text{ м/с}^2$

Г) $2,8 \text{ м/с}^2$

18. Ұзындығы l лифтіде орнатылған математикалық маятник лифтімен бірге a үдеумен төмен түссе, оның периоды неге тең?

А) $2\pi \sqrt{\frac{l}{q-a}}$

Ә) $2\pi \sqrt{\frac{l}{q+a}}$

Б) $2\pi \sqrt{\frac{l}{q}}$

В) $2\pi \sqrt{\frac{l}{a}}$

Г) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{l}{q+a}}$

19. Жиіліктері 400 Гц және 600 Гц гармониялық тербелістердің амплитудалары бірдей. Резонанстық жиілікті табыңыздар.

А) 500 Гц

Ә) 510 Гц

Б) 520 Гц

В) 560 Гц

Г) 490 Гц

20. Температурасы 300 К азоттағы дыбыс жылдамдығын табыңыздар.

А) 350 м/с

Ә) 300 м/с

Б) 320 м/с

В) 290 м/с

Г) 400 м/с

21. Алюминидегі қума серпімді тербелістің таралу жылдамдығын табыңыздар.

- А) 5,6 км/с
- Ә) 5,05 км/с
- Б) 4,9 км/с
- В) 5,3 км/с
- Г) 5 км/с

22. Вольфрамдағы серпімді қума толқынның жылдамдығын табыңыздар.

- А) 5,30 км/с
- Ә) 5 км/с
- Б) 4,34 км/с
- В) 4,54 км/с
- Г) 4,44 км/с

23. Жаздың күні дыбысты 27⁰С температурадағы жылдамдығы қыстың күнгі дыбыстың таралу жылдамдығынан неше есе артық?

- А) 2 есе
- Ә) 3 есе
- Б) 2,5 есе
- В) 1,12 есе
- Г) 1,20 есе

24. Егер дыбыстың интенсивтілігі 3000 және 30000 есе өссе, дыбыс қаттылығының деңгейі қанша фонға артады?

- А) 34,8 фонға, 44,8 фонға
- Ә) 25 фонға, 40 фонға
- Б) 40 фонға, 35 фонға
- В) 50 фонға, 40 фонға
- Г) 60 фонға, 65 фонға

25. Поезд қозғалмайтын бақылаушының жанынан өткенде дыбыс сигналының тонының биіктігі секіріп өзгереді. Поездың жылдамдығы

54 км/сағ тең. Жиіліктердің $\frac{\Delta \nu}{\nu}$ қатынасын табыңыздар.

- А) 0,8
- Ә) 0,07
- Б) 0,09
- В) 0,08
- Г) 0,010

II БӨЛІМ. МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА МЕН ТЕРМОДИНАМИКАНЫҢ НЕГІЗДЕРІ

VII тарау. Статистикалық физика және термодинамика

§ 7.1. Молекула-кинетикалық теорияның негіздері. Молекула-кинетикалық көзқарас тұрғысынан газдың қысымы, температураның мағынасы. Термодинамикалық жүйе және тепе-теңдік

Молекулалық физика және термодинамика өте көп молекулалар мен атомдардан тұратын денелердегі макроскопиялық үрдістерді зерттейтін физиканың бөлімі. Макроскопиялық үрдістерді зерттеу үшін сапалары жағынан айырмашылығы бар, бірақ бірін-бірі толықтыратын статистикалық және термодинамикалық әдістер пайдаланылады. Біріншісі молекула-кинетикалық теорияға, екіншісі термодинамикаға негізделген. Молекулалық физика (молекула-кинетикалық теория) денелердің физикалық қасиеттерінің және агрегаттық күйлерінің ішкі құрылысына, олардағы бөлшектердің өзара әсерлесу күштеріне, қозғалыстарының сипаттамаларына тәуелділігін қарастырады. Алғаш рет М. В. Ломоносов теорияның негізгі тұжырымдамаларын жасап, оны әртүрлі құбылыстарды түсіндіру үшін пайдаланды. XIX ғасырдың ортасында Д. Джоуль, Р. Клаузиус, кейінірек К. Максвелл, Л. Больцман және басқа ғұлама ғалымдар молекула-кинетикалық теорияны дамытып, физика мен химияның өркендеуіне ықпалын тигізді. Молекула-кинетикалық теорияның дұрыстығы тәжірибе жүзінде (мысалы, диффузия құбылысы, Броундық қозғалыс, көптеген басқа құбылыстар) дәлелденді. Бұл теория жылу өткізгіштіктің, қыздырылған қатты денелердің көлемдерінің ұлғаю құбылыстарын және газдар мен сұйықтардың ыдыс қабырғаларына түсіретін қысымның механизмін түсіндірді.

Статистикалық әдіс ықтималдық теорияға және математикалық статистикаға негізделген. Кез келген уақыт мезетіндегі жылдамдықтар мен координаталары кездейсоқ, көптеген бөлшектердің қозғалысында белгілі бір заңдылық бар. Мысалы, газдардағы молекулалар температураға тәуелді жылдамдықтар және жылулық қозғалыстың энергиялары бойынша үлестіріледі. Статистикалық әдісті қолданып макроскопиялық жүйенің физикалық қасиеттерін зерттейтін теориялық физиканың бөлімін статистикалық физика деп атайды.

Термодинамикалық әдіс, қарастырылып отырған макроскопиялық жүйедегі энергиялардың түрлену үрдісін мөлшерлік қатынастарының шарттарына талдаулар жасап, физикалық қасиеттерін зерттейді. Осыған сәйкес келетін теориялық физиканың бөлімін термодинамика деп атайды. Ол тәжірибе жүзінде дәлелденген термодинамиканың бірінші және екінші, сонымен қатар Нернст принципіне (үшінші заңы) негізделген. Термодинамиканың заңдары арқылы әртүрлі жағдайлардағы денелердің физикалық қасиеттері туралы олардың ішкі құрылымынсыз, бөлшектерінің қозғалыстарының сипаттамаларынсыз мәліметтер алынады. Мұндай макроскопиялық жүйе, термодинамикалық жүйе деп аталады. Термодинамикалық жүйенің күйін сипаттайтын параметрлерді, термодинамикалық немесе күй параметрлері деп атайды. Термодинамикада күй параметрлері ретінде көлем, қысым, температура, концентрация және басқа шамалар пайдаланылады.

Қысым сан жағынан бірлік ауданның бетіне нормальдың бойымен бағытталған күшке тең физикалық шама:

$$p = \frac{dF_n}{dS} \quad (7.1.1)$$

Мұндағы, dF_n дене бетінің dS ауданына әсер етуші күш. Қысыммен салыстырғанда күрделірек, күйдің параметрі температураның физикалық мағынасына тоқталайық. Температура ұғымының тек тепе-теңдік жүйе үшін мағынасы бар. Тепе-теңдік (термодинамикалық тепе-теңдік) күй деп уақыт өтуіне байланысты өзгермейтін күйді айтады. Бұл орнықтылық сыртқы ортадағы қандай да бір үрдістің өтуіне тәуелсіз. Термодинамикалық тепе-теңдік күйдегі дененің барлық бөліктерінің температуралары бірдей және неғұрлым энергия көп болса, соғұрлым температура да үлкен болады. Екі дене жанасқанда жылу алмасу энергиясы температурасы жоғарыдан температурасы төменгі денеге беріледі.

Молекула-кинетикалық теория бойынша, тепе-теңдіктегі жүйенің температурасы жүйені құрайтын атомдардың, молекулалардың, т.б. бөлшектердің жылулық қозғалыстардың интенсивтілігін сипаттайды. Мысалы, тепе-теңдік жүйедегі классикалық және статистикалық физиканың заңдылықтарымен сипатталатын бөлшектердің жылулық қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы жүйенің абсолют температурасына тура пропорционал. Сондықтан температураны дененің қыздырылған дәрежесін сипаттайтын физикалық шама деп айта аламыз. Денелерді қыздырғанда немесе суытқанда, олардың жақсы зерттелген физикалық қасиеттерінің: ұзындықтың, көлемнің, тығыздықтың, серпімділік қасиеттерінің, электр өткізгіштіктің өзгерістерін температураны өлшеуге қолданады. Мысалы, дененің физикалық қасиеттерінің біреуінің температураға тәуелділік графигі белгілі болса, оның өзгерісі температураны өлшеудің негізі болып

табылады. 1948 жылы өткен өлшем және салмақ туралы конференцияда практикада қолдану мақсатында Халықаралық жүз градустық температура шкаласы қабылданды. Бұл шкалада температура $^{\circ}\text{C}$ (жүз градустық шкаланың градусы немесе Цельсий градусы) өлшеніп, t арқылы белгіленді. Қалыпты $1.01325 \cdot 10^3 \text{ Па}$ қысымда мұздың еру, судың қайнау температуралары 0°C және 100°C деп алынған.

1954 жылы өлшем және салмақ туралы өткен оныншы конференцияда Кельвинмен (К) өлшенетін абсолют термодинамикалық (Т) температураның шкаласын бекітті. Абсолют термодинамикалық (Т) температура мен жүз градустық шкаламен өлшенетін (t) температураның арасындағы байланыс формуласы төменде келтірілген:

$$T = 273.15 + t \quad (7.1.2)$$

$T=OK$ (жүз градустық шкала бойынша – 273.15°C) температурасын, абсолют нөл температура деп атайды. Жүйе күйін сипаттайтын параметрлер сыртқы және ішкі параметрлерге бөлінеді. Сыртқы денелердің орналасуларына және олардың басқа физикалық қасиеттеріне тәуелді шамаларды жүйенің сыртқы параметрлері деп атайды.

Қарастырып отырған жүйенің сыртындағы денелердің орналасуларына және оны құрайтын бөлшектердің жылдамдықтары мен координаталарына тәуелді шамалар ішкі параметрлер деп аталады. Мысалы, газ орналасқан ыдыстың көлемі V сыртқы параметр, өйткені ол сыртқы денелердің орындарына (ыдыс қабырғасы) тәуелді. Газ молекулалары жылдамдықтары мен концентрациясына тәуелді болғандықтан, оның қысымы және энергиясы ішкі параметрлерге жатады. Егер газ сыртқы күш өрісінде орналасса, (электр немесе магнит) өрістің кернеулігі сыртқы параметр болып табылады. Себебі ол өріс туғызатын сыртқы денелердің зарядтарының шамасына тәуелді. Сыртқы өрісі жоқ газдардың бір ғана сыртқы параметрі (V көлемі) болады. Мұндай жүйелер қарапайым жүйелер деп аталады. Майда дисперсиялық күйге жатпайтын тұрақты құрамдағы химиялық біртекті газдарды, олардың құрамдарын, тұрақты химиялық құрамның ертінділерін, химиялық таза сұйықтарды қарапайым жүйе ретінде қарастыра аламыз.

Мысалы, тепе-теңдіктегі жүйенің ішкі параметрлері оның сыртқы параметрлеріне және температурасына тәуелді. Егер қарапайым жүйенің массасы мен химиялық құрамы берілсе, ол екі параметр (температура, көлем) арқылы толық сипатталады:

$$p = f(T, V) \quad (7.1.3)$$

(7.1.3) өрнегі күй теңдеуі немесе жылулық күйдің теңдеуі деп аталады. Термодинамикада зерттеліп отырған жүйе күйінің теңдеуі тәжірибеден белгілі деп алынса, оны теориялық тұрғыдан дәлелдеу статистикалық

физика әдістерімен іске асырылады. Жүйенің сыртқы параметрлері өзгерсе, оның күйі өзгереді, яғни жүйеде термодинамикалық үрдіс өтеді.

§ 7.2. Молекула-кинетикалық теорияның негізгі қағидалары. Газдардың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі

Газдардың кинетикалық теориясын құру үшін молекулалық әсерлесу күштері, өлшемдері ескерілмейтін, өзара және ыдыс қабырғасымен соқтығысулары абсолют серпімді деп есептелетін идеал газдарды қарастырамыз. Жеке молекулалар қабырғамен соқтығысқанда, оған қозғалыс мөлшерін беріп, кері қайту арқылы өзінің қозғалыс мөлшерін төменде келтірілген өрнек бойынша өзгертеді:

$$F \cdot t = m u \cos \alpha - (-m u \cos \alpha) = 2 m u \cos \alpha \quad (7.2.1)$$

Мұндағы, u – молекуланың жылдамдығы, α – қабырғаға тұрғызылған нормаль мен жылдамдықтың арасындағы бұрыш, t – соқтығысу уақыты, F – молекула мен қабырғаның әсерлесу күші.

Қабырғаның бірлік ауданына, бірлік уақытта соқтығысатын барлық молекулалардың қозғалыс мөлшерлерінің қосындысын алсақ, қысым мына формуламен есептеледі:

$$p = 2 \sum m_i u_i \cos \alpha = 2 \sum_i m_i u_i \cos \alpha \quad (7.2.2)$$

Молекулалардың өзара соқтығысулары олардың жылдамдықтарын қайта үлестіріп, газдың ыдыс қабырғасына түсіретін қысымына әсерін тигізбейді.

Молекула-кинетикалық теорияның бірінші негізгі қағидасы молекулалардың қозғалысының толық хаостылығын көрсетеді. Газдардағы молекулалардың кез келген бағыттардағы қозғалыстарының құқықтары бірдей. Егер бір бағытта қозғалатын молекулалардың саны басқалармен салыстырғанда басым немесе жылдамырақ қозғалса, онда газдың сол бағыттағы ыдыс қабырғасына түсіретін қысымы артық болар еді. Шындығында, молекулалардың хаосты қозғалысының салдарынан, олардың ыдыс қабырғаларына түсіретін қысымдары бірдей болатындығы тәжірибе жүзінде дәлелденген.

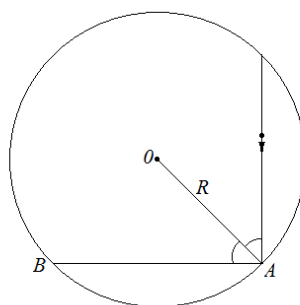
Молекула-кинетикалық теорияның екінші қағидасы О. Штерн және Д.Эльдридж тәжірибелерінің нәтижелерінен алынған: молекулалардың орташа квадраттық жылдамдығы квадрат түбір астындағы абсолют температураға тура пропорционал.

Газдардың кинетикалық теориясының үшінші қағидасы тәжірибе жасау арқылы дәлелденген: температуралары бірдей әртүрлі газдардың орташа кинетикалық энергиялары тең:

$$\frac{m_1 \langle v_{кв}^2 \rangle_1}{2} = \frac{m_2 \langle v_{кв}^2 \rangle_2}{2} \quad (7.2.3)$$

Мұндағы, $\langle v_{кв} \rangle_1, \langle v_{кв} \rangle_2$ молекулалардың орташа квадраттық жылдамдықтары, m_1, m_2 массалары. Молекулалардың массаларын О. Штерн тәжірибесін пайдаланып, орташа квадраттық жылдамдықтарды өлшеу арқылы оңай анықтайды. Бұл формула барлық газдар үшін орындалады. Мысалы, сутегінің орташа квадраттық жылдамдығы оттегінікінен төрт есе артық, ал сутегі молекуласының массасы оттегінікінен 16 есе кіші болғандықтан, (7.2.3) теңдігі орындалады. (7.2.3) өрнегінен температуралары бірдей әртүрлі газдарды араластырғанда бір газдың молекулаларынан екінші газдың молекулаларына берілетін энергияның басым бағыты болмайтындығы шығады. Әртүрлі газдардың жеке молекулаларының соқтығысулары кезінде энергия беріледі. Жеке молекулалардың жылдамдықтары мен энергиялары өзгергенімен, олардың орташа мәнідері температура өзгермейінше өзгермейді.

Молекула-кинетикалық теорияда, газдардың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуінің маңызы үлкен. Өйткені, одан барлық газ заңдары қорытып шығарылады және молекулалардың температурасы мен энергиялары арасындағы қатынастар алынады. N^1 молекуласы бар радиусы R сфералық көлемді қарастыралық (7.2.1-сызба). Молекулалар бір-бірімен және ыдыс қабырғасымен соқтығысады. Молекулалардың өзара немесе ыдыс қабырғасына соқтығысулары олардың арасында жылдамдықтар мен энергиялардың үлестірілуін қамтамасыз етеді. Қарастырылып отырған газ идеал болғандықтан, молекулалардың көлемі мен өзара әсерлесу күштері ескерілмейді. Бір молекуланың қозғалысын зерттейік.



7.2.1-сызба. Сфералық көлемнің ішіндегі молекуланың қозғалысы

Молекула u жылдамдықпен қозғалып, қабырғаға ϕ бұрышпен серпімді соқтығысып кері қайтады делік. Қозғалыс мөлшерінің қабырғаға

перпендикуляр құраушысын табамыз. Қозғалыс мөлшерінің қабырғаға параллель құрашылары бірін-бірі жоятындықтан, қысымға әсерін тигізбейді. Молекуланың қозғалыс мөлшерінің өзгерісі $2 mu \cos \varphi$ тең. Молекуланың бірінші соқтығысуынан екінші соқтығысуына дейінгі жүрген жолы $AB=2R \cos \varphi$ өрнегімен анықталады. Шын мәнінде молекула AB жолды сиретілген газдарда ғана жүре алады. Өйткені сиретілмеген газдарда ол өзінің жолында басқа молекулалармен соқтығысып қозғалыс бағытын өзгертеді. Молекулалардың бір секундта қабырғаға соқтығысу саны молекула жылдамдығының бірінші соқтығысу мен екінші соқтығысуына дейінгі жүрген жолға қатынасына тең:

$$v = \frac{u}{2R \cos \varphi} \quad (7.2.4)$$

Бір молекуланың қабырғаға бір секундта берген қозғалыс мөлшері мына формуламен өрнектеледі:

$$2mu \cos \varphi \frac{u}{2R \cos \varphi} = \frac{mu^2}{R} \quad (7.2.5)$$

Бір секундтағы барлық молекулалардың қозғалыс мөлшерлерінің қосындысы төменде келтірілген өрнекпен есептеледі:

$$F = \frac{1}{R} \sum_i m_i u_i^2 \quad (7.2.6)$$

Газдың қысымын күшті ауданға бөлу арқылы табамыз:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\sum_i m_i u_i^2}{4\pi R^2} = \frac{\frac{1}{3} \sum_i m_i u_i^2}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{1}{3} \frac{\sum_i m_i u_i^2}{V} \quad (7.2.7)$$

Мұндағы, $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ газдың көлемі. (7.2.7.) өрнегін түрлендірейік:

$$pV = \frac{1}{3} \sum_i m_i u_i^2 = \frac{2}{3} \sum_i \frac{m_i u_i^2}{2} = \frac{2}{3} \sum_i E_i' \quad (7.2.8)$$

Мұндағы, бір молекуланың кинетикалық энергиясы.(7.2.8) теңдігінің оң жағын V көлемдегі молекулалар санына N' көбейтіп бөлсек, мына қатынас шығады:

$$PV = \frac{1}{3} m N' \frac{\sum_i u_i^2}{N'}$$

немесе

$$PV = \frac{1}{3} N' m \langle v_{кв}^2 \rangle \quad (7.2.9)$$

Мұндағы орташа квадраттық жылдамдық:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{\sum_i u_i^2}{N'}} \quad (7.2.10)$$

(7.2.9) өрнегі газдардың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі болып табылады: газдың қысымының оның көлеміне көбейтіндісі, молекула санының молекула массасына және олардың орташа квадраттық жылдамдығының квадратының көбейтінділерінің үштен біріне тең. Бұл теңдеуді мынадай түрде жазуға болады:

$$PV = \frac{2}{3} \frac{N' m \langle v_{кв}^2 \rangle}{2} = \frac{2}{3} N' \bar{E}' \quad (7.2.11)$$

Мұндағы, $\bar{E}' = \frac{m \langle v_{кв}^2 \rangle}{2}$ бір молекуланың орташа кинетикалық энергиясы. Барлық газдың кинетикалық энергиясын E арқылы белгілесек, $E = N' \bar{E}'$ негізгі теңдеу төмендегідей түрленеді:

$$PV = \frac{2}{3} E \quad (7.2.12)$$

Газ қысымының оның көлеміне көбейтіндісі газдың барлық молекулаларының ілгерілмелі қозғалысының кинетикалық энергиясының үштен екі бөлігіне тең.

**§7.3. Газ заңдары. Идеал газ күйінің теңдеуі.
Универсал газ тұрақтысы**

Газдардың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуінен барлық газ заңдарын шығарып алу жолдарын талқылайық.

Бойль-Мариот заңы. Негізгі теңдеуде $pV = \frac{1}{3} N' m \langle v_{кв}^2 \rangle$ тұрақты температурада газдың берілген массасы үшін N' , $\langle v_{кв} \rangle$ және m тұрақты шамалар болғандықтан, Бойль-Мариот заңы $pV = const$ шығады. Газдың берілген массасы үшін тұрақты температурада оның көлемі мен қысымының көбейтіндісі тұрақты шама.

Дальтон заңы. Негізгі теңдеу бойынша, газдың қысымы мына теңдікпен өрнектеледі:

$$P = \frac{2}{3} \frac{N'}{V} \overline{E'} = \frac{2}{3} n \overline{E'} = \frac{2}{3} E \quad (7.3.2)$$

Мұндағы, $n = \frac{N'}{V}$ - бірлік көлемдегі молекулалар саны. Бірнеше газдардың қоспалары үшін молекулалардың жалпы мөлшері жеке газдардың молекулаларының мөлшерлерінің қосындысына тең:

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_n \quad (7.3.3)$$

Қоспалардағы барлық газдардың температуралары бірдей болғандықтан, олардың молекулаларының орташа кинетикалық энергиялары бірдей:

$$\overline{E}'_1 = \overline{E}'_2 = \dots = \overline{E}'_n = \overline{E}' \quad (7.3.4)$$

(7.3.3) өрнегін (7.2.3) теңдігіне қойып, төмендегі теңдеуді аламыз:

$$p = \frac{2}{3} n_1 \overline{E}' + \frac{2}{3} n_2 \overline{E}' + \dots + \frac{2}{3} n_n \overline{E}' = p_1 + p_2 + \dots + p_n \quad (7.3.5)$$

Қоспалардан тұратын газдың қысымы парциалды қысымдардың қосындысына тең.

Гей-Люссак заңы. Негізгі теңдеуді әртүрлі температурадағы, бірдей қысымдағы массалары бірдей екі күй үшін жазамыз:

$$PV_1 = \frac{2}{3} N' \frac{m \langle v_{кв}^2 \rangle_1}{2} = \frac{2}{3} N' \frac{ma^2 T_1}{2} \quad (7.3.6)$$

$$PV_2 = \frac{2}{3} N' \frac{m \langle v_{кв}^2 \rangle_2}{2} = \frac{2}{3} N' \frac{ma^2 T_2}{2} \quad (7.3.7)$$

$\langle v_{кв}^2 \rangle = a^2 T$. Мұндағы, a пропорционалдық коэффициенті. (7.3.6) теңдігін (7.3.7) өрнегіне бөлсек, мына қатынас шығады:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (7.3.8)$$

Газдың көлемдерінің қатынасы абсолют температураларының қатынастарына тең.

Шарль заңы. Егер газды тұрақты көлемде T_1 температурадан T_2 температураға дейін қыздырсақ, екі күй үшін негізгі теңдеу төмендегідей өрнектеледі:

$$P_1 V = \frac{2}{3} N' \frac{ma^2 T_1}{2} \quad (7.3.9)$$

$$P_2 V = \frac{2}{3} N' \frac{ma^2 T_2}{2} \quad (7.3.10)$$

Бұдан мына қатынас алынады:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (7.3.11)$$

Тұрақты көлемде газдардың қысымдарының қатынасы абсолют температураларының қатынасына тең.

Газ күйінің біріккен теңдеуі. Қысым, температура, көлем өзгергенде газдың екі күйі үшін негізгі теңдеуді жазайық:

$$P_1 V_1 = \frac{1}{3} N' ma^2 T_1 \quad (7.3.12)$$

$$P_2 V_2 = \frac{1}{3} N' m a^2 T_2 \quad (7.3.13)$$

Бұдан $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ немесе $\frac{PV}{T} = const$ (7.3.14) қатынасы шығады. Газ қысымының оның көлеміне көбейтіндісінің температураға қатынасы тұрақты шама.

Авагадро заңы. Бірдей қысымдар мен температураларда тең көлемдерді алатын газдың екі күйіне арнап, негізгі теңдеуді жазамыз:

$$PV = \frac{2}{3} N_1 \frac{m_1 \langle v_{кв}^2 \rangle_1}{2} \quad (7.3.15)$$

$$PV = \frac{2}{3} N_2 \frac{m_2 \langle v_{кв}^2 \rangle_2}{2} \quad (7.3.16)$$

Теңдеулердің оң жақтарын теңестіріп, бірдей температураларда молекулалардың кинетикалық энергияларының теңдігін ескерсек, мына теңдік шығады:

$$N_1 = N_2 \quad (7.3.17)$$

Бірдей температуралар мен қысымдарда, тең көлемдердегі молекулалардың мөлшерлері бірдей болады. Бір грамм молекулалар көлеміндегі молекулалар саны, Авогадро саны ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ молекулалар) деп аталады. Газдардың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуінен барлық газ заңдарын алдық. Бұл газдардың кинетикалық теориясының және оның қағидаларының дұрыстығын дәлелдейді.

Газдың күйін сипаттайтын параметрлердің (көлем, қысым, температура) араларындағы байланысты көрсететін өрнек газ күйінің теңдеуі деп аталады. Идеал газ күйінің немесе Клапейрон-Менделеев теңдеуі газ күйінің біріккен теңдеуінен шығады. (7.3.14) теңдеуінің оң бөлігіндегі физикалық шамалардағы 2 индексінің орнына 0 индексін қойып, сол бөлігіндегі индекстерді алып тастасақ, кез келген күй үшін орындалатын қатынасты аламыз:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \quad (7.3.18)$$

Теңдеуді белгілі газдың бірлік массасына арнап жазсақ, оның оң бөлігі газдың меншікті тұрақтысы (B) деп аталатын өзгермейтін шамаға тең болады. Онда (7.3.18) теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$pV = BT \quad (7.3.19)$$

Бұл теңдеуді алғашқы рет Б. Клапейрон жазды. Массасы m берілген газ үшін теңдеу мынадай болып жазылады:

$$pV = mBT \quad (7.3.20)$$

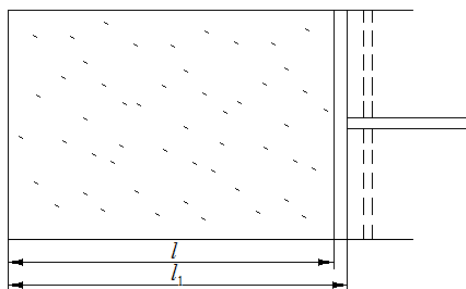
Идеал газ күйінің теңдеуін Д.И. Менделеев универсалды және қолдануға өте қолайлы етіп түрлендіру мақсатында бір моль газға арнап түрлендірейік. Қалыпты қысымда, 0°C температурада кез келген газдың көлемі $22,4$ л тең болғандықтан, (7.3.14) теңдеуінің оң бөлігі барлық газдар үшін универсал тұрақты (R) шамаға тең. Сондықтан ($B=R$) (7.3.19) теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$pV = RT \quad (7.3.21)$$

Егер молярлық массасы M , массасы m газ қарастырылса, мольдер саны $\frac{m}{M}$ идеал газ үшін Клапейрон-Менделеев заңы мына формуламен өрнектеледі:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (7.3.22)$$

Универсал газ тұрақтысының (R) физикалық мағынасына тоқталайық. P қысымда, T температурада қозғалмалы поршені бар цилиндрдің ішінде бір моль газ бар делік. (7.3.1-сызба) цилиндрдің ұзындығын l , поршеннің ауданын S арқылы белгілейік.



7.3.1-сызба. Ішінде 1 моль идеал газ орналасқан қозғалмалы поршені бар цилиндр

Газды 1^0 қыздырып, $(T+1)^0$ температураны алайық. Поршень еркін қозғалатындықтан, газдың қысымы өзгермейді. Поршень жаңа орынға қозғалып келгендегі цилиндрдің түбінен поршеньге дейінгі қашықтықты l_1 , ал бастапқысын l арқылы белгілесек, газдың ұлғаю жұмысы мына формуламен өрнектеледі:

$$A = F(l_1 - l) = pS(l_1 - l) = pV_1 - pV = R(T + 1) - RT = R \quad (7.3.23)$$

Тұрақты қысымда 1 моль газдың температурасын бір градусқа көтергенде істелінетін ұлғаю жұмысын универсал газ тұрақтысы деп атайды. Универсал газ тұрақтысының сан мәні:

$$R = 8.31 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

§7.4. Молекулалардың орташа квадраттық жылдамдығы. Бір молекуланың кинетикалық энергиясы және Больцман тұрақтысы.

Молекулалардың орташа квадраттық жылдамдығын табу үшін бір мольге арнап жазылған газдың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуін пайдаланамыз. (7.2.9) теңдеуіндегі $N^1=N_A$ Авагадро санымен алмастырып, (7.3.21) теңдеуінің негізінде оны RT теңестірсек, мына теңдікті аламыз:

$$pV = \frac{1}{3} N_A \cdot m \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle = RT, \quad \langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (7.4.1)$$

Мұндағы, $k = \frac{R}{N_A} = \frac{8.31}{6.023 \cdot 10^{23}} = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{град}}$ өте маңызды

физикалық тұрақты шама. (Больцман тұрақтысы деп аталады). Егер газдың молярлық массасы және оттегі атомының массасының он алтыдан бір бөлігіне тең массаның атомдық бірлігі белгілі болса, (7.4.1) өрнегіндегі молекуланың массасы оңай есептеледі. Атомдық бірліктің сан мәні $1,66 \cdot 10^{-24}$ г. тең. Онда $m=1.66 \cdot 10^{-24}$ М.

Больцман тұрақтысы k , тұрақты қысымда бір моль газды бір градусқа қыздырғанда істелінетін ұлғаю жұмысының бір мольдағы молекулалар санына қатынасымен анықталады. Бұл шама физиканың көптеген заңдылықтарына және бір молекуланың кинетикалық энергиясының өрнегіне енеді. Бір моль үшін газ күйінің теңдеуін жазайық:

$$pV = \frac{2}{3} \bar{E}' N_A = RT \quad (7.4.2)$$

Мұндағы, $\bar{E}' = \frac{m \langle v_{кв}^2 \rangle}{2}$ бір молекуланың орташа кинетикалық энергиясы. Бұдан

$$\bar{E}' = \frac{3 RT}{2 N_A} = \frac{3}{2} kT \quad (7.4.3)$$

(7.4.3) формуласы молекула кинетикалық теориясындағы ең маңызды теңдіктердің бірі болып табылады. Біратомды газ қарастырылғандықтан, жоғарыда келтірілген формулалар молекулалардың ілгерілемелі қозғалысының энергияларын сипаттайды. Көпатомды газдардың энергиясы ілгерілемелі, айналмалы, тербелмелі қозғалыстардан тұрады. Больцман тұрақтысы арқылы күй теңдеуін өрнектейік:

$$PV = RT = NkT \quad (7.4.4)$$

Теңдеуді көлемге V бөлсек, мына өрнек шығады:

$$P = \frac{N}{V} kT = nkT \quad (7.4.5)$$

Мұндағы, $n = \frac{N}{V}$ - бірлік көлемдегі молекулалар саны. Келтірілген теңдеуді көптеген есептерді шешкенде қолданған өте ыңғайлы. Мысалы, температура мен қысым бойынша молекулалардың санын немесе молекулалардың санымен температурасын пайдаланып, қысымды табуға, сонымен қатар абсолют температураны молекула-кинетикалық теория тұрғысынан ұғындыруға мүмкіндік береді. (7.4.3) өрнегі абсолют температура $\frac{2}{3}k$ көбейткішіне дейінгі дәлділікпен идеал газ молекулаларының ілгерілемелі қозғалысының орташа кинетикалық энергиясына тең болатындығын көрсетеді. Төменгі температурада (7.3.4) теңдеуі орындалмайды. Өйткені абсолют нөл температураға жақын температураларда молекулалардың кинетикалық энергиясы температураға сызықты тәуелді болмайды. Яғни, температураның молекула-кинетикалық анықтамасы төменгі температуралар үшін дұрыс емес. Абсолют

температураның анықтамасы термодинамиканың екінші заңының негізінде беріледі.

Есептер мен мысалдар

1. Массасы 1 кг сутегідегі атомдар санын және бір атомның массасын табыңыздар.

Берілгені: $m=1\text{кг}$, $M=2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $N_A=6.02 \cdot 10^{23} \text{моль}^{-1}$

Табу керек: N, m_0

Шешімі: 1 кг сутегідегі атомдар саны мына формуламен есептеледі:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} = 3.01 \cdot 10^{26}$$

Бір атомның массасын табу үшін массаны атомдар санына бөлеміз:

$$m_0 = \frac{m}{N} = \frac{1}{3.01 \cdot 10^{26}} \text{кг} = 3.22 \cdot 10^{-27} \text{кг}$$

2. Сыйымдылығы 20 л ыдыста массасы 6 г сутегі және массасы 12 г гелий бар. Қоспаның температурасы 300 К. Газ қоспасының молярлық массасы мен қысымын анықтандырамыз?

Берілгені: $V=2 \cdot 10^{-2} \text{м}^3$, $m_1=6 \cdot 10^{-3} \text{кг}$, $m_2=12 \cdot 10^{-3} \text{кг}$, $M_1=2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$,

$M_2=4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $T=300\text{К}$

$$R=8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$$

Табу керек: P, M

Шешімі: қоспаның қысымы парциал қысымдардың қосындысына тең:

$$P=P_1+P_2$$

Клапейрон-Менделеев теңдеуінен парциал қысымдарды табамыз:

$$P_1 = \frac{m_1}{M_1} \frac{RT}{V}, \quad P_2 = \frac{m_2}{M_2} \frac{RT}{V},$$

$$P = \frac{m_1}{M_1} \frac{RT}{V} + \frac{m_2}{M_2} \frac{RT}{V} = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V} = \frac{8.31 \cdot 300}{2 \cdot 10^{-2}} \left(\frac{6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} + \frac{12 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} \right) = 0.75 \text{МПа}$$

Қоспаның молярлық массасы мына формуламен есептеледі:

$$M = \frac{RT}{p \cdot V} (m_1 + m_2) = \frac{8.31 \cdot 300}{75 \cdot 10^4} (6 \cdot 10^{-3} + 12 \cdot 10^{-3}) \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

3. Массалары 8 г және 64 г сутегі мен оттегі қоспасының 290 К температурадағы, 0,1 МПа қысымдағы тығыздығын табыңыздар.

$$\text{Берілгені: } M_1 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ моль, } m_2 = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг, } M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$T = 290 \text{ К, } P = 10^5 \text{ Па,}$$

$$R = 8.31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$$

Табу керек: ρ

Шешімі: тығыздық мына формуламен анықталады: $\rho = \frac{m}{V}$, мұндағы $m = m_1 + m_2$ Қоспа үшін Клапейрон-Менделеев теңдеуін жазайық:

$$PV = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) RT \quad \text{бұдан} \quad V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p} \quad \text{немесе}$$

$$p = \frac{(m_1 + m_2)p}{\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) RT} = \frac{(8 \cdot 10^{-3} + 64 \cdot 10^{-3})}{\left(\frac{8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} + \frac{64 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \right)} = 0.498 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

4. Сыйымдылығы 0,3 л ыдыстың ішінде 290 К температурада газ бар. Ыдыстан 10^{19} молекула шықса, қысым қаншаға төмендейді?

$$\text{Берілгені: } V = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3, T = 290 \text{ К, } N = 10^{19}$$

Табу керек: Δp

Шешімі: газ шықпағанға дейін және шыққаннан кейінгі екі жағдай үшін Клапейрон-Менделеев теңдеуін жазамыз:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} RT, p_2 V = \frac{m_2}{M} RT \quad \text{бұдан} \quad p_1 = \frac{m_1}{M} \frac{RT}{V}, p_2 = \frac{m_2}{M} \frac{RT}{V} \quad \text{немесе}$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \left(\frac{m_1 - m_2}{M} \right) \frac{RT}{V} = \frac{\Delta m RT}{V} = \left| \frac{\Delta m}{M} - \frac{N}{N_A} \right| =$$

$$\frac{NRT}{N_A V} = \frac{NkT}{V} = \frac{10^{19} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}}{3 \cdot 10^{-4}} = 133 \text{ Па}$$

5. Сыйымдылығы 1 л ыдыстың ішінде массасы 1 г оттегі бар. Оттегі молекулаларының концентрациясын анықтаңыздар.

$$\text{Берілгені: } V = 10^{-3} \text{ м}^3, M = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, m = 10^{-3} \text{ кг}$$

Табу керек: n

Шешімі: ыдыстағы оттегінің қысымы мынаған тең: $p=nkT$ бұдан

$$n = \frac{p}{kT} \quad \text{Клапейрон-Менделеев} \quad PV = \frac{m}{M}RT \quad \text{теңдеуінен} \quad \frac{p}{T} = \frac{m}{M} \frac{R}{V}$$

$$n = \frac{mR}{MkV} = \frac{10^{-3} \cdot 8.31}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{-3}} \frac{1}{\text{м}^3} = 1.88 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

6. Концентрациясы 10^{-13} см^{-3} , қысымы 0,1 Па газдың молекулаларының ілгерілемелі қозғалысының орташа кинетикалық энергиясын табыңыздар.

Берілгені: $p=0.1 \text{ Па}$, $n=10^{19} \text{ м}^{-3}$

Табу керек: $\langle \varepsilon \rangle$

Шешімі: газ қысымының формуласын жазамыз $p = nkT$ бұдан $T = \frac{p}{nk}$

Молекулалардың орташа кинетикалық энергиясы мынаған тең:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} k \frac{p}{nr} = \frac{3P}{2n} = \frac{3 \cdot 0.1}{2 \cdot 10^{19}} \text{ Дж} = 1.5 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$$

7. Тығыздығы $0,01 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, орташа квадраттық жылдамдығы 480м/с газдың ыдыс қабырғасына түсіретін қысымын анықтаңыздар.

Берілгені: $p = 0.01 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 480 \text{ м/с}$

Табу керек: p

Шешімі: орташа квадраттық жылдамдықтың формуласын жазайық $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ Клапейрон-Менделеев теңдеуінен қысымды анықтаймыз:

$$PV = \frac{m}{M}RT, P = \frac{m}{V \cdot M}RT = \left| \frac{m}{V} = \rho \right| = \rho \frac{RT}{M}; \frac{RT}{M} = \frac{\langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{3}$$

$$p = \frac{\rho \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{3} = \frac{0,01 \cdot 480^2}{3} \text{ Па} = 768 \text{ Па}$$

8. Қалыпты жағдайда газ молекулаларының орташа квадраттық жылдамдығы 480м/с. Газдың 1 г қанша молекула бар?

Берілгені: $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 480 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $T=273 \text{ К}$, $m=10^{-3} \text{ кг}$, $R=8.31 \frac{\text{кДж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

Табу керек: N

Шешімі: орташа квадраттық жылдамдық мына формуламен өрнектеледі:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \text{ бұдан } M = \frac{3RT}{\langle v_{кв} \rangle^2} \text{ Молекулалар саны мынаған тең:}$$

$$N = \frac{mN_A}{M} = \frac{mN_A \langle v_{кв} \rangle^2}{3RT} = \frac{10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot (480)^2}{3 \cdot 8,31 \cdot 273} = 2,04 \cdot 10^{22}$$

9. Массалары 0,032 г және 0,008 г азот пен оттегінің $1,01 \cdot 10^5$ Па қысымдағы, 273K температурадағы меншікті көлемін табыңыздар.

Берілгені:

$$m_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг}, m_2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}, M_1 = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, p =$$

$$1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}, T = 273 \text{ K}$$

Табу керек: ρ_m

Шешімі: Дальтон заңы бойынша қоспаның қысымы парциал қысымдардың қосындысына тең: $p = p_1 + p_2$ әр газ үшін Клапейрон-Менделеев теңдеуін жазамыз:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT, p_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT \quad \text{бұдан}$$

$$p_1 = \frac{m_1}{M_1} \frac{RT}{V}, p_2 = \frac{m_2}{M_2} \frac{RT}{V} \text{ немесе } pV = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) RT$$

Меншікті тығыздық төмендегі формуламен есептеледі:

$$\rho_m = \frac{V}{m_1 + m_2} = \frac{\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) RT}{(m_1 + m_2) \cdot p} = \frac{\left(\frac{32 \cdot 10^{-3}}{28} + \frac{8 \cdot 10^{-3}}{32} \right) 8,31 \cdot 10^3 \cdot 273}{(92 + 8) \cdot 10^{-3} \cdot 1,01 \cdot 10^5} \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} = 0,78 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

10. Көлемі 20 л ыдыстың ішінде 27°C температурада 4 г сутегі бар. Сутегінің қысымын табыңыздар.

$$\text{Берілгені: } V = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3, T = 300 \text{ K}, m = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}, M = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

Табу керек: p

Шешімі: Клапейрон-Менделеев теңдеуінен қысымды тауып, сан мәндерін қойып есептейміз:

$$PV = \frac{m}{M} RT, PV = \frac{m}{M} \frac{RT}{V} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot 300}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \frac{H}{M^2} = 2,5 \frac{H}{M^2} \text{ немесе}$$

$$p = 2,5 \cdot 10^5 \frac{H}{M^2} = 1880 \text{ мм.сын.ба.} F = 2,55 \frac{кг}{см^2} = 2,46 \text{ атм}$$

Жаттығулар

1. 309 К температурадағы және 0,7 МПа қысымдағы тығыздығы 12 кг/м³. газдың молярлық массасын табыңыздар.

Жауабы: 44 кг/моль

2. Сыйымдылығы 25 л ыдыста температурасы 290 К сутегі бар. Ыдыстағы сутегінің бір бөлігі пайдаланылған соң оның қысымы 0,4 МПа кемиді. Пайдаланылған сутегінің массасын табыңыздар.

Жауабы: 8,3 г.

3. Жалпы саны $2,5 \cdot 10^{23}$, концентрациясы $1,25 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}$ молекулалар орналасқан ыдыстың көлемін табыңыздар.

Жауабы: $9 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$

4. Сыйымдылығы 5 л ыдыста молекулаларының концентрациясы $9,1 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ оттегі орналасқан. Газдың массасын анықтаңыздар.

Жауабы: 0,25 г

5. Сыйымдылығы бірдей екі ыдыста сутегі мен оттегі орналасқан. Газдардың массаларын бірдей деп алып, концентрацияларының қатынастарын табыңыздар.

Жауабы: 16

6. Концентрациясы $2,2 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}$, массасы 58,5 г газ сыйымдылығы 5 л ыдыста орналасқан. Қандай газ екендігін анықтаңыздар.

Жауабы: оттегі

7. Сыйымдылығы 30 л, температурасы 300 К, қысымы 5 МПа ыдыста қанша молекула бар?

Жауабы: $3,62 \cdot 10^{25}$

8. Концентрациясы 10^{10} м^{-3} , қысымы 1 мПа газдың температурасын және газ молекулаларының ілгерілемелі қозғалысының орташа кинетикалық энергиясын табыңыздар.

Жауабы: 7,25 К, $1,5 \cdot 10^{-19}$ Дж

9. Сыйымдылығы 240 см^3 , температурасы 290 К , қысымы 50 кПа ыдыстағы заттың мөлшерін, концентрациясын табыңыздар.

Жауабы: $4,98 \cdot 10^{-3} \text{ моль}, 2,99 \cdot 10^{21}$

10. 400 К температурадағы гелийдің, оттегінің, су буының бір молекуласының толық кинетикалық энергиясының орташа мәндерін анықтаңыздар.

Жауабы: $8,28 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}, 13,8 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}, 16,6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$

11. $1,2 \text{ кК}$ температурадағы гелий мен аргонның атомдарының орташа кинетикалық энергиясын табыңыздар.

Жауабы: $2,48 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}, 2,48 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$,

12. Қысымы $8 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ массасы 1 кг екі атомды газдың тығыздығы 4 кг/м^3 . Газдың жылулық қозғалысының энергиясын табыңыздар.

Жауабы: $5 \cdot 10^4 \text{ Дж}$

13. Газдың орташа квадраттық жылдамдығы 450 м/с , қысымы $5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ тең. Газдың тығыздығын табыңыздар.

Жауабы: $0,77 \text{ кг/м}^3$

14. 40 мм.сын.бағ. қысымда, 27°С температурада, 10 см^3 көлемдегі екі атомды газдың молекулаларының санын және жылулық қозғалысының энергиясын табыңыздар.

Жауабы: $1,3 \cdot 10^{19}, 0,133 \text{ Дж}$

15. 10°С температурада 20 г оттегінің жылулық қозғалысының энергиясы неге тең? Осы энергияның қандай бөлігі ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстардың үлесіне тиеді?

Жауабы: $2,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}, 1,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$

Тест сұрақтары

$m=\text{const}$, $T=\text{const}$ газдың қысымын екі есе арттырсақ, көлемі қанша есе кемиді?

А 2

Ә 3

Б 4

В $\frac{1}{2}$

Г $\frac{1}{4}$

2. $m=\text{const}$, $T=\text{const}$ газдың көлемін 4 есе кемітсек, қысымы қанша есе артады?

А $\frac{1}{4}$

Ә 4

Б 2

В $\frac{1}{2}$

Г 3

3. $m=\text{const}$, $T=\text{const}$ газдың көлемін 3 есе арттырсақ, көлемі неше есе кемиді?

А $\frac{1}{3}$

Ә $\frac{1}{2}$

Б $\frac{1}{4}$

В 4

Г 3

4. $m=\text{const}$, $T=\text{const}$ газдың көлемін 3 есе кемітсек, қысым қанша есе артады?

А $\frac{1}{3}$

Ә $\frac{1}{4}$

Б 3

В 1

Г 4

5. $m=\text{const}$, $T=\text{const}$ газдың температурасын 2 есе кемітсек, қысым неше есеге артады?

А 2

Ә $\frac{1}{2}$

Б $\frac{1}{3}$

В 4

Г $\frac{1}{4}$

6. $m=\text{const}$, $V=\text{const}$ газдың температурасын 3 есе арттырсақ, қысым неше есе артады?

А $\frac{1}{3}$

Ә 3

Б 4

В 2

Г $\frac{1}{2}$

7. $m=\text{const}$, $V=\text{const}$ газдың қысымын 4 есе кемітсек, температура неше есе кемиді?

А $\frac{1}{4}$

Ә 2

Б 3

В 4

Г $\frac{1}{2}$

8. $m=\text{const}$, $V=\text{const}$ газдың қысымын 3 есе арттырсақ, температура неше есе артады?

А 2

Ә $\frac{1}{2}$

Б 3

В $\frac{1}{3}$

Г 1

9. $m=\text{const}$, $p=\text{const}$ газдың температурасын 5 есе арттырсақ, көлем неше есе артады?

А 5

Ә 4

Б $\frac{1}{5}$

В $\frac{1}{4}$

Г 2

10. $m=\text{const}$, $p=\text{const}$ газдың температурасын 3 есе кемітсек, көлем қанша есе кемиді?

А 2

Ә 3

Б $\frac{1}{2}$

В $\frac{1}{3}$

Г 4

11. $m=\text{const}$, $p=\text{const}$ газдың көлемін 2 есе кемітсек, температура неше есеге артады?

А 3

Ә 4

Б 2

В $\frac{1}{4}$

Г $\frac{1}{2}$

12. $m=\text{const}$, $p=\text{const}$ газдың көлемін екі есе арттырсақ, температура неше есеге кемиді?

А 4

Ә 3

Б $\frac{1}{4}$

В 2

Г $\frac{1}{2}$

13. Тұрақты температурада газдың концентрациясын 5 есе арттырсақ, қысым неше есе ұлғаяды?

А 5

Ә $\frac{1}{5}$

Б 2

В $\frac{1}{2}$

Г 4

14. Тұрақты концентрацияда газдың температурасын 3 есе кемітсек, қысым қанша есеге азаяды?

А $\frac{1}{3}$

Ә 2

Б 3

В 5

Г 6

15. Температура екі есе ұлғайса, молекуланың орташа кинетикалық энергиясы неше есеге артады?

А $\frac{1}{2}$

Ә 4

Б $\frac{1}{4}$

В 2

Г 3

16. Молекуланың орташа кинетикалық энергиясын 2 есе кемітсек, температура неше есеге азаяды?

А $\frac{1}{2}$

Ә 2

Б 4

В $\frac{1}{4}$

Г 3

17. Тұрақты көлемде 1 моль газдың температурасын 5 есе арттырсақ, қысым қанша есеге артады?

А 5

- Ә $\frac{1}{5}$
- Б $\frac{2}{5}$
- В 0,5
- Г 6

18. Тұрақты қысымда 1 моль газдың көлемін 2 есе арттырсақ, температура неше есеге кемиді?

- А $\frac{1}{2}$
- Ә 0,2
- Б 2
- В 4
- Г $\frac{1}{4}$

19. Судың бір молекуласының массасы неге тең? ($M=18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $N_A=6.02 \cdot 10^{23}$)

- А $2,99 \cdot 10^{-26} \text{кг}$
- Ә $3 \cdot 10^{-27} \text{кг}$
- Б $3,2 \cdot 10^{-26} \text{кг}$
- В $4 \cdot 10^{-20} \text{кг}$
- Г $4,8 \cdot 10^{-22} \text{кг}$

20. H_2O молярлық массасы.

- А $16 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
- Ә $16 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
- Б $18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
- В $20 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
- Г $14 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

21. O_2 оттегінің молярлық массасы.

А $32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Ә $30 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Б $25 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

В $12 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Г $15 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

22. N_2 азоттың молярлық массасы.

А $14 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Ә $28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Б $18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

В $16 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Г $32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

24. Көмір қышқыл газының молекуласының массасы?

А $7,31 \cdot 10^{-26} \text{кг}$

Ә $7 \cdot 10^{-26} \text{кг}$

Б $7,5 \cdot 10^{-27} \text{кг}$

В $6,5 \cdot 10^{-26} \text{кг}$

Г $6 \cdot 10^{-26} \text{кг}$

25. Ас тұзының молярлық массасы.

А $9,60 \cdot 10^{-26} \text{кг}$

Ә $9,70 \cdot 10^{-26} \text{кг}$

Б $8 \cdot 10^{-26} \text{кг}$

В $9 \cdot 10^{-26} \text{кг}$

Г $8,85 \cdot 10^{-30} \text{кг}$

VIII тарау. Статистикалық үлестірілу

§ 8.1. Ықтималдық және флуктуация. Максвелл үлестірілуі

Идеал газ алып тұрған көлемнен қандай да бір кеңістіктің облысын бөліп алсақ, қозғалыстағы бөлшек қашан осы облыстың ішінде болатындығы туралы мәліметті дәл беру өте қиын. Қарастырылып отырған облыста бөлшектің нақты қанша уақыт болатындығына да жауап бере алмаймыз. Сондықтан кеңістіктің қандай да бір берілген облысында бөлшектің табылуы кездейсоқ оқиғаға жатады. Мысалы, микробөлшектердің қозғалыстары кванттық механиканың заңдарымен сипатталады. Микробөлшектердің орындарын біз дәл анықтай алмаймыз, олардың кеңістіктің қандай да бір облысында болуы өзінің табиғаты бойынша кездейсоқ шама. Сондықтан көп бөлшектер жүйесінде өтетін оқиғалардың көбісі кездейсоқ болады. Кездейсоқ оқиғаларды ықтималдылықтар теориясы талқылайды. Идеал газдағы жеке молекулалардың қандай да бір уақыт мезетіндегі координаталары мен жылдамдықтарының дәл мәндерін болжамдап айта алмаймыз, өйткені олар кездейсоқ шамалар. Кездейсоқ шамалармен байланысты заңдылықтарды ықтималдылық теориясы және математикалық статистика зерттейді. Ғылым мен практикада әртүрлі кездейсоқ оқиғалар кездескенімен зерттеулердің жалпы нәтижелеріне оқиға болды немесе оқиға болған жоқ деген формуламен беріледі. Идеал газ алып тұрған көлемді тең екі бөлікке бөлейік. Бөлшектерді бір-бірінен айыра алатындай және жеке бөлшектердің орындарын бақылайтындай мүмкіндігіміз бар деп есептейік. Зерттелетін бөлшек екі көлемнің біреуінде болса, оқиғаны болды делік. Онда әрбір бақылаудың нәтижесі оқиғаның болғандығын (бөлшек берілген жарты көлемде орналасқан) немесе оқиғаның болмағандығын көрсетеді. (Бөлшек қарастырылып отырған жарты көлемде жоқ). N арқылы бақылаудың жалпы санын белгілейік. N_A оқиға болғандағы (қарастырылып отырған жарты көлемде бөлшек бар) сынақ саны. A оқиғасының пайда болу ықтималдылығы мына формуламен анықталады:

$$P_{(A)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_A}{N} \quad (8.1.1)$$

Әрбір бақылауда немесе сынақта бөлшектің көлемінің екі бөлігінде табылу мүмкіндігі бірдей. Сондықтан бөлшекті N рет бақылағанда, бақылаудың жартысында ол көлемнің бірінші бөлігінде, екінші жартысында екінші бөлігінде орналасатындықтан, мына теңдіктер орындалады:

$$N_A = \frac{N}{2}, \quad P(A) = \frac{1}{2}$$

Мысалы, жақтары 1,2,3,4,5,6 цифрларымен белгіленген алты қырлы сүйекті қарастырайық. Сүйекті N рет тастағандағы кез келген цифрдың шығу ықтималдылығы $\frac{N}{6}$ тең. Осы оқиға үшін $N_1 = \frac{N}{6}$, ықтималдылық

$$P(1) = \frac{1}{6}.$$

Басқа цифрлардың шығу ықтималдылықтары тең:

$$P(1) = P(2) = \dots = P(6) = \frac{1}{6}.$$

Кез келген көлемдегі молекулалар саны N^1 тұрақты емес. Өйткені хаосты жылулық қозғалыстың нәтижесінде $\Delta\tau$ уақыт ішінде V көлемінен саны N_1^1 молекулалар кетіп, N_2^1 молекулалар келеді. N_1^1 және N_2^1 шамалары тең болмағандықтан, V көлемдегі молекулалар саны өзгеріп, оның орташа \bar{N}^1 мәнінің айналасында тербеліп тұрады. Осындай тербелісті V көлемдегі газдың тығыздығы да жасайды. Молекулалар санының, тығыздықтың және басқа физикалық шамалардың орташа мәндерінен кездейсоқ ауытқуын флуктуация деп атайды. Флуктуация құбылысының физикалық үрдістерді түсіндіруде алатын орны ерекше. Мысалы, атмосферадағы ауа тығыздығының флуктуациясы аспанның көгілдір болуын, өткізгіштегі электрондар санының флуктуациясы электро өлшеуіш құралдардың сезгіштігінің жоғарылауын, электрондық шамдардағы электрондар ағынының флуктуациясы шамның ішінде пайда болатын шуылды түсіндіреді. Флуктуацияның мөлшерлік өлшемі ретінде келесі шамалар алынады: квадрат түбір астындағы, флуктуация $N^1 - \bar{N}^1$ шамасының квадратының орташа мәнінің флуктуацияның орташа мәніне қатынасы салыстырмалы флуктуацияға тең:

$$\delta = \frac{\sqrt{(N^1 - \bar{N}^1)^2}}{\bar{N}^1} \quad (8.1.2)$$

Орташа квадраттың ауытқуы немесе дисперсия:

$$\alpha = \overline{\Delta^2} = \overline{(N^1 - \bar{N}^1)^2}$$

N' -тың үлкен мәндерінде салыстырмалы флуктуация мына формуламен есептеледі:

$$\bar{\delta} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{N'}} \quad (8.1.3)$$

Салыстырмалы флуктуация 1% болғандағы, молекулалар санын және оның алатын көлемін есептейік:

$$0,01 = \sqrt{\frac{2}{3,14} \cdot \frac{1}{N'}} \quad \text{бұдан}$$

$$N' = \frac{2}{3,14} \cdot 10^4 = 0,637 \cdot 10^4$$

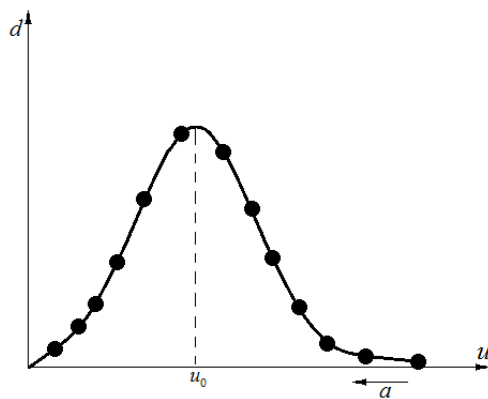
Қалыпты жағдайда саны $0,637 \cdot 10^4$ тең молекулалардың алатын көлемі мынаған тең:

$$\frac{22410 \cdot 0,637 \cdot 10^4}{6,023 \cdot 10^{23}} = 237 \cdot 10^{-16} \text{ см}^3$$

Газдың үлкен көлемінде салыстырмалы флуктуацияның шамасы кіші болады. Тек молекулалар саны аз болғанда, оған сәйкес келетін 10^{-16} см^3 көлемде молекулалар санының флуктуациясы 10% жетеді.

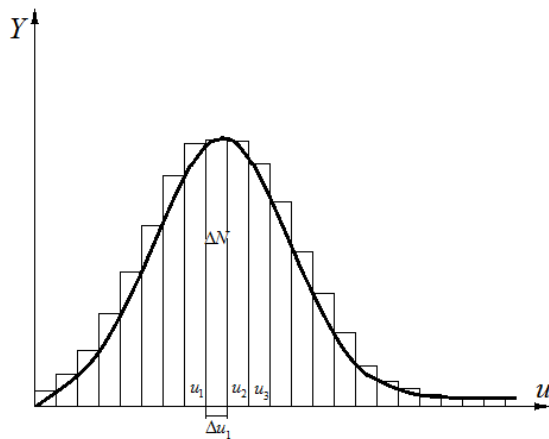
§8.2. Молекулалардың жылдамдықтарының Максвелл бойынша үлестірілуі. Ең ықтимал жылдамдық. Молекулалардың орташа арифметикалық жылдамдығы

Өте көп бөлшектерден тұратын жүйе тепе-теңдік күйге жеткеннен соң сыртқы әсерлер ескерілмесе, онда макроскопиялық өзгерістер болмайды, яғни жүйені сипаттайтын параметрлер тұрақты болып қалады. Бірақ жүйеде микроүрдістер орын алады. Мысалы, молекулалардың өзара соқтығысуының салдарынан әрбір молекуланың жылдамдығы өзгеріп, кеңістікте жылдамдықтар үлестіріледі. u жылдамдығымен $u + du$ жылдамдығының арасындағы интервалда жатқан молекулалардың жылдамдықтарын жуықтап өзгермейді деп алуға болады. Молекулалардың жылдамдықтары Д. Максвелл қисығы бойынша үлестіріледі. (8.2.1-сызба)



8.2.1-сызба. Молекулалардың жылдамдықтар бойынша үлестірілуі

Жылдамдықтары u және $u + du$ аралығындағы ΔN молекулалар санының u жылдамдыққа тәуелділігін анықтау үшін ΔN молекулалар санын, табаны Δu болатын тік төртбұрыштардың аудандарымен кескіндейміз. (8.2.2-сызба)

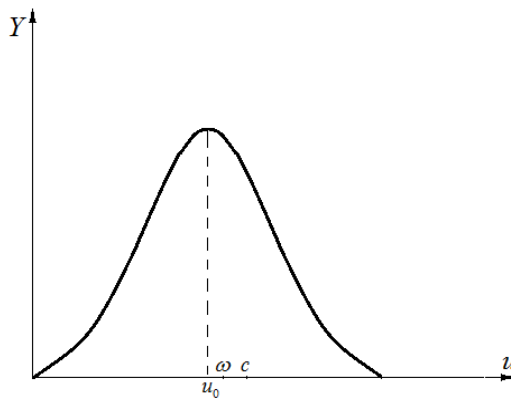


8.2.2-сызба. Молекулалардың жылдамдықтарын үлестіру қисығын тұрғызу принципі

Δu интервалын $u_2 - u_1 = 5 \text{ м/с}$ тең болатындай таңдап алайық. $u_1 = 490 \text{ м/с}, u_2 = 495 \text{ м/с}, u_3 = 560 \text{ м/с}$ т.с.с. Тік төртбұрыштың ауданы $\Delta N = y \Delta u$, мұндағы y тік төртбұрыштың биіктігі. $y = \frac{\Delta N}{\Delta u}$ жылдамдықтардың интервалын кішірейтсек, шекті жағдайдағы мәні шығады:

$$y = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta u} = \frac{dN}{du} \quad (8.2.1)$$

Баспалдақтардың орнына 8.2.3-сызбасында келтірілген Максвелл қисығы алынады:



8.2.3-сызба. Максвелл қисығы

Д. Максвелл қисығы төмендегі заңдылықпен сипатталады:

$$y = \frac{dN}{du} = N\varphi(u) \quad (8.2.2)$$

Д. Максвелл Y функциясының аналитикалық өрнегін қорытып шығарды:

$$y = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \left(\frac{m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mu^2}{2kT}} u^2 \quad (8.2.3)$$

Мұндағы, N – молекулалар саны, u – молекулалардың жылдамдығы, m – оның массасы, T – абсолют температура, k – Больцман тұрақтысы.

Жылдамдықтары u және $u + du$ аралығында жатқан молекулалар саны мына формуламен есептеледі:

$$dN = ydu = N\varphi(u)du \quad (8.2.4)$$

Қисықтың максимумына сәйкес келетін жылдамдықты ең ықтимал u_{bl} жылдамдық деп атайды.

Ең ықтимал жылдамдықтың мәнін табу үшін (8.2.3)-функциясының максимумын анықтаймыз. y – тен u бойынша туынды алып нөлге теңестірейік:

$$\frac{dy}{du} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N\left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\ell^{\frac{mu_{bl}^2}{2kT}} \cdot 2u_{bl} - u_{bl}^2 \ell^{\frac{mu_{bl}^2}{2kT}} \frac{2mu_{bl}}{2kT} \right) = 0 \quad (8.2.5)$$

Бұдан

$$u_{bl}^2 = \frac{2kT}{m} \quad (8.2.6)$$

Немесе

$$u_{bl} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (8.2.7)$$

Келтірілген формуладан ең ықтимал жылдамдықтың квадрат түбір астындағы абсолют температураға пропорционал екендігін көреміз:

$$u_{bl} = a\sqrt{T} \quad (8.2.8)$$

Мұндағы, $a = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ тұрақты шама (8.2.9)

Д.Максвелл қисығы асимметриялы болғандықтан, қисықтың максимал нүктесінен ордината осіне параллель жүргізілген түзудің оң жағында пайда болған ауданның шамасы сол жағындағысынан үлкен. Аудандар ең ықтимал жылдамдықтан кіші және үлкен жылдамдықтармен қозғалатын молекулалар санына пропорционал. Сондықтан газдарда ең ықтимал жылдамдықтан үлкен жылдамдықпен (ең ықтимал жылдамдықтан кіші жылдамдықпен салыстырғанда) қозғалатын молекулалар саны басым. Д. Максвелл қисығының пішіні температураға байланысты өзгереді. Температура жоғарылаған сайын қисықтың максимумы төмендейді. Температураны көтергенде молекулалар саны өзгермейтіндіктен, аудан тұрақты болып қалады. Температура ұлғайғанда, молекулалардың орташа жылдамдықтары артады. Д. Максвелл формуласы бойынша есептеулер, молекулалардың жылдамдықтары артқанда анықталған жылдамдықтар интервалындағы

молекулалар саны кеміп, қисықтың максимумы төмендеп, оңға қарай ығысады.

Д. Максвелл қисығының асимметриясы ең ықтимал жылдамдық барлық жылдамдықтардың арифметикалық ортасына тең болмайтындығын көрсетеді. Барлық молекулалардың жылдамдықтарын қысып, молекулалар санына бөлгенде шығатын орташа арифметикалық жылдамдық ең ықтимал жылдамдықтан артық. Өйткені газда ең ықтимал жылдамдықтан артық жылдамдықпен қозғалатын молекулалар саны басым. Молекулалардың орташа арифметикалық ω жылдамдығын анықтайық.

ΔN_1 молекулалардың жылдамдығы u_1 , ΔN_2 молекулалардың жылдамдығын u_2 , ал ΔN_n молекулалардың жылдамдығы u_n болсын делік. Төмендегі өрнекті құрамыз:

$$\omega = \frac{u_1 \Delta N_1 + u_2 \Delta N_2 + \dots + u_n \Delta N_n}{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \dots + \Delta N_n} = \frac{\sum_{i=0}^n u_i \Delta N_i}{N} \quad (8.2.10)$$

Шекке көшсек, орташа арифметикалық жылдамдықтың мәні шығады:

$$\omega = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} u dN \quad (8.2.11)$$

$\frac{dN}{du} = y = N\varphi(u)$ теңдігінен алынған $dN = N\varphi(u)du$ өрнегін ескерсек, орташа арифметикалық жылдамдықтың формуласы төмендегідей түрленеді:

$$\omega = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} N \cdot u \varphi(u) du \quad (8.2.12)$$

(8.2.3) және (8.2.5) өрнектерін пайдалансақ, $y = N\varphi(u)$ Д. Максвелл функциясы мынадай формула арқылы өрнектеледі:

$$y = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{N}{u_{bl}} \left(\frac{u}{u_{bl}} \right)^2 \cdot \ell \left(-\left(\frac{u}{u_{bl}} \right)^2 \right) \quad (8.2.13)$$

y – тің мәнін (8.2.12) теңдеуіне қойып, төменде келтірілген қатынасты аламыз:

$$\omega = \frac{4}{\sqrt{\pi}u_{bl}^3} \int_0^{\infty} \ell^{-\left(\frac{u}{u_{bl}}\right)^2} u^3 du \quad (8.2.14)$$

$x = \left(\frac{u}{u_{bl}}\right)^2$ белгілесек, $2udu = u_{bl}^2 dx$ теңдігі шығады. Осы теңдікті (8.2.14) өрнегіне қойып, орташа арифметикалық жылдамдықты табайық:

$$\omega = \frac{2}{\sqrt{\pi}} u_{bl} \int_0^{\infty} e^{-x} x dx \quad (8.2.15)$$

$\int_0^{\infty} x e^{-x} dx = 1$ және (8.2.7) теңдіктерін ескерсек, мына формула шығады:

$$\omega = \frac{2}{\sqrt{\pi}} u_{bl} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (8.2.16)$$

Молекулалардың u_{bl} , ω , $\langle v_{кв} \rangle$ жылдамдықтарының араларындағы байланыс формулаларын анықтаймыз:

$$u_{bl} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = 1,41 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = 1,60 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1,73 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

Келтірілген теңдіктерден төмендегі байланыс формулалары алынады:

$$\omega = \sqrt{\frac{4}{\pi}} u_{bl} = 1,112 u_{bl} \quad (8.2.17)$$

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3}{2}} u_{bl} = 1,223 u_{bl} \quad (8.2.18)$$

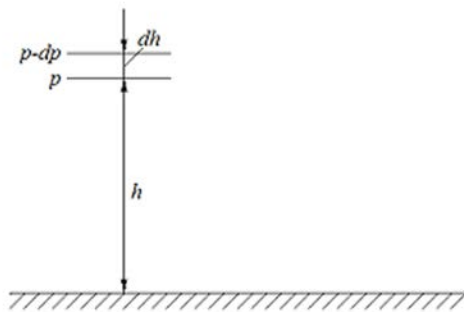
§8.3. Сыртқы потенциалдық өрістегі бөлшектер үшін Больцман үлестірілуі. Максвелл-Больцман формуласы

Қарастырып отырған кішкентай көлемдегі газдың тығыздығы, яғни бірлік көлемдегі молекулалар саны кеңістік бойынша бірқалыпты үлестіріледі. Үлкен көлемдерде ауырлық күшінің әсерінен кеңістіктегі молекулалардың бітқалыпты үлестірілуі бұзылып, ауаның тығыздығы және ауаның қысымы Жер бетінен алыстаған сайын кемиді. Осы құбылыстың өзгеру заңдылығын зерттейік. Жердің бетіндегі ($h = 0$) қысымды p_0 , h биіктіктегі қысымды p арқылы белгілейік. (8.3.1-сызба). Биіктікті dh арттырсақ, қысым $-dp = \rho g dh$ өзгереді. Мұндағы, ρ берілген биіктіктегі ауаның тығыздығы, $\rho = n \cdot m$ n бірлік көлемдегі молекулалар саны, m – молекулалардың массасы. Молекулалар санының қысыммен байланысы $p = nkT$ формуласымен анықталады.

Бұл формуладан тығыздықты және қысымның өзгерісін табамыз:

$$\rho = \frac{mp}{kT} \quad (8.3.1)$$

$$dp = -\frac{mg}{kT} p dh \quad (8.3.2)$$



8.3.1-сызба. Биіктікке байланысты қысымның өзгеруі

Биіктіктің кішкентай өзгерісі үшін $T = const$ шарты орындалады. (8.3.2) өрнегін интегралдасақ, барометрлік формула шығады:

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{mg}{kT_0} \int_0^h dh \quad (8.3.3)$$

немесе

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad (8.3.4)$$

$m = \frac{M}{N}$ қатынасын қолданып, төмендегі формуланы аламыз. Мұндағы, M газдың молярлық массасы, N – Авогадро саны:

$$p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad (8.3.5)$$

Газдың қысымы бірлік көлемдегі молекулалар санына пропорционал болғандықтан, (8.3.5) формуласын мынадай түрде жазуға болады:

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{mNgh}{RT}} \quad (8.3.6)$$

Екі параллель жазықтықтардың арасында орналасқан ауырлық күші әсер ететін қалыңдығы dh газдың қабатын қарастырайық. Ауырлық күші жазықтықтарға перпендикуляр бағытталған. Төменгі жазықтық Жер бетінен h биіктікте орналасқан. Молекула Жер бетінен тік жоғары u_{z0} бастапқы жылдамдықпен қозғалсын. Молекула жылдамдығының биіктікке байланысты өзгерісін энергияның сақталу заңын пайдаланып анықтаймыз:

$$\frac{mu_{z0}^2}{2} = \frac{mu_z^2}{2} + mgh \quad (8.3.7)$$

Бастапқы жылдамдығы u_{z0} молекула мынадай биіктікке көтеріледі:

$$h = \frac{u_{z0}^2}{2g}$$

$h + dh$ биіктікке бастапқы жылдамдығы $u_{z0} + du_{z0}$ молекулалар көтеріледі:

$$u_{z0} + du_{z0} = \sqrt{2g(h + dh)}$$

Жердің бетіндегі (нөлдік деңгейдегі) жылдамдықтары u_{z0} -ден (1111) $u_{z0} + du_{z0}$ дейінгі бірлік көлемдегі молекулалар мөлшері $n_0 f(u_{z0}) du_{z0}$ тең. Осы деңгейден секунд сайын кетіп, қарастырып отырған бетке бір секундта жететін молекулалардың мөлшері $v_0 = n_0 f(u_{z0}) du_{z0}$ формуласымен есептеледі. (8.3.7) теңдігіндегі $u_z = 0, u_{z0} du_{z0} = gdh$ деп алсақ, төмендегі өрнек шығады:

$$v_0 = n_0 f(u_{z0}) gdh \quad (8.3.8)$$

(8.3.8) формуласы секунд сайын dh қабатына астынан келіп, және үстінен шығатын молекулалардың мөлшерлерінің айырымын береді. Екінші жағынан осы айырымды (8.3.6) теңдігін дифференциалдап, алынған нәтижені жылдамдық $\bar{\omega}_z$ құраушысының орташа мәніне көбейту арқылы аламыз:

$$v_0 = dn = n_0 \frac{mNg}{RT} e^{-\frac{mNgh}{RT}} \cdot \bar{\omega}_z \cdot dh \quad (8.3.9)$$

(8.3.8) және (8.3.9) өрнектерін теңестіріп, $gh = \frac{u_{0z}^2}{2}$ ескерсек, мынадай тәуелділікті аламыз:

$$f(u_{z0}) = \frac{mN}{RT} e^{-\frac{mNgh}{RT}} \cdot \bar{\omega}_z = \frac{mN \bar{\omega}_z}{RT} e^{-\frac{mNu_{z0}^2}{2RT}} \quad (8.3.10)$$

Формуладан молекулалардың жылдамдықтары бойынша үлестірілуі ауырлық күшіне тәуелсіз екендігін көреміз. Ауырлық күшінің потенциал χ туралы ұғымды енгізіп, (8.3.10) тәуелділігін түрлендірсек, төменде келтірілген өрнектерді аламыз:

$$f(u_{z0}) = \frac{2\bar{\omega}_z}{u_{bt}^2} e^{-\frac{2\chi}{u_{bt}^2}} \quad (8.3.11)$$

$$f(u_{z0}) = \frac{2\bar{\omega}_z}{u_{bt}^2} e^{-\frac{u_{z0}^2}{u_{bt}^2}} \quad (8.3.12)$$

(8.3.6) теңдігін $\chi = gh$ ауырлық күшінің потенциалы арқылы өрнектейік:

$$n = n_0 \ell^{\frac{m\chi}{kT}} \quad (8.3.13)$$

Формуладағы $m\chi$ ауырлық өрісіндегі молекулалардың потенциалдық энергиясы болғандықтан, ол потенциалдық энергиясы $mgh = E$ үлкен бірлік көлемдегі молекулалар мөлшерін береді. Жылдамдықтары $u_z, u_z + du_z$ аралығында жатқан h биіктіктегі бірлік көлемдегі молекулалар саны төмендегі формуламен есептеледі:

$$dn_{u_z} = n_0 e^{-\frac{m\chi}{kT}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi} u_{bt}} e^{-\frac{mu_z^2}{2kT}} du_z = \frac{n_0}{\sqrt{\pi} u_{bt}} e^{-\frac{m}{2kT}(2\chi + u_z^2)} du_z \quad (8.3.14)$$

(8.3.12) өрнегін $E = mgh$ пайдаланып түрлендірейік:

$$n = n_0 e^{\frac{m\chi}{kT}} = n_0 e^{\frac{E}{kT}} \quad (8.3.15)$$

Мұндағы, E, h биіктіктегі молекуланың потенциалдық энергиясы. (8.3.15) өрнегі ауырлық өрісіндегі жылулық қозғалыстағы бөлшектердің үлестірілуін сипаттайтын Больцман заңы. Бұл заң потенциалдық өрістегі газдың молекулаларына ұқсас кез келген бөлшектер үшін орындалады. Егер Д. Максвелдің үлестірілу формуласына

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n \left(\frac{u}{u_{bt}} \right)^2 \ell^{-\frac{u^2}{u_{bt}^2}} \frac{du}{u_{bt}}$$

(8.3.15) теңдігіндегі n – нің мәнін қойсақ, Максвелл-Больцманның үлестірілу формуласы шығады:

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n_0 \left(\frac{u}{u_{bt}} \right)^2 e^{-\frac{u^2+2\chi}{u_{bt}^2}} \frac{du}{u_{bt}} \quad (8.3.16)$$

Максвелл-Больцман формуласы арқылы потенциалы χ сыртқы күштер өрісіндегі жылдамдықтары $u, u + du$ аралығында жатқан идеал газдың молекулаларының үлестері есептелінеді. (8.3.15) өрнегінде $\chi = 0$ деп алсақ, $n = n_0$ теңдігі шығады. Яғни, барлық көлемдегі молекулалардың тығыздығы бірдей. $T = 0$ болса, h – тың кез келген мәнінде $n = 0$ теңдігі орындалады. Абсолют нөл температурада ($T = 0$), жылулық қозғалыс жоқ болғандықтан, атмосфераның барлық молекулалары Жердің бетінде орналасады. Максвелл үлестірілуі газ тепе-теңдік күйге жеткенде орнығады. Бұл газ көлемінің барлық нүктелерінде температураның бірдей болуын талап етеді. Максвелл үлестірілуі сыртқы күштер өрісіндегі молекулалардың потенциалына тәуелді емес. Больцманның заңы тұрақты температурада жылдамдықтардың үлестірілуіне тәуелсіз орындалады. Келтірілген заңдылықтар Максвелл-Больцман формуласында бір-біріне тәуелсіз екі көбейткішпен өрнектелген:

$$e^{-\frac{u^2+2\chi}{u_{bt}^2}} = e^{-\frac{m\chi}{kT}} \cdot e^{-\frac{u^2}{u_{bt}^2}} \quad (8.3.17)$$

§ 8.4. Молекулалардың еркіндік дәрежесі.

Еркіндік дәреже бойынша энергияның

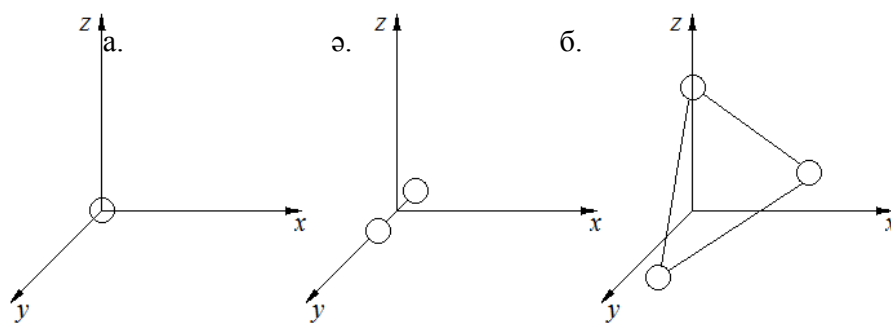
үлестірілуі. Идеал газдың ішкі энергиясы.

Молекулалардың соқтығысуларының орташа

саны және еркін жүру жолының ұзындығы

Нүктенің кеңістіктегі орнын толық анықтайтын тәуелсіз координаталар санын еркіндік дәрежесінің саны деп атайды. Молекулалардың еркіндік дәрежесі жүйенің күйін анықтайды. Мысалы, уақыттың қандай да бір мезегіндегі қозғалыстағы материалдық нүктенің кеңістіктегі энергетикалық күйін сипаттау мақсатында кинетикалық және потенциалдық энергияларды анықтау үшін жылдамдықтың үш құраушысы мен үш координатаны (алты айнымалыны) білуіміз қажет. n бөлшектен тұратын жүйенің $3n$ кинетикалық, $3n$ потенциалдық энергияға қатысты жалпы $6n$ еркіндік дәрежесі бар. Идеал газдарда әсерлесу энергиясы (потенциалдық энергия) ескерілмейді. Көптеген есептерді шешкенде біратомды газды материалдың нүкте ретінде қарастырсақ, еркіндік дәрежесі 3-ке тең болады. (Айналмалы

қозғалыстағы энергия $r \rightarrow 0, J = mr^2 \rightarrow 0, T_{\text{айн}} = \frac{J\omega^2}{2} \rightarrow 0$). 8.4.1-сызбада бір, екі және үш атомды молекулалар көрсетілген:



8.4.1-сызба. Біратомды (а), екі атомды (ә), үш атомды (б) молекулалардың еркіндік дәрежесі

Екіатомды (ә) молекуланың еркіндік дәрежесі бесеу. (Үшеуі ілгерілемелі, екеуі айналмалы, у осінің бойымен айналуы ескерілмейді, өйткені $r \rightarrow 0$).

Үш атомды молекуланың (б) еркіндік дәрежесі алтау. (Үшеуі ілгерілемелі, үшеуі айналмалы). Молекулалардың үш еркіндік дәрежесі әрқашан ілгерілемелі. Статистикалық тепе-теңдікте жүйедегі ілгерілемелі қозғалыстағы молекулалардың әрқайсысының еркіндік дәрежелерінің бір-бірінен артықшылығы жоқ. Сондықтан жүйенің әрбір еркіндік дәрежесіне орташа алғанда бірдей энергия сәйкес келеді. Ілгерілемелі қозғалыстағы идеал газ молекуласының орташа кинетикалық энергиясы төмендегі формуламен анықталады:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} RT$$

Яғни, декарттық координата осінің біреуіне орташа энергияның $\frac{1}{3}$ бөлігі сәйкес келеді:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{\langle \varepsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2} kT \quad (8.4.1)$$

Классикалық статистикалық физикада молекулалардың энергиялары еркіндік дәрежелері бойынша бірқалыпты үлестірілетіндігі туралы Больцман заңы енгізіледі. Термодинамикалық тепе-теңдік күйдегі

статистикалық жүйеде әрбір ілгерілмелі және айналмалы қозғалыстардың еркіндік дәрежесіне орташа алғанда $\frac{kT}{2}$, ал тербелмелі қозғалыстың еркіндік дәрежесіне kT кинетикалық энергия сәйкес келеді. Тербелмелі қозғалыстың энергиясы ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстың еркіндік дәрежесінен екі есе артық. Өйткені оған айналмалы және ілгерілмелі қозғалыстардың кинетикалық энергиясымен қатар потенциалдық энергия қосылады. (потенциалдық және кинетикалық энергиялардың орташа мәндері тең). Сондықтан молекуланың орташа кинетикалық энергиясы мына өрнекпен анықталады:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT \quad (8.4.2)$$

Мұндағы, i еркіндік дәрежесінің жалпы саны, ол ілгерілемелі, айналмалы және екі еселенген тербелмелі қозғалыстардың еркіндік дәрежелерінің қосындысынан тұрады:

$$i = i_{илэ} + i_{айн} + 2i_{терб} \quad (8.4.3)$$

Идеал газдарда молекулалардың өзара әсерлесулері ескерілмегендіктен, потенциалдық энергия нөлге теңеледі, ішкі энергияның газдың бір моліне қатынасы N_A молекулалардың кинетикалық энергияларының қосындысына тең:

$$U_m = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT \quad (8.4.4)$$

V моль газ үшін ішкі энергия мына формуламен есептеледі:

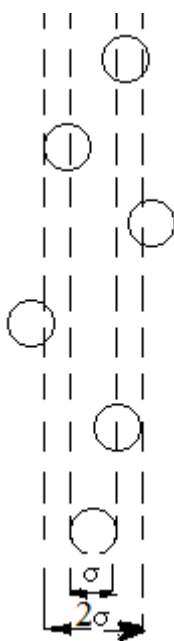
$$U = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT \quad (8.4.5)$$

Мұндағы, m газдың массасы, M – газдың молярлық массасы. Хаосты қозғалыстағы газдың молекулалары бір-бірімен үздіксіз соқтығысады. Молекуланың екі соқтығысуының арасындағы жүретін орташа жолын, еркін жүру жолының ұзындығы деп атайды. Екі соқтығысудың арақашықтығы бірдей болмағандықтан, орташа мәні алынады. Молекулалардың бір секундтағы соқтығысуларының санын қорытып шығарайық. Қарастырып отырған идеал газ молекуласының диаметрі σ , кеңістіктегі орташа арифметикалық жылдамдығы ω болсын делік. Көлемі $2\pi\sigma^2\omega$ цилиндрдің ішімен түзу сызықты қозғалатын диаметрі σ тең молекула, оның ішінде орналасқан барлық молекулалар мен серпімді соқтығысады. Әрбір

соқтығыстан соң молекула өзінің бағытын өзгертетіндіктен, кеңістікте қиылған цилиндрдің көлемі бір секундтағы молекуланың соқтығысу санына тең цилиндрлердің көлемдерінің қосындысынан тұрады. Цилиндрлердің жалпы ұзындығы орташа арифметикалық жылдамдыққа тең. Егер басқа молекулаларды тыныштықта деп есептесек, бір секундтағы орташа соқтығысу саны мынаған тең:

$$\langle v \rangle = \pi \sigma^2 \omega n \quad (8.4.6)$$

Мұндағы, n бірлік көлемдегі молекулалар саны.



8.4.2-сызба. Молекулалардың бір-бірімен соқтығысуы

Басқа молекулалардың қозғалысы соқтығысу санын арттырады. Есептеулер бұл жағдайдағы соқтығысулар саны мына формуламен анықталатынын көрсетті:

$$\langle v \rangle = \sqrt{2} \pi \sigma^2 n \omega \quad (8.4.7)$$

300K температурада, $10^5 \frac{H}{m^2}$ қысымда ауа мен көптеген басқа газдар

үшін бір секундтағы орташа соқтығысу 10^9 тең. Молекулалардың орташа арифметикалық жылдамдығы бір секундтағы соқтығысу саны белгілі болса, еркін жүру жолының орташа мәні төмендегі формуламен есептеледі:

$$\bar{\lambda} = \frac{\omega}{\langle v \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n} \quad (8.4.8)$$

Молекулалардың еркін жолының орташа мәні бірлік көлемдегі молекулалар санына (концентрациясына) кері пропорционал. Яғни, газдың тығыздығына немесе қысымына кері пропорционал.

$$\sqrt{2}\pi\sigma^2 = A,$$

ал $n=p$ деп алсақ төмендегі қатынас шығады:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{A \cdot P} \quad (8.4.9)$$

(8.4.9) қатынасынан газ молекулаларының еркін жүру жолының орташа мәндері мен қысымдарының арасындағы байланыс формуласы шығады:

$$\bar{\lambda}_1 p_1 = \bar{\lambda}_2 p_2 \quad (8.4.10)$$

Формула берілген аз қысымдағы еркін жүру жолының ұзындығының орташа мәнін өлшеу арқылы кез келген басқа қысымдағы еркін жүру жолының ұзындығын есептеуге мүмкіндік береді.

Есептер мен мысалдар

Қалыпты жағдайда қандай да бір газдың орташа квадраттық жылдамдығы 480 м/с. Осы газдың 1 г-да қанша молекула бар?

Берілгені:

$$\langle v_{кв} \rangle = 480 \text{ м/с}, \quad T = 273 \text{ К}, \quad m = 10^{-3} \text{ кг}, \quad R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

Табу керек: N

Шешімі: газдың орташа квадраттық жылдамдығы мына формуламен есептеледі:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \text{ бұдан } M = \frac{3RT}{\langle v_{кв} \rangle^2}$$

массасы 1 г газдағы молекулалар саны мынаған тең:

$$N = \frac{mN_A}{M} = \frac{mN_A \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{3RT} = \frac{10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot (480)^2}{3 \cdot 8,31 \cdot 273} = 2,04 \cdot 10^{22}$$

2. 40 кПа қысымдағы, тығыздығы 0,35 кг/м³ газ молекуласының ең ықтимал жылдамдығын анықтаңыздар.

Берілгені: $P = 0,35 \frac{\text{кПа}}{\text{м}^3}$, $\rho = 4 \cdot 10^4 \text{ Па}$

Табу керек: $v_{\text{ы}}$

Шешімі: газ молекуласының ең ықтимал жылдамдығы мына формуламен анықталады:

$$v_{\text{ы}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \text{ тығыздық } \rho = \frac{m}{V}$$

Клапейрон-Менделеев $pV = \frac{m}{M}RT$ тендеуінен

$$\frac{RT}{M} = \frac{P}{\rho}, \quad v_{\text{ы}} = \sqrt{\frac{2P}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^4}{0,35}} = 478 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

3. 1 с орташа соқтығысу саны $3,7 \cdot 10^9$ тең, 0⁰С температурадағы оттегі молекуласының еркін жолының орташа мәнін табыңыздар:

Берілгені: $M = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $T = 273\text{К}$, $\langle n \rangle = 3,7 \cdot 10^9$

Табу керек: $\langle \lambda \rangle$

Шешімі: молекуланың еркін жолының орташа мәні орташа жылдамдықты соқтығысулардың орташа мәніне бөлінген тең:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle n \rangle} \text{ орташа жылдамдық мына өрнекпен}$$

анықталады: $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ немесе

$$\langle \lambda \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \frac{1}{\langle n \rangle} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} = 115 \text{ н.м}$$

4. Қандай қысымда температурасы 67⁰С оттегі молекулаларының еркін жүру жолының орташа мәні 2,5 см тең болады? Сутегі молекуласының диаметрі 0,28н,м

Берілгені: $\langle \lambda \rangle = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}, T = 340 \text{ К}, d = 0,28 \text{ н.м}$

Табу керек: p

Шешімі: оттегінің қысымы мынаған тең: $p = nkT$, еркін жүру

жолының орташа мәні $\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$ бұдан $n = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 \langle \lambda \rangle}$

немесе

$$p = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \langle \lambda \rangle} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 340}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (0,28)^2 \cdot 10^{-18} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 0,539 \text{ Па}$$

5. Ауада қалықтап тұрған тозаңның массасы 10^{-18} г тең. Тозаңның концентрациясының айырмашылығының 1% аспайтын қабатының қалыңдығын табыңыздар:

Берілгені: $m = 10^{-21} \text{ кг}, \frac{\Delta n}{n} = 0,01, T = 300 \text{ К}, k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$

Табу керек: Δz

Шешімі: тозаң тепе-теңдік үлестірілуі тік (вертикаль) бағытталған z осіне байланысты. Бұл жағдайда Больцманның үлестірілу формуласын пайдаланамыз:

$$n = n_0 e^{-\frac{u}{kT}} \quad (1)$$

Біртекті ауырлық күшінің өрісінде $u = mgz$ болғандықтан, (1) өрнек төмендегідей түрленеді:

$$n = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}} \quad (2)$$

Есептің шарты бойынша концентрацияның биіктік бойынша Δn өзгерісі n -мен салыстырғанда аз ($\frac{\Delta n}{n} = 0,01$). Сондықтан Δn -ді дифференциалмен dn алмастырамыз. (2) өрнекті n бойынша дифференциалдап, мына өрнекті аламыз:

$$dn = -n_0 \frac{mg}{kT} e^{-\frac{mgz}{kT}} dz = \left| n = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}} \right| = -\frac{mg}{kT} n dz \quad \text{бұдан}$$

$$dz = -\frac{kT}{mg} \frac{dn}{n} \quad \text{теріс таңба координатаның оң өзгерісіне}$$

$dz > 0$ салыстырмалы концентрациясының кемуі $dn < 0$ сәйкес келетіндігін көрсетеді. $dz \rightarrow dn$ алмастырсақ, мына қатынас шығады:

$$dz = \frac{kT}{mg} \frac{\Delta n}{n} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{10^{-21} \cdot 9,81} m = 4,23 \cdot 10^{-3} m = 4,23 \text{ мм}$$

6. Қалыпты жағдайда көміртегі газының молекуласының еркін жүру жолының орташа мәні 40 нм тең. Молекулалардың орташа арифметикалық жылдамдығын және 1 с соқтығысу санын анықтаңыздар.

Берілгені: $\langle \lambda \rangle = 4 \cdot 10^{-8} \text{ м}, t = 1 \text{ с}, T = 273 \text{ К}, M = 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Табу керек: $\langle v \rangle, \langle n \rangle$

Шешімі: молекулалардың орташа жылдамдығы мына формуламен есептеледі:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}} = 362 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Молекулалардың 1 с соқтығысуларының орташа саны молекулалардың орташа жылдамдығын еркін жүру жолының орташа мәніне бөлгенге тең:

$$\langle n \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda \rangle} = \frac{362}{4 \cdot 10^{-8}} \text{ с}^{-1} = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$$

7. Молекулалардың импульстер бойынша үлестірілуінің функциясын белгілі $f(p)$ деп алып, импульстің орташа мәнінің $\langle p^2 \rangle$ квадратын анықтаңыздар:

Берілгені:
$$f(p) = 4\pi \left(\frac{1}{2mkT} \right)^{\frac{3}{2}} \ell^{-\frac{p^2}{2mkT}} \cdot p^2 \quad (1)$$

Табу керек: $\langle p^2 \rangle$

Шешімі: импульстің квадратының орташа мәні мына формуламен анықталады:

$$\langle p^2 \rangle = \frac{\int_0^{\infty} p^2 f(p) dp}{\int_0^{\infty} f(p) dp} \quad (2)$$

Үлестірілу функциясын бірге нормальданған $\int_0^{\infty} f(p) dp = 1. (2)$

формуланы пайдаланып түрлендірейік:

$$\langle p^2 \rangle = \int_0^{\infty} p^2 f(p) dp = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} p^4 e^{-\frac{p^2}{2mkT}} dp = \left| \int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-\frac{5}{2}}, a = \frac{1}{2mkT} \right| =$$

$$= 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{3}{8} \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2mkT} \right)^{-\frac{5}{2}}$$

немесе $\langle p^2 \rangle = 3mkT$

8. Жер бетінен 1 км биіктіктегі және 1 км тереңдіктегі ауа қысымдарының қатынастарын табыңыздар.

Берілгені:

$$h_1 = 10^3 \text{ м}, h_2 = 10^{-3} \text{ м}, T = 273 \text{ К}, g = 9,81 \text{ м/с}^2, M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

Табу керек: $\frac{p_1}{p_2}$

Шешімі: h_1 биіктіктегі және h_2 тереңдіктегі қысымдар төмендегі формулалармен сипатталады:

$$p_1 = p_0 e^{-\frac{Mgh_1}{RT}}$$

$$p_2 = p_0 e^{-\frac{Mgh_2}{RT}}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = e^{-\frac{mgh_1}{RT} - \left(-\frac{mgh_2}{RT}\right)} = e^{-\frac{mg}{RT}(h_1 - h_2)} = e^{-\frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81}{8,31 \cdot 273} (10^3 - 10^{-3})} = 0,778$$

9. Қандай биіктікте қысым теңіз деңгейіндегі қысымның 60% құрайды? Ауаның температурасы барлық жерде 10^0 C тең.

Берілгені: $p = 0,6 p_0, T = 283 \text{ К}, M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Табу керек: h

Шешімі: екі денгейдегі қысымның формуласын жазамыз:

$$p = p_0 e^{-\frac{mg(h-h_0)}{RT}} = \left|_{h_0=0} \right. = p_0 e^{-\frac{mgh}{RT}} \text{ бұдан}$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{mgh}{RT}} \text{ логарифмдейміз:}$$

$$\frac{mgh}{RT} = -\ln \frac{p}{p_0}, h = -\frac{RT}{Mg} \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{8,31 \cdot 283}{29 \cdot 10^{-3}} \ln 0,6 \text{ м} = 4,22 \text{ км}$$

10. Идеал газдың энергия бойынша үлестіру функциясын пайдаланып, берілген температурада молекулалардың орташа кинетикалық энергияның ең ықтимал энергияға қатынасын табыңыздар:

$$\text{Берілгені: } f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-\frac{3}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}, T = \text{const}$$

$$\text{Табу керек: } \frac{\langle \varepsilon \rangle}{\varepsilon_m}$$

Шешімі: молекулалардың орташа кинетикалық энергиясының формуласын жазайық:

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} \varepsilon^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon = \frac{3}{2} kT, \varepsilon_{\text{bi}} = \frac{1}{2} kT$$

$$\frac{\langle \varepsilon \rangle}{\varepsilon_m} = \frac{\frac{3}{2} kT}{\frac{1}{2} kT} = 3$$

Жаттығулар

1. Массасы 3 г көмірқышқыл газымен, массасы 4 г азоттың қоспаларының меншікті жылу сыйымдылықтарын C_v, C_p табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 667 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, 917 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

2. Массасы 8 г гелий мен массасы 2 г сутегінің қоспаларының адиабаталық көрсеткішін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 1,55$$

3. Идеал газдың тұрақты көлемі мен қысымдағы меншікті жылу сыйымдылықтарын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 742 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, 1,04 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

4. Меншікті көлемі $0,7 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$ газдың қалыпты жағдайдағы меншікті C_v, C_p жылу сыйымдылықтарын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 649 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, 909 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

5. Молекулалардың жылдамдықтары бойынша үлестірілу функциясын белгілі деп алып орташа квадраттық жылдамдығын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

6. Импульстерінің мәні ең ықтимал импульске тең идеал газдың молекулаларының санын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 0$$

7. Энергиялары ең ықтимал энергияның мәндеріне тең болатын идеал газдың молекулаларының импульсін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } \sqrt{m r T}$$

8. Молекулалардың энергиялары бойынша үлестіру функциясын пайдаланып, энергияның ең ықтимал мәнін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } \frac{1}{2} r T$$

9. Энергиялары $\varepsilon_1 = 0$ және $\varepsilon_2 = 0,01 k T$ аралығында жатқан үлесін анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 7,53 \cdot 10^{-4}$$

10. Импульстері ең ықтимал мәндерді p_m иеленетін молекулалардың кинетикалық энергиясының өрнегін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } k T$$

11. $p=0,1 \text{ Па}$, $T=100 \text{ К}$ температурадағы сутегі молекулаларының еркін жүру жолының орташа мәнін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 6,4 \text{ см}$$

12. Көлемі 10 л ыдыстың ішінде массасы 1 г сутегі бар молекулалардың еркін жүру жолының орташа мәнін табыңыздар.

Жауабы: 1,55 нм

13. Қалыпты жағдайдағы 1 с ішіндегі оттегі молекулаларының орташа соқтығысу санын табыңыздар.

Жауабы: $3,7 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$

14. Еркін жүру жолының орташа мәні 1 см тең, сиретілген сутегінің тығыздығын анықтаныздар.

Жауабы: $1,55 \frac{\text{г}}{\text{л}}$

15. Газоразрядтық құбырда 300 К температурада, 1 Па қысымда неон бар. Пішіні дискі тәріздес, ауданы 1 см^2 катодқа 1 секундта соқтығысатын неон атомдарының санын табыңыздар.

Жауабы: $3,38 \cdot 10^8$

Тест сұрақтары

1. Қабырғаға тұрғызылған нормальмен φ бұрыш жасап u жылдамдықпен соқтығысатын молекулалардың 1 секундтағы соқтығысу санын анықтаңыздар. Молекуланың соқтығысқа дейінгі жолы S .

A $\frac{u}{2s \cos \varphi}$

Ә $\frac{u}{2s \sin \varphi}$

Б $\frac{u}{s \cos \varphi}$

В $\frac{u}{s \sin \varphi}$

Г $\frac{u}{stg \varphi}$

2. Орташа квадраттың жылдамдықтың формуласы

A $\sqrt{\frac{u^2}{N}}$

$$\text{Ә} \sqrt{\frac{\sum u^2}{N}}$$

$$\text{Б} \sqrt{N \sum u^2}$$

$$\text{В} \sqrt{Nu^2}$$

$$\text{Г} N \sum u$$

3. Орташа квадраттың жылдамдықтың формуласы.

$$\text{А} \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}}$$

$$\text{Ә} \sqrt{\frac{3RT}{N_A}}$$

$$\text{Б} \sqrt{\frac{RT}{N_A}}$$

$$\text{В} \sqrt{\frac{3RT}{2N_A}}$$

$$\text{Г} \sqrt{\frac{2RT}{N_A}}$$

4. Орташа квадраттың жылдамдықтың формуласы.

$$\text{А} \sqrt{\frac{RT}{m}}$$

$$\text{Ә} \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

$$\text{Б} \sqrt{\frac{2RT}{m}}$$

$$\text{В} \sqrt{\frac{2R}{mT}}$$

$$\text{Г} \sqrt{mRT}$$

5. Ең ықтимал жылдамдықтың квадраттың жылдамдықпен байланыс формуласы.

$$\text{А} v_{\text{кб}} \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\text{Ә } \nu_{\text{кв}} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Б } 2\nu_{\text{кв}}$$

$$\text{В } 3\nu_{\text{кв}}$$

$$\text{Г } \frac{1}{2}\nu_{\text{кв}}$$

6. Орташа арифметикалық жылдамдықпен квадраттық жылдамдықтың арасындағы байланыс формуласы.

$$\text{А } \sqrt{\frac{5}{3\pi}}$$

$$\text{Ә } \sqrt{\frac{4}{3\pi}}$$

$$\text{Б } \sqrt{\frac{8}{3\pi}}$$

$$\text{В } \sqrt{\frac{7}{3\pi}}$$

$$\text{Г } \sqrt{\frac{1}{2\pi}}$$

7. Ең ықтимал жылдамдықтың формуласы.

$$\text{А } 1,41\sqrt{\frac{R}{T}}$$

$$\text{Ә } 1,41\sqrt{RT}$$

$$\text{Б } 1,41\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{В } 1,25\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{Г } 1,50\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

8. Орташа арифметикалық жылдамдық

$$\text{А } 1,60\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{Ә} \ 1.70 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{Б} \ 1.80 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{В} \ 1.90 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{Г} \ 1.50 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

9. Орташа квадраттық жылдамдық

$$\text{А} \ 1.90 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{Ә} \ 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{Б} \ 1.50 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{В} \ 1.70 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{Г} \ 1.80 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

10. Орташа квадраттық жылдамдық

$$\text{А} \ 1,73 \sqrt{p \vartheta}$$

$$\text{Ә} \ 1,70 \sqrt{p \vartheta}$$

$$\text{Б} \ 1,60 \sqrt{p \vartheta}$$

$$\text{В} \ 1,50 \sqrt{p \vartheta}$$

$$\text{Г} \ 1,53 \sqrt{p \vartheta}$$

11. h биіктікті барометр арқылы анықтайтын формуланы көрсетіңіздер.

$$\text{А} \ \frac{RT}{M} \ln \frac{p_0}{p}$$

$$\text{Ә} \ \frac{RT}{g} \ln \frac{p_0}{p}$$

$$\text{Б } \frac{RT}{Mg} \ln \frac{p_0}{p}$$

$$\text{В } \frac{RT}{Mg} \ln \frac{p}{p_0}$$

$$\text{Г } \frac{Mg}{RT} \ln \frac{p_0}{p}$$

12. Жылдамдықтары $u, u + du$ аралығында жатқан қандай да бір көлемдегі молекулалар саны

$$\text{А } N\varphi(u)du$$

$$\text{Ә } \varphi(u)du$$

$$\text{Б } Ndu$$

$$\text{В } \frac{Ndu}{\varphi(u)}$$

$$\text{Г } \frac{du}{N\varphi(u)}$$

13. Орташа арифметикалық жылдамдық

$$\text{А } \frac{4}{\sqrt{\pi}u_m^3} \int_0^{\infty} \ell \left(\frac{u}{u_m}\right)^2 u^3 du$$

$$\text{Ә } \int_0^{\infty} u^3 du$$

$$\text{Б } \int \ell^{-u^2} du$$

$$\text{В } \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \ell \left(\frac{u}{u_m}\right)^2 u^3 du$$

$$\text{Г } \frac{1}{\sqrt{\pi}u_m^3} \int_0^{\infty} \ell \left(\frac{u}{u_m}\right)^2 u^3 du$$

14. Дұрыс теңдікті көрсетіңіздер.

$$\text{А } \int_0^{\infty} e^{-x} dx = 1$$

$$\text{Ә} \int_0^{\infty} x dx = 1$$

$$\text{Б} \int_0^{\infty} x e^{-x} dx = 1$$

$$\text{В} \int_0^{\infty} e^{-x} \frac{dx}{x} = 1$$

$$\text{Г} \int_0^{\infty} e^{-x} \cdot x dx = 2$$

15. Қандай температурада гелийдің орташа квадраттық жылдамдығы екінші ғарыштық жылдамдыққа 11,2 км/с тең болады?

А 20,1кК

Ә 19кК

Б 18кК

В 15кК

Г 19,5кК

16. 400 К температурадағы сутегі молекулаларының ең ықтимал жылдамдығын табыңыздар.

А 1,80км/с

Ә 1,82км/с

Б 1,70км/с

В 1,50км/с

Г 1,60км/с

17. Орташа квадраттық жылдамдығы 1 км/с тең газдың орташа арифметикалық жылдамдығын табыңыздар.

А 0,90км/с

Ә 0,95км/с

Б 0,92км/с

В 0,85км/с

Г 0,89км/с

18. Оттегі молекуласының қандай бөлігі 0°C температурада 100м/с-тан 110м/с-қа дейінгі жылдамдықта болады?

А 0,5%

Ә 0,3%

Б 0,2%

В 0,4%

Г 0,15%

19. Гелийдің тығыздығы $2,1 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ болған жағдайда оның атомының еркін жолының орташа ұзындығын табу керек.

А $1,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}$

Ә $2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$

Б $2,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}$

В $1,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}$

Г $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$

20. 17°C температурадағы және $10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ қысымдағы азот молекулаларының еркін жолының орташа ұзындығын табыңыздар.

А 10^{-8} м

Ә 10^{-9} м

Б 10^{-5} м

В 10^{-6} м

Г 10^{-4} м

21. Азот молекулаларының қандай бөлігі 150°C температурада 300 м/с – тан 325 м/с -қа дейінгі жылдамдықтарға ие болады?

А 2,5%

Ә 2,8%

Б 5,3%

В 3,5%

Г 2,7%

22. 8 г гелийден және 16 г оттегінен тұратын газ қоспасы үшін берілген C_p / C_v қатынасты табыңыздар.

А 1,60

Ә 1,70

Б 1,40

В 1,59

Г 1,39

23. 7°C температурадағы 1 кг азоттың ішіндегі молекулалардың айналымы қозғалысының энергиясын табыңыздар.

А $6,3 \cdot 10^4 \text{ Дж}$

Ә $8,3 \cdot 10^4 \text{ Дж}$

Б $9 \cdot 10^5 \text{ Дж}$

В $5 \cdot 10^5 \text{ Дж}$

Г $4 \cdot 10^7 \text{ Дж}$

24. Көлемі 2 л ыдыстың ішінде $1,5 \cdot 10^5 \frac{H}{M^2}$ қысымда тұрған екі атомды

газдың жылулық қозғалысының энергиясын табыңыздар.

А 700 Дж

Ә 650 Дж

Б 790 Дж

В 560 Дж

Г 750 Дж

25. Заттардағы молекула санын есептейтін формула.

А. $\frac{\rho V}{M} N_A$

Ә. $\frac{\rho N_A}{M}$

Б. $\frac{MN_A}{\rho V}$

В. $\frac{\rho N_A}{MV}$

Г. $\frac{M}{N_A} \cdot \rho V$

IX тарау. Термодинамика

§ 9.1 Термодинамиканың бірінші заңы.

Жылу сыйымдылықтары

Термодинамиканың статистикалық физикадан айырмашылығы нақты әрбір молекулаларды (атомдарды) қарастырмайды. Тәжірибелерден алынған нәтижелер негізінде термодинамиканың заңдарына (бастамаларына) тұжырымдама жасалынған. Термодинамиканың заңдары және одан шығатын салдар макроскопиялық жолмен энергияның түрленуіне, өте көп бөлшектерден тұратын жүйелерде өтетін физикалық құбылыстарға тікелей қолданылады. Термодинамикалық әдіспен газдарда, сұйықтарда, қатты денелерде өтетін үрдіс зерттеледі. Бұл әдіс химия, биология және көптеген техникалық ғылымдарда жиі пайдаланылады.

Термодинамика макроскопиялық параметрлермен сипатталатын материалдық денелердің қасиеттері мен онда өтетін құбылыстарды үш заңға (бастамаға) сүйеніп зерттейді. Жүйенің күйін сипаттайтын термодинамикалық заңдардың математикалық аппараты дифференциалдық теңдеулер теориясы мен дербес туындылы теңдеулерге негізделген.

Кез келген күйдегі термодинамикалық жүйенің қандай да бір толық энергиясы E бар. Толық энергия жүйенің механикалық қозғалысының кинетикалық энергиясынан, жүйенің сыртқы күштер өрісінде (гравитациялық, электрлік және магниттік) орналасуына тәуелді потенциалдық энергиядан, жүйенің ішкі күйіне тәуелді ішкі U энергиядан тұрады. Біз сыртқы өріс әсер етпейтін қозғалмайтын макроскопиялық жүйелерді қарастырамыз. Мұндай жүйелерде толық энергия мен ішкі энергияның мәндері сәйкес келеді. Жүйедегі ішкі энергияның құрамына қозғалыстағы және бөлшектердің (молекулалар, атомдар, иондар, т.б.) өзара әсерлесу энергиялары кіреді. Мысалы, газтәріздес дененің ішкі энергиясы төмендегі энергиялардан тұрады:

- молекулалардың хаосты ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстағы кинетикалық энергиялары;
- атомдар мен молекулалар тербелістерінің кинетикалық және потенциалдық энергиялары;
- молекулааралық әсерлесу күштерінен туындайтын потенциалдық энергия;
- атомдар мен иондардың электрондық қабаттарының энергиясы;
- атомдардың ядроларындағы бөлшектердің (нуклондар) қозғалыстары мен әсерлерінен туындайтын энергия.

Ішкі энергия жүйенің термодинамикалық күйінің бірімәнділік функциясы болып табылады. Қандай да бір таңдап алынған күйде оның мәні жүйе осы күйге қалай келгендігіне тәуелсіз. Басқаша айтқанда жүйе 1

күйден 2 күйге өткенде ішкі энергияның өзгерісі өту үрдісінің түріне байланысты болмайды.

Егер қандай да бір үрдістің нәтижесінде жүйе бастапқы күйіне оралса, оның ішкі энергиясының толық өзгерісі нөлге тең. Термодинамикалық тепе-теңдік күйдегі жүйенің ішкі энергиясы температура мен сыртқы параметрлерге тәуелді. Мысалы, массасы тұрақты m қарапайым жүйенің ішкі энергиясы U абсолют температура мен V көлемге тәуелді.

$$U = \varphi(V, T) = \varphi(m, v, T) \quad (9.1.1)$$

Мұндағы, $v = V/m$ – жүйенің меншікті көлемі. (9.1.1) өрнегі қарапайым жүйенің калориялық теңдеуі. Термодинамикада ішкі энергияның абсолюттік мәні емес, оның жүйе жұмыс істегендегі әртүрлі үрдістердегі өзгерісі есептеледі. Идеал газдар үшін ішкі энергия молекулалардың ретсіз (жылулық) қозғалысының энергияларының қосындысына тең. Жүйенің ішкі энергиясы әртүрлі үрдістердің нәтижесінде өзгеруі мүмкін. Мысалы, жүйеге жылу мөлшерін беру немесе жүйенің сыртқы күштерге қарсы жұмыс істеуінің салдарынан ішкі энергия өзгереді. Цилиндрдің ішіндегі газды поршеньді жылжытып сығатын болсақ, онда газдың температурасы көтеріліп ішкі энергиясы артады. Екінші жағынан жүйеге жылу мөлшерін беру арқылы температурасы мен ішкі энергиясын арттыруға болады. Қарастырып отырған жағдайда механикалық қозғалыстың энергиясы жылулық қозғалыстың энергиясына түрленеді. Энергияның сақталу заңы бойынша, жүйеге берілген жылу мөлшері δQ оның ішкі энергиясын dU өзгертуге және сыртқы күштерге қарсы δA жұмыс істеуіне жұмсалады. Яғни, термодинамиканың бірінші заңының дифференциалдық түрі төмендегідей түрде жазылады.

$$\delta Q = dU + \delta A \quad (9.1.2)$$

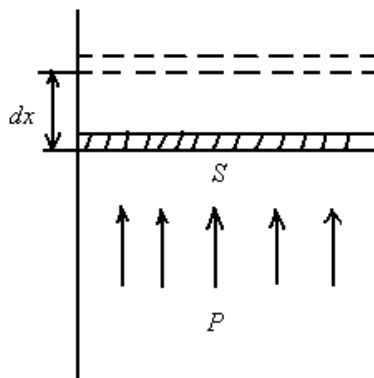
Ішкі энергияның кішкентай өсімшесінің dU және δA жазылуларының араларындағы айырмашылықтың (d немесе δ) терең физикалық мағынасы бар. Жүйенің ішкі энергиясы оның күйінің бірімәнділік функциясы болғандықтан, жүйе кез келген үрдістерден өту арқылы алғашқы күйіне келсе, онда оның ішкі энергиясының толық өзгерісі нөлге тең. Математикалық тұрғыдан бұл теңдік төмендегідей өрнектеледі:

$$\oint dU = 0 \quad (9.1.3)$$

(9.1.3) шарты ішкі энергияның өзгерісінің dU толық дифференциал болатындығын қанағаттандырады. Жылу мөлшері мен элементар жұмыстың мұндай қасиеттері жоқ. Сондықтан олар толық дифференциал бола алмайды. Егер жүйе алғашқы күйіне периодты түрде оралып отырса, ішкі энергияның өзгерісі нөлге тең. ($dU = 0$) Термодинамиканың бірінші заңы мынадай болып түрленеді:

$$\delta Q = \delta A \quad (9.1.4)$$

Жүйеге берілген жылу толығынан жұмыс істеуге жұмсалады. Яғни, сырттан берілген жылудан артық периодты түрде жұмыс істейтін қозғағышты (мәңгі қозғағышты) жасау мүмкін емес. Көлемі өзгергендегі қарапайым жүйенің істейтін жұмысын газдың ұлғаю немесе сығылу құбылыстарын пайдаланып тапқан өте ыңғайлы. Газ салмағы ескерілмейтін ауданы S қозғалмалы поршені бар цилиндрдің ішінде орналассын делік (9.1.1-сызба).



9.1.1-сызба. Цилиндрдің ішіндегі газдың жұмысы

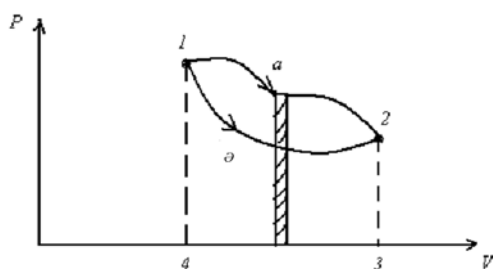
Егер газ ұлғайып поршеньді өте кішкентай dx қашықтыққа қозғалтса, оның істейтін жұмысы мына формуламен есептеледі:

$$\delta A = F dx = p S dx = p dV \quad (9.1.5)$$

Мұндағы, $S dx = dV$ жүйенің көлемнің өзгерісі. Газдың қысымы $p > 0$ әрқашан оң.

Сондықтан газ ұлғаю ($dV > 0$) үрдісінде оң ($\delta A > 0$), ал сығылу үрдісінде ($dV < 0$) теріс ($\delta A < 0$) жұмыс істейді. (9.1.5) формуласын сұйықтар мен қатты денелерге қолдануға болады. Әртүрлі термодинамикалық үрдістерді бір-бірімен салыстырғанда немесе зерттегенде оларды диаграмма арқылы кескіндеген ыңғайлы. Идеал газдың термодинамикалық күйі үш параметрмен (көлем, қысым, температура) сипатталады. Осы параметрлердің араларындағы тәуелділікті график арқылы кескіндеуді *күйдің диаграммасы* деп атайды. Кескінді үш өлшемді P-V-T координаталар диаграммасында тұрғызу міндетті емес. Өйткені бұл үш параметр бір-бірімен күй $PV = RT$ теңдеуімен байланысқандықтан, екі өлшемді диаграмма дененің күйін толық сипаттайды. Кез келген үрдістің P-V диаграммасын қарастырайық. Ордината осі қысымды, ал абсцисса осі көлемді өрнектесін. (9.1.2-сызба). Газдың күйі P, V, T параметрлерінің қандай да бір мәндерінде

P-V диаграммасында 1 нүктесімен кескінделеді. 1-ші нүктенің орны барлық үш параметрмен анықталғандықтан, берілген күйдегі идеал газдың ішкі энергиясын U_1 , сипаттайды.



9.1.2-сызба. Газдың P-V диаграммасы

Оқшауланған жүйедегі газ сырттан ешқандай жылу алмай жұмыс істесін делік. Газдың көлемі dV ұлғайғанда істелінетін элементар жұмыс ($\delta A = pdV$) сызбада штрихталған фигураның ауданымен анықталады. Газ 1-ші күйден 2-ші күйге өткенде ұлғаю жұмысы 1 2 3 4 фигурасының ауданына тең:

$$A = \int_1^2 p dV \quad (9.1.6)$$

Газдың 2-ші күйдегі ішкі энергиясы U_2 болса, энергияның сақталу заңы бойынша, газдың ұлғаю A жұмысы оның ішкі энергиясының кемуінің есебінен істеледі:

$$A_{1,2} = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2 \quad (9.1.7)$$

1-ші күйден 2-ші күйге a жолымен өту ∂ жолымен өтумен салыстырғанда көп жылуды қажет етеді. (Артық жұмыс істелінеді). Қарастырып отырған екі жағдайда газдың бастапқы және соңғы күйлері бірдей. Бірінші күйде дененің жылуы көп деп айтуға болмайды. Денелердің жылулық қасиеттерін сипаттау үшін термодинамикада жылу сыйымдылық ұғымы кеңінен қолданылады. Денеге берілген жылу δQ мөлшерінің температураның dT өзгеруінің қатынасына тең шаманы *жылу сыйымдылық* деп атайды. Теориялық есептеулер мен тәжірибелерден алынған нәтижелер денелердің жылу сыйымдылықтары оның химиялық құрамына, массасы мен термодинамикалық күйіне (мысалы, температураға) және берілген δQ жылудың әсерінен болатын күйдің өзгеру үрдісіне тәуелді екендігін көрсетті. Біртекті денелер үшін меншікті және молярлық жылу

сыйымдылықтарды пайдаланған қолайлы. Қарастырылып отырған термодинамикалық үрдісте заттың 1 кг массасының температурасын 1 К өзгертуге жұмсалған жылу мөлшерін *меншікті жылу сыйымдылық* деп атайды:

$$c = \delta Q / mdT \quad (9.1.8)$$

Молярлық масса – бір моль заттың мөлшерінің температурасын 1К өзгертуге жұмсалған жылу мөлшеріне тең шама:

$$C_m = Mc = \frac{M}{m} \cdot \frac{\delta Q}{dT} \quad (9.1.9)$$

Мұндағы, М – заттың молярлық массасы, с – заттың меншікті жылу сыйымдылығы. (9.1.9) формуласынан жылу мөлшерін табамыз:

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_m dT \quad (9.1.10)$$

(9.1.10) формуласын пайдалансақ, термодинамиканың бірінші заңы бір моль зат үшін ($m/M=1$) төмендегідей түрленеді:

$$C_m \cdot dT = dU_m + pdV_m \quad (9.1.11)$$

Егер газ тұрақты көлемде $V=\text{const}$ қыздырылса, (изохоралық үрдіс) сыртқы күштердің істейтін жұмысы нөлге тең. Яғни, газға берілген жылу толығымен ішкі энергияны арттыруға жұмсалады. $C_m \cdot dT = 0$ болғандықтан, термодинамиканың бірінші заңынан мына теңдік шығады:

$$\text{бұдан} \quad C_m \cdot dT = dU_m \quad C_v = \frac{dU_m}{dT} \quad (9.1.12)$$

Тұрақты көлемдегі газдың молярлық массасы 1 моль газдың температурасын 1К көтергенде ішкі энергияның өзгерісіне тең шама.(8.4.4) формуласынан мына теңдік шығады:

$$dU_m = \frac{i}{2} R dT$$

немесе

$$C_v = iR/2 \quad (9.1.14)$$

Егер газ тұрақты қысымда $p=\text{const}$ қыздырылса, (изобаралық үрдіс) (9.1.11) өрнегі мынадай болып түрленеді:

$$C_p = \frac{dU_m}{dT} + p \frac{dV_m}{dT} \quad (9.1.15)$$

Идеал газдың ішкі энергиясы температураға ғана тәуелді және оның температура бойынша өзгерісі әрқашан C_V тең болатындығын ескерсек, төмендегі теңдікті аламыз:

$$(PV_m = RT, pdV_m = RdT, R = pdV_m / dT)$$

$$C_p = C_V + R \quad (9.1.16)$$

(9.1.16) теңдігі Майер теңдеуі деп аталады. Ол тұрақты қысымдағы C_p жылу сыйымдылық тұрақты көлемдегі C_V жылу сыйымдылықтан универсал газ тұрақтысының шамасына артық екендігін көрсетеді. Бұл құбылыс изобаралық үрдісте газға берілген жылу мөлшері, газдың ішкі энергиясын өзгертуге ғана емес, сонымен қатар жұмыс істеуге жұмсалатындығымен түсіндіріледі. (9.1.14) теңдігін пайдаланып (9.1.15) өрнегімен түрлендірейік:

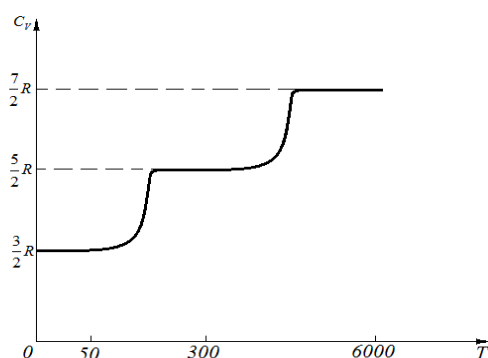
$$C_p = \frac{i+2}{2} R \quad (9.1.17)$$

Термодинамикалық үрдістерді зерттегенде әрбір газ үшін C_p ның C_V қатынасын білудің маңызы үлкен:

$$\gamma = C_p / C_V = (i+2)/i \quad (9.1.18)$$

(9.1.14) және (9.1.17) формулаларынан молярлық жылу сыйымдылықтар тек еркіндік дәрежесіне тәуелді екендігін көреміз. Яғни, температураға байланысты өзгермейді. Бұл тұжырымдама молекула-кинетикалық теорияда бір атомды газдар үшін үлкен температура аралығында дұрыс. Екі атомды газдарда еркіндік дәрежесі температураға тәуелді. Энергияның еркіндік дәрежелерімен үлестірілу заңы бойынша, бөлме температурасында $C_V = 7/2R$. Тәжірибе жүзінде алынған нәтижелерге сүйенсек, сутегінің тұрақты көлемдегі C_V молярлық жылу сыйымдылығы температураға байланысты өзгереді. Төменгі 50 К температурада $C_V = 3/2R$, бөлменің

температурасында $C_V = 5/2R$, (теориялық есептеулер бойынша $7/2R$) жоғарғы температурада $C_V = 7/2R$ (9.1.3-сызба).



9.1.3-сызба. Тұрақты көлемдегі молярлық жылу сыйымдылықтың температураға тәуелділігі

Тұрақты көлемдегі молярлық жылу сыйымдылықтың температураға байланысты артуы төменгі температурада молекулалардың тек ілгерімелі қозғалысымен, бөлме температурасында ілгерілімеліге айналмалы қозғалыстың қосылатындығымен, жоғары температурада ілгерілімелі, айналмалы және тербелмелі қозғалыстарының болуымен түсіндіріледі. Теорияның тәжірибемен сәйкес келмеуі жылулық қозғалыстың энергиясы тербелісті қоздыруға жеткіліксіздігінен жылу сыйымдылыққа өзінің үлесін қоса алмайтындығымен ұғындырылады. Газдарды қыздырудың және ұлғайтудың шарттарына байланысты жылу сыйымдылықтар әртүрлі мәндерді қабылдауы мүмкін. Жүйе қоршаған ортамен жылу алмаспаса ($\delta Q=0$ адиабаталық үрдіс) газдың жылу сыйымдылығы нөлге тең. Изотермалық үрдіс $dT=0$ болғандықтан, жылу сыйымдылық шексіздікке ұмтылады. Газдың ұлғайған кезде істейтін жұмысы, оған берілген жылудан артық болған жағдайда (температура төмендейді) жылу сыйымдылық теріс мәнді иеленеді. Теріс жылу сыйымдылықта өтетін үрдістер политропты үрдіске жатады. Жалпы жылу сыйымдылықтың мәні минус шексіздіктен плюс шексіздікке дейін өзгеруі мүмкін.

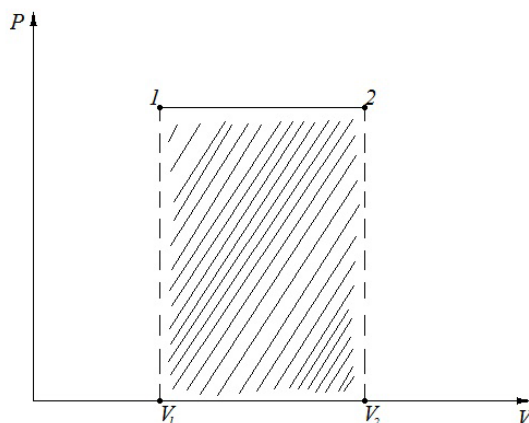
§ 9.2 Изоүрдістер мен адиабаталық және политропты үрдістерге термодинамиканың бірінші заңының қолданылуы

Термодинамикалық жүйені сипаттайтын үш параметрдің қысымның p , көлемнің V , температураның T біреуі тұрақты болғандағы өтетін үрдістерді

изоурдістер деп атайды. Изобаралық процестің ($p=\text{const}$) $p - V$ диаграммасы V осіне параллель 1-2 түзуімен кескінделеді (9.2.1-сызба). Изобаралық үрдістің газдың ұлғаю жұмысы мына формуламен есептеледі:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) \quad (9.2.1)$$

Оның сан мәні штрихталған тік төртбұрыштың ауданына тең.



9.2.1-сызба. Изобаралық үрдістің диаграммасы

Екі күйге (1-ші және 2-ші) арнап Клайперон-Менделев теңдеуін жазайық: $pV_1 = \frac{m}{M}RT_1, pV_2 = \frac{m}{M}RT_2$ бұдан көлемнің өзгерісін

табамыз $V_2 - V_1 = \frac{m}{M} \frac{R(T_2 - T_1)}{p}$. Көлемдердің айырымын (9.2.1)

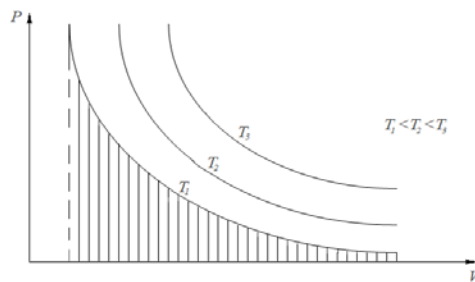
формуласына қойсақ, мына теңдік шығады:

$$A = \frac{m}{M} \cdot R(T_2 - T_1) \quad (9.2.2)$$

Изобаралық үрдіс үшін термодинамиканың бірінші заңы төмендегідей түрленеді:

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p dT$$

Ішкі энергия $dU = \frac{m}{M} C_V dT$. Изотермалық үрдістің ($T=\text{const}$) p - V диаграммасы 9.2.2-сызбада келтірілген.



9.2.2-сызба. Изотермалық үрдістің диаграммасы

Изотермалық үрдістегі газдың жұмысын анықтайық:

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{V_1}^{V_2} p dV = \left| pV = \frac{m}{M} RT, p = \frac{m}{V \cdot M} RT \right|_{V_1}^{V_2} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{V} \frac{RT}{M} dV = \\
 &= RT \frac{m}{M} \ln \frac{V_2}{V_1} = RT \frac{m}{M} \ln \frac{p_1}{p_2}
 \end{aligned}
 \tag{9.2.3}$$

Гипербола мен абсцисса осінің арасындағы аудан сан жағынан изотермалық үрдісте істелетін жұмысқа тең. Температура тұрақты болғандықтан, ($dT=0$) ішкі энергия өзгермейді ($dU=0$). Яғни, жүйеге берілген жылу толығымен жұмысқа жұмсалады:

$$\delta Q = \delta A$$

Адиабаталық үрдісте жүйе мен қоршаған ортаның арасында жылу алмасу жоқ болғандықтан, $\delta Q=0$. Термодинамиканың бірінші заңын жазайық:

$$\delta Q = \delta A + dU \text{ немесе } \delta A + dU = 0 \text{ бұдан } \delta A = -dU \tag{9.2.4}$$

Сыртқы жұмыс ішкі энергияның кемуінің салдарынан істелінеді. (9.1.15), (9.1.12) өрнектерін пайдаланып (9.2.4) теңдігін түрлендірейік:

$$p dV = -\frac{m}{M} C_V dT \tag{9.2.5}$$

$pV = \frac{m}{M} RT$ теңдеуін дифференциалдайық:

$$pdV + Vdp = \frac{m}{M} R dT \quad (9.2.6)$$

(9.2.5) және (9.2.6) теңдеулерінен T температураны шығарып тастасақ, мына қатынас алынады:

$$\frac{pdV + Vdp}{pdV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V}$$

Айнымалыларды бөліп $C_p / C_V = \gamma$ ескерсек, төмендегі қатынас шығады:

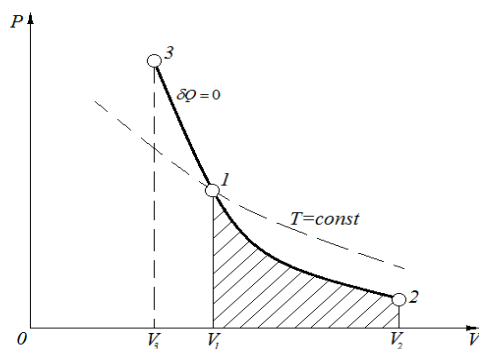
$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V} \quad (9.2.7)$$

Теңдікті интегралдаймыз:

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dp}{p} = -\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}, \quad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma \quad \text{бұдан } P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

немесе $PV^\gamma = const \quad (9.2.8)$

(9.2.8) өрнегі адиабаталық үрдістің немесе *Пуассон теңдеуі* деп аталады. Күй диаграммасындағы адиабаталық үрдісті кескіндейтін сызықты адиабата деп атайды (9.2.3-сызба).



9.2.3-сызба. Адиабаталық үрдістің диаграммасы

Сызбадан $PV^\gamma = const$ адиабатасы $pV=const$ изотермадан құламалырақ екендігін көреміз. Өйткені адиабаталық сығылу 1-3 кезінде газдың қысымының артуы, изотермалық үрдістегідей көлемнің кішіреюіне ғана емес, сонымен қатар температураның жоғарылауына байланысты. Адиабаталық үрдісте штрихталған ауданмен өлшенетін жұмысты табу үшін (9.2.5) теңдігін интегралдаймыз:

$$A_{1-2} = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1) \quad (9.2.9)$$

Майер теңдеуі мен (9.1.18) теңдіктерінен адиабатаның көрсеткішін анықтайық:

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (9.2.10)$$

$$\text{Сондықтан } A_{1-2} = \frac{m}{M} \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] \quad (9.2.11)$$

$$\text{немесе } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

онда жұмыс мына формуламен есептеледі:

$$A_{1-2} = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (9.2.12)$$

Изотермалық және адиабаталық үрдістер практикалық тұрғыдан алуға болмайтын идеал үрдістерге жатады. Оларға тек жақындай аламыз. Изотермалық процесс өте баяу өтуі қажет. Адиабаталық үрдіс практикада алынбайтын жылу өткізгіштігі нөлге тең қабатта өте алады. Табиғатта изотермалық және адиабаталық үрдістердің арасында жататын реалды үрдістер кездеседі. Мұндай үрдісті политропты процесс деп атайды. Политропты үрдісті анықтау үшін оған төмендегідей бір шектеу шартын қою қажет. Дененің температурасының көтерілуі оған берілген жылу мөлшеріне пропорционал немесе политропты үрдісте дененің жылу сыйымдылығы тұрақты:

$$\delta Q = C dT \quad (9.2.13)$$

Мұндағы, $C = \text{const}$. Идеал газ үшін политропты үрдісті қарастыру мақсатында термодинамиканың бірінші заңын пайдаланамыз:

$$CdT = C_V dT + pdV = C_V dT + BT \frac{dV}{V} = C_V dT + (C_p - C_V) T \frac{dV}{V} \quad (9.2.14)$$

Айнымалыларды бөлейік:

$$\frac{dT}{T} = \frac{C_p - C_V}{C - C_V} \cdot \frac{dV}{V} \quad \text{интегралдағаннан соң төменгі өрнек шығады:}$$

$$\frac{C_p - C_v}{C - C_v} = n - 1 \quad (9.2.15)$$

$$T \cdot V^{\frac{C_p - C_v}{C - C_v}} = \text{const} \quad (9.2.16)$$

белгілесек, (9.2.15) формуласы мынадай болып түрленеді:

$$TV^{n-1} = \text{const} \quad (9.2.17)$$

Идеал газдар үшін политропты теңдеу шықты. Пуассон теңдеуіне ұқсас политропты үрдістің басқа екі теңдеуін алуға болады:

$$T^n p^{1-n} = \text{const} \quad (9.2.18)$$

$$PV^n = \text{const} \quad (9.2.19)$$

Адиабаталық және изотермалық үрдістер политропты үрдістің шекті жағдайы ретінде қарастырылады. Шындығында, адиабаталық үрдісте $C=0$ болғандықтан, (9.2.16) қатынасынан мына қатынас алынады:

$$n = C_p / C_V = \gamma \quad (9.2.20)$$

Изотермалық үрдісте $C = \infty$ мәнін (9.2.16) қатынасына қойып, анықталмағандықты ашсақ, $n=1$ теңдігін аламыз. Олай болса, реалды үрдістер үшін төменде келтірілген теңсіздіктің орындалуы керек:

$$1 < n < \gamma$$

Изобаралық және изотермалық үрдістер, политропты үрдістің дербес жағдайы ретінде қарастырылады. (9.2.19) теңдеуін мынадай түрде жазайық:

$$Vp^{\frac{1}{n}} = V \cdot P^{\frac{C_v - C}{C_p - C}} \quad (9.2.21)$$

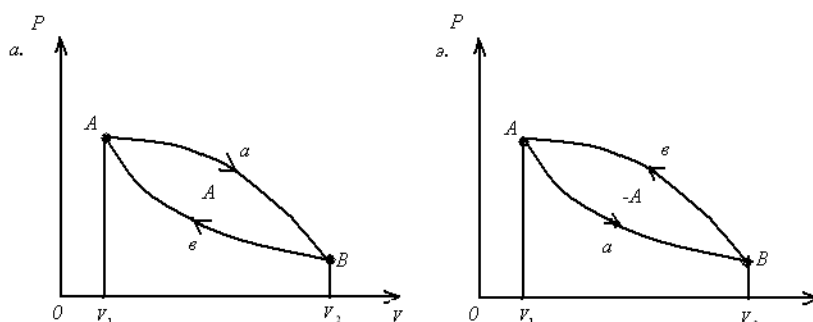
$C = C_V$ деп алсақ, $V = \text{const}$ изохоралық үрдістің теңдеуін ($n = \pm\infty$) аламыз.

$C = C_p$ болғанда, $p = \text{const}$ изобаралық үрдістің теңдеуі ($n=0$) шығады.

§ 9.3. Қайтымды және қайтымсыз жылулық үрдістер. Айналмалы үрдіс немесе циклдер

Термодинамикалық үрдістің нәтижесінде жүйе А күйден В күйге өтіп, қайтадан бастапқы А күйіне оралсын делік. Егер В күйден А күйге (кері) өту қоршаған ортаны өзгертпей А дан В ға өткендегі аралық күйлер арқылы өтсе, үрдіс қайтымды деп аталады. Егер жүйеде В күйден А күйге өту қоршаған ортаны өзгертсе, күйдің А дан В ға өтуін қайтымсыз үрдіс өту деп атайды. Үйкеліспен қосақтасып жүретін кез келген үрдіс қайтымсыз, өйткені үйкеліс кезінде істелінетін жұмыстың бір бөлігі жылуға жұмсалады. Үйкелетін беттер қызып, жылу қоршаған ортаға таралады. Қоршаған ортада жылу процесінің ізі қалатындықтан, қызу үрдісі қайтымсыз үрдіс болып табылады. Барлық шынайы механикалық үрдістерге үйкеліс қатысы бар. Сондықтан олар қайтымсыз үрдістер ретінде қарастырылады. Үйкеліссіз консервативті жүйеде өтетін идеал үрдістерді қайтымды үрдістерге жатқызуға болады. Мысалы, ұзын созылмайтын жіпке ілінген салмағы ауыр маятниктің қозғалысында кинетикалық энергия потенциалдық энергияға толық айналып, ортаның үйкеліс күшінің аздығынан тербелістің амплитудасы кемімей ұзақ уақыт тербелетіндіктен, онда өтетін құбылысты қайтымды үрдіске жақын деп қарастырады. Құрыштан жасалған шариктің горизонталь бетке құлап онымен серпімді соқтығысуы қайтымды үрдіске жақындайды. Өйткені шарик қандай биіктіктен құласа, соқтығысқаннан соң сондай биіктікке көтеріледі деп есептеледі. Неғұрлым шарикпен горизонталь беттің серпімділігі көп болса, соғұрлым үрдіс қайтымды үрдіске жақын деп алынады. Температурасы жоғары денеден температурасы төмен денеге жылудың берілуі қайтымсыз үрдіс. Себебі температурасы төмен денеден температурасы жоғары денеге жылу берілмейді. Бұл үрдістің іске асырылуы үшін қосымша жұмыс істелінуі қажет. Олай болса, барлық шынайы үрдістер қайтымсыз үрдістерге жатады. Бірақ олардың қайтымсыздық дәрежелері әртүрлі болуы мүмкін. Егер дене А күйден В

күйге өтіп, содан соң көптеген күйлер арқылы бастапқы А күйіне оралса, онда айналмалы үрдіс немесе цикл жасалды деп есептеледі. Айналмалы үрдіс қайтымды болуы үшін оның барлық бөліктері қайтымды болуы қажет. Егер оның қандай да бір бөлігі қайтымсыз болса, онда барлық үрдіс қайтымсыз болады. P - V диаграммасында цикл тұйық сызықпен кескінделген (9.3.1-сызба).



9.3.1-сызба. Айналмалы үрдістің диаграммасы

Идеал газдың жасайтын циклі ұлғаю (A-B) және сығылу (B-A) үрдістерінен тұрады. Ұлғаю және сығылу жұмыстары $AaV_2V_1A, BбAV_1V_2B$ фигураларының аудандарымен анықталады. Ұлғаю жұмысы ($dV > 0$) оң, ал сығылу жұмысы ($dV < 0$) теріс мәнді қабылдайды. Бір цикл жасалынғандағы жұмыс қисықтармен шектелген ауданға тең. Егер бір цикл жасалынғандағы жұмыс $\oint pdV > 0$ болса (а), (цикл сағат тілінің бағытымен өтеді) тік, ал $\oint pdV < 0$ болса (ә, цикл сағат тіліне қарсы бағытта өтеді) кері цикл деп аталады. Тік цикл сырттан жылу алу арқылы жұмыс істейтін периодты әсер ететін жылу қозғағыштарында қолданылады. Кері цикл мұздатқыш машиналарында сыртқы күштердің жұмысының арқасында жылу температурасы жоғары денелерге берілетін периодты әсер ететін қондырғыларда пайдаланылады. Айналмалы үрдістің нәтижесінде жүйе бастапқы күйге оралатындықтан, оның ішкі энергиясының толық өзгерісі нөлге тең. Сондықтан термодинамиканың бірінші заңы мынандай түрде жазылады:

$$Q = \Delta U + A = A \quad (9.3.1)$$

Бір циклда орындалатын жұмыс сырттан алынған жылу мөлшеріне тең. Айналмалы үрдістің нәтижесінде жүйе жылу мөлшерін қабылдаумен қатар беретіндіктен:

$$Q = Q_1 - Q_2 \quad (9.3.2)$$

Мұндағы, Q_1 - жүйеге берілген, Q_2 - жүйеден алынған жылу мөлшерлері. Айналымы үрдіс үшін жылулық пайдалы әсер коэффициенті мынаған тең:

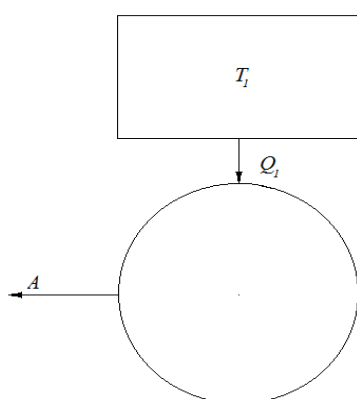
$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (9.3.3)$$

Техникалық және жылу машиналарының термодинамикасында кеңінен қолданылатын Карно енгізген айналымы үрдістер әдісі термодинамиканың дамуына үлкен үлесін қосты.

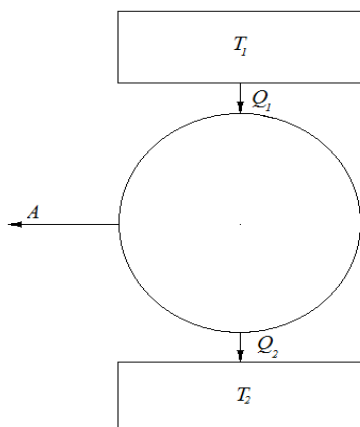
§9.4 Термодиканың екінші заңы және оның физикалық мағынасы. Карно циклінің пайдалы әсер коэффициенті. Жылытқыш және суытқыш машиналар. Карно теоремасы

Термодинамиканың бірінші заңы өту үрдістерінің бағытын көрсетпей жылу, жұмыс және дененің ішкі энергиясының араларындағы мөлшерлік байланысты анықтайды. Тәжірибеден жылу мөлшері температурасы жоғары денеден температурасы төмен денеге берілетіндігі белгілі. Мысалы, пойыздың немесе автомобильдің тежелуінің нәтижесінде олардың кинетикалық энергиялары тежеуші құрылымдарды қыздыруға және қоршаған ортаға беріледі. Қоршаған ортаға берілген жылуды қайтадан кинетикалық энергияға айналдыра алмаймыз. Мұндай үрдістер термодинамиканың бірінші заңына қайшы келмейді. Себебі жылу мен жұмыстың арасында белгілі бір қатынастар орындалады. Бірақ аталған үрдістер термодинамиканың екінші заңына бағынбайды. Термодинамиканың екінші заңы табиғатта өтетін үрдістердің бағыты мен сипаттамасын анықтайды. Клаузиустің термодинамиканың екінші заңына берген анықтамасы бойынша: «жылу өздігінен температурасы төмен денеден температурасы жоғары денеге өте алмайды» Бұл үрдіс іске асырылу үшін сыртқы күштердің жұмысы қажет. Температурасы жоғары денеден температурасы төмен денеге (оларды бөлетін орта жылу өткізбейтін адиабаталық қабат болмаса) әрқашан жылу беріледі. Термодинамиканың екінші заңының физикалық мағынасы Планктың тұжырымдамасында айқындалған: "нәтижесі тек жылуды жұмысқа түрлендіретін периодты процестің болуы мүмкін емес". Мысалы, жүйе жылу беретін температурасы T_1 , денеден және бу машинасының цилиндріндегі будан (жұмыс істейтін дене) тұрсын делік (9.4.1-сызба). Жылу беретін денеден жұмысшы денеге берілген Q_1 жылу толығынан жұмысқа айналсын. Планктің анықтамасы

бойынша мұндай үрдістің өтуі мүмкін емес. Жылу бергіштен жұмыс істейтін денеге берілген жылудың бір бөлігі жұмысқа түрленсе, екінші бөлігі қолданылмай жылу қабылдағышқа (мұздатқышқа) берілетін үрдіс орындалады (9.4.2-сызба).



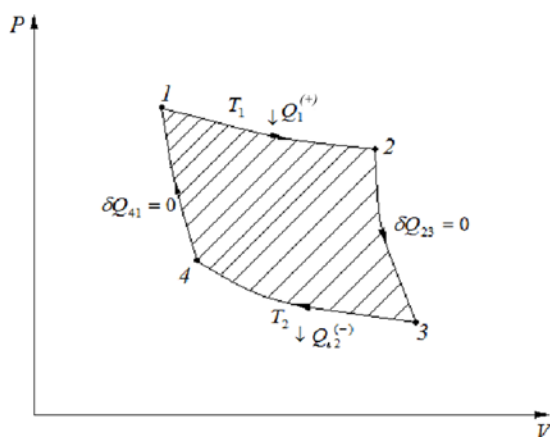
9.4.1-сызба. Термодинамиканың екінші заңы бойынша мүмкін емес үрдіс



9.4.2-сызба. Термодинамиканың екінші заңы бойынша мүмкін үрдіс

9.4.2-сызбасындағы Q_2 жұмыс істейтін дене сығылғанда кез келген шынайы циклдің екінші бөлігінде одан алынған температурасы T_2 төмен жылуқабылдағышқа берілетін жылу мөлшері. Сонымен, барлық жылу машиналарында жұмысқа жылу бергіштен алынған жылу мөлшерінің бөлігі ғана айналады. Яғни, $A = Q_1 - Q_2$. Мұндағы, Q_2 жылу мөлшері жылу машинасында қолданылмай, қоршаған ортаға шашырайды. Q_2 – нің шамасы

әрқашан үлкен болғандықтан, жылу машинасының пайдалы әсер коэффициенті бірден кіші. $\eta = Q_1 - Q_2 / Q_1 < 1$. Айналмалы үрдіске мысал ретінде, термодинамика мен жылу техникасының дамуына (жылу машиналарының пайдалы әсер коэффициенттеріне талдаулар жасау) үлкен үлесін қосқан ең тиімді Карно циклін қарастырайық. Екі изотермадан және екі адиабатадан тұратын айналмалы үрдісті Карно циклі деп атайды (9.4.3-сызба).



9.4.3-сызба. P-V диаграммасындағы Карно циклі

1-2 жүйе изотермалық ($T_1 = const$) ұлғаю үшін $Q_1^{(+)}$ жылу мөлшерін қабылдайды. 2-3 жүйе адиабаталық ($\delta Q_{23} = 0$) ұлғаяды. 3-4 жүйе изотермалық ($T_2 = const$) ұлғаю үшін $Q_2^{(-)}$ жылуын береді. 4-1 жүйе адиабаталық ($\delta Q_{41} = 0$) сығылады.

Изотермалық үрдісте ішкі энергия $U=const$ болғандықтан, газдың қыздырғыштан алған $Q_1^{(+)}$ жылу мөлшері газдың 1-ші күйден 2-ші күйге өткендегі істеген ұлғаю жұмысына тең:

$$A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1^{(+)} \quad \downarrow \quad (9.4.3)$$

Адиабаталық ұлғаюда (2-3) қоршаған ортамен жылу алмасу жоқ ($\delta Q_{23} = 0$) жоқ. Сондықтан A_{23} жұмысы ішкі энергияның өзгеру есебінен істеледі:

$$A_{23} = -\frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1) \quad (9.4.4)$$

Изотермалық сығылу кезінде мұздатқышқа берілген $Q_2^{(-)}$ жылу мөлшері A_{34} жұмысына тең:

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = Q_2^{(-)} \quad (9.4.5)$$

Адиабаталық сығылу A_{41} жұмысы мынаған тең:

$$A_{41} = -\frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23} \quad (9.4.6)$$

Айналмалы үрдістің нәтижесінде төмендегі теңдікпен анықталатын жұмыс істелінеді.

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1^{(+)} + A_{23} - Q_2^{(-)} - A_{23} = Q_1^{(+)} - Q_2^{(-)}$$

Жұмыстың шамасы 9.3.4-сызбасындағы штрихталған фигураның ауданына тең. Карно циклінің *п.ә.к.* төмендегі қатынаспен есептеледі:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1^{(+)} - Q_2^{(-)}}{Q_1^{(+)}}$$

Бізге § 9.2 белгілі адиабаталық теңдеуді пайдаланып

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$

мына қатынасты аламыз:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \quad (9.4.7)$$

Бұдан пайдалы әсер коэффициентінің төменде келтірілген формуламен есептелінетіндегі шығады:

$$\eta = \frac{Q_1^{(+)} - Q_2^{(-)}}{Q_1^{(+)}} = \frac{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (9.4.8)$$

Карно циклінің пайдалы әсер коэффициенті тек қыздырғышпен мұздатқыштың температурасымен анықталады. Пайдалы әсер коэффициентін жоғарылату үшін температуралардың айырымын арттыру қажет. Термодинамиканың екінші заңының негізінде Карно өте маңызды теореманы тұжырымдады: қыздырғыштары мен мұздатқыштарының температуралары бірдей периодты әсер ететін барлық жылу машиналарының ішінде пайдалы әсер коэффициенті ең жоғарғысы қайтымды машиналар. Қыздырғыштары мен мұздатқыштарының температуралары бірдей қайтымды машиналардың пайдалы әсер коэффициенттері бірдей және олардың құрылымдарына тәуелсіз.

Карно теоремасы термодинамикалық температуралардың шкалаларын қалыптастыруға септігін тигізді. (9.4.8) формуласының оң және сол жақтарын теңестірсек, мына қатынас шығады:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2^{(-)}}{Q_1^{(+)}} \quad (9.4.9)$$

Екі дененің T_1 және T_2 температураларын салыстыру үшін бір дене қыздырғыш, екіншісі мұздатқыш ретінде қолданылатын қайтымды Карно циклін жүзеге асыру қажет. (9.4.9) қатынасынан денелердің температураларының қатынасы, осы циклде берілген жылудың, алынған жылуға қатынасына тең екендігін көреміз. Карно теоремасы бойынша, жұмысшы дененің химиялық құрамы температураларды салыстыру нәтижелеріне әсерін тигізбейтіндіктен, термодинамикалық шкала қандай да бір заттардың анықталған термоөлшемді қасиеттеріне байланысты емес.

§9.5 Келтірілген жылу. Клаузиус теоремасы. Энтропия. Термодинамиканың екінші заңының статистикалық сипаттамасы. Энтропияның күй ықтималдығымен байланысы

Карно циклімен жұмыс істейтін идеал жылу машинасының пайдалы әсер коэффициентінің формуласынан мына қатынас шығады:

$$\frac{Q_1^{(+)}}{T_1} = \frac{Q_2^{(-)}}{T_2} \quad (9.5.1)$$

Берілген жылу мөлшерінің жылу бергіштің температурасына немесе алынған жылу мөлшерінің жылу қабылдағыштың температурасына қатынасын (Q/T шамасын) келтірілген жылу мөлшері деп атайды. (9.5.1)

формуласы Карно циклі жүзеге асырылғанда изотермалық ұлғаю және сығылу кезіндегі келтірілген жылулардың тең болатындығын көрсетеді. Үрдістің шексіз кішкентай бөлігінде денеге берілетін жылу мөлшері $\delta Q/T$ тең. Теориялық есептеулер бойынша кез келген қайтымды айналмалы үрдіс үшін келтірілген жылулар мөлшерінің қосындысы нөлге тең:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\delta Q_i}{T_i} = 0 \quad (9.5.2)$$

Егер P-V диаграммасындағы айналмалы үрдістің сызығын бір-біріне өте жақын адиабаталар жүргізу арқылы бөліктерге бөліп, олардың әрқайсысының ортасынан изотермалар жүргізсек, екі адиабатамен және екі изотермамен шектелген көптеген аудандарды (Карно циклдерін) аламыз. Тура және кері үрдістер сызығын a, b арқылы белгілесек, онда әрбір мұндай цикл үшін төмендегі қатынастар орындалады:

$$\frac{\delta Q_{a_1}}{T_{a_1}} = \frac{\delta Q_{b_1}}{T_1}, \frac{\delta Q_{a_2}}{T_2} = \frac{\delta Q_{b_2}}{T_2}, \dots \quad (9.5.3)$$

Алынған өрнекті бір-біріне қоссақ, төмендегі теңдік шығады:

$$\sum_i \frac{\delta Q_{a_i}}{T_{a_i}} = \sum_i \frac{\delta Q_{b_i}}{T_{b_i}} \quad (9.5.4)$$

Тура және кері үрдістер үшін келтірілген жылу мөлшерлерінің қосындылары бір-біріне тең.

Қайтымсыз жылу машиналарында мына теңсіздік орындалады:

$$\frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_2}{T_2} \quad (9.5.5)$$

(9.5.1) және (9.5.5) өрнектерін біріктірсек, төмендегі қатынасты аламыз:

$$\frac{Q_1}{T_1} \leq \frac{Q_2}{T_2} \quad (9.5.6)$$

Теңдік белгісі қайтымды, теңсіздік белгісі қайтымсыз өтулерге сәйкес келеді. (9.5.6) өрнегін төмендегідей түрлендірейік:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \quad (9.5.7)$$

Жылу бергіштен денеге берілген жылудың таңбасын оң, ал денеден жылу қабылдағышқа берілген жылудың таңбасын теріс деп алсақ, мына қатынас шығады:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \quad (9.5.8)$$

Немесе жалпылама түрде :

$$\sum \frac{Q}{T} \leq 0 \quad (9.5.9)$$

Егер дененің күйі және температураның өзгерістері үздіксіз өтсе, қысым интегралмен алмастырылады.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (9.5.9)$$

Термодинамиканың екінші заңының жалпы өрнегі Клазиус теңдігін (немесе теңсіздігін) береді. (9.5.9) қатынасының нөлге тең бөлігін алайық.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (9.5.10)$$

Тұйық контур бойынша алынған интегралдың нөлге теңдігінен, интеграл астындағы $\delta Q/T$ өрнегі жолға тәуелсіз және жүйенің күйімен анықталатын қандай да бір функцияның толық дифференциялы болатындығы шығады:

$$\frac{\delta Q}{T} = dS \quad (9.5.11)$$

Жүйенің күйін сипаттайтын бұл функцияны Клазиус энтропия деп атап, S арқылы белгіледі. (9.5.10) формуласынан қайтымды үрдістер үшін энтропияның өзгерісі нөлге тең екендігін аламыз.

$$\Delta S = 0 \quad (9.5.12)$$

Термодинамикада қайтымсыз цикл жасайтын жүйенің энтропиясы өсетіндігі дәлелденген:

$$\Delta S > 0 \quad (9.5.13)$$

(9.5.12) және (9.5.13) өрнектері тек оқшауланған жүйелерде орындалады. Егер жүйе қоршаған ортамен жылу алмасатын болса, энтропияның кез келген мәндерді қабылдауы мүмкін. Келтірілген (9.5.12) және (9.5.13) өрнектерін Клазиустың теңсіздігі ретінде жазайық:

$$\Delta S \geq 0 \quad (9.5.14)$$

Қайтымсыз үрдістерде тұйықталған жүйенің энтропиясы өседі, қайтымды үрдістерде кемиді. (9.5.11) теңдігін түрлендірсек, термодинамиканың негізгі теңдеуі шығады.

$$dS = \frac{dU + pdV}{T} \quad (9.5.15)$$

Термодинамиканың негізгі теңдеуінде бірінші және екінші заңдарды сипаттайтын формулалар біріктірілген. Жүйенің бір күйден екінші күйге өткендегі энтропиясының өзгерісін табайық.

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + pdV}{T} \quad (9.5.16)$$

Осы теңдеуді пайдаланып идеал газдың энтропиясын есептейік:

$$dU = \frac{m}{M} C_v dT, p = \frac{m}{M} \frac{RT}{V}$$

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\frac{m}{M} C_v dT}{T} + \int_1^2 \frac{\frac{m}{M} \frac{RT}{V} dV}{T} = \frac{m}{M} C_v \int_1^2 \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_1^2 \frac{dV}{V}$$

немесе

$$\Delta S = \frac{m}{M} \left(C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right) \quad (9.5.17)$$

Идеал газ бірінші күйден екінші күйге өткенде энтропия үрдістің түріне тәуелді емес. Изоүрдістер үшін (9.5.17) формуласы төмендегідей түрленеді:

Изотермалық үрдіс ($T_1 = T_2$)

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Изохоралық үрдіс ($V_1 = V_2$)

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Изоэнтропиялық үрдіс ($\delta Q = 0$)

$$\Delta S = 0, S = \text{const}$$

Шынайы үрдістер қайтымсыз болғандықтан, тұйықталған жүйедегі барлық үрдістер оның энтропиясын арттырады. Энтропияның физикалық мағынасын талқылайық. Карноның идеал жылу машинасының пайдалы әсер коэффициентінің формуласынан неғұрлым үлкен жұмыс алу үшін жылу бергіштің температурасы соғұрлым жоғары болу керектігін көреміз. Жұмыс істейтін денеге берілген жылу мөлшері оң болғандықтан, энтропияның өзгерісі оң мәндерді қабылдайды. Яғни, жұмыс істейтін дененің энтропиясы өседі. Егер жылудың берілуі жылу бергіштің төменірек температурасында өтсе, пайдалы әсер коэффициенті төмен, ал энтропияның өсуі көп болады. Өйткені температура энтропияны сипаттайтын қатынастың бөлімінде орналасқан. Энтропияның көбірек өсуіне пайдалы әсер коэффициентінің және жұмыстың көзі ретінде жылу бергіштің құндылығының кемуі сәйкес келеді.

а. Ішкі энергия

Термодинамиканың бірінші заңынан ішкі энергияның өзгерісі мына формуламен өрнектелетіндегі шығады:

$$dU = TdS - pdV \quad (9.6.1)$$

Бұдан $U = U(S, V)$ функциясы алынады. (9.6.1) теңдігінен ($V = \text{const}$, $S = \text{const}$) дербес туындыларды табамыз:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V = T \quad (9.6.2)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S = -p \quad (9.6.3)$$

Алынған дербес туындылар жүйенің күйін сипаттайтын параметрлерді байланыстыратындықтан, термодинамикада жиі қолданылады. Термодинамиканың бірінші және екінші заңдарынан төмендегі өрнек алынады:

$$dU+pdV -TdS \leq 0$$

Жүйенің көлемі мен энтропиясының өзгерісін нөлге тең деп алсақ, $dV=0, dS=0$ ішкі энергияның өзгерісі мына өрнекпен сипатталады $dU \leq 0$.

Тепе-теңдік күйде ішкі энергия минимум арқылы өтеді. Ал қайтымсыз үрдістерде оның өзгерісі нөлден кіші.

ә. Еркін энергия. Еркін энергия деп аталатын термодинамикалық функция мынадай түрде жазылады:

$$F=U - TS \quad (9.6.4)$$

Теңдікке кіретін U, S күйдің функциясы болғандықтан, еркін F энергия күйдің функциясы болады. Яғни, оның толық дифференциалы мына формуламен өрнектеледі:

$$dF= - SdT - pdV \quad (9.6.6)$$

Бұдан

$$F=F(T, V)$$

Дербес туындыларының мәндерін табайық:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = -S \quad (9.6.7)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_T = -p \quad (9.6.8)$$

Егер $dV=0, dT=0$ болса, мына өрнек шығады: $d(U-TS) \leq 0$ немесе $dF \leq 0$

б, Жылу функциясы немесе энтальпия. Энтальпия немесе жылу функциясы қарапайым жүйе үшін мына формуламен анықталады:

$$H=U+pV \quad (9.7.8)$$

немесе $dH=TdS+Vdp$ (9.7.9) бұдан $H=H(S, p)$ функциясы алынады. Дербес туындылардың мәндері мынаған тең:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_P = T \quad (9.7.10)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_S = V \quad (9.7.11)$$

(9.7.11)

Егер $dS=0$, $dp=0$ болса, төмендегі өрнекті аламыз:

$$d(U+xy) \leq 0, \quad dH \leq 0$$

Тепе-теңдік күйдегі жүйенің энтальпиясы минимум шартын қабылдайды.

в. Гиббстің термодинамикалық функциясы.

$$G=U-TS+pV \quad (9.7.12)$$

функциясы Гиббстің термодинамикалық потенциалы деп аталады.

Формулаға кіретін барлық параметрлер күй функциясы болғандықтан, олардың толық дифференциалы бар.

$$dG=-SdT+VdV \quad (9.7.13)$$

Бұдан $G=G(T,P)$ функциясын аламыз. Функцияның дербес туындыларының мәндері:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = -S \quad (9.7.14)$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = V \quad (9.7.15)$$

Егер $dp=0$, $dT=0$ деп алсақ, төмендегі өрнектер шығады:

$$d(U+pV - TS) \leq 0, \quad dG \leq 0 \quad (9.7.16)$$

Жоғарыда қарастырылған төрт функцияға (U , F , H , G) бізге белгілі функция S (энтропия) қосылады. Келтірілген кез-келген термодинамикалық функциялардың көмегімен әртүрлі термодинамикалық үрдістер сипатталады. Мысалы, энтропияны адиабаталық, ал еркін энергияны изотермалық үрдістерде қолданған өте қолайлы. Термодинамикалық тепе-теңдік жағдайлардағы $T = \text{const}$, $p = \text{const}$ күйлерді сипаттауда Гиббстің потенциалын қолданған өте ыңғайлы:

$$G=G(T,p)$$

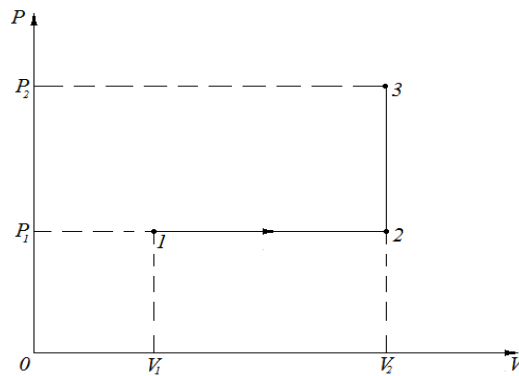
Есептермен мысалдар

1. Көлемі 1 м^3 оттегінің қысымы 200 кПа . Бастапқыда газды тұрақты қысымда 3 м^3 көлемге дейін қыздырады. Үрдістің графигін тұрғызып, газға берілген жылу мөлшерін табыңыздар.

Берілгені: $V_1=1\text{ м}^3$, $p_1=2 \cdot 10^5\text{ Па}$, $p_2=5 \cdot 10^5\text{ Па}$, $V_2=3\text{ м}^3$

Табу керек: $P - V$ диаграммасында процесті кескіндеу, ΔU , A , Q

Шешімі: Үрдістің графигін тұрғызамыз (1 сызба)



1-сызба. $P - V$ диаграммадағы, үрдістің кескіндері. Сызбада 1,2,3 сандары арқылы (P_1, V_1, T_1) , (P_1, V_2, T_2) , (P_2, V_2, T_3) параметрлермен сипатталатын газдың күйлері кескінделген.

1-ші күйден 3-ші күйге өткендегі газдың ішкі энергиясының өзгерісі мына формуламен өрнектеледі:

$$\Delta U = C_V m \Delta T$$

Мұндағы, C_V тұрақты көлемдегі газдың жылу сыйымдылығы, m – газдың массасы, $\Delta T = T_2 - T_1$ температуралар айырымы.

$C_V = \frac{i R}{2 M}$ формуласын қолдансақ, ішкі энергияның өзгерісі мына формула бойынша өрнектеледі:

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{m}{M} R (T_3 - T_1) \quad (1)$$

T_1 және T_3 температураларын Клапейрон – Менделеев теңдеуінен табамыз:

$$T_1 = \frac{MP_1V_1}{mR}; T_2 = \frac{MP_2V_2}{mR} \quad (1) \quad \text{ші формуланы ескерсек,}$$

$\Delta U = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)$ теңдігі алынады. Оттегі екі атомды газ болғандықтан, $i=5$

$$\Delta U = \frac{5}{2}(5 \cdot 10^5 \cdot 3 - 2 \cdot 10^5 \cdot 1) \text{ Дж} = 3,25 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

Газдың істейтін толық жұмысы $A=A_1+A_2$ Мұндағы, A_1 1-2, ал A_2 2-3 бөліктеріндегі істелінген жұмыстар. 1-2 бөлікте $P=\text{const}$ болғандықтан, жұмыс $A_1=P_1\Delta V=P_1(V_2-V_1)$ 2-3 бөлікте газдың көлемі өзгертілмейтіндіктен $A_2=0$. Олай болса, $A=A_1=V=P_1(V_2-V_1)=2 \cdot 10^5 (3-1) \text{ Дж} = 4 \cdot 10^5 \text{ Дж}$

Термодинамиканың бірінші заңы бойынша

$$Q=A+\Delta U=(4 \cdot 10^5 + 32,5 \cdot 10^5) \text{ Дж} = 36,5 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

2. Екі атомды идеал газдағы 1 моль заттың мөлшерінің 250кПа қысымдағы көлемі 10 л. Бастапқыда газды изохоралық қыздырып температурасын 400К дейін көтереді. Әрі қарай изотермалық ұлғайту арқылы оның қысымын алғашқы қысымға әкелеміз. Содан соң изобаралық сығу жолымен газды бастапқы күйіне қайтарсақ, циклдің пайдалы әсер коэффициентінің қандай болғаны?

Берілгені: $\nu = 1$ моль, $P_1 = 2,5 \cdot 10^5$ Па, $V_1 = 0,0105$ м³, $T_2 = 400$ К

Табу керек: η

Шешімі: есепті шешу мақсатында изохорадан, изотермадан және изобарадан тұратын циклдің графигін саламыз. $P-V$ координатасында бұл циклдің түрі 2-сызбада көрсетілген. Пайдалы әсер коэффициенті мына формуламен есептеледі:

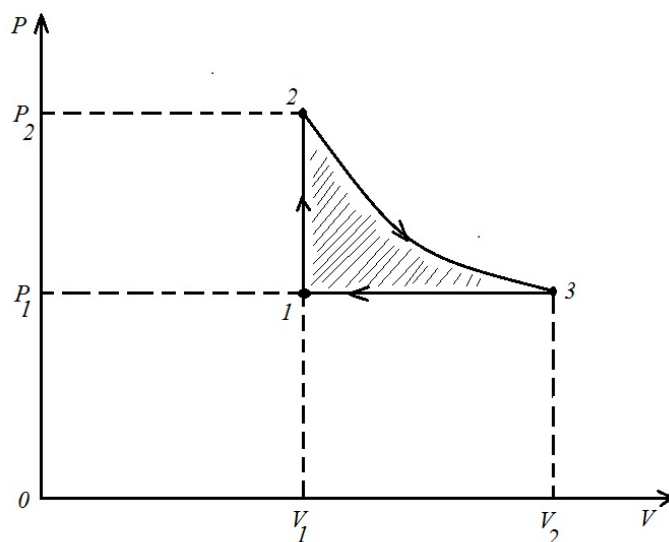
$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (1)$$

Мұндағы, Q_1 газдың бір циклда қыздырғыштан алған жылу мөлшері, Q_2 бір циклда газдан мұздатқышқа берілген жылу мөлшері.

$Q_1 - Q_2 = A$ жылу мөлшерлерінің айырымы газдың бір циклда істеген жұмысына тең. (Диаграммада штрихталған ауданға тең). Жұмыс істейтін дене жылуды Q_1 графиктің екі бөлігінде Q_{1-2} (1-2 изохоралық үрдіс) және Q_{2-3} (2-3 изотермалық үрдіс) қабылдайды. Сондықтан $Q_1 = Q_{1-2} + Q_{2-3}$ Изохоралық үрдісте газдың алған жылуы $Q_{1-2} = C_V \nu (T_2 - T_1)$, мұндағы

C_V тұрақты көлемдегі молярлық жылу сыйымдылық; ν - заттың мөлшері. Бастапқы температураны Клапейрон – Менделеев теңдеуін пайдаланып табамыз.

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = \frac{250 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 8.31} K = 300K$$



2-сызба. Изохордан 1 – 2, изобарадан 1 – 3 және изотермадан 2 – 3 тұратын үрдістер

Изотермалық үрдісте газдан алған жылу мына формуламен есептеледі:

$$Q_{2-3} = \nu R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

3 – 1 бөлікте газдың беретін жылуы

$$Q_2 = Q_{3-1} = C_P \nu (T_2 - T_1)$$

Мұндағы, C_P - изобаралық үрдістертегі газдың молярлық жылу сыйымдылығы. Циклдің пайдалы әсер коэффициенті төмендегі қатынаспен анықталады:

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{(i+2)(T_2 - T_1)}{i(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{(5+2)(400 - 300)}{5(400 - 300) + 2 \cdot 400 \ln \frac{400}{300}} = \\ &= 0,041 = 4,1\% \end{aligned}$$

3. Цилиндрдегі поршеннің астында 300К температурада массасы 0,02 кг сутегі бар. Сутегі адиабаталық ұлғайып көлемін 5 есе арттырып, содан соң изотермалық сығылып, өзінің көлемін 5 есе кемітті. Газдың істеген жұмысын және адиабаталық ұлғаюдың соңындағы T_2 температураны табыңыздар. Үрдісті графикалық түрде кескіндеңіздер.

Берілгені : $m=0,02\text{кг}$, $T_1=300\text{К}$, $\frac{V_2}{V_1} = 5$ $Q=0$ болғанда $\frac{V_1}{V_2} = 5$, $T=\text{const}$

болғанда, $\gamma = 1,4$

Табу керек: А, Р – V диаграммадағы үрдістердің кескіндері.

Шешімі: адиабаталық үрдісте температура мен көлем мына формуламен байланысқан.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \text{бұдан} \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 300 \left(\frac{1}{5}\right)^{1,4-1} \text{ К} = 300 \left(\frac{1}{5}\right)^{0,4} \text{ К}$$

Алынған өрнектің екі жағын логарифмдейміз.

$$\lg T_2 = \lg 300 + 0,4(\lg 1 - \lg 5) = 2,477 + 0,4(-0,699) = 2,477 - 0,280 = 2,197$$

Логарифмдер кестесінен T_2 мәнін табамыз. $T_2 = 157\text{К}$

Адиабаталық ұлғаюдағы жұмыс мына формула бойынша есептеледі:

$$A_1 = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2) = \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 (300 - 157) \text{ Дж} = \\ = 29,8 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 29,8 \text{ кДж}$$

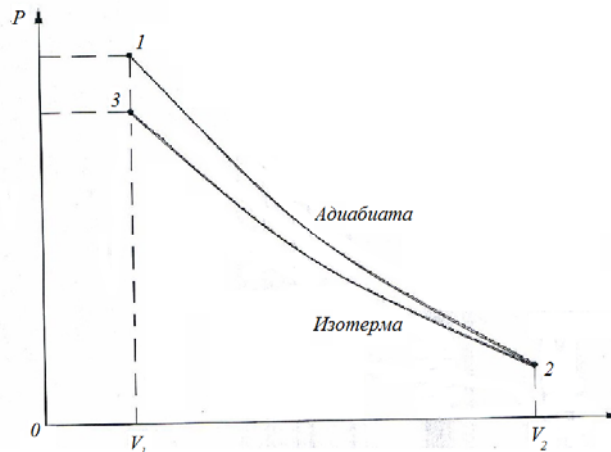
Изотермалық сығылуда істелетін жұмыс төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$A_2 = RT_2 \frac{m}{M} \ln \frac{V_2}{V_1} = 8,31 \cdot 157 \cdot \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \ln \left(\frac{1}{5}\right) = -21 \text{ кДж}$$

Теріс таңба сығылу кезінде жұмысты сыртқы күштер істейтіндігін көрсетеді. Қарастырылған үрдістердегі жалпы жұмыс

$$A = A_1 + A_2 = 29,8 \text{ кДж} - 21 \text{ кДж} = 8,8 \text{ кДж}$$

Үрдістің графигі 3-сызбада келтірілген.



3-сызба. P – V диаграммасындағы адиабаталық және изотермалық үрдістердің кескіндері

4. Массасы 100 г суды 0 °C-дан 100°C-ға дейін қыздырғандағы және оның буға айналу уақытындағы энтропиясының өзгерісін табыңыздар.

Берілгені: $T_1=273\text{K}$, $T_2=373\text{K}$, $m=0,1\text{кг}$

Табу керек: ΔS

Шешімі: суды қыздырғандағы $\Delta S'$ және буланғандағы $\Delta S''$ энтропиялардың өзгерістерін жеке-жеке анықтайық. Энтропияның өзгерісі мына формуламен өрнектеледі:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad (1)$$

Қыздырылатын дененің температурасын dT көтеру үшін жұмсалатын жылу мөлшері $\delta Q = mc dT$. Мұндағы, m – дененің массасы, c – оның меншікті жылу сыйымдылығы (1) теңдеудегі жылу мөлшерінің орнына $mc dT$ қойсақ, суды қыздырғандағы энтропияның өзгерісі шығады:

$$\Delta S' = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc dT}{T} = mc \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1} = 0,1 \cdot 1 \ln 1,4 = 132 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Буға айналу тұрақты температурада өтетіндіктен, ($T = \text{const}$). (1) формула төмендегідей түрленеді:

$$\Delta S'' = \frac{1}{T} \int \delta Q = \frac{Q}{T} \quad (2)$$

Мұндағы, Q суды буға айналдыруға жұмсалған жылу мөлшері. Булану жылу мөлшері $Q = \lambda m$. Мұндағы λ меншікті булану.

$$\Delta S = \frac{\lambda m}{T} = \frac{2256650 \cdot 0,1 \text{ Дж}}{373 \text{ К}} = 605 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Энтропияның толық өзгерісі:

$$\Delta S = \Delta S' + \Delta S'' = (132 + 605) \text{ Дж} = 737 \text{ Дж}$$

5. Массасы 1 кг газдың 300 К температурадағы қысымы 0,5 МПа. Изотермалық сығылудың нәтижесінде оның қысымы 2 есе артады. Сығуға жұмсалған жұмыс – 432кДж. Оның қандай газ екендігін және бастапқы меншікті көлемін анықтаңыздар.

Берілгені: $m=1 \text{ кг}$, $T=300\text{К}$, $P_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $P_2 = 2P_1$, $A = -4,32 \cdot 10^5 \text{ Дж}$

Табу керек: $\frac{1}{\rho}$, газдың түрі

Шешімі: көлем өзгергендегі элементар жұмыс мына формуламен есептеледі. $\delta A = p dV$ Клапейрон – Менделеев теңдеуінен қысымды тауып

$P = \frac{mRT}{MV}$ элементар жұмыстың формуласына қойсақ, төмендегі өрнек алынады:

$$\delta A = \frac{mRT}{MV} dV \quad \text{немесе} \quad A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{mRT}{M} \frac{dV}{V} = \frac{mRT}{M} \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Изотермалық үрдісте $P_1 V_1 = P_2 V_2$ теңдігі орындалады. Бұдан $\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$

қатынасы шығады. Олай болса,

$$A = \frac{mRT}{M} \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$M = \frac{mRT}{A} \ln \frac{P_1}{P_2} = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot 300}{4,32 \cdot 10^5} \ln \frac{1}{2} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot V_1 = \frac{mRT}{MP_1} =$$

$$\frac{8,31 \cdot 300 \cdot 1}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^5} = 2,49 \text{ м}^3$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{V_1}{m} = \frac{2,49 \text{ м}^3}{1 \text{ кг}} = 2,49 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

6. Карно циклімен жұмыс істейтін идеал газ қыздырғыштан алған жылу мөлшерінің 70% мұздатқышқа береді. Қыздырғыштан алатын жылу мөлшері 5 кДж. Циклдің пайдалы әсер коэффициентін, толық циклде істелген жұмысты табыңыздар.

Берілгені: $Q_2=0,7Q_1$; $Q_1=5 \cdot 10^3$ Дж.

Табу керек: η , А

Шешімі: Карно циклінің пайдалы әсер коэффициенті мына формуламен есептеледі:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{Q_1 - 0,7Q_1}{Q_1} = 0,3$$

$$A = \eta Q_1 = 0,3 \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 1,5 \text{ кДж}$$

7. 2 моль екі атомды идеал газды қыздырғанда термодинамикалық температурасы екі есе артады. Қыздыру изохоралық және изобаралық түрде өтсе, энтропияның өзгерісі қандай болғаны?

Берілгені: $i=5$, $\nu=2$ моль, $\frac{T_2}{T_1} = 2$, а) $V=\text{const}$. ә) $P=\text{const}$

Табу керек: ΔS_1 , ΔS_2

Шешімі: изохоралық үрдісте газға берілген жылу мөлшері мына формуламен есептеледі:

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_V dT = \nu C_V dT. \text{ Мұндағы } C_V = \frac{L}{2} R. \text{ Энтропияның өзгерісі}$$

төменде келтірілген өрнекпен анықталады:

$$\Delta S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \nu C_V \frac{dT}{T} = \nu C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu \frac{L}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu \frac{LR}{2} \ln 2 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8,31}{2} \ln 2 = 28,8 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Тұрақты қысымда екі атомды газға берілген жылу мөлшері мынаған тең:

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_P dT = \nu C_P dT; \text{ мұндағы } C_P = \frac{L+2}{2} R$$

Энтропияның өзгерісі төмендегі формуламен есептеледі:

$$\Delta S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \nu C_p \frac{dT}{T} = \nu C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{L+2}{2} \nu R \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{7}{2} \nu R \ln 2 = \frac{7}{2} \cdot 2 \cdot 8,83 \ln 2 = 40,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

8. Температурасы 400 К азотты адиабаталық ұлғайтқанда көлемі 5 есе артып, ішкі энергиясы 4 кДж кеміді. Азоттың массасын табыңыздар

Берілгені: $M = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$; $i=5$; $T_1=400\text{К}$; $\frac{V_2}{V_1} = 5$;

$$\Delta U = -4 \text{кДж} = -4 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Табу керек: m

Шешімі: адиабаталық үрдіс үшін термодинамиканың бірінші заңын жазамыз ($Q=0$)

$$Q = \Delta U + A, \quad \Delta U + A = 0, \quad A = -\Delta U.$$

Істелінетін жұмыс мына өрнекпен есептеледі:

$$A = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

Мұндағы,

$$\gamma = \frac{L+2}{L} = 1,4, \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$$

$$-\Delta U = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{1}{5} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

Бұдан

$$m = - \frac{M(\gamma - 1)\Delta U}{RT_1 \left[1 - \left(\frac{1}{5} \right)^{\gamma - 1} \right]} = - \frac{28 \cdot 10^{-3} \cdot 0,4(-4 \cdot 10^3)}{8,31 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{5} \right)^{0,4} \right]} = 28 \text{ г}$$

9. Массасы 10 г оттегінің көлемін 25 литрден 100 литрге дейін изотермалық ұлғайтқандағы энтропияның өзгерісін табыңыздар.

Берілгені: $m = 10^{-2} \text{ кг}$, $V_1 = 25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $V_2 = 0,1 \text{ м}^3$, $T = \text{const}$.

Табу керек: ΔS

Шешімі: үрдіс изотермалық болғандықтан, энтропияның өрнектейтін жалпы формуладағы температураны интегралдың алдына шығарып жазамыз:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T}$$

Газдың алған Q жылу мөлшерін термодинамиканың бірінші заңын пайдаланып табамыз. $Q = \Delta U + A$, $T = \text{const}$ болғандықтан $\Delta U = 0$, олай болса $Q = A$. Бұл үрдіс үшін жұмыс мына формуламен анықталады:

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \text{ немесе}$$

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{10^{-2}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \ln \frac{100 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{\text{Дж}}{\text{К}} = 3,60 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

10. Бастапқы температурасы 240К массасы 0,1 кг мұз 373 К температурада бұға айналады. Мұзбен судың жылу сыйымдылықтары температураға тәуелді емес деп алып, атмосфералық қысымдағы энтропияның өзгерісін табыңыздар.

Берілгені: $m = 0,1 \text{ кг}$, $T_1 = 240 \text{ К}$, $T_2 = 373 \text{ К}$,
 $C_{\text{мұз}} = 1,8 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, $C_{\text{су}} = 4,18 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, $\lambda_{\text{бал}} = 3,35 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, $\lambda_{\text{кайн}} = 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$

Табу керек: ΔS

Шешімі: жалпы жағдайда энтропияның өзгерісі мына формуламен өрнектеледі:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} \text{ мұзды қыздырғанда энтропияның өзгерісі } \Delta S = m C_{\text{мұз}} \int_{T_1}^{T_0} \frac{dT}{T}$$

Мұндағы, $T_0 = 273 \text{ К}$ мұздың балку температурасы, $C_{\text{мұз}}$ мұздың меншікті жылу сыйымдылығы. Интегралдаған соң мына өрнекті аламыз:

$$\Delta S = \frac{m C_{\text{мұз}}}{\lg e} |\lg T_0 - \lg T_1|$$

Мұздың балкуы тұрақты T_0 температурада өтеді. Мұздың балку кезіндегі энтропиясының өзгерісі төмендегі формуламен өрнектеледі.

$$\Delta S_2 = \frac{m\lambda_{\text{балқу}}}{T_0} \text{ мұндағы, } \lambda_{\text{балқу}} \text{ мұздың меншікті балқу жылуы. Суды}$$

$T_2=373\text{K}$ дейін қыздырғандағы энтропияның өзгерісі мына формуламен есептеледі:

$$\Delta S_3 = \frac{mC_{\text{су}}}{\lg e} |\lg T_2 - \lg T_1| \text{ мұндағы, } C_{\text{су}} \text{ судың меншікті жылу}$$

сыйымдылығы

Қайнау процесіндегі энтропияның өзгерісі мынаған тең:

$$\Delta S_4 = \frac{m\lambda_{\text{қайн}}}{T_2}$$

Мұздың буға айналғандағы энтропиясының жалпы өзгерісі:

$$\Delta S = \frac{mC_{\text{мұз}}}{\lg e} |\lg T_0 - \lg T_1| + \frac{m\lambda_{\text{балқу}}}{T_0} + \frac{mC_{\text{су}}}{\lg e} (\lg T_2 - \lg T_0) + \frac{m\lambda_{\text{қайн}}}{T_2} = 883 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Жаттығулар:

Су буы тұрақты қысымда ұлғаяды. Буға берілген жылу мөлшері 4 кДж болса, ұлғаяу жұмысы неге тең?

Жауабы: 1кДж

Сутегінің қалыпты жағдайдағы көлемі 100 м³. Газдың көлемі адиабаталық 150 м³ ұлғайғандағы ішкі энергияның өзгерісін табыңыздар.

Жауабы: -3,8 МДж.

Массасы 1 г, температурасы 280 К, қысымы 0,1 МПа азотты изотермалдық 1 МПа қысымға дейін сықсақ, қанша жылу мөлшері бөлінеді?

Жауабы: 191 Дж

Ұлғаяу кезінде сутегі 6 кДж жұмыс істеді. Изобаралық және изотермалық үрдістерде газға берілген жылуды табыңыздар.

Жауабы: 21 кДж, 6кДж

Бастапқы температурасы 320 К оттегіні адиабаталық ұлғайтқанда ішкі энергиясы 8,4 кДж кеміп, көлемі 10 есе артты. Оттегінің массасын табыңыздар.

Жауабы: 67,2г

Қысымы 100 кПа, көлемі 10 л ауа адиабаталық 1 л көлемге дейін сығылады. Сығылғаннан кейінгі ауаның қысымын табыңыздар.

Жауабы: 2,52 МПа

Көлемі 3 л азотты қыздырғанда қысым 1 МПа артты. Газдың көлемін тұрақты деп алып, оған берілген жылуды табыңыздар.

Жауабы: 7,5кДж

Айналмалы үрдістің нәтижесінде газ 1Дж жұмыс істеп, мұздатқышқа 4,2 Дж жылу мөлшерін берді. Циклдің пайдалы әсер коэффициентін табыңыздар.

Жауабы: 0,193

Тұйық үрдіс жасау арқылы газ қыздырғыштан 4кДж жылу алды. Циклдің пайдалы әсер коэффициенті 0,1 тең болса, газдың істелген жұмысы неге тең?

Жауабы: 400 Дж

Карно циклін жасайтын идеал газдың пайдалы әсер коэффициенті 0,2. Газдың изотермалық ұлғаю жұмысы 5Дж тең. Газдың изотермалық сығылу жұмысын табыңыздар.

Жауабы: 4 Дж

Идеал газ Карно циклін жасайды. Қыздырғыштың температурасы суытқыштың температурасынан үш есе артық. Қыздырғыш газға 42кДж жылу мөлшерін берсе, ол қандай жұмыс істеді?

Жауабы: 28кДж.

Карно циклін жасайтын идеал газ қыздырғыштан 4,2кДж жылу алып, 590кДж жұмыс істеді. Циклдің пайдалы әсер коэффициентін және қыздырғыштың температурасы мұздатқыштыкінен неше есе артық екендігін анықтаңыздар.

Жауабы: 0,14, 1,16

Массасы 1г сутегін изохоралық қыздырғанда қысымы үш есе артты. Энтропияның өзгерісін табыңыздар.

Жауабы: $7,2 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Тұрақты қысымда массасы 4 г азоттың көлемі 5 литрден 9 литрге дейін ұлғайса, энтропияның өзгерісі неге тең?

Жауабы: $2,43 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Массасы 5 кг, температурасы 280 К суды, массасы 8 кг, температурасы 350 К сумен араластырады. Қоспаның температурасын, араластыру кезіндегі энтропияның өзгерісін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 323 \text{ К, } 0,3 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$$

Тест сұрақтары

1. Изохоралық үрдісте газға берілетін жылу мөлшері:

А. $\frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$

Ә. $\frac{m}{M} \frac{i}{3} R \Delta T$

Б. $\frac{M}{m} \frac{i}{2} R \Delta T$

В. $\frac{M}{m} \frac{i}{3} R \Delta T$

Г. $\frac{m}{M} \frac{i}{5} R \Delta T$

2. Изохоралық үрдістегі газдың ішкі энергиясының өзгерісі.

А. $\frac{m}{M} \frac{i}{3} V \Delta P$

Ә. $\frac{m}{M} \frac{i}{2} V \Delta P$

Б. $\frac{M}{m} \frac{i}{3} V \Delta P$

В. $\frac{M}{m} \frac{i}{3} P \Delta V$

Г. $\frac{m}{M} \frac{i}{3 P \Delta V}$

3. Изотермалық сығылу кезіндегі газдың істейтін жұмысы

А. $\frac{\frac{M}{mRT} \ln P_1}{P_2}$

Ә. $\frac{\frac{mRT}{M} \ln P_2}{P_1}$

$$\frac{\frac{M}{mRT} \ln P_2}{P_1}$$

Б.

$$\frac{\frac{mRT}{M} \ln P_1}{P_2}$$

В.

$$\frac{\frac{mRT}{2M} \ln P_1}{P_2}$$

Г.

4. Изотермалық сығылу кезінде газдың істейтін жұмысы

А. $\frac{mRT}{M} \ln \frac{V_2}{V_1}$

Ә. $\frac{mRT}{M} \ln \frac{V_2}{V_1}$

Б. $\frac{M}{mRT} \ln \frac{V_1}{V_2}$

В. $\frac{M}{mRT} \ln \frac{V_1}{V_2}$

Г. $\frac{mRT}{2M} \ln \frac{V_2}{V_1}$

5. $T = \text{const}$ болғанда ішкі энергияның өзгерісі

А. $\frac{m}{M} C_v \Delta T$

Ә. $\frac{m}{M} C_p \Delta T$

Б. 0

В. $\frac{M}{m} C_v \Delta T$

Г. $\frac{M}{m} C_p \Delta T$

6. Адиабаталық үрдіс үшін термодинамиканың бірінші заңы

А. $\delta A = -dU$

Ә. $\delta A = dU$

Б. $\delta Q = \delta A + dU$

В. $\delta A = -\delta U$

Г. $\delta A = \delta U$

7. Пуассон теңдеуі

А. $PV^\gamma = \text{const}$

Ә. $VP^\gamma = \text{const}$

Б. $PV^{\frac{1}{\gamma}} = \text{const}$

В. $VP^{\frac{1}{\gamma}} = \text{const}$

Г. $PT^\gamma = \text{const}$

8. Адиабаталық үрдістегі қысым мен көлемнің арасындағы байланыс формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$

Ә. $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$

Б. $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$

В. $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$

Г. $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$

9. Адиабаталық үрдістегі қысым мен көлемнің арасындағы байланыс формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$

Ә. $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma$

Б. $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma$

$$\text{В. } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$\text{Г. } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma}$$

10. Адиабаталық үрдістегі температура мен қысымның арасындағы байланыс формуласын көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\text{Ә. } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\gamma-1}$$

$$\text{Б. } \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\gamma}$$

$$\text{В. } \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$\text{Г. } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{2(\gamma-1)}$$

11. Тепе-теңдіктегі қайтымды үрдіс үшін қандай шарт орындалады?

$$\text{А. } \oint \frac{\delta Q}{T} > 0$$

$$\text{Ә. } \oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

$$\text{Б. } \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\text{В. } \oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + pdV}{T}$$

$$\text{Г. } \oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU - pdV}{T}$$

12. Екі денеден тұратын жүйенің энтропиясының өзгерісі.

$$\text{А. } \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2} \delta Q$$

- Ә. $\frac{T_1 - T_2}{2T_1T_2} \delta Q$
 Б. $\frac{2(T_1 - T_2)}{T_1T_2} \delta Q$
 В. $\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \delta Q$
 Г. $\left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1}\right) \delta Q$

13. Адиабаталық үрдіс үшін қандай шарттың орындалуы керек?

- А. $S_2 - S_1 > 0$
 Ә. $S_2 - S_1 < 0$
 Б. $S_2 - S_1 \geq 0$
 В. $S_2 - S_1 \leq 0$
 Г. $S_2 - S_1 = 0$

14. Қайтымсыз изотермалық үрдісте қандай шарт орындалады?

- А. $TdS < \delta Q$
 Ә. $TdS = \delta Q$
 Б. $TdS > \delta Q$
 В. $TdS \geq \delta Q$
 Г. $TdS \leq \delta Q$

15. Изотермалық қайтымсыз үрдісте орындалатын шартты көрсетіңіздер.

- А. $\delta A < dF$
 Ә. $\delta A > dF$
 Б. $\delta A = dF$
 В. $\delta A \geq dF$
 Г. $\delta A < -dF$

16. Тұрақты қысымдағы жылу сыйымдылықтың формуласы:

- А. $\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$
 Ә. $\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_P$

$$\text{Б. } \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P$$

$$\text{В. } \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_P$$

$$\text{Г. } \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P$$

17. Дұрыс өрнекті көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = S$$

$$\text{Ә. } \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P = -S$$

$$\text{Б. } \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = S$$

$$\text{В. } \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = -S$$

$$\text{Г. } \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P = S$$

18. Дұрыс теңдікті көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T = -p$$

$$\text{Ә. } \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T = p$$

$$\text{Б. } \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T = p$$

$$\text{В. } \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = -p$$

$$\text{Г. } \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_V = p$$

19. Дұрыс теңдікті көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P = V$$

$$\text{Ә. } \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P = H$$

$$\text{Б. } \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P = -S$$

$$\text{В. } \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_V = S$$

$$\text{Г. } \left(\frac{\partial G}{\partial V} \right)_P = -H$$

20. Төмендегі теңдіктің қайсысы дұрыс?

$$\text{А. } \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_T = V$$

$$\text{Ә. } \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_V = T$$

$$\text{Б. } \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_T = -V$$

$$\text{В. } \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_V = -p$$

$$\text{Г. } \left(\frac{\partial G}{\partial V} \right)_T = -T$$

21. Дұрыс теңдікті көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_P = V$$

$$\text{Ә. } \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_P = T$$

$$\text{Б. } \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_P = -V$$

$$\text{В. } \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_P = -T$$

$$\text{Г. } \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_V = T$$

22. Дұрыс теңдікті көрсетіңіздер.

A. $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S = -V$

Ә. $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V$

Б. $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S = V$

В. $\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_T = V$

Г. $\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_P = -V$

23. Дұрыс теңдікті көрсетіңіздер.

A. $\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T$

Ә. $\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = -T$

Б. $\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_P = T$

В. $\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = -T$

Г. $\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_H = T$

24. Дұрыс теңдікті көрсетіңіздер.

A. $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = p$

Ә. $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -p$

Б. $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = p$

В. $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = p$

$$\Gamma. \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = -p$$

25. N бөлшектің n күй бойынша үлестірілуінің немесе термодинамикалық ықтималдылықтың формуласы.

А. $\frac{N!}{N_1!N_2!\dots N_n!}$

Ә. $\frac{N!}{(N_1 + N_2 + \dots N_n)!}$

Б. $\frac{2N!}{N_1!N_2!\dots N_n!}$

В. $\frac{2N!}{(N_1 + N_2 + \dots N_n)!}$

Г. $\frac{N!}{N_1 + N_2 + \dots N_n}$

Х тарау. Тасымалдау құбылысы. Реал газдар.

§ 10.1 Тасымалдау құбылысының жалпы сипаттамасы. Термодинамикалық тепе-теңдіктегі емес күйлердегі тасымалдау құбылысы.

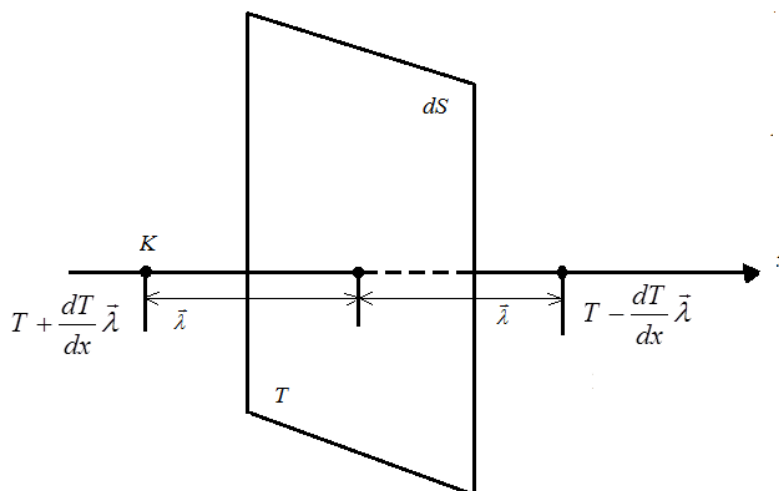
Статистикалық физика тепе-теңдік күйдегі қайтымды үрдістерді зерттейді. Тепе-теңдік бұзылғандағы үрдістерді зерттейтін ғылым физикалық кинетика деп аталады. Тепе-теңдігі бұзылған жүйе қайтадан тепе-теңдік күйіне ұмтылады. Бұл үрдіс энтропияның өсуімен сипатталатындықтан, қайтымсыз болып табылады.

Тепе-теңдіктің бұзылуы кеңістікте энергияның, массаның, қозғалыс мөлшерінің тасмалдануынан туындайды. Біз тепе-теңдік күйден ауытқу көп емес жағдайлардағы тасымалдау құбылыстарына жататын диффузия, жылу өткізгіштік және ішкі үйкеліс немесе тұтқырлықты қарастырамыз. Тасымалдау құбылыстарын зерттегенде, қандай да бір беттен өтетін әртүрлі шамалардың (бөлшектер санының, массалардың, энергиялардың, қозғалыс мөлшерінің) мөлшерлерін есептеуге тура келеді. Беттен бірлік уақытта өтетін шаманың мөлшерін, осы шаманың ағыны деп атайды. Мысалы, құбырдың көлденең қимасынан өтетін сұйықтар ағыны, жарықтық терезенің әйнегінен өтетін ағыны, т.б. пішіндері әртүрлі беттерден, дербес жағдайларда тұйық беттерден өтетін ағындарды қарастыруға болады. Ағын скалярлық шама және оның ағын бойынша алынған бағыты оң деп есептеледі. Тұйық беттерден сыртқа шығатын ағын оң, ал оған енетін ағын теріс деп алынады. Тасымалдау құбылыстары кеңістіктегі қандай да бір физикалық параметрдің f біртекті еместігінен туындайды. Бөлшектердің тасымалдануына (диффузияда) мұндай шама ретінде концентрация қарастырылып, құбылыс концентрацияның кему бағытында өтеді. Ортаның әртүрлі нүктелерінің температураларының бірдей болмауының салдарынан жылу температурасы жоғары нүктеден температурасы төмен нүктеге қарай тасымалданады. Есепті жеңілдету мақсатында тасымалдау құбылысын сипаттайтын физикалық параметрдің бір координатаның функциясы $f=f(x)$

ретінде қарастырсақ, оның кеңістіктегі өзгерісі градиент деп аталатын $\frac{\partial f}{\partial x}$ туындымен анықталады.

Жылу өткізгіштік. Тепе-теңдік күйде жүйенің барлық нүктелерінде температура бірдей. Жүйенің қандай да бір аймағында температураның тепе-теңдік мәнінен ауытқуы жүйе бөліктерінің температураларын теңестіру бағытында жылу мөлшерінің қозғалысын туғызады. Осы құбылыспен байланысты жылудың тасмалдануы жылуөткізгіштік деп аталады. Температуралары T_1 және T_2 екі беттің арасында орналасқан газды

қарастырайық. Егер осы температураларды өзгертпей ұстап тұрсақ, онда газ арқылы өтетін жылудың стационарлық ағыны пайда болады. Бір өлшемді есепті қарастыру мақсатында газды өзара параллель беттердің арасына орналастырып, x осін беттерге перпендикуляр бағыттасақ, x осінің бойында температураның градиенті $\frac{dT}{dx}$ пайда болады. y және z осьтеріне параллель орналасқан беттерде температура өзгермейді. X осіне перпендикуляр орналасқан $dS = dydz$ беті арқылы өтетін жылу ағынын қарастырамыз. (10.1.1-сызба)



10.1.1-сызба. Газдардағы жылу мөлшерінің тасымалдануы

dS бетінен молекулалардың еркін жүру жолының орташа ұзындығына тең қашықтықта орналасқан K нүктесіндегі температура мына формуламен анықталады:

$$T \pm \frac{dT}{dx} \bar{\lambda} \quad (10.1.1)$$

Бірлік көлемдегі біратомды газдың энергиясы $\frac{3}{2}kT$ тең. Ал көпатомды газдың энергиясы мына формуламен есептелінеді:

$$E = \frac{i}{2}nkT \quad (10.1.2)$$

Мұндағы, i – молекулалардың еркіндік дәрежесі, n – бірлік көлемдегі молекулалар саны. Бірлік көлемдегі газдың жылу сыйымдылығын табайық:

$$C_V \rho = \frac{dE}{dT} = \frac{nik}{2} \quad (10.1.3)$$

Жылу қозғалысы хаосты болғандықтан, x осінің бойымен барлық молекулалардың $\frac{1}{3}$ бөлігі қозғалады. Оның бір жартысы солдан оңға, екінші жартысы оңнан солға қарай қозғалатындықтан, dS ауданынан dt уақытта солдан оңға қарай тасымалданатын жылу мөлшері төмендегі формуламен есептеледі:

$$\frac{1}{6} nu \frac{i}{2} k(T + \frac{dT}{dx} \bar{\lambda}) dS dt \quad (10.1.4)$$

dS бетіне одан $\bar{\lambda}$ қашықтықта орналасқан молекулалар жетіп, одан алыстағылары жолда молекулалармен соқтығысуының әсерінен басқа бағыттарға ауытқиды. dS бетінен dt уақытта оңнан – солға қарай тасымалданатын жылу мөлшері мына формуламен өрнектеледі:

$$\frac{1}{6} nu \frac{i}{2} k(T - \frac{dT}{dx} \bar{\lambda}) dS dt \quad (10.1.5)$$

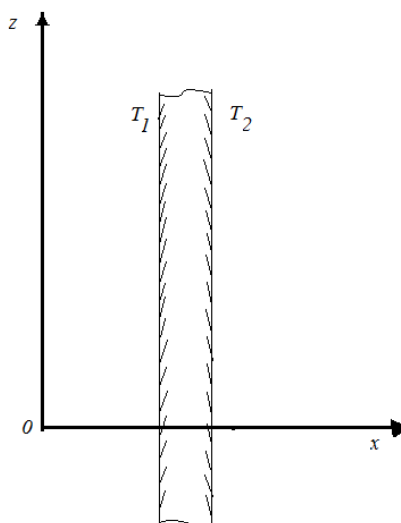
(10.1.4) және (10.1.5) өрнектерінің айырымы dS бетінен өтетін жылу мөлшерін береді:

$$\delta Q = \frac{1}{6} nu \frac{i}{2} k \cdot 2 \frac{dT}{dx} \bar{\lambda} dS dt = \frac{1}{3} u \bar{\lambda} C_V \rho \frac{dT}{dx} dS dt \quad (10.1.6)$$

Тендеуді Фурьенің жылуөткізгіштік формуласымен теңестірсек, газдардың жылуөткізгіштік коэффициентін аламыз:

$$\chi = \frac{1}{3} u C_V \bar{\lambda} \rho = \frac{1}{3} nu \bar{\lambda} m C_V \quad (10.1.7)$$

Температуралары T_1 және T_2 екі денені бір-бірімен жанастырсақ, температурасы жоғары денеден температурасы төмен денеге олардың температуралары теңескенше жылу беріледі. Осы құбылыс бір дененің ішіндегі бөліктерінің температуралары әртүрлі болса да байқалады. Жылу мөлшерінің берілу механизмі үшке бөлінеді: жылу өткізгіштік, конвекция және сәуле шығару. Жылуөткізгіштік үрдісі молекулалардың қозғалысының кинетикалық энериясының бір атомнан көрші екінші атомға берілуімен сипатталады. Қалыңдығы x адиабаталық емес қабырғамен бөлінген екі ортаны қарастырайық. (10.1.2-сызба)



10.1.2-сызба. Температуралары T_1 және T_2 денелердің адиабаталық емес қалыңдығы x қабырғадан өткізетін жылу мөлшері

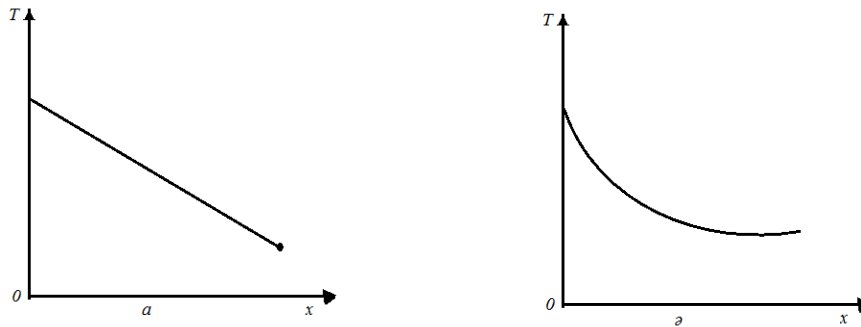
$T_1 > T_2$ болса, жылу мөлшері T_1 ден T_2 қарай беріледі. Денелердің жылу сыйымдылықтары үлкен болғандықтан, қарастырып отырған Δt уақытта олардың температуралары өзгермейді деп аламыз. Қабырғаның ΔS ауданынан Δt уақытта берілетін жылу мөлшерінің мына формуламен өрнектелетіндігін тәжірибе жүзінде Фурье анықтады:

$$\delta Q = k \Delta S \Delta T \frac{T_1 - T_2}{x} \quad (10.1.8)$$

Мұндағы, k қабырғаның материалына, температураға, қысымға т.б. тәуелді жылуөткізгіштік коэффициенті. Металдардың жылуөткізгіштік коэффициенттері үлкен болғандықтан, жылуды жақсы өткізеді. Асбест, мұз, газдардың жылуөткізгіштік коэффициенттері аз. Сондықтан оларды жылу изоляторлары ретінде пайдаланады. Мысалы, тұрғын үй құрылыстарында арасы қуыс материалдарды пайдалану қыста үйдің жылы, жазда салқын болуын қамтамасыз етуін, немесе қыстың күні жерге жауған қардың арасында бос кеңістіктің болуы күзде себілген егін дақылдарын үсіктен сақтап қалуын газдардың (ауаның) жылуды нашар өткізетін қасиеттерімен түсіндіре аламыз. Бірақ материалдарды жақсы жылу өткізетіндерге немесе жылуды нашар өткізетіндерге бөлінуі салыстырмалы. Фурье (10.1.8) формуласын түрлендірейік:

$$\frac{dQ}{dt} = q = k\Delta S \frac{dT}{dx} \quad (10.1.9)$$

Мұндағы, q шамасы қабырғаның ΔS ауданынан температура градиенті $\frac{dT}{dx}$ болғанда өтетін жылудың ағыны. Бұл жағдайда жылудың ағыны тек x осінің бағытымен беріледі. Сондықтан келтірілген формуланы өзекше орналасқан ортадағы температураның таралуы өзекшедегі температураның таралуымен бірдей болмаса, өзекше үшін пайдалануға болмайды. Қабырға мен өзекшедегі температураның таралуы 10.1.3 а, ә-сызбада көрсетілген.



10.1.3-сызба. Қабырғадағы (а) және өзекшедегі (ә) температураның таралуы

(10.1.9) формуласын түрлендірейік:

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{l}{k} \Delta S} = \frac{\Delta T}{R} \quad (10.1.10)$$

Мұндағы, R электр кедергісіне ұқсас жылу кедергісі деп аталады.

$$R = \frac{l}{\gamma} \frac{\Delta \ell}{\Delta S}, \quad k - \text{жылу өткізгіштің меншікті кедергісі.}$$

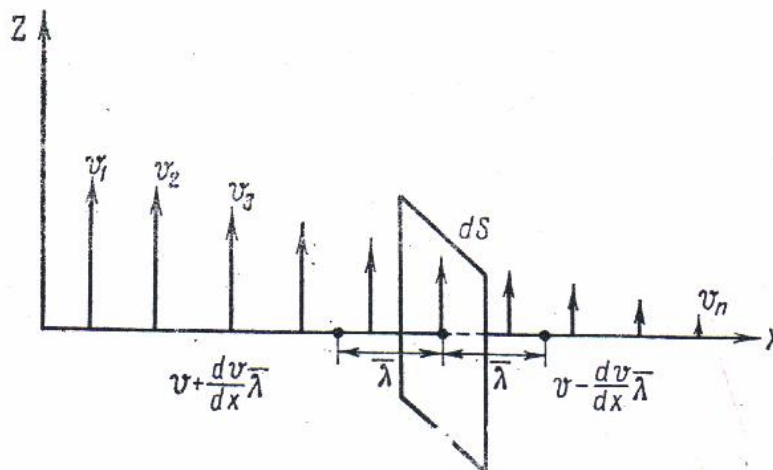
§ 10.2 Ішкі үйкеліс. Диффузия құбылысы

Сұйықтар мен газдардағы ішкі үйкеліс күші механикадан белгілі Ньютонның формуласы арқылы анықталады:

$$F = \eta \Delta S \frac{dv}{dx} \quad (10.2.1)$$

Мұндағы, v газ немесе сұйық қабаттарының ағынының жылдамдығы. (Қабаттар x осіне перпендикуляр бағытта араласады. Мысалы, z осімен). X осіне перпендикуляр орналасқан dS ауданды қарастырайық. X осінің бойымен газдың немесе сұйықтық қабаттарының ағынының

жылдамдықтары өзгереді, яғни градиенті $\frac{dv}{dx}$ бар. Аталған осьтің бойымен солдан оңға қарай кемитін газ ағынының жылдамдықтарының векторларын тұрғызамыз. (10.2.1-сызба)



10.2.1-сызба. Газдағы қозғалыс мөлшерінің тасымалдануы

Газдың көрші қабаттарының әсерлесуі қандай да бір қозғалыс мөлшерінің бір қабаттан екінші қабатқа берілуімен жүзеге асырылады. Ағынының жылдамдығы U_1 үлкен қабаттан, жылдамдығы U_2 кіші қабатқа өткен молекула өзімен бірге $m(U_1 - U_2)$ қозғалыс мөлшерін алып өтіп, оны үдетеді. Керісінше, ағынының жылдамдығы U_2 кіші қабаттан, жылдамдығы үлкен қабатқа өткен молекула оны тежеп жылдамдығын кемітеді. Мұндағы, U_1 және U_2 жылдамдықтар, ағын қабаттарындағы молекулалардың жылдамдықтары. (Жылулық қозғалыстың жылдамдығы емес). Ішкі үйкелістің механизмі газдың бір қабатынан екінші қабатына қозғалыс мөлшерінің тасымалдануымен сипатталады. dS ауданы арқылы

тасымалданатын қозғалыс мөлшерін есептейік. Молекулалардың жылулық қозғалыстары хаосты болғандықтан, олардың оңнан – солға және солдан – оңға тасымалдайтын қозғалыс мөлшерлерін (10.1.4), (10.1.5) өрнектерін пайдаланып табамыз:

$$p_1 = \frac{1}{6} num(v + \frac{dv}{dx} \bar{\lambda}) dSdt \quad (10.2.2)$$

$$p_2 = \frac{1}{6} num(v - \frac{dv}{dx} \bar{\lambda}) dSdt \quad (10.2.3)$$

Қозғалыс мөлшерлерінің өзгерісі газдың бір қабатынан екінші қабатына өтетін қозғалыс мөлшерін береді:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = Fdt = \frac{1}{3} num \bar{\lambda} \frac{dv}{dx} dSdt \quad (10.2.4)$$

(10.2.4) және (10.2.1) формулаларын теңестірсек, ішкі үйкеліс коэффициенті шығады:

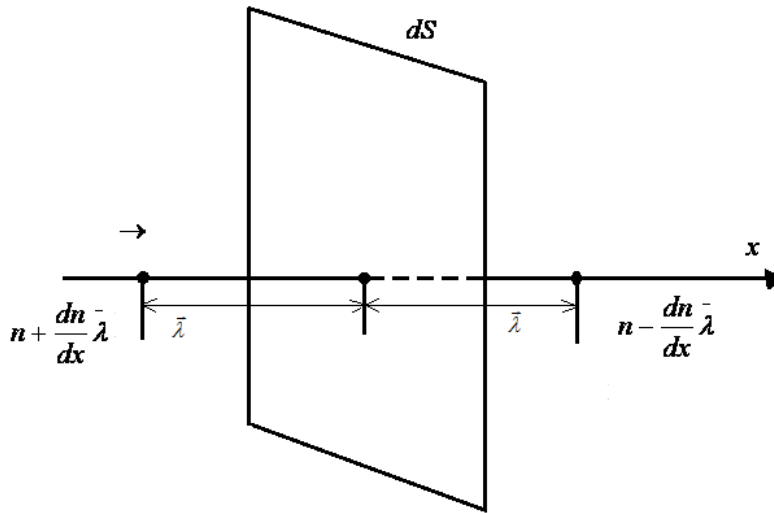
$$\eta = \frac{1}{3} num \bar{\lambda} = \frac{1}{3} \rho \bar{\lambda} = \left| \bar{\lambda} = \frac{1}{\pi \sqrt{2} \sigma^2 n} \right| = \frac{1}{3} \frac{m u}{\pi \sqrt{2} \sigma^2} \quad (10.2.5)$$

Формуладан газдардың ішкі үйкеліс коэффициенті бірлік көлемдегі молекулалар санына, яғни қысым мен тығыздыққа тәуелсіз екендігін көреміз. Бұл өте маңызды нәтиже. Газдың қысымын үлкен аралықтарда өзгерткенімен, ішкі үйкеліс коэффициенті тұрақты болып қалады. Бұл тұжырымдама сиретілген газдар үшін орындалмайды. Өйткені молекулалардың еркін жүру жолының ұзындығы орналасқан ыдысының сызықты өлшемдерінен артық. Қарастырып отырған жағдайда молекулалар бір-бірімен соқтығыспай ыдыстың бір қабырғасынан екінші қабырғасына жетеді. Сондықтан олардың еркін жүру жолының ұзындығы тұрақты шамаға тең болғандықтан, (10.2.5) теңдігі орындалмайды. Ішкі үйкеліс коэффициентін қорытып шығарғанда барлық молекулалардың орташа жылдамдығын u -ға тең деп алдық. Егер есептеуді Максвелдің

жылдамдықтарды үлестіру формуласын пайдаланып жүргізсек, $\frac{1}{3}$ коэффициентінің орнына 0,3 коэффициенті жазылады.

Диффузия. Диффузия құбылысы жанасатын екі газдың, сұйықтардың, қатты денелердің бөлшектерінің өздігінен бір-біріне өтіп, араласуларымен сипатталады. Диффузия құбылысында жанасатын денелердің бір-бірімен бөлшектерінің массаларының алмасуларының нәтижесінде масса тасымалданады. Құбылысты ұғыну мақсатында бір-бірімен шүмегі бар құбыршамен жалғастырылған A және B газдары бар ойша алынған ыдыстарды қарастырамыз. Газдың массалары бір-біріне өте жақын, молекулаларының диаметрлері бірдей және олар химиялық әсерлеспейді деп есептейік. A және B газдарын өте жеңіл емес бір газдың изотоптары ретінде қарастырсақ, олардың атомдық өлшемдерінің саны және молекулаларының диаметрлері бірдей болады. Мысалы, CO және N_2 газдарының молекулаларының массасы 44 атомдық өлшемге тең.

Егер шүмекті ашсақ, A газының молекулалары құбыршамен B газы орналасқан ыдысқа, ал B газының молекулалары A газы орналасқан ыдысқа қарай қозғалады. X осін құбыршаның ыдыстарды қосатын құбыршаның бойымен бағыттап бірөлшемді есепті шешейік. A газының x осінің бойымен үлестірілуін қарастырамыз. Ыдыстардағы газ қыспаларының қысымы есептің шарты бойынша тұрақты. A газының концентрациясы солдан оңға қарай кемиді деп алсақ, осы бағыттағы B газының концентрациясы артады. Себебі ыдыстың барлық бөліктеріндегі бірлік көлемдегі екі газдың молекулаларының жалпы саны бірдей. Диффузия салдарынан A және B газдарының концентрациясы теңеледі. Мұндай құбылысты стационарлы емес диффузия деп атайды. Егер концентрациялар айырымын кеңістіктің диффузия келетін аймағын молекулалармен толтыру арқылы тұрақты етіп ұстап тұрсақ, диффузия стационарлық деп аталады. A газының құбыршаның dS көлденең қимасының ауданынан dt уақытта өтетін массасын табайық. Молекулалардың жылулық қозғалысы хаосты болғандықтан, A газындағы диффузия үрдісі x осінің бойымен (10.2.2-сызба) солдан оңға және оңнан солға қарай өтеді. Бірақ аталған бағыттарда қозғалатын молекулалардың мөлшері әртүрлі, себебі A газының x осінің бойындағы концентрациясы әртүрлі. Осы айтылған құбылыстар B газы үшін де орындалады. Алдағы уақытта тек A газының молекулаларының қозғалысын қарастырамыз.



10.2.2-сызба. Газдардағы өзіндік диффузия

dS ауданынан солдан оңға қарай одан еркін жүру $\bar{\lambda}$ жолының ұзындығынан аспайтын қашықтықтағы молекулалар өтеді. Барлық молекулалардың орташа жылдамдықтарын u және соқтығысуды серпімді деп есептейік. (10.1.4) және (10.1.5) өрнектеріне ұқсастық бойынша dS ауданнан dt уақытқа солдан оңға және оңнан солға қарай өтетін молекулалардың санын есептейтін формулаларды жазамыз:

$$N_1 = \frac{1}{6} u \left(n + \frac{dn}{dx} \bar{\lambda} \right) dS dt \quad (10.2.6)$$

$$N_2 = \frac{1}{6} u \left(n - \frac{dn}{dx} \bar{\lambda} \right) dS dt \quad (10.2.7)$$

Мұндағы, n A газының бірлік көлеміндегі молекулалар саны, $\frac{dn}{dx}$, x осінің бойындағы A газының концентрациясының градиенті. (10.2.7) және (10.2.6) өрнектерінің айырымын бір молекуланың m массасына көбейтіп дифференциалдасак, dS ауданнан dt уақытта тасымалданатын dM масса шығады:

$$dM = \frac{1}{3} m u \bar{\lambda} \frac{dn}{dx} dS dt \quad (10.2.7)$$

А газының концентрациясын c арқылы белгілеп, $c=mn$ (10.2.7) өрнегін түрлендіреміз:

$$dM = \frac{1}{3} u \bar{\lambda} \frac{dc}{dx} dSdt \quad (10.2.8)$$

Бұл өрнек Фиктің тәжірибеден алған диффузия заңымен сәйкес келеді:

$$\Delta M = D \frac{dc}{dx} \Delta S \Delta t \quad (10.2.9)$$

(10.2.8) және (10.2.9) өрнектерін салыстырып, газдардың диффузия коэффициентінің мәнін анықтаймыз:

$$D = \frac{1}{3} u \bar{\lambda} \quad (10.2.10)$$

Газдың диффузия D коэффициентін тәжірибе жүзінде анықтап, өлшенген немесе есептелген u жылдамдықты пайдаланып, молекулалардың

еркін жолының $\bar{\lambda}$ орташа ұзындығы анықтауға болады. Егер өзара диффузия жасайтын газдардың массалары әртүрлі болса, Фик заңының түрі күрделенеді. Бірақ құбылыстың жалпы сипаттамасы өзгермейді.

§ 10.3 Газдардың жылуөткізгіштік, диффузия және ішкі үйкеліс коэффициенттерінің арасындағы қатынастар. Тасымалдау теңдеуі

(10.2.5) және (10.2.10) формулаларын салыстырып, мына теңдікті аламыз:

$$\eta = D\rho \quad (10.3.1)$$

Газдардың ішкі үйкеліс және диффузия коэффициенттерінің арасындағы байланыс формуласы.

(10.1.7) өрнегін (10.2.5) теңдігіне қойсақ, төмендегі қатынас шығады:

$$\bar{\lambda} = \frac{3\eta}{nmu} \quad (10.3.2)$$

$$\chi = C_V \eta \quad (10.3.3)$$

Формулалардан ішкі үйкеліс коэффициентінің қысымға тәуелсіз шарттарында жылу өткізгіштік коэффициенттері де қысымға байланысты

өзгермейтіндігін (10.3.3) теңдігіне (10.3.1) өрнегін қойсақ, төмендегі қатынастарды аламыз:

$$\chi = C_V D \rho \quad (10.3.4)$$

$$D = \frac{\chi}{C_V \rho} \quad (10.3.5)$$

(10.3.3) теңдігі газ молекулаларының жылдамдықтары бірдей болған жағдай үшін алынды. Егер жылдамдықтар Максвелл үлестірілуіне бағынса, теңдікке α коэффициенті енгізіледі:

$$\chi = \alpha C_V \eta \quad (10.3.6)$$

α - ның мәні 2,5-тен 1,5-ке дейін өзгереді.

Жоғарыда келтірілген жылуөткізгішті, ішкі үйкелісті, диффузияны сипаттайтын теңдеулерді біріктірсек, тасымалдау теңдеуі шығады. Тасымалданатын шаманы ΔG деп алсақ, мына формула алынады:

$$\Delta G = k \frac{dH}{dx} \Delta S \Delta t \quad (10.3.7)$$

Мұндағы, k жағдайларға байланысты, газдық жылуөткізгіштік, ішкі кедергі, диффузия коэффициенті, H белгілі бағыттағы температураның, жылдамдықтың, концентрацияның градиенті. Бұл шамалар тасымалданатын

шамаға G пропорционал болғандықтан, (10.3.7) теңдігіндегі $\frac{dH}{dx}$ -тің

орнына, $\frac{dG}{dx}$ қойсақ, төмендегі формула шығады:

$$\Delta G = k' \frac{dG}{dx} \Delta S \Delta t \quad (10.3.8)$$

Мұндағы k' H пен G -дің градиенттерін теңестіретін коэффициент, $\frac{dG}{dx}$ тасымалданатын шаманың белгілі бір бағыттағы градиенті. Молекула-кинетикалық теория диффузия құбылысына қарама-қайшы пікір тудырады. Молекулалар үлкен жылдамдықтармен қозғалатындықтан, диффузия

құбылысы өте жылдам өтуі керек. Егер бөлмедегі иіс шығаратын заты бар ыдысты ашсақ, иіс баяу таралатындығын байқаймыз. Бұл құбылыста ешқандай қарама-қайшылық жоқ. Өйткені молекулалардың атмосфералық қысымдағы еркін жүру жолының ұзындығы кішкентай болғандықтан, олар бір-бірімен соқтығысуының салдарынан жылдам қозғала алмайды.

§ 10.4. Молекулааралық өзара әсер күштері. Ван-дер-Ваальс теңдеуі

Идеал газдарды қарастырғанда көптеген жағдайларда, мысалы, газдардың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуін қорытып шығарғанда молекулалардың көлемдері, өзара әсерлесу күштері ескерілген жоқ. Реал газдарда молекулааралық күштер мен молекулалардың шекті өлшемдері ескеріледі. Газдардың молекулаларының радиусы жуықтап алғанда

$$r = 10^{-8} \text{ см болса,} \quad \text{көлемі}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (10^{-8})^3 = 4 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3 \text{ тең. Қалыпты жағдайда}$$

газдың 1 см^3 -да $2,68 \cdot 10^{19}$ молекула бар. Яғни, 1 см^3 -ғы барлық молекуланың меншікті көлемі $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3$. Бұл көрсеткіш газдың алатын көлемінің 0,0001 бөлігін құрайды. Бойль – Мариот заңы орындалса, бірнеше мың атмосфералық қысымда газдың көлемі молекулалардың көлеміне теңелуі керек еді. Сондықтан Бойль – Мариот заңынан ауытқу бірнеше жүздеген атмосферада байқалады. Молекулалардың әсерлесу күштері негізінен электрлік күштер болып табылады. Қарапайым біратомды молекула оң зарядталған ядродан және оны қоршаған электрондық қабаттардан тұрады. Молекулалардың бір-бірімен тартылыс күшін теріс, ал тебілу күшін оң деп аламыз. Осыған сәйкес бірін-бірі тартатын зарядтардың потенциалдық энергиясын теріс, тебілетін заттардың потенциалдық энергиясы оң болады. Тартылу F_1 және тебілу F_2 күштерінің арақашықтыққа тәуелділігі төменгі формулалармен өрнектеледі делік:

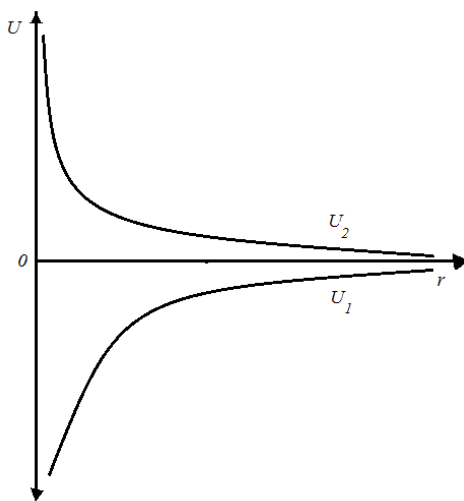
$$F_1 = -\frac{A}{r^{n_1}} \quad (10.4.1)$$

$$F_2 = \frac{A_2}{r^{n_2}} \quad (10.4.2)$$

Дербес $n_1 = n_2 = 2$ болған жағдайда Кулон заңы шығады. (10.4.1) және (10.4.2) интегралдасақ, потенциалдық энергиялардың мәндерін аламыз:

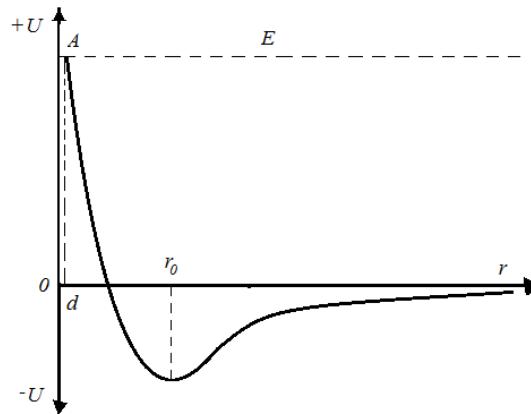
$$U_1 = -\frac{A'}{r^{n_1-1}}; U_2 = \frac{A''}{r^{n_2-1}} \quad (10.4.3)$$

Молекулалардың арасындағы тебілу күші қашықтыққа байланысты тартылу күшімен салыстырғанда жылдам өзгереді. ($n_1 < n_2$). Бір-біріне жақындайтын молекулалардың тебілетін оң потенциалдық U_2 энергиясы арақашықтық бойынша теріс тартылу U_1 энергиясынан жылдам өзгереді. (10.4.1-сызба).



10.4.1-сызба. Молекулалардың тебілу және тартылу энергияларының арақашықтыққа тәуелділігі

Екі молекуладан тұратын жүйенің толық потенциалдық энергиясы теріс U_1 және оң U_2 энергиялардың қосындысына тең. (10.4.2-сызба)



10.4.2-сызба. Молекулалардың әсерлесулерінің толық энергиясының қашықтыққа тәуелділігі

Молекулалардың центрлерінің арақашықтығы r_0 болғанда тартылу және тебілу күштері бір-бірімен теңеледі. Бұл күй жүйенің минималды потенциалдық энергиясына сәйкес келеді. Молекулалардың арақашықтығын r_0 -ден кіші шамаға жақындатсақ, тебілу күші өте жылдам артады. Потенциалдық энергияның қисығы оң аймаққа еніп, шұғыл жоғары көтеріледі. Оң потенциалдық энергия қозғалыстағы екі молекуланың бір-біріне жақындағанға дейінгі кинетикалық энергияларының есебінен пайда болады. Кинетикалық энергия толығымен потенциалдық энергияға айналғанда молекулалар бір-біріне максимал жақындайды. Олардың максимал жақындағандағы центрлерінің арақашықтығын d деп алайық. Сызбадағы жүйенің толық энергиясын E кескіндейтін сызық оң кинетикалық, оң потенциалдық және теріс потенциалдық энергиялардың қосындысынан тұрады. Молекулалар радиустарының қосындысынан үлкен d арақашықтыққа жақындаған соң тебіліс күшінің әсерінен кері қозғала бастайды. Яғни, оң потенциалдық энергия молекулалар соқтығысқаннан кейін кинетикалық энергияға айналады. Реал газдардың молекулаларының соқтығысу механизмінде тікелей серпімді соққы жоқ. Реал молекулалар бір-біріне жанасқанға дейін жақындамай, әсерлесулері қашықтықта өтеді.

Молекулалардың шекті өлшемдерін және өзара тартылыс күштерін

ескеріп Клапейрон – Менделеев теңдеуіндегі қысымға $\frac{a}{V_m^2}$ және көлемге

b түзетулер енгізу арқылы реал газдың күйін сипаттайтын Ван-дер-Ваальс теңдеуі алынады. Ван-дер-Ваальс теңдеуі газ және сұйық күйдегі жүйені жақсы сипаттайды. Бір моль зат мөлшері үшін теңдеу төмендегідей түрде жазылады:

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT \quad (10.4.4)$$

$p \gg \frac{a}{V_m^2}$ және $V_m \gg b$ болғанда, теңдеу идеал газ күйінің

теңдеуіне түрленеді: $pV_m = RT$. b түзетуі мыналарды ескереді: біріншіден, реал газ молекулаларының көлемін, екіншіден, қозғалыс кезінде реал газ молекулалары ене алмайтын «өлі кеңістік», яғни молекулаларды тығыз жинақтағандағы саңылаудың көлемі. Олай болса,

$$b = V_{\text{мол}} + V_{\text{саңылау}}$$

$\frac{a}{V_m^2}$ түзетуі реал газ молекулаларының әсерлесу күшінен пайда болатын қысым. Бұл мынадай қарапайым ойластырудан алынатын ішкі қысымды береді. Газдың екі көрші элементтері осы элементтің көлемінің ішінде орналасқан зат мөлшерінің көбейтіндісіне пропорционал күшпен әсерлеседі. Сондықтан ішкі қысым P_i n концентрацияның квадратына пропорционал:

$$P_i \approx n^2 \approx \rho^2 \approx \frac{1}{V_m^2}$$

Мұндағы, ρ - газдың тығыздығы. Жалпы қысым сыртқы және ішкі қысымдардың қосындысына тең:

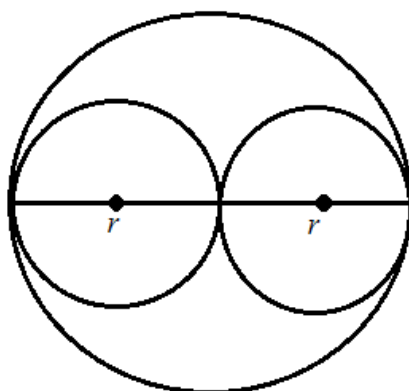
$$P + P_i = p + \frac{a}{V_m^2}$$

b түзетуімен молекуланың V_0 көлемінің арасындағы тәуелділікті қарастырайық. Екі молекула радиустарының қосындысынан кем қашықтыққа жақындай алмайды. Сондықтан газдың алатын барлық көлемінен оның қандай да бір b бөлігін және соқтығысатын молекулалар санын алып тастау керек. Бұл бөліктің көлемі радиусы молекулалардың

радиустарының қосындысына тең сфераның көлеміне пропорционал: (10.4.3-сызба).

$$b = kn \frac{4}{3} \pi (r_1 + r_2)^3 = kn \frac{4}{3} \pi (2r)^3 = 8knV_0 \quad (10.4.5)$$

Құрамы біртекті газ үшін $r_1 = r_2 = r$. Мұндағы, V_0 бір молекуланың көлемі, n – бірлік көлемдегі молекулалар саны.



10.4.3-сызба. Екі молекуланың бір-бірімен максимал жақындауы

Көптеген жағдайларда бір мезгілде екі молекула соқтығысатынын негізге

алсақ, $k = \frac{1}{2}$ тең болады. Онда (10.4.5) теңдігі төмендегідей түрленеді:

$$b = 4nV_0 \quad (10.4.6)$$

$\frac{m}{M}$ моль газ үшін Ван-дер-Ваальс теңдеуі мынадай түрде жазылады:

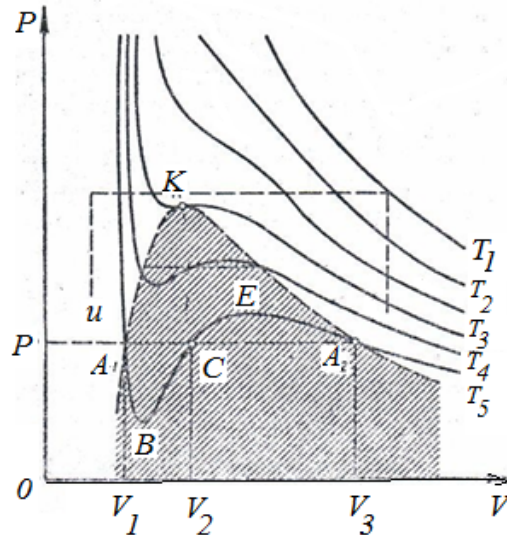
$$\left(p + \frac{a}{V^2} \cdot \frac{m^2}{M^2}\right) \left(V - \frac{m}{M} b\right) = \frac{m}{M} RT \quad (10.4.7)$$

a және b тұрақтылары әр газ үшін тәжірибе жүзінде анықталған.

Ван-дер-Ваальс теңдеуін қорытып шығарғанда біраз нәрселер ескерілмегендіктен, ол жуықтап алынған заң болып табылады. Бірақ Клапейрон-Менделеев теңдеуімен салыстырғанда тәжірибеден алынған нәтижелермен жақсы сәйкес келеді.

§ 10.5. Ван-дер-Ваальс изотермалары. Реал газдың ішкі энергиясы

Реал газдың сипаттамасын зерттеу мақсатында Ван-дер-Ваальс изотермасының P - V диаграммасындағы графикалық кескінін қарастырайық. Өртүрлі алты температура үшін алынған қисықтардың ерекше сипаттамалары бар. (10.5.1-сызба)



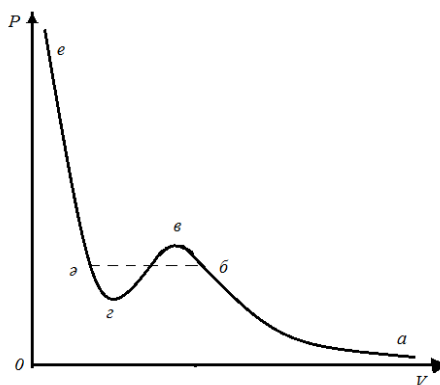
10.5.1-сызба. Ван-дер-Ваальс изотермалары

Диаграммдан изотермалардың түрлері температураға байланысты өзгертіндігін көреміз. $T_k > T_5$ изотермасында қысымның бір мәніне көлемнің V_1, V_2, V_3 үш мәндері, ал $T = T_k$ изотермасына ($V_1 = V_2 = V_3$ шартына) иілу K нүктесі сәйкес келеді. Барлық изотермада қысымның әрбір мәні көлемнің анықталған мәндерін қабылдайды. $T_3 > T_k$ изотермасы жоғары температурада идеал газдың изотермасымен беттесетін ($pV=const$) жатық қисық сызық болады. Изотермалардың сипаттамаларын алу үшін Ван-дер-Ваальс теңдеуін төмендегідей түрлендірейік:

$$pV_m^3 - (RT + pb)V_m^2 + aV_m - ab = 0 \quad (10.5.1)$$

(10.5.1) теңдеуі берілген p қысым мен T температурада V_m көлеммен салыстырғанда үшінші дәрежелі теңдеу болғандықтан, үш айғақты немесе екі жорамал бір айғақты түбірі бар. Айғақты оң түбірдің ғана физикалық

мағынасы болады. T_k критикалық температурадан төмен температурадағы изотермалардың біреуін зерттейік.



10.5.2-сызба. Ван-дер-Ваальс теңдеуінің графигі

Графиктің $e - z$ және $б - a$ бөліктерінде қысым кемігенде көлем артады. Бұл құбылыс Бойль – Мариот заңын қанағаттандырады. Изотерманың $z - б$ бөлігінде зат сығылса, қысым кемиді. Мұндай күйлер табиғатта кездеспейді. Шындығында, газдың үлкен көлемінде Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі екі түзетудің шамасы кіші болғандықтан, сол жағы $p \cdot V$ жақындайды. Көлем кішірейген сайын түзетулер елеулі рөл атқарады. Графиктегі $б$ нүктесі сәйкес келетін қандай да бір көлемде газ конденсациялана бастайды. Яғни, екі фазалық жүйе сұйық қаныққан бу пайда болады. Қаныққан будың қысымының тек температураға тәуелділігінен барлық пар сұйыққа айналмай қысым өзгермейді. Конденсация үрдісі абсцисса осіне параллель $б\partial$ изобарасымен кескінделеді. ∂ нүктесі конденсация үрдісінің аяқталуын кескіндейді (бу толығымен сұйыққа айналады). Әрі қарай сұйықтың көлемінің шамалы кішіреюі қысымды жылдам арттырады (∂e сызығы). $б_2$ қисығымен қиылысатын $\delta \partial$ түзуінің нүктесінен басқа нүктелер Ван-дер-Ваальс теңдеуімен сипатталмайды. $дбвг\partial$ қисығы заттардың орнықсыз күйін сипаттайды.

Ван-дер-Ваальс теңдеуінің газдар мен сұйықтардың термодинамикалық қасиеттерін зерттеуде және ұғынуда атқаратын рөлі өте үлкен. Ғылым мен техникада Ван-дер-Ваальстің теңдеуі газ және сұйық күйлерге сапалы талдаулар жүргізу үшін қолданылады. Идеал газдың ішкі энергиясы U молекулалардың ілгерілемелі және айналмалы энергияларының

қосындысымен анықталады. Реал газда жоғарыда келтірілген энергиялармен қатар молекулалардың потенциалдық энергиясы ескерілуі қажет:

$$W = \int a \frac{dV}{V^2} = -\frac{a}{V} + const \quad (10.5.2)$$

Реал газдың толық ішкі энергиясы Джоуль заңын ескерсек, мына формуламен анықталады:

$$U = C_V T - \frac{a}{V^2} \quad (10.5.3)$$

Мұндағы, C_V , $0^\circ K$ - нен $T^\circ K$ дейінгі интервалдағы орташа жылу сыйымдылық.

§ 10.6. Қатты дененің жылу сыйымдылығы

Қатты денелердің молекулалары әсерлесу энергиясы минимум болатын тепе-теңдік нүктесінің айналасында тербеледі. Тербеліс амплитудасы ($a \approx 0,05r_0$) атомдардың арақашықтығының шамалы бөлігін құрайды. Тербеліс бағыты үздіксіз және уақыт өтуіне байланысты хаосты өзгереді. Жылу сыйымдылықтың классикалық теориясында біртекті қатты дене бір-біріне тәуелсіз, бірдей жиілікпен V тербелетін бөлшектерден тұрады деп есептелінеді. Мұндай әрбір бөлшектің 3 еркіндік дәрежесі бар. Әрбір еркіндік дәрежеге орташа $\frac{1}{2}kT$ кинетикалық энергия және $\frac{1}{2}kT$ потенциалдық энергия сәйкес келеді. Сондықтан тербелістегі бөлшектің орташа энергиясы $3kT$ тең. N_A молекуласы бар 1 моль зат мөлшерінің энергиясы мына формуламен анықталады:

$$E = 3kTN_A = 3RT \quad (10.6.1)$$

Мұндағы, $R = kN_A$ газдың универсал тұрақтысы. (10.6.1) теңдігін температура бойынша дифференциалдасақ, тұрақты көлемдегі молярлық жылу сыйымдылық шығады:

$$C_V = \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT}(3RT) = 3R \quad (10.6.2)$$

Немесе
$$C_V = 3 \cdot 8,3 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{град} \cdot \text{кмоль}} \approx 2,5 \frac{\text{Дж}}{\text{град} \cdot \text{кмоль}}$$

Біратомды қатты денелердің тұрақты көлемдегі атомдық жылу сыйымдылығы: $2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{град} \cdot \text{кмоль}}$ ($\approx 6 \text{ ккал}$).

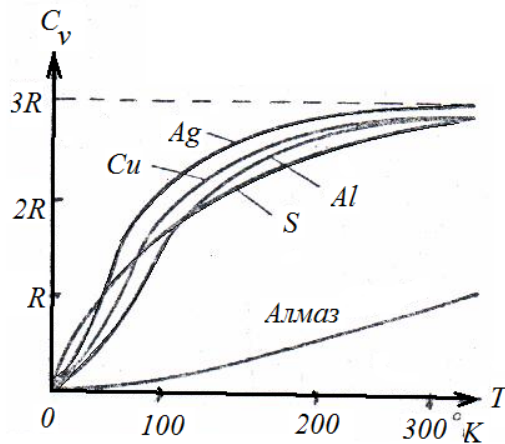
Бұл заңды тәжірибе жүзінде Дюлонг және Пти ашты. 10.6.1-кестеде бірнеше заттың бөлме температурасындағы жылу сыйымдылықтары келтірілген.

$C_V \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град})$

10.6.1-кесте.

	NNa	AAI	Fe	NNi	CCu	ZZn	SSn	PPt	PPb	CCd	BB	CC
$C_V \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град})$	22,7	22,35	2,47	22,47	22,35	22,4	22,55	22,47	22,47	22,47	11,42	00,57

Кестеден көптеген жағдайларда Дюлонг – Пти заңы жақсы орындалатынын көреміз. Тек алмазбен бордың жылу сыйымдылықтары $2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{град} \cdot \text{Кмоль}}$ шамасынан кіші. Төменгі температураларда барлық қатты денелерде жылу сыйымдылық Дюлонг – Пти заңынан ауытқиды. (10.6.1-сызба).



10.6.1-сызба. Қатты денелердің жылу сыйымдылықтарының температураға тәуелділігі

Температура абсолют нөлге жақындағанда денелердің жылу сыйымдылықтары нөлге ұмтылады. Классикалық теория бойынша, жылу

сыйымдылық температураға тәуелді емес. Жылусыйымдылықтың классикалық теорияға бағынбауы екі түрлі себептен туындайды. Біріншісі, теорияда дененің атомдары бір-біріне тәуелсіз бірдей жиілікпен тербеледі деп есептеледі. Екіншіден, тербелістегі атомды дискретті энергетикалық кванттық осциллятор ретінде қарастыру қажет. Мұндай осцилляторлардың орташа энергиясы Планк формуласымен өрнектеледі.

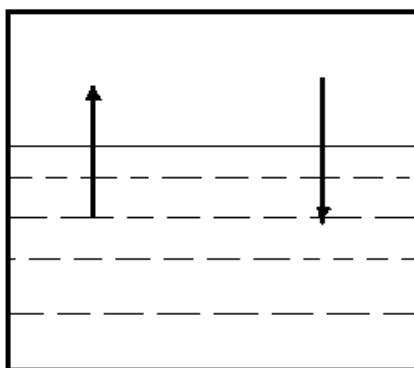
§ 10.7. Фазалық тепе-теңдік. Булану және конденсациялану. Балқу және кристалдану

Термодинамикада біртекті, қасиеттері бірдей жүйенің бөліктерін фаза деп атайды. Фаза ұғымын мынадай мысалдар келтіру арқылы түсіндірейік. Жабық ыдыста су және оның үстінде ауа мен су буының қоспасы бар делік. Бұл жағдайда жүйе, су және су буымен ауа қоспасынан тұратын екі фазамен сипатталады. Егер суға мұздың бірнеше түйіршіктерін салсақ, жүйе үш фазадан (су, су буы мен ауа қоспасынан және мұздан) тұрады. Қандай да бір заттың әртүрлі кристалдық модификациялары түрлі фазаларды құрайды. Мысалы, алмаз және графит көміртегінің әртүрлі қатты фазалары болып табылады. Белгілі бір жағдайларда бір заттың бір-бірімен жанасқан әртүрлі фазалары тепе-теңдік күйде болуы мүмкін. Екі фазаның тепе-теңдігі температураның әрбір мәніне қысымның белгілі мәні сәйкес келетін температуралар аралығында орындалады. Сондықтан екі фазаның тепе-теңдік күйі $p - T$ диаграммасында сызықпен кескінделеді:

$$p = f(T) \quad (10.7.1)$$

Температура мен қысымның жалғыз бір мәндерінде ғана бір заттың үш фазасы (газ тәріздес, сұйық, қатты) тепе-теңдік күйде болады. $p - T$ диаграммасында осы күйге сәйкес келетін нүкте үштік нүкте деп аталады. Термодинамикада бір заттың үш фазасынан артық фазалардың тепе-теңдік күйде болмайтындығы дәлелденген. Бір фазадан екінші фазаға ауысу құбылысы қандай да бір жылу мөлшерінің (жасырын ауысу жылуы) жұтылуымен немесе бөлінуімен сипатталады. Мұндай ауысулар бірінші текті ауысуларға жатады. Жұтылу немесе бөліну жылуларымен байланысты емес, бір кристалдық модификациядан екіншісіне өтетін ауысуды екінші текті ауысу деп атайды. Кез келген температурада сұйық пен қатты дененің молекулаларының тартылыс күштерін жеңіп, олардың беттерінен ұшып шығып газға айналатын молекулалар болады. Сұйықтың газ тәріздес күйге ауысуы булану, ал қатты дененің газ тәріздес күйге өтуі сублимация деп аталады. Булану немесе сублимация үрдісінде денеден кинетикалық энергиялары үлкен молекулалар бөлініп шығады. Сондықтан қалған молекулалардың орташа кинетикалық энергиялары кеміп, дененің

температурасы төмендейді. Буланатын немесе сублимацияланатын дененің температурасын тұрақты етіп, ұстап тұру үшін оған үздіксіз жылу мөлшері беріледі. Буланғанға дейінгі температурадағы затты буға айналдыру үшін оның бірлік массасына берілген жылу мөлшерін, меншікті булану (немесе сублимация) жылуы деп атайды. Конденсация құбылысында булануға кеткен жылу мөлшері кері берілетіндіктен, пайда болатын сұйықтық (немесе қатты дене) қызады. Сұйық пен оның буының арасындағы тепе-теңдіктің орнығуын қарастырайық. Жартылай сұйығы бар және бастапқы жағдайда сұйықтың бетіндегі кеңістіктен барлық заттар алынып тасталады делік (10.7.1-сызба). Булану үрдісінің салдарынан сұйық бетіндегі кеңістік молекулалармен толтырыла бастайды. Газ тәріздес фазадағы молекулалар хаосты қозғалып сұйықтың бетімен соқтығысуларының салдарынан қайтадан сұйық фазаға өтеді.

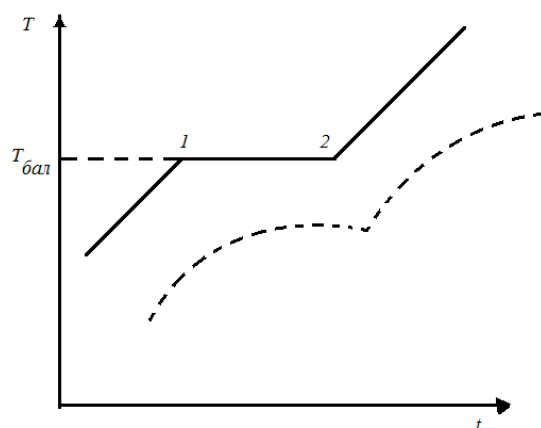


10.7.1-сызба. Сұйық пен будың тепе-теңдік күйінің орнығуы

Бірлік уақытта сұйық фазаға өтетін молекулалардың мөлшері сұйық бетіне соқтығысатын молекулалар санына пропорционал және ол қысым өскен сайын артады. Буланумен қатар молекулалардың сұйыққа өту үрдісі өтеді. Оның интенсивтілігі сұйық бетіндегі кеңістіктегі молекулалар санына пропорционал артады. Берілген температурада қандай да бір қысымда сұйық бетінен ұшып шығатын молекулалардың саны қайтып келетін молекулалар санына теңеледі. Осы мезеттен бастап, будың тығыздығы өзгермейді. Өзінің сұйығымен тепе-теңдіктегі бу қаныққан бу, ал қысым қаныққан будың (немесе серпімділік) қысымы деп аталады. Бетті бірлік уақытта тастап кететін молекулалардың мөлшері температураға байланысты жылдам артады. Сұйықтың бетіне соқтығысатын молекулалардың мөлшері \sqrt{T} пропорционал болғандықтан, температура көтерілгенде фазалар арасындағы тепе-теңдік бұзылады. Қандай да бір уақыт аралығында сұйық – бу бағытында қозғалатын молекулалар ағыны бу – сұйық бағытында қозғалатын молекулалар ағынынан артық болады. Бұл үрдіс қысымның

артуы тепе-теңдік күйге әкелгенше өтеді. Сондықтан сұйық пен будың тепе-теңдігіне келтірілген заңдылықтар қатты дене мен газ үшін орындалады.

Кристалдық дене белгілі бір температурада сұйық күйге көшу үшін балқу жылуы деп аталатын жылу мөлшерін қажет етеді. Кристалдық күйдегі затқа секунд сайын бірдей жылу мөлшерін беріп отырғандағы, температураның өзгерісі 10.7.2-сызбада келтірілген. Бастапқыда дененің температурасы артып балқу $T_{бал}$ температурасына жеткенде, оған жылу мөлшері берілгенімен температурасы өзгермейді.



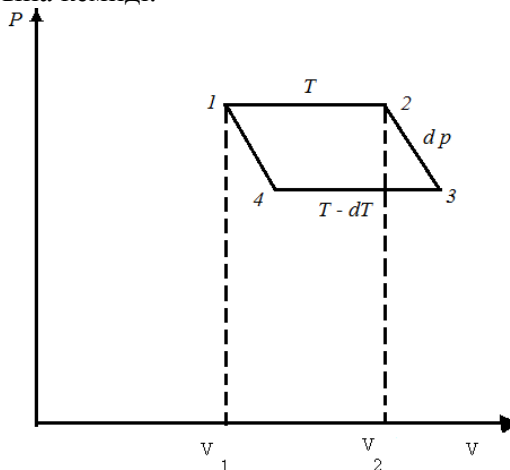
10.7.2-сызба. Заттың температурасының уақытқа байланысты өзгерісі

Балқу үрдісі бітіп, зат толығымен сұйық күйге (2 нүкте) өткен соң оның температурасы қайтадан көтеріле бастайды. Аморфты затқа үздіксіз жылу мөлшері берілсе, оның температурасы артады. (Үздік сызықтармен көрсетілген). Аморфты дененің сұйыққа өтетін анықталған белгілі бір температурасы жоқ болғандықтан, ауысу секірмей үздіксіз өтеді. Бұл құбылыс сұйықтар мен аморфты денелердегі молекулалардың қозғалмалылық дәрежесімен түсіндіріледі. Қатты суытылған сұйықтарды аморфты денелер ретінде қарастыруға болады. Балқу температурасы қысымға тәуелді. Сондықтан кристалдық күйден сұйық күйге ауысу белгілі бір анықталған шарттарда қысым мен температураның мәндерімен сипатталатын жағдайда өтеді. Осы мәндердің жиынтығынан тұратын $P - T$ диаграммасындағы қисықты балқу қисығы деп атайды. Балқу қисығы өте шұғыл өзгереді. Мысалы, мұздың еру температурасын $1K$ өзгерту үшін қысымды $132атм$ өзгерту керек. Балқу үрдісіне кері кристалдану үрдісін зерттейік. Белгілі бір қысымда сұйықты қатты және сұйық фазалары тепе-теңдік күйде болатындай температураға суытқанда кристалдану орталығының айналасында бір мезгілде кристалдар өсіп, бір-бірімен жанасуынан қатты поликристалды дене пайда болады. Кристаллизация

үрдісінде бөлінетін жылу мөлшері балқу кезінде жұтылатын жылу мөлшеріне тең.

§ 10.8 Клапейрон – Клаузиус теңдеуі

Қысымның өзгеруі фазалық ауысу температурасына, мысалы, сұйықтың қайнау температурасына қалай әсер ететіндігін зерттеу үшін жұмыс істейтін дене сұйықпен оның қаныққан буынан тұратын Карно циклін жүзеге асырайық. Дене 1-ші күйден 2-ші күйге қыздырылатын Q_1 жылу мөлшерін алу арқылы изотермалық және изобаралық ауысу жасасын (10.8.1-сызба). Массасы m сұйық Q_1 жылу мөлшерінің есебінен тұрақты қысымда буланады. Оған λ булану жылуы сәйкес келеді. Онда $Q_1 = \lambda m$ және үрдіс 1 – 2 түзуімен кескінделеді. Бұл фазалық ауысудың температурасы T . Денені 2-күйден оған шексіз жақын 3-күйге адиабатты ауыстырамыз. Адиабаталық үрдісте булану жылуы жүйеден алынатындықтан, температура dT кемиді. Температураның төмендеуінің салдарынан қаныққан будың қысымы dp шамасына кемиді.



10.8.1-сызба. Клапейрон – Клаузиус теңдеуін қорытып шығаруға арналған сызба

Жүйені 3-күйден 4-күйге изотермалық сығу арқылы ауыстырамыз. Бұл жағдайда мұздатқышқа Q_2 жылу мөлшері беріледі. Температура $T - dT$ тең. Цикл 4-күйден 1-күйге адиабаталық ауысу арқылы аяқталады. 1 – 2 изотермалық өтуде жүйенің көлемінің өзгерісі $m(V_2 - V_1)$ тең. Мұндағы, V_2 , T температурадағы қаныққан будың меншікті көлемі. Қысымның dp

өзгерісі аз шама болғандықтан, 1 – 2 – 3 – 4 фигурасын табаны $m(V_2 - V_1)$, биіктігі dp тең параллелограмм ретінде қарастырамыз. Оның ауданы циклдің жұмысына тең:

$$\delta Q = Q_1 - Q_2 = m(V_2 - V_1) dp$$

Қарастырып отырған цикл Карноның қайтымды циклі болғандықтан, оның пайдалы әсер коэффициенті мынаған тең:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{dT}{T} = \frac{V_2 - V_1}{\lambda} dp \quad \text{бұдан}$$

$$dT = T \frac{V_2 - V_1}{\lambda} dp \quad (10.8.1)$$

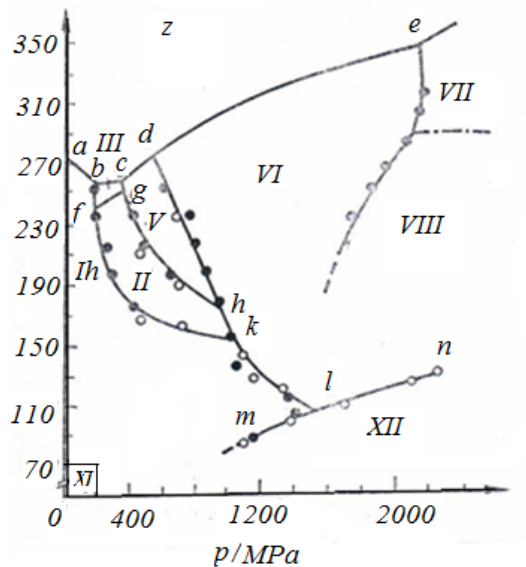
Алынған теңдеу Клапейрон – Клаузиус теңдеуі. Клапейрон – Клаузиус теңдеуі кез келген бірінші текті фазалық ауысуға қолданылады. Ол қысым өзгергенде фазалық ауысу температурасын dT есептеуге мүмкіндік береді.

Су қайнағанда будың көлемі V_2 әрқашан судың көлемінен V_1 артық. Сондықтан теңдеудің оң бөлігінің таңбасы оң болады. Олай болса, қысымның dp және температураның dT өзгерістерінің таңбалары бірдей. Бұдан қысым ұлғайғанда судың қайнау температурасы артады деген тұжырымдамаға келеміз. Клапейрон – Клаузиус теңдеуін термодинамикадан белгілі формулаларды пайдаланып түрлендірейік:

$$\frac{dT}{dP} = \frac{T(V_2 - V_1)}{\lambda} = \left| S_2 - S_1 = \frac{\lambda}{T} \right| = \frac{V_2 - V_1}{S_2 - S_1} = \frac{\Delta V}{\Delta S}$$

Клапейрон – Клаузиус теңдеуін пайдаланып, заттардың $P - T$ диаграммасындағы фазалардың тепе-теңдік сызықтарының тангенсін есептеу арқылы (көлемнің өзгерісі тәжірибеден белгілі) фазалық ауысулардағы энтропияның (ΔS), энтальпияның (ΔH), ішкі энергияның (ΔU) өзгерістерін анықтай аламыз. Сонымен қатар теңдеу фазалық диаграммаға термодинамикалық талдаулар жасауға мүмкіндік береді.

10.8.2-сызбада Н. Н. Сирота мен Т. Б. Бижігітовтің төменгі температурада (90 - 250) К және жоғары қысымда (0 - 2500) МПа тұрғызылған мұздың фазалық $P - T$ диаграммасы келтірілген.



10.8.2-сызба. Мұздың төменгі температурадағы және жоғарғы қысымдағы фазалық диаграммасы

10.8.1-кестеде мұздың фазалық диаграммасындағы үштік нүктелердің координаталары көрсетілген.

10.8.1-кесте

Тепе-теңдіктегі фазалар	Үштік нүктелер	T, К	P, МПа
Ih-II-III	f	243	200
II-III-V	g	252	350
II-V-VI	h	173	970
Ih-II-VI	k	153	1070
Ih-VI-XII	l	105	1550

I h – II, II – V, I h – VI фазаларының тепе-теңдік сызықтарының көлбеулік бұрышының тангенсі теріс ($\frac{dT}{dp} < 0$). V- VI, I h- XII

фазаларының тепе-теңдік сызығы түзу сызыққа жақындайды ($\frac{dT}{dp} = 0$).

III – II, I h - XII, VI – XII, VIII – XII, VI – VII, VI – VIII фазаларының тепе-теңдік сызығының көлбеулік бұрышы оң ($\frac{dT}{dp} > 0$).

Қысымы жоғары фазадан қысымы төмен фазаға ауысқанда $\frac{dT}{dp} < 0$ болғандықтан, энтальпия мен ішкі энергияның өзгерісі оң мәндерді қабылдайды.

Фазалық тепе-теңдік сызығының көлбеулік бұрышының тангенсі $\frac{dT}{dp} > 0$ болған жағдайда қысымы аз фазадан қысымы көп фазаға өткенде энтропияның өзгерісінің таңбасы теріс, ішкі энергияның өзгерісінің таңбасы оң (VI – VII, VIII - XII) немесе теріс (I h - XII) болуы мүмкін.

$\frac{dT}{dp} > 0$ болса, $\Delta S < 0$, ал $\frac{dT}{dp} < 0$ болса, $\Delta S > 0$ болады. Бірінші текті фазалық ауысуда меншікті көлем, ішкі энергия, энтропия, еркін энергия, энтальпия секіріп өзгереді. Тек Гиббстің энергиясы үздіксіз өзгереді. Екінші текті фазалық ауысуда жылу жұтылмайды және бөлінбейді ($\delta Q = 0$). Сонымен қатар меншікті көлем $dv = 0$, энтропия ($dS=0$) және Гиббстің термодинамикалық потенциалы өзгермейді. Тұрақты қысымдағы жылу сыйымдылық, изожылулық сығылу коэффициенті β_T және көлемдік ұлғаю коэффициент α секіріп өзгереді. Екінші текті фазалық ауысуда секіріп өзгертін шамалар мен тепе-теңдік қисығының өту нүктесіндегі тәуелділік Эренфест теңдеуімен анықталады. Екінші текті фазалық ауысуларға: Кюри нүктесінде заттың ферромагниттік күйден парамагниттік, металдардың төменгі температураларда асқын өткізгіштікке, Гелийдің асқын аққыштыққа өтулері жатады. Фазалық бірінші және екінші текті өтулерді зерттеудің теориялық және практикалық маңызы өте үлкен. Тапсырыс бойынша өндіріс орындарына немесе ауыл шаруашылығына қажетті заттар алынады. Мысалы, жоғарғы қысым мен температурада графиттен жасанды алмаздың алынуы.

Есептер мен мысалдар.

1. Сыйымдылығы 8 л ыдыста массасы 0,3 кг, температурасы 300 К оттегі бар. Ыдыстың қандай бөлігін газ молекулаларының меншікті көлемі алады? Ішкі қысымның ыдыстың қабырғасына берілетін қысымға қатынасын табыңыздар.

Берілгені: $V = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $m=0,3 \text{ кг.}$, $T=300\text{К}$

Табу керек: $k_1 = \frac{V'}{V}, \frac{p'}{p}$

Шешімі: Ван-дер-Ваальс теңдеуін жазамыз:

$$(p + v^2 \frac{a}{V^2})(V - vb) = vRT \quad (1)$$

vb түзетуі газдың барлық молекулаларының 4 еселенген көлеміне тең. $vb = 4V'$ мұндағы V' молекуланың меншікті көлемі. Бұдан

$$V' = \frac{vb}{4} \text{ немесе } V' = \frac{mb}{4M} \text{ мұндағы } v = \frac{m}{M} - \text{заттың мөлшері,}$$

M - газдың молярлық массасы. Немесе

$$k_1 = \frac{V'}{V} = \frac{mb}{4MV} = \frac{0,3 \cdot 5,8 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 0,91\%$$

Молекулалардың меншікті көлемі ыдыстың 0,91 % құрайды.

$$k_2 = \frac{p'}{p}, p' = \frac{va^2}{V^2} \text{ немесе}$$

$$p' = \left(\frac{m}{M}\right)^2 \cdot \frac{a}{V^2} = \left(\frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}}\right)^2 \cdot \frac{(154)^2 (3 \cdot 10^{-10})^2}{64 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} = 179,79$$

Газдың қабырғаға түсіретін қысымын Ван-дер-Ваальс теңдеуінен табамыз:

$$p = \frac{vRT}{V - vb} - v^2 \frac{a}{V^2} =$$

$$\left[\frac{\frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 300}{8 \cdot 10^{-3} - \frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 3,17 \cdot 10^{-5}} - \left(\frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}}\right)^2 \frac{136 \cdot 10^{-3}}{(8 \cdot 10^{-3})^2} \right] Pa =$$

$$= 2,84 \cdot 10^{-6} Pa = 2,84 M, 8$$

$$k_2 = \frac{p'}{p} = \frac{179 \cdot 10^3}{2,84 \cdot 10^6} = 6,3\%$$

Молекулалардың тартылыс күшінің әсерінен пайда болатын қысым, газдың ыдыс қабырғасына түсіретін қысымының 6,3% құрайды.

2. 0,1 мПа қысымдағы, массасы 6,6 кг көмірқышқыл газының көлемі $3,75 \text{ м}^3$. Реал газдың температурасын анықтаңыздар.

$$\text{Берілгені: } M = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, \quad m = 6,6 \text{ кг}, \quad p = 10^5 \text{ Па}, \quad v = 3,75 \text{ м}^3,$$

$$a = 0,361 \text{ Нм}^4 / \text{моль}^2, \quad b = 4,28 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}.$$

Табу керек: T

Шешімі: реал газ үшін Ван-дер-Ваальс теңдеуін жазып, температураны табамыз:

$$(p + v^2 \frac{a}{V^2}) (\frac{V}{v} - b) = vRT, \quad v = \frac{m}{M}$$

$$T = \frac{M(p + \frac{m^2 a}{M^2 V^2})(V - \frac{m}{M} b)}{mR} =$$

$$= 44 \cdot 10^{-3} \left[10^5 + \frac{(6,6)^2 \cdot 3,361}{(44 \cdot 10^{-3})^2 (3,75)^2} \right] (3,75 - \frac{6,6}{44 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,28 \cdot 10^{-5}) =$$

$$K = 302K$$

3. Мөлшері 3 моль азот вакуумде ұлғайып, көлемін 1 литрден 5 литрге дейін өзгертті. Газдың температурасы тұрақты болып қалу үшін оған қандай

жылу мөлшері берілуі қажет? $a = 0,135 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$

$$\text{Берілгені: } v = 3 \text{ ммоль}, \quad V_1 = 10^{-3} \text{ м}^3, \quad V_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3,$$

$$a = 0,135 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$$

Табу керек: Q

Шешімі: жүйеге берілетін жылу мөлшерінің шамасы термодинамиканың бірінші заңы арқылы есептеледі:

$\delta Q = dU + p' dV$ температура өзгермейтіндіктен, ішкі энергияның өзгерісі нөлге тең.

$$dU=0, \delta Q = p' dV = \frac{v^2 a}{V^2} dV$$

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} \frac{v^2 a}{V^2} dV = v^2 a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) =$$

немесе

$$9 \cdot 0,135 \left(\frac{1}{10^{-3}} - \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \right) \text{Дж} = 972 \text{Дж}$$

4. Массасы 88 г температурасы 290К көмірқышқыл газының көлемі 1000см^3 . Идеал және реал газдың ішкі энергиясын анықтаңыздар.
 $a = 0,361 \text{Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$.

Берілгені:

$$m = 88 \cdot 10^{-3} \text{кг}, M = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, T = 290 \text{К}, V = 10^{-3} \text{м}^3,$$

$$a = 0,361 \text{Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2, i = 6$$

Табу керек: U_1, U_2

Шешімі: идеал газдың ішкі энергиясы мына формуламен анықталады:

$$U_1 = \frac{m}{M} C_V T = \left| C_V = \frac{i}{2} R \right| = \frac{88 \cdot 10^{-3}}{44 \cdot 10^{-3}} \cdot 3 \cdot 8,31 \cdot 290 \text{Дж} =$$

$$= 14500 \text{Дж} = 14,5 \text{кДж},$$

Реал газдың ішкі энергиясы төмендегі формуламен есептеледі:

$$U_2 = \frac{m}{M} \left(C_V T - \frac{a}{V_m} \right) = \left| V_m = \frac{V}{\nu} = \frac{M}{m} V \right| = U_1 - \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V} =$$

$$= 14500 \text{Дж} - \frac{(88 \cdot 10^{-3})^2}{(44 \cdot 10^{-3})^2} \cdot \frac{0,361}{10^{-3}} \text{Дж} =$$

$$= (14500 - 1500) \text{Дж} = 13000 \text{Дж} = 13 \text{кДж}$$

5. Мөлшері 2 моль оттегінің көлемі 1 л. Оттегі вакуумде көлемін вакуумге қарай адиабаталық ұлғайту арқылы 10 литрге арттырса, оның температурасы қалай өзгереді?

Берілгені:

$$i = 5, \nu = 2 \text{ моль}, V_1 = 10^{-3} \text{ м}^3, V_2 = 10^{-2} \text{ м}^3, Q = 0, a = 0,136 \cdot \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$$

Табу керек: $T_2 - T_1$

Шешімі: термодинамиканың бірінші заңынан ішкі энергияның өзгерісінің нөлге тең болатындығы шығады:

$Q = \Delta U + A$, адиабаталық процесс үшін $Q=0$, вакуумге қарай ұлғайса $A=0$, немесе $\Delta U = U_2 - U_1 = 0, U_1 = U_2$. $U_1 = \nu(C_V T_1 - \frac{av}{V_1})$,

$$U_2 = \nu(C_V T_2 - \frac{av}{V_2}), C_V T_2 - \frac{av}{V_2} = C_V T_1 - \frac{av}{V_1}$$

$$T_2 - T_1 = -\frac{av}{C_V} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = -\frac{2av}{iR} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) =$$

$$\text{Бұдан} = -\frac{2 \cdot 0,136 \cdot 2}{5 \cdot 8,31} \left(\frac{1}{10^{-3}} - \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} \right) = -11,8 \text{ К}$$

6. Мөлшері 2 моль азот адиабаталық вакуумге қарай ұлғайғанда температурасы 1 К кемиді. Газдың молекулааралық тартылыс күшіне қарсы істеген жұмысын табыңыздар.

Берілгені: $\nu = 2 \text{ моль}, i = 5, \Delta T = -1 \text{ К}$

Табу керек: A

Шешімі: термодинамиканың бірінші заңын қолданамыз $Q = \Delta U + A$. Есептің шарты бойынша, $Q=0$, $A=0$ болғандықтан $\Delta U = U_2 - U_1 = 0$, яғни $U_1 = U_2$. Ішкі энергиялар мына өрнектермен есептеледі:

$$U_1 = \nu(C_V T_1 - \frac{av}{V_1}) \quad U_2 = \nu(C_V T_2 - \frac{av}{V_2})$$

бұдан
$$\Delta T = T_2 - T_1 = -\frac{av}{C_V} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$
 немесе

$$\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} = -\frac{C_V \Delta T}{va}, \text{ элементар жұмыс мынаған тең:}$$

$$dA = p' dV, A = \int_{V_1}^{V_2} p' dV = \left| p' = \frac{v^2 a}{V^2} \right| = \int_{V_1}^{V_2} \frac{v^2 a}{V^2} dV =$$

$$= va \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = -v C_V \Delta T = -\frac{iv}{2} R \Delta T = \frac{5 \cdot 2}{2} 8,31 \cdot 1 \text{ Дж} = 83,1 \text{ Дж}$$

7. Цилиндрдегі поршеннің астында массасы 20г. хлор бар. Хлордың көлемін изотермалық 200см³-тен 500см³-ке дейін ұлғайтқанда ішкі энергияның өзгерісі қандай болады?

Берілгені:

$$m = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}, V_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3, V_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3, a = 0,650 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$$

Табу керек: ΔU

Шешімі: реал газдың ішкі энергиясы мына формуламен өрнектеледі:

$$U = v \left(C_V - \frac{a}{V_m} \right) = \left| V_m = \frac{V}{v}, v = \frac{m}{M} \right| = \frac{m}{M} \left(C_V \cdot T - \frac{ma}{MV} \right)$$

Ішкі энергияның өзгерісін $\Delta U = U_2 - U_1$ айырымы арқылы табамыз:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m^2 a (V_2 - V_1)}{M^2 V_1 V_2} =$$

$$\frac{(20 \cdot 10^{-3})^2 0,650 (5 - 2) \cdot 10^{-4}}{(71 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} \text{ Дж} = 154 \text{ Дж}$$

8. Массалары 10 моль оттегі көлемі 5л азоттың ішінде орналасқан.

$$a = 0,136 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}, b = 3,17 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

Реал және идеал газдың ішкі энергиясы мен молекулалардың меншікті көлемін анықтаңыздар:

Берілгені:

$$\nu = 10 \text{ моль} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3, a = 0,136 \frac{\text{Нм}^4}{\text{моль}^2}, b = 3,17 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

Табу керек: P', V'

Шешімі: реал газдың молекулаларының тартылыс күшінен туындайтын ішкі қысым мынаған тең:

$$P' = \frac{\nu^2 a}{V^2} = \frac{100 \cdot 0,136}{25 \cdot 10^{-6}} \text{ Па} = 544 \text{ кПа}$$

Молекулалардың меншікті көлемі төмендегі формуламен есептеледі:

$$\nu b = 4V' \quad \text{бұдан} \quad V' = \frac{\nu b}{4} = \frac{10 \cdot 3,17 \cdot 10^{-5}}{4} = 79,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

9. Мөлшері 1 моль оттегінің температурасы 400 К, көлемі 1 л. Газдың көлемін изотермалық екі есе арттырғанда ұлғаю жұмысы, ішкі энергияның өзгерісі қандай болады?

Берілгені:

$$\nu = 1 \text{ моль}, T = 400 \text{ К}, V_1 = 10^{-3} \text{ м}^3, V_2 = 2V_1, a = 0,136 \frac{\text{Нм}^4}{\text{моль}^2}, b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$$

Табу керек: $A, \Delta U$

Шешімі: ұлғаю жұмысы $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$ тең.

Қысымды Ван-дер-Ваальс теңдеуінен табамыз:

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT \quad \text{бұдан} \quad p = \frac{\nu RT}{V - \nu b} - \frac{\nu^2 a}{V^2}$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{\nu RT}{V - \nu b} - \frac{\nu^2 a}{V^2}\right) dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V - \nu b} dV - \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu^2 a}{V^2} dV = \nu RT \ln \frac{V_2 - \nu b}{V_1 - \nu b} + \nu^2 a$$

$$\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right) = 1 \cdot 8,31 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 3,17 \cdot 10^{-5}}{10^{-3} - 1 \cdot 3,17 \cdot 10^{-5}} + 1 \cdot 0,136 \left(\frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{10^{-3}}\right) =$$

$$2290 \text{ Дж} = 2,290 \text{ кДж}$$

Бірінші және екінші жағдайдағы ішкі энергиялар мына формулалармен есептеледі:

$$U_1 = \nu(C_v T - \frac{av}{V_1}), U_2 = \nu(C_v T - \frac{av}{V_2})$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = av^2 \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = 0,136 \cdot 1$$

$$\left(\frac{1}{10^{-3}} - \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} \right) \text{Дж} = 68 \text{Дж}$$

10. Сыйымдылығы 8 л ыдыста 300 К температурада массасы 0,3 кг оттегі бар. Газдың ыдыстың қабырғасына түсіретін қысымын табыңыздар.

Берілгені:

$$V = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3, m = 0,3 \text{ кг}, T = 300 \text{ К}, M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}.$$

Шешімі: газдың ыдыстың қабырғасына түсіретін қысымын Ван-дер-Ваальс теңдеуінен табамыз:

$$p = \frac{\nu RT}{V - \nu b} - \nu^2 \frac{a}{V^2} = \left[\frac{\frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 300}{8 \cdot 10^{-3} - \frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 3,17 \cdot 10^{-5}} - \left(\frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \cdot \frac{136 \cdot 10^{-3}}{(8 \cdot 10^{-3})^2} \right]$$

$$\text{Па} = 2,84 \cdot 10^6 \text{ Па} =$$

$$= 2,84 \text{ МПа}$$

Жаттығулар

1. Сыйымдылығы 10 л ыдыста массасы 0,25 кг азот бар. Газдың ішкі қысымын және молекулалардың меншікті көлемін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 108 \text{ кПа}, 86,2 \text{ см}^3$$

2. Сыйымдылығы 0,3л ыдыста температурасы 300К, мөлшері 1 моль оттегі бар. Идеал және реал газдың қысымын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 8,31 \text{ МПа}, 5,67 \text{ МПа}.$$

3. Массасы 2,2 кг, температурасы 290 К көмірқышқыл газы сыйымдылығы 30 л ыдыста орналасқан. Идеал және реал газдың қысымын табыңыздар. $a = 0,361 \frac{H \cdot M^4}{\text{моль}}$, $b = 4,28 \cdot 10^{-5} \frac{M^3}{\text{моль}}$.

Жауабы: 332мПа, 4,02мПа.

4. Газдың тығыздығы $140 \text{ кг} / \text{м}^3$, қысымы 10мПа. Реал және идеал газдың температураларын анықтаңыздар.

$$a = 0,135 \frac{M^4 \cdot H}{\text{моль}^2}, b = 3,86 \cdot 10^{-5} \frac{M^3}{\text{моль}}$$

Жауабы: 260К, 241К

5. Мөлшері 0,25 кмоль газдың көлемі 1 м^3 . Газдың көлемі $1,2 \text{ м}^3$ ұлғайғанда молекулалардың тартылыс күшіне қарсы 1,42 кДж жұмыс істелінеді. Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі a тұрақтысын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 0,136 \frac{H \text{ м}^4}{\text{моль}^2}$$

6. Оттегінің қысымы 7мПа, тығыздығы $100 \text{ кг} / \text{м}^3$. Реал газдың қысымын табыңыздар.

Жауабы: 287Па.

7. 380К температурадағы, массасы 1 кг су буының мынадай көлемдердегі қысымын табыңыздар: 1000л, 10л, 2л.

Жауабы: 174кПа, 3,94мПа, 101мПа.

8. $t = -200^\circ \text{C}$ температурада 1 кмоль гелий $0,237 \text{ м}^3$ көлемді алады. Ван-дер-Ваальс теңдеуін пайдаланып газдың қысымын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 2,7 \cdot 10^6 \frac{H}{\text{м}^2}$$

9. 920 атм. қысымда 1 кмоль оттегі $0,056 \text{ м}^3$ көлемді алады. Ван-дер-Ваальс теңдеуін пайдаланып, газдың температурасын табыңыздар.

Жауабы: 400К

10. Газдың 0,5 киломоли 1 м³ көлемді алады. Көлемді 1,2 м³ ұлғайтқанда 5800 Дж жұмыс істеледі. Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі а тұрақтысын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 1,36 \cdot 10^5 \frac{H \cdot M^4}{\text{моль}^2}.$$

11. 27°С температурадағы 0,25 кг азот орналасқан ыдыстың көлемі 10л. Газ көлемінің қандай бөлігі молекулалардың өзара әсер күштеріне сәйкес қысымды және ыдыстың көлемінің қандай бөлігі молекуланың меншікті көлемін құрайтындығын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 4,95\%, 0,86\%$$

12. Үш атомды газдың 0,5 кмольі вакуумге қарай 0,5 м³ - 3м³ дейін адиабаталы ұлғайғанда температура 12,2°С төмендейді. Ван-дер-Ваальс теңдеуін пайдаланып а тұрақтысын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 3,64 \cdot 10^5 \frac{H \cdot M^4}{\text{моль}^2}$$

13. Көлемі 0,5 м³ жабық ыдыста $3 \cdot 10^6 \frac{H}{M^2}$ қысымда 0,6 кмоль көмірқышқыл газы бар. Газдың қысымын екі есе арттыру үшін температураны қанша есеге ұлғайту қажет?

$$\text{Жауабы: } 1,85$$

14. 2 атм. қысымдағы 820 см³ көлемді алып тұрған 2г азоттың температурасы қандай болады? Газды идеал және реал деп қарастырыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 280K, 280K$$

15. $10^8 \frac{H}{M^2}$ қысымда 10 г гелийдің алып тұрған көлемі 100 см³. Газды идеал және реал деп алып температурасын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 482K, 204K$$

Тест сұрақтары

1. Қандай шарттар орындалғанда Ван-дер-Ваальс теңдеуі Клапейрон-Менделеев теңдеуіне өтеді?

А. $p \gg \frac{a}{V^2}, V \gg b$

Ә. $p > \frac{a}{V^2}, V > b$

Б. $p = \frac{a}{V^2}, V = b$

В. $p < \frac{a}{V^2}, V < b$

Г. $p \ll \frac{a}{V^2}, V \ll b$

2. b тұрақтысы мен молекуланың V_0 көлемінің арасындағы байланыс теңдеуін көрсетіңіздер.

А. $b = 3nV_0$

Ә. $b = nV_0$

Б. $b = 4nV_0$

В. $b = 2nV_0$

Г. $b = \frac{1}{2}nV_0$

3. 1 моль молекулалардың тартылыс күшінің әсерінен туындайтын ішкі қысымның формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{b}{V^2}$

Ә. $\frac{a}{V^2}$

Б. $\frac{a}{V}$

В. $\frac{a}{V^3}$

Г. aV

4. ν моль молекулалардың тартылыс күшінен туындайтын ішкі қысымның формуласын көрсетіңіздер.

А. $\nu \frac{a}{V^2}$

Ә. $\frac{a}{\nu V^2}$

Б. $\frac{a\nu}{V}$

В. $\frac{\nu^2 a}{V^2}$

Г. $\frac{a\nu^2}{V}$

5. Газдың молярлық көлемін екі есе арттырсақ, ішкі қысым неше есеге кемиді?

А. 2

Ә. $\frac{1}{2}$

Б. $\frac{1}{4}$

В. 4

Г. 3

6. Газдың молярлық көлемін 4 есе кемітсек, ішкі қысым неше есе артады?

А. 4

Ә. $\frac{1}{4}$

Б. 2

В. 8

Г. 16

7. Газдың молярлық көлемін екі есе кемітсек, ішкі қысым қанша есеге артады?

А. 2

Ә. $\frac{1}{2}$

Б. 4

В. $\frac{1}{4}$

Г. 4

8. Молекуланың көлемін үш есе арттырсақ, v тұрақтысы неше есеге ұлғаяды?

А. 3

Ә. 6

Б. 9

В. $\frac{1}{3}$

Г. $\frac{1}{6}$

9. Молекуланың көлемін 4 есе азайтсақ, v тұрақтысы неше есе кемиді?

А. 2

Ә. $\frac{1}{2}$

Б. 4

В. $\frac{1}{4}$

Г. 8

10. Бірлік көлеміндегі молекулалар санын екі есе көбейтсек, v тұрақтысы неше есе артады?

А. 2

Ә. 4

Б. $\frac{1}{4}$

В. $\frac{1}{2}$

Г. 8

11. Бірлік көлеміндегі молекулалар санын 4 есе азайтсақ, v тұрақтысы неше есеге кемиді?

А. 2

- Ә. 4
- Б. 0,5
- В. 0,25
- Г. 8

12. Радиустары r_1 және r_2 екі молекула бір-бірімен максимал қандай арақашықтыққа жақындай алады?

- А. $r_1 - r_2$
- Ә. $\frac{r_1 - r_2}{2}$
- Б. $r_1 + r_2$
- В. $\frac{r_1 + r_2}{2}$
- Г. $\frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$

13. Реал газдың ішкі энергиясы қандай параметрге тура пропорционал?

- А. T
- Ә. C_p
- Б. P
- В. V
- Г. b

14. Реал газдың ішкі энергиясы қандай параметрге тура пропорционал?

- А. v, R, T
- Ә. V, m, R
- Б. V, m, T
- В. m, T, v
- Г. C_v, C_p, T

15. Вакуумге қарай ұлғаятын реал газдың температурасының өзгерісі қандай параметрге тура пропорционал?

- А. a
- Ә. b
- Б. C_v
- В. P
- Г. C_p

16. Вакуумге қарай ұлғаятын реал газдың температурасының өзгерісі қандай параметрге кері пропорционал?

А. C_V

Ә. a

Б. b

В. P

Г. C_p

17. Вакуумге қарай ұлғаятын реал газдың температурасы қандай шарт орындалғанда теріс мәнді иеленеді?

А. $V_2 < V_1$

Ә. $V_2 > V_1$

Б. $V_2 = V_1$

В. $V_2 \gg V_1$

Г. $V_2 \ll V_1$

18. Вакуумге қарай ұлғаятын реал газдың температурасының өзгерісі қандай шарт орындалғанда нөлге тең?

А. $V_2 = V_1$

Ә. $V_2 > V_1$

Б. $V_2 = V_1$

В. $V_2 \gg V_1$

Г. $V_2 \ll V_1$

19. Сұйық булану үшін қандай шарт орындалуы қажет?

А. $\frac{dP}{dT} < 0$

Ә. $\frac{dP}{dT} = 0$

Б. $\frac{dP}{dT} > 0$

В. $\frac{dT}{dP} = 0$

Г. $\frac{dT}{dP} < 0$

20. Қатты дене булану үшін қандай шарт орындалуы керек?

А. $\frac{dP}{dT} > 0$

Ә. $\frac{dP}{dT} = 0$

Б. $\frac{dP}{dT} < 0$

В. $\frac{dT}{dP} = 0$

Г. $\frac{dT}{dP} < 0$

21. Дене балқығанда қандай шарт орындалады?

А. $\frac{dP}{dT} > 0$

Ә. $\frac{dP}{dT} = 0$

Б. $\frac{dP}{dT} < 0$

В. $\frac{dT}{dP} = 0$

Г. $\frac{dT}{dP} < 0$

22. $\frac{dP}{dT}$ қандай шарт орындалғанда теріс мәнді қабылдайды?

А. $V_2 = V_1$

Ә. $V_2 < V_1$

Б. $V_2 > V_1$

В. $V_2 \gg V_1$

Г. $V_2 \ll V_1$

23. $\frac{dP}{dT}$ қандай шарт орындалғанда оң мәнді қабылдайды?

А. $V_2 > V_1$

Ә. $V_2 < V_1$

Б. $V_2 = V_1$

В. $V_2 \gg V_1$

Г. $V_2 \ll V_1$

24. Джоуль – Томсон эффектiсi қандай жағдайда терiс болады?

А. $T_2 - T_1 > 0$

Ә. $T_2 = T_1$

Б. $T_2 < T_1$

В. $P_1 > P_2$

Г. $P_1 < P_2$

25. Джоуль – Томсон эффектiсi қандай жағдайда оң болады?

А. $V_2 = V_1$

Ә. $V_2 < V_1$

Б. $V_2 > V_1$

В. $V_2 \gg V_1$

Г. $V_2 \ll V_1$

III БӨЛІМ. ЭЛЕКТР ЖӘНЕ МАГНИТИЗМ

XI тарау. Электростатика

§11.1 Электр заряды және оның сақталу заңы. Зарядтардың өзара әсерлері

Ерте заманнан жүнге үйкелген кәріптас өзіне жеңіл заттарды тартатындығы белгілі болған. Бірақ XVI ғасырдың аяғында ағылшын дәрігері Джильберт бұл құбылысты жан-жақты зерттеп, табиғатта кездесетін барлық денелердің электрлену қабілеттілігі бар екендігін, яғни зарядталатындығын анықтады.

Электр зарядтары әртүрлі заттар бір-бірімен тығыз жанасқанда туындайды. Қатты денелердің тығыз жақындасуына олардың беттерінің тегіс еместігі кедергі жасайды. Денелерді сығып бір-біріне ысқылағанда олардың бірнеше нүктелерінде ғана жанасатын беттері жақындап, электр зарядтары пайда болады.

Тәжірибе екі зарядталған дене бірін-бірі тартатындығын немесе тебетіндігін көрсетті. Егер жібек жіпке ілінген екі жеңіл затты жібекке үйкелген шыны таяқшаны жанастыру арқылы зарядтасақ, олар бірін-бірі тебеді. Эбонитті теріге үйкеп, екі жеңіл денені зарядтасақ, осы құбылыс байқалады. Екі жеңіл дененің біреуін шыны таяқшамен екіншісін эбонитпен зарядтасақ, олар бірін-бірі тартады. Бұдан шынымен эбониттің зарядтарының сапалық айырмашылықтары бар екендігі шығады. Көптеген әртүрлі заттардың бар болуына қарамастан, табиғатта зарядтың екі түрі кездеседі. Жібекке үйкелген шыны да пайда болатын оң және теріге үйкелген эбонитте пайда болатын теріс зарядтарға бөлінеді. Олай болса, аттас зарядтар бірін-бірі тебеді. Ал әр аттас зарядтар бірін-бірі тартады. Электр зарядының оң және теріс болып бөлінуі, олардың іргелі қасиетіне жатады. Р.Милликен және А.Ф.Иоффе кез келген дененің заряды қандайда бір элементар e зарядқа ($e = 1,6 \cdot 10^{19} \text{ Кл}$) бүтін еселі, яғни дискретті болатындығын дәлелді. Элементар теріс және оң зарядтады тасымалдайтын бөлшектер электрон мен ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$) протон ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$). Кез келген заряд элементар e зарядының бүтін еселі жиынтығынан тұратындықтан, оның заряды мына мына формуламен анықталады:

$$q = \pm Ne \quad (11.1.1)$$

Физикалық шама тек белгілі дискретті мәндерді қабылдаса, онда ол квантталады деп есептеледі. (11.1.1) өрнегі зарядтың квантталатындығын көрсетеді. Әртүрлі инерциалды санақ жүйелердегі зарядтың шамасы бірдей.

Яғни, электр заряды релятивисті инвариантты. Сондықтан зарядтың шамасы оның тыныштықтағы немесе қозғалыстағы күйіне тәуелсіз. Кейбір денелердегі электр зарядтары оның әртүрлі бөліктерінде еркін қозғалса, басқа денелерде еркін қозғала алмайды. Зарядтар еркін қозғалатын денелерді электр өткізгіштер (сұйық және қатты күйдегі барлық металдар, судағы тұздар мен қышқылдардың ерітінділері), ал зарядтар еркін қозғала алмайтын денелерді (кәріптас, кварц, эбонит және қалыпты жағдайдағы барлық газдар) диэлектриктер деп атайды. Зарядтардың тасымалдау жағынан өткізгіштер мен диэлектриктердің арасында жататын заттар шала өткізгіштерге (германий, кремний) жатады. Тәжірибеден алынған нәтижелерді талдап М. Фарадей алғаш рет табиғаттың іргелі заңына (зарядтың сақталу заңы) анықтама берді. Оқшауланған жүйедегі электр зарядтарының алгебралық қосындысы жүйенің ішінде қандай үрдістер өтсе де өзгермейді. Заттардың құрылысы мен ондағы өтетін үрдістерді жақсы ұғыну үшін зарядтың сақталу және квантталу заңдылықтарын білу қажет.

1785 жылы Кулон электр өрісінің теориясының негізін құрайтын зарядтардың әсерлесу заңын тәжірибе жүзінде ашты.

Кулон заңы қозғалмайтын нүктелік зарядтар үшін орындалады. Нүктелік заряд деп сызықтық өлшемдері өзімен әсерлесетін зарядтарға дейінгі арақашықтықпен салыстырғанда едәуір кіші зарядты айтады. Мысалы, зарядталған екі жұлдыздың арасындағы электрлік әсерлесу күшін анықтағанда, сызықтық өлшемдері олардың арақашықтарынан өте көп кіші болғандықтан, нүктелік заряд ретінде қарастырамыз. Ал 0,5 см қашықтықта орналасқан радиустары 0,1 см зарядталған шарлар үшін Кулон заңы орындалмайды.

Кулон заңы: вакуумде орналасқан екі тыныштықтағы нүктелік зарядтың әсерлесу күші зарядтардың көбейтіндісіне тура, ал арақашықтықтарының квадратына кері пропорционал:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (11.1.2)$$

Мұндағы, k өлшемді таңдап алғанға тәуелді пропорционалдық коэффициент. Векторлық түрде төмендегідей өрнектеледі:

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}_{12} \quad (11.1.3)$$

мұндағы, \vec{F}_{12} , q_1 зарядқа q_2 заряд тарапынан әсер ететін күш, \vec{r}_{12} , q_1 және q_2 зарядтарын қосатын радиус-вектор. ($|\vec{r}_{12}| = r$)

Егер әсерлесетін зарядтар біртекті және изотропты ортада орналасса, әсерлесу күші мына формуламен анықталады:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \quad (11.1.4)$$

Мұндағы, ε берілген ортадағы зарядтардың әсерлесу күші вакуумдағыдан неше есе кем екендігін көрсететін ортаның диэлектрлік өтімділігі. Вакуумда $\varepsilon = 1$.

$$\varepsilon = \frac{F_0}{F} \quad (11.1.5)$$

Мұндағы, F_0 зарядтардың вакуумдегі, F берілген ортадағы әсерлесу күштері. Халықаралық жүйеде пропорционалдық коэффициент мынаған тең:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Онда Кулон заңы төмендегідей өрнектеледі:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$$

Мұндағы, ε_0 электрлік тұрақты шама:

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}} \text{ немесе } \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\Phi}.$$

Егер әсерлесетін зарядтардың саны екеуден көп болса, онда әрбір зарядқа басқа зарядтар тарапынан әсер ететін күш (11.1.2) формуласымен анықталады.

Егер q_1 және q_2 зарядтары ауада, керосинде немесе қандай да бір электр өткізбейтін ортада орналасса, олардың өзара әсерлерінен басқа ортаның құрамындағы электрондармен және атом ядроларымен әсерлесулері ε арқылы ескеріледі.

Қазіргі таңда айналмалы таразыдан басқа Кулон заңының дұрыстығын дәлелдейтін көптеген тәжірибелер оның өте үлкен және кіші қашықтықтарда үлкен дәлелділікпен орындалатындығын көрсетті. Мысалы, атомдық құбылыстарды зерттеулердің нәтижесінен зарядтардың әсерлесу заңының 10^{-13} см қашықтыққа дейін орындалатындығы алынды.

§ 11.2. Электр өрісі және оның кернеулігі. Суперпозиция принципі. Дипольдің электр өрісі. Вектор ағыны

Электр зарядтарының өзара әсерлесулерін зерттегенде әсерлесу күштері неге пайда болады және ол бір зарядтан екіншісіне не арқылы беріледі деген сұрақтар туындайды. Әсерлесу күшінің табиғатын және оның берілуін

түсіну үшін тыныштықтағы зарядтардың арасы тартылыс немесе тебіліс күштерін іске асыратын қандай да бір физикалық агентпен толтырылған деп есептеледі. Бұл агент электр өрісі болып табылады. Электр өрісіне орналастырылған кез келген зарядқа күштің әсер етуі, оның негізгі қасиеттерінің бірі. Тыныштықтағы зарядтардың әсерлесуін қарастырғанда біз электр өрісі деген ұғымды қабылдаймыз.

Осыған ұқсас қозғалыстағы зарядтардың (тоқтардың), тұрақты магниттердің магниттік әсерлерін қарастырғанда, магнит өрісі ұғымына келеміз. Алдағы уақытта электр және магнит өрістері бір-біріне айналатындығын, олардың әрқайсысы электромагниттік өрістің дербес жағдайы болатындығын көрсетеміз. Сонымен қатар электрлік (магниттік) өрістер зарядтарсыз (тоқсыз) пайда бола алатындығы дәлелденеді. Электромагниттік өрістің қозғалыс мөлшері мен массасы бар және ол энергияны тасымалдайды. Электромагниттік өріс электрлік және магниттік әсерлерді қамтамасыз ететін материяның анықталған түрі.

Электр өрісінің мөлшерлік сипаттамасын анықтау мақсатында арнайы физикалық шама – электр өрісінің кернеулігі енгізіледі. Шамасы q нүктелік заряд өрісіне шамасы q_1 басқа сынақ зарядын енгізейік. q_1 сынақ зарядына өрістің әртүрлі нүктелерінде Кулон заңына бағынатын q_1 зарядына пропорционал күштер әсер етеді. Сондықтан әсер ететін күштің сынақ

зарядының шамасына қатынасы $\frac{F}{q_1}$, сынақ зарядын таңдап алғанға тәуелсіз

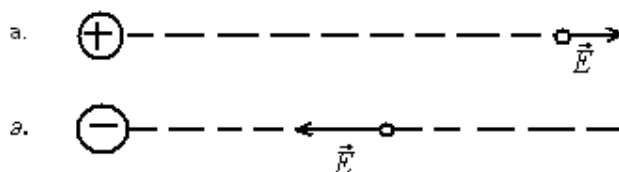
және ол сынақ заряды орналасқан нүктенің электр өрісін сипаттайды. Осы шаманы электр өрісінің кернеулігі деп атайды. Егер электр өрісі бір нүктелік q зарядтан туындаса, кернеуліктің шамасы тікелей Кулон заңындағы теңдіктің екі жағын екінші зарядқа бөлу арқылы анықталады. Электр

өрісінің кернеулігін \vec{E} деп белгілесек, төмендегі өрнекті аламыз:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (11.2.1)$$

Нүктелік зарядтың кернеулігі зарядтан қашықтықтың квадратына кері пропорционал кемиді. Электр заряды скалярлық, ал күш векторлық шама, олай болса векторды скалярға бөлсек, вектор шығады. Яғни, электр өрісінің кернеулігі векторлық шама.

Кернеуліктің бағыты қарастырып отырған өріс нүктесіндегі оң зарядқа әсер ететін күштің бағытын анықтайды. Егер өрісті оң заряд туғызса, кернеуліктің векторы зарядтан сыртқы кеңістікке радиус-вектордың бойымен бағытталады. Өрісті теріс заряд туғызса, өрістің кернеулігі зарядқа бағытталған (11.2.1-сызба).



11.2.1-сызба. Оң (а) және теріс (б) зарядтардың туғызатын электр өрісінің кернеуліктерінің бағыттары

Нүктелік зарядтың кернеулігінің векторлық түрі мына қатынаспен өрнектеледі:

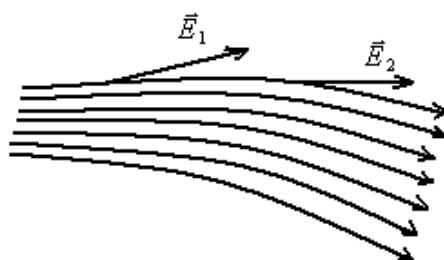
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r} \quad (11.2.2)$$

Мұндағы, r зарядтан өрістің қарастырылып отырған нүктесіне дейінгі қашықтықтың абсолют мәні, \vec{r} зарядтан берілген нүктеге жүргізілген радиус-вектор.

Қандайда бір нүктеде электр өрісінің кернеулігі белгілі болса, сол нүктеде орналасқан зарядқа әсер ететін күш төмендегі формуламен анықталады:

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (11.2.3)$$

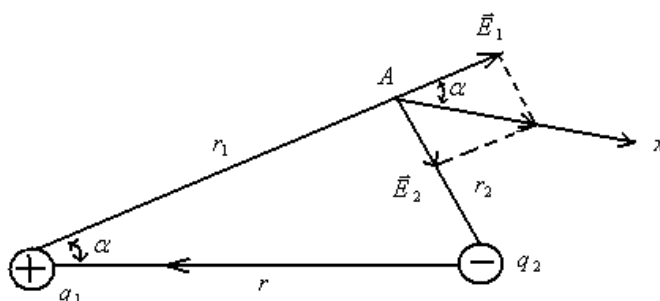
\vec{E} векторы өрістің барлық нүктелерінде оң зарядтан сыртқа, теріс зарядқа сырттан радиалдың бойымен бағытталған. Берілген нүктедегі электр өрісінің кернеулігі оң бірлік зарядқа әсер ететін күшпен анықталатын физикалық шама. Электр өрісін кернеуліктің сызықтары (күш сызықтары) арқылы график түрінде кескіндейді. Күш сызықтарына жүргізілген жанама әрқашан берілген нүктедегі кернеулік бағытына сәйкес келеді. (11.2.2-сызба).



11.2.2-сызба. Электр өрісінің күш сызықтары

Кеңістіктің берілген нүктесінде кернеулік векторының бір ғана бағыты болғандықтан, олар ешқашан қиылыспайды. Біртекті өрісте кернеулік сызықтары кернеулік векторына параллель. Электр өрісін график түрінде кескіндеу әдісі электротехникада кеңінен қолданылады.

Екі q_1 және q_2 нүктелік зарядтарының кеңістіктің A нүктесінде туғызатын электр өрісінің \vec{E}_1, \vec{E}_2 кернеуліктерін қарастырайық. (11.2.3-сызба)



11.2.3-сызба. Екі нүктелік зарядтың A нүктесінде туғызатын электр өрісінің кернеулігі

Суперпозиция принципі бойынша A нүктесіндегі электр өрісінің кернеулігі мына өрнекпен анықталады:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (11.2.4)$$

Мұндағы \vec{E}_1, \vec{E}_2 A нүктесінде q_1 және q_2 зарядтарының туғызатын электр өрістерінің кернеуліктері.

Немесе Ox осіндегі құраушысын аламыз:

$$E = E_1 \cos \alpha + E_2 \cos \alpha$$

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1^2}, \quad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_2^2}.$$

зарядтардың q_1 және q_2 шамалары, олардан A нүктесіне дейінгі r_1, r_2 қашықтықтар, \vec{E}, \vec{E}_1 векторларының арасындағы α бұрышы және зарядтар орналасқан орта белгілі болса, A нүктесіндегі электр өрісінің сан мәнін есептей аламыз. Электр өрістерін қосу ережесін бірнеше зарядтар үшін қолдануға болады. Мысалы, кеңістіктің A нүктесінде q_1, q_2, \dots, q_n зарядтарының туғызатын электр өрісінің қорытқы кернеулігі суперпозициялау принципімен анықталады:

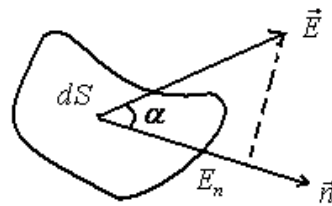
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (11.2.5)$$

Шамалары $+q$ және $-q$ бір-бірімен r қашықтықта қатаң байланысқан нүктелік зарядтарды қарастырып, екі зарядтың бір-бірінен ығысуын теріс зарядтан оң зарядқа бағытталған \vec{r} векторы арқылы белгілейік. Мұндағы қосарлы зарядтарды электр диполі деп атайды. Электр диполі практикада жиі кездеседі. Мысалы, үлкен емес өткізгіш дене диполь ретінде қарастырылады. Өйткені оның ұштарында шамалары жағынан тең, таңбалары қарама-қарсы индукциялық зарядтар пайда болады. 11.2.3-сызбасында келтірілген нүктелік зарядтарды диполь ретінде қарастырсақ, оның туғызатын электр өрістерін есептеудің жолдары жоғарыда келтірілген.

Электростатикалық өріс кернеуліктерінің сызықтарының көмегімен тек бағытын ғана анықтап қоймай, шамаларын сипаттау үшін оның белгілі бір беттен өтетін қоюлығын (кернеулік сызықтарының саны) табу қажет. Егер өрісті біртекті деп алсақ, оның беттен өтетін ағыны (ағын қоюлықты сипаттайды) мынаған тең:

$$\Phi_E = E \cdot S \cos \alpha \quad (11.2.6)$$

Егер өріс біртекті емес және ол өтетін бет тегіс болмаса, бетті шексіз кішкентай dS элементтерге бөліп, одан өтетін өрісті біртекті деп есептейміз. Сондықтан беттің dS элементінен өтетін электр өрісінің ағыны $d\Phi_E = E dS \cos \alpha = E_n dS$ формуласымен есептеледі. (11.2.4-сызба)



11.2.4-сызба. Кез келген беттің элементінен өтетін электр өрісі кернеулігінің ағыны

Электр өрісінің кернеулігінің тұйық беттен өтетін толық ағыны төменде келтірілген бет бойынша алынған интегралмен анықталады.

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS \quad (11.2.7)$$

Тұйық беттерде нормальдың оң бағыты ретінде сыртқы нормаль (бетті шектейтін облыстан сыртқа қарай бағытталған) алынады.

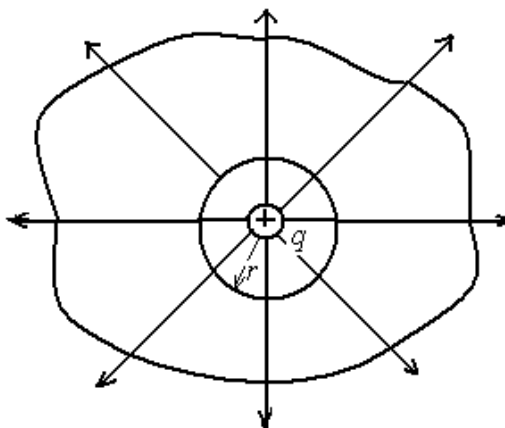
§11.3 Остроградский – Гаусс теоремасы және оны электр өрісінің кернеулігін есептеу үшін қолдану

Электр зарядтар жүйесінің өрістерінің кернеуліктерін есептеуді жеңілдету үшін (суперпозициялау принципінің орнына) көптеген жағдайларда Остроградский – Гаусс теоремасы қолданылады.

Жалпы математикалық түрде теоремаға М.В. Остроградский анықтама берді. Ал Гаусс теореманы электр өрісінің кернеулігінің ағынын есептеуге қолданды. (11.2.7) формуласына сәйкес радиусы r сфераның центрінде орналасқан q нүктелік зарядтың сфераның бетінен өтетін электр өрісінің векторының ағыны мынаған тең болады:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon}$$

Алынған нәтиже кез келген пішінді бет үшін орындалады. (11.3.1-сызба)



11.3.1-сызба. Сфераның ішінде орналасқан нүктелік зарядтың өрісінің күш сызықтары

Шындығында, сфераны еркін алынған тұйық бетпен қоршасақ, сфераның бетінен шығатын өріс кернеулігінің әрбір сызығы оны қоршаған бетті қиып өтеді.

Сондықтан ішінде q заряды бар кез келген пішінді тұйық беттен өтетін \vec{E} векторының ағыны мынаған тең:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon} \quad (11.3.1)$$

Бұл формуладан тұйық беттен өтетін ағын оның ішіндегі зарядтың орнына тәуелді еместігі шығады. Тұйық беттің ішінде орналасқан q заряды

бірнеше зарядтардың алгебралық қосындысынан тұруы мүмкін. Егер тұйық контур q зарядын қоршамаса, одан өтетін электр өрісінің кернеулігінің ағыны нөлге теңеледі.

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = 0$$

(11.3.1) формуласы Остроградский – Гаусс теоремасын өрнектейді: электростатикалық өрістің кернеулігінің векторының еркін алынған тұйық беттен өтетін ағыны, беттің ішінде орналасқан зарядтардың алгебралық қосындысын ε_0 және \mathcal{E} көбейтіндісіне бөлгенге тең.

Егер зарядталған дененің сызықтық өлшемдері үлкен болса, яғни оны нүктелік заряд ретінде қарастыра алмасақ, дененің ішіндегі зарядтардың үлестірілуін білуіміз қажет. Зарядталған дененің ішінен заряды Δq тең, $\Delta \tau$

көлемді бөліп алайық. Көлем шексіз кішірейгенде $\frac{\Delta q}{\Delta \tau}$ қатынасының шегін электр зарядының берілген нүктедегі көлемдік тығыздығы деп атайды:

$$\rho = \lim_{\Delta \tau \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta \tau} = \frac{dq}{d\tau} \quad (11.3.2)$$

Зарядтың көлемдік тығыздығы дененің бірлік көлеміндегі зарядымен өлшенеді. Көлемнің $d\tau$ элементіндегі зарядтың шамасы $\rho d\tau$ тең. Жалпы жағдайда бірқалыпсыз зарядталған дененің көлемдік тығыздығы оның әртүрлі нүктелерінде бірдей болмайды. Егер ρ координаталардың функциясы ретінде берілген болса, дененің көлеміндегі зарядтың үлестірілуі белгілі деп есептеледі. Көптеген жағдайларда денелердегі зарядтар бетпен жанасатын жұқа кабаттарда үлестіріледі. Бұл жағдайда төмендегі формуламен анықталатын зарядтың беттік тығыздығын пайдаланған өте қолайлы:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \quad (11.3.3)$$

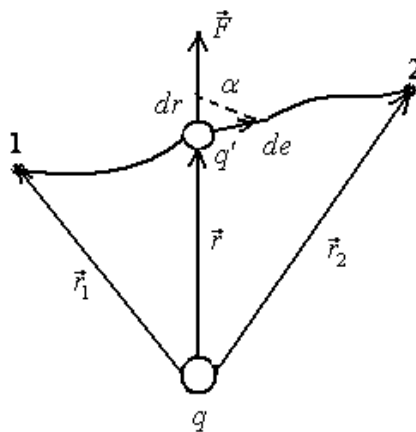
Мұндағы, Δq беттің ΔS бөлігіндегі зарядтың шамасы. Зарядтың беттік тығыздығы дененің бірлік бетіндегі зарядпен өлшенеді. Беттің dS элементіндегі зарядтың шамасы σdS тең. Дене бетіндегі зарядтардың үлестірілуі берілуі үшін σ –ны беттік координаталардың функция ретінде білуіміз қажет. Егер дене ішіндегі зарядтардың үлестірілуі белгілі болса, олардың туғызатын электр өрісін есептей аламыз.

**§11.4 Зарядты тасымалдаудағы өріс күшінің жұмысы.
Электростатикалық өрістің циркуляциясы.
Потенциал. Потенциалдар айырымы.
Эквипотенциалдық беттер. Потенциалдың
электростатикалық өріс кернеулігімен
байланысы**

Тыныштықтағы q нүктелік зарядының туғызатын өрісін қарастырамыз. Осы өрістің кез келген нүктелерінде нүктелік q' зарядына мынадай күш әсер етеді: (11.4.1-сызба)

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{qq'}{r^3} \vec{r} = F(\tau) \cdot \vec{\tau} \quad (11.4.1)$$

Мұндағы, $F(r)$, \vec{F} күшінің модулі, \vec{r} , q зарядымен салыстырғанда q' зарядының орнын анықтайтын радиус-вектор. Күш консервативті болғандықтан, оның q' заряд 1-ші нүктеден 2-ші нүктеге орын ауыстырғанда істейтін жұмысы жолға тәуелсіз. Сондықтан өріс потенциалды.



11.4.1-сызба. Электростатикалық өрісте зарядқа әсер ететін күштің жұмысы

Консервативті күштің dl жолда істейтін элементар жұмысы мына формуламен анықталады:

$$dA = Fdl\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dl\cos\alpha = |dr = dl\cos\alpha| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dr \quad (11.4.2)$$

q' заряд 1-ші нүктеден 2-ші нүктеге орын ауыстырғанда істелінетін жұмыс:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq'}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{qq'}{r_1} - \frac{qq'}{r_2} \right) \quad (11.4.3)$$

(11.4.3) формуласынан сыртқы электр өрісінің заряд кез келген тұйық L жолмен жүргенде істейтін жұмысы нөлге тең екендігі шығады:

$$\oint_L dA = 0 \quad (11.4.3)$$

Егер электр өрісінде тасымалданатын зарядты бірлік оң заряд деп алсақ, $d\vec{l}$ жолда істелінетін элементар жұмыс мына формуламен өрнектеледі: $\vec{E}d\vec{l} = E_l dl$, $E_l = E \cos \alpha$.

Онда (11.4.3) формуласы төмендегідей түрленеді:

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0 \quad (11.4.4)$$

$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = \oint_L E_l dl$ интегралы кернеулік векторының циркуляциясы деп аталады. Олай болса, кез келген тұйық контурдың бойындағы электростатикалық өріс кернеулігінің циркуляциясы нөлге тең. (11.4.4) формуласы электростатикалық өріс үшін орындалады. Қозғалыстағы зарядтың өрісі потенциалды болғандықтан, (11.4.4) шарты қанағаттандырылмайды.

Потенциалды өрістегі консервативті күштің жұмысы потенциалдық энергияның кемуімен анықталады:

$$A_{12} = W_1 - W_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{qq'}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{qq'}{r_2} \quad (11.4.5)$$

Бұдан q зарядтың өрісіндегі q' зарядының потенциалдық энергиясы шығады:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{qq'}{r} + const \quad (11.4.6)$$

Келтірілген өрнектегі тұрақтының мәнін потенциалдық энергия $r \rightarrow \infty$ шексіздікте нөлге теңелетіндей етіп таңдап аламыз. Осы шарт орындалса, ($\text{const}=0$) төмендегі теңдік алынады:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r} \quad (11.4.7)$$

Өрісті зерттеу мақсатында сынақ заряды ретінде q_2 пайдаланамыз. (11.4.7) формуласы бойынша, сынақ зарядының потенциалдық энергиясы тек оның q_2 шамасына ғана емес, сонымен қатар өрісті анықтайтын q_1 және r шамаларына тәуелді. Зарядтар аттас болса, $q \cdot q' > 0$ олардың әсерлесу (тебілу) потенциалдық энергиясы оң, әр аттас зарядтар үшін $q \cdot q' \leq 0$ олардың әсерлесу (тартылу) потенциалдық энергиясы теріс болады. Әртүрлі $q'_{\text{сын}}, q''_{\text{сын}}, \dots$, сынақ зарядтарының өрістің бір нүктесіндегі энергиялары W', W'', \dots , т.б. бірдей емес. Бірақ $\frac{W}{q_{\text{сын}}}$ қатынасы барлық зарядтар үшін бірдей шаманы беріп, электр өрісінің энергетикалық сипаттамасын өрнектейтіндіктен, оны потенциал деп атайды.

$$\varphi = \frac{W}{q_{\text{сын}}} \quad (11.4.8)$$

(11.4.8) қатынасы өрістің берілген нүктедегі потенциалы сан жағынан сол нүктеде орналасқан бірлік оң зарядтың потенциалдық энергиясына тең екендігін көрсетеді. (11.4.8) қатынасына қойып, нүктелік зарядтың потенциалын табамыз:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (11.4.9)$$

Егер өріс n нүктелік q_1, q_2, \dots, q_n зарядтар жүйесінен туындаса, оның q' зарядты қозғалту үшін істеген жұмысы әрбір зарядтың жеке өріс күштерінің істейтін жұмыстарының алгебралық қосындысына тең:

$$A_{12} = \sum_{i=1}^n A_i$$

(11.4.3) теңдігі бойынша әрбір жұмыс мына формуламен өрнектеледі:

$$A_i = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{q_i q'}{r_{i1}} - \frac{q_i q'}{r_{i2}} \right) \quad (11.4.10)$$

Мұндағы, r_{i1} , q_i зарядынан q' зарядының бастапқы орнына дейінгі қашықтық. r_{i2} , q_i зарядынан q' зарядының соңғы орнына дейінгі қашықтық. Онда істелінген жұмыс төмендегі өрнекпен есептеледі:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i q'}{r_{i1}} - \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i q'}{r_{i2}}$$

Осы өрнекті (11.5.4) теңдігімен салыстырып, зарядтар жүйесінің өрісіндегі q' зарядының потенциалдық энергиясын аламыз:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^n \frac{q_i q'}{r_i} \quad \text{Бұдан мына қатынас шығады:}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}. \quad (11.4.11)$$

Алынған формуланы (11.4.9) өрнегімен салыстырудан мынадай тұжырымдама шығады: зарядтар жүйесінен пайда болған өрістің потенциалы, әрбір зарядтың туғызатын потенциалдарының қосындысынан тұрады.

(11.4.8) өрнегінен мынандай болып түрленеді:

$$W = q\varphi \quad (11.4.12)$$

Олай болса, өріс күшіндегі q зарядты потенциалы φ_1 нүктеден потенциалы φ_2 нүктеге орын ауыстырғанда істеген жұмысы мынаған тең болады:

$$A_{12} = W_1 - W_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (11.4.13)$$

Егер q заряды потенциалы φ нүктеден шексіздікке алыстатылса, ($r \rightarrow \infty, \varphi = 0$) өріс күші істейтін жұмыс төмендегі формуламен есептеледі:

$$A_\infty = q\varphi \quad (11.4.14)$$

Зарядты шексіздіктен берілген нүктеге әкелгенде істелінетін жұмыстың шамасы осы формуламен анықталады. Бұдан потенциал сан жағынан бірлік

оң зарядты берілген нүктеден шексіздікке алыстататын өріс күшінің жұмысына тең екендігін көреміз. Немесе q' зарядты 1-ші нүктеден 2-ші нүктеге көшіргенде өріс күшінің істейтін жұмысы мына формуламен анықталады:

$$A_{12} = \int_1^2 q' \vec{E} d\vec{l} \quad (11.4.15)$$

(11.4.13) және (11.4.15) өрнектерін теңестіріп, мына теңдікті аламыз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} \quad (11.4.16)$$

Электростатикалық өріс күшінің жұмысы жолға тәуелсіз болғандықтан, интеграл бастапқы және соңғы нүктелерді қосатын кез келген сызықтың бойымен алынады. Потенциалдарды есептеу электр өрісінің кернеуліктерін есептеумен салыстырғанда оңай, себебі өрістер қабаттасқанда кернеуліктер векторлық, ал потенциалдар алгебралық түрде қосылады.

Электростатикалық өрістің күштік сипаттамасы мен кернеуліктің энергетикалық сипаттамасының және потенциалдың арасындағы байланысты табайық.

x -осінің бойымен бір-біріне өте жақын орналасқан бірлік оң зарядты 1-ші нүктеден 2-ші нүктеге орын ауыстырғанда $x_2 - x_1 = dx$, $\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$ істелетін жұмыс $E_x dx$ тең. Екі өрнекті теңестірсек, мына қатынас шығады:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} \quad (11.4.17)$$

Дербес туынды дифференциалдау тек x осі бойынша алынатындығын көрсетеді. Осыған ұқсас y және z осьтеріндегі кернеуліктің дербес туындыларын жазып, кернеулікті векторлық түрде өрнектейік:

$$E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} \quad (11.4.18)$$

$$E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} \quad (11.4.19)$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k} \right)$$

Мұндағы, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ координаталық осьтердің бірлік векторлары

$$\text{grad}\varphi = \vec{\nabla}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$$

ескерсек, мынадай өрнектер шығады:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi \text{ немесе } \vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi \quad (11.4.20)$$

Өрістің кернеулігі теріс таңбамен алынған потенциалдың градиентіне тең. Теріс таңба \vec{E} векторы әрқашан потенциалдың кему бағытымен бағыттас болатындығын көрсетеді.

Егер біртекті өрісті қалақшаларының арақашықтығы d , потенциалдар айырымы $\varphi_1 - \varphi_2$ жазық конденсатор туғызса, электр өрісінің кернеулігі мына формуламен анықталады:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} \quad (11.4.21)$$

Бұл қатынас электр өрісінің кернеулігінің өлшем бірлігін анықтауда қолданылады. Ұзындығы 1м күш сызықтарында кернеуі 1 В тең, өрістің кернеулігінің өлшемін айтады. Ол өлшем бірлік $\left[\frac{B}{m}\right]$ қатынасына тең. Яғни,

қандай да бір өткізгіштердің арасында потенциалдар айырымы (кернеу) болса, электр өрісі туындайды. Бұл құбылыс зарядтардың Жерге жіберілуін түсіндіреді. Біз өткізгішті зарядсыздандыру мақсатында Жермен қосылған затқа жалғаймыз. (Мысалы, су құбырына, Жерге қағылған темірқазыққа, т.б.) Барлық электрлік әсерлер, электр өрісінен пайда болады. Сондықтан оларды қарастырып отырған дене мен қоршаған заттардың арасында кернеу болғанда ғана байқаймыз. Дене мен оны қоршаған заттар Жермен қосылғанда олардың арасындағы кернеулік, яғни электр өрісі жойылатындықтан, барлық электрлік әсерлер тоқтатылады.

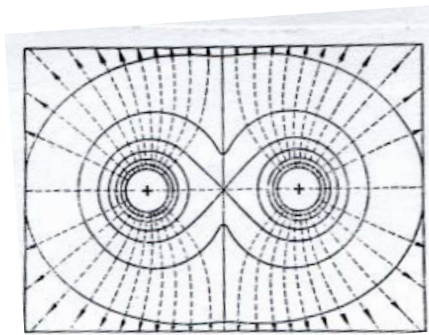
Электр өрісіндегі потенциалдары бірдей нүктелерді біріктірсек, потенциалдары тең эквипотенциалды беттерді аламыз. Ол төменде келтірілген теңдеумен сипатталады:

$$\varphi(x, y, z) = \text{const} \quad (11.4.22)$$

Эквипотенциалды беттерді пайдаланып, электр өрісін графикалық түрде кескіндей аламыз. Эквипотенциалды беттер сызбаның жазықтығымен қиылысып, эквипотенциалды сызықтарды береді. Потенциалдардың әртүрлі мәндеріне сәйкес келетін эквипотенциал сызықтарды сызу арқылы, біз

берілген өрісте потенциалдың қалай өзгертіндігін аламыз. Эквипотенциалдық беттердің барлық нүктелерінің потенциалдары бірдей болғандықтан, зарядтың беттегі қозғалысы жұмысты қажет етпейді. Сондықтан зарядқа әсер ететін күш әрқашан орын ауыстыруға перпендикуляр.

Бұдан күш сызықтарының эквипотенциалды беттерге перпендикуляр болатындығы шығады. (11.4.2-сызба)



11.4.2-сызба. Аттас зарядталған екі металдан жасалған шарлардың эквипотенциалды (тұтас) және күштік (үздік) сызықтары

Егер эквипотенциалды беттер белгілі болса, берілген өрістің күштік сызықтар арқылы эквипотенциалды беттерді кескіндей аламыз.

§11.5. Электростатикалық өрістегі өткізгіштер.

Өткізгіштегі және өткізгіш бетіне жақын жердегі электр өрісі. Өткізгіш-вакуум шекарасындағы шекаралық шарттар

Өткізгіштегі зарядтар тепе-теңдік күйде болуы үшін төмендегі шарттар орындалуы қажет:

а. Өткізгіштің ішіндегі барлық нүктелерде өрістің кернеулігі нөлге тең.

$$\vec{E} = 0 \quad (11.5.1)$$

ә. Өткізгіштің бетіндегі әрбір нүктедегі өрістің кернеулігі оған тұрғызылған нормальмен бағыттас болуы тиісті.

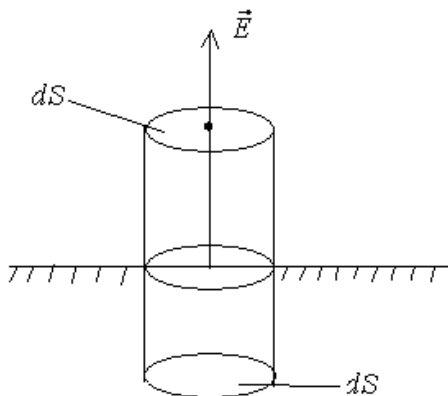
$$\vec{E} = \vec{E}_n \quad (11.5.2)$$

Яғни, зарядтар тепе-теңдікте болған жағдайда өткізгіштің беті эквипотенциалды болады.

Егер өткізгіш денеге қандай да бір заряд берсек, ол тепе-теңдік шартын бұзбай үлестіріледі. Денені шектейтін еркін алынған тұйық бетті қарастырайық. Зарядтар тепе-теңдік шарттарын қанағаттандырса, өткізгіш ішіндегі әрбір нүктеде өріс нөлге теңеледі. Сондықтан беттен өтетін электр $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$ ығысуының ағыны нөлге тең. Остроградский – Гаусс теоремасы бойынша беттің ішіндегі зарядтардың қосындысы да нөлге тең болады. Бұл тұжырымдама өткізгіш ішінде еркін алынған кез келген бет үшін орындалады. Сондықтан тепе-теңдік кезде өткізгіштің ішіндегі кез келген жерде артық заряд болмайды. Олардың барлығы өткізгіштің бетінде σ беттік тығыздықпен үлестіріледі. Өткізгіштің ішіндегі қандай да бір көлемнен затты сыртқа шығарсақ, тепе-теңдік күй өзгермейді. Өйткені өткізгіш ішінде артық зарядтар жоқ. Олай болса, қуыс өткізгіштегі артық зарядтар, тұтас өткізгіштегідей оның сыртқы бетінде үлестіріледі. Қуыстың ішкі бетінде артық зарядтар орналаса алмайды.

Бұл қорытынды берілген q зарядын құрайтын аттас элементар зарядтар тебіліс күшінің әсерінен бір-бірінен алыстайтындығынан шығады.

Өткізгіш бетіне тұрғызылған нормальдардан құрастырылған табанының аудандары dS (біреуі өткізгіш бетінің сыртында, екіншісі ішінде орналасқан) цилиндрді қарастырайық. (11.5.1-сызба)



11.5.1-сызба. Өткізгіш бетіне жақын жердегі электр өрісінің кернеулігі

Өткізгіштің ішінде \vec{E} немесе \vec{D} нөлге тең болғандықтан, беттің ішкі бөлігінен өтетін электр ығысуының ағыны нөлге теңеледі. Өткізгіштің сыртында оған жақын орналасқан жерде өрістің кернеулігі \vec{E} бетке нормаль бойынша бағытталған. Сондықтан өткізгіш сыртында орналасқан цилиндрдің бүйір бетінде $D_n = 0$, ал сырқы табанының ауданында $D_n = D$ (цилиндрдің сырттағы табаны өткізгіш бетіне өте жақын

орналасқан) қарастырып отырған беттен өтетін электр ығысуының ағыны мынаған тең:

$$d\Phi_D = DdS, \quad \Phi_D = \oint_S DdS \quad (11.5.3)$$

Цилиндрдің ішіндегі бөгде зарядтың шамасы σdS тең. Остроградский – Гаусс теоремасын пайдалансақ, төмендегі теңдіктер алынады:

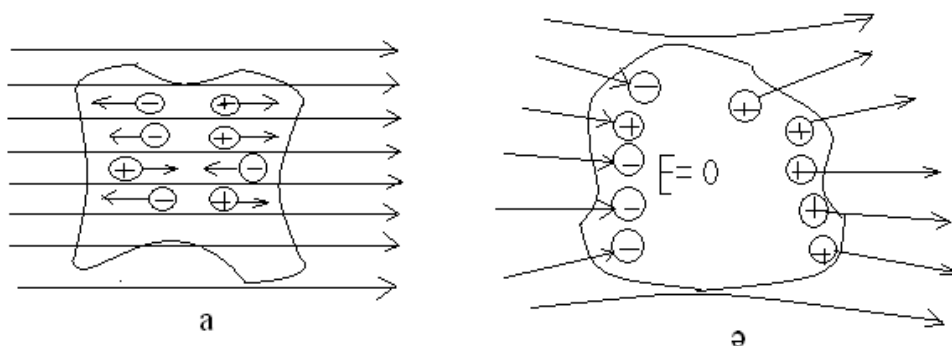
$$DdS = \sigma dS \text{ немесе } D = \sigma$$

Бұдан өткізгіш бетіне жақын жердегі электр өрісінің кернеулігі мына формуламен анықталатындығы шығады:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} \quad (11.5.4)$$

Өткізгіштің бетіндегі электр өрісінің кернеулігі зарядтардың беттік тығыздығымен анықталады.

Егер сыртқы электростатикалық өріске бейтарап өткізгішті орналастырсақ, еркін оң зарядтар өріс бағытымен, теріс зарядтар өріс бағытына қарсы қозғалып орын ауыстырады. (11.5.2-сызба, а, ә)



11.5.2-сызба.

- а. Сыртқы электр өрісінде бейтарап өткізгіштегі еркін зарядтардың қозғалысы.
 ә. Өткізгіш ішіндегі электр өрісінің кернеулігі нөлге тең.

Өткізгіштің бір ұшында оң, ал екінші ұшында теріс зарядтардың басым бөлігі шоғырланады. Бұл зарядтарды индукцияланған деп атайды. Еркін зарядтардың қозғалу үрдісі өткізгіштің ішіндегі өрістің кернеулігі нөлге теңеліп, сыртындағы кернеуліктің күш сызықтары оның бетіне перпендикуляр болғанша өтеді. (11.5.2 ә-сызба).

Сонымен электростатикалық өріске енгізілген бейтарап өткізгіш кернеулік сызықтарының бір бөлігін үзеді. Олар теріс индукцияланған зарядтарда аяқталып, қайтадан оң зарядтардан бастау алады. Индукциялан-

ған зарядтар өткізгіштің сыртқы бетінде үлестіріледі. Сыртқы электростатикалық өрісте өткізгіштің бетіндегі зарядтардың қайта үлестірілуі электростатикалық индукция құбылысы деп аталады. Электр өрісінің кернеулігі нөлге тең қуыс өткізгішті жермен қоссақ, қуыстың ішінде орналасқан барлық нүктелердің потенциалдары нөлге тең болады.

Яғни, қуыс сыртқы электростатикалық өрістің әсерінен толығымен оқшауланады. Өлшеуіш құралдарды сыртқы электростатикалық өрістен қорғау осы құбылысқа негізделген. Зарядтардың өткізгіштердің сыртқы беттерінде орналасу қасиеттері, үлкен зарядты жинақтап бірнеше миллиондаған вольт потенциалдар айырымын алатын электростатикалық генераторда қолданылады.

\vec{E} векторының нормальдық құраушысы пішіні кез келген зарядталған беттен өткенде оның сыртындағы зарядқа тәуелсіз секіріп өзгереді. Өйткені беттің екі жағында орналасқан беттік зарядтардың өрістері қарама-қарсы бағытталған. Қарастырып отырған бетті электр векторын үзетін беттер деп атайды. Үзілу бетінде К.Гаусстың дифференциалдық теңдеуін қолдана алмағандықтан, оны төмендегі теңдікпен алмастырамыз:

$$E_{2n} - E_{1n} = 4\pi\sigma \quad (11.5.6)$$

(11.5.6) теңдігі \vec{E} векторының шекаралық шартын анықтайды.

§11.6. Электр сыйымдылық. Конденсаторлар. Әртүрлі геометриялық пішіндегі конденсаторлардың сыйымдылығы

Өткізгішке берілген заряд оның бетінде ішіндегі өрістің кернеулігі нөлге теңелетіндей етіп үлестіріледі. Мұндай үлестірілу жалғыз болғандықтан, q заряды бар өткізгішке тағы шамасы осындай заряд берсек, ол да алғашқы зарядтай үлестіріледі. Бұл шарт орындалмаған жағдайда ол өткізгіште нөлден ерекше өріс туғызады. Аталған құбылыс басқа өткізгіштер мен денелерден және зарядтардан алыста орналасқан өткізгіш үшін орындалады. Егер берілген өткізгішке жақын аймақта басқа денелер болса, өткізгішке жаңа зарядтардың берілуі, осы денелердің полярланған немесе индукцияланған зарядтардың өзгерулерінің нәтижесінде тепе-теңдік бұзылады. Шамалары жағынан әртүрлі зарядтар алысталған (басқалардан алыстатылған) өткізгіште, өткізгіш бетінде еркін алынған екі нүктедегі зарядтардың тығыздықтарының қатынасы бірдей болатындай етіп үлестіріледі. Бұдан алысталған өткізгіштің потенциалы ондағы зарядқа пропорционал екендігі шығады. Шындығында, өткізгіштегі зарядты бірнеше есеге арттырсақ, өткізгішті қоршаған кеңістіктің әрбір нүктесінде өріс

кернеулігі сонша есеге көбейеді. Осыған сәйкес шексіздіктен өткізгіштің бетіне бірлік оң зарядты әкелгенде істелетін жұмыс, яғни потенциал сонша есеге өседі. Сондықтан ажыратылған өткізгіш үшін мына теңдік орындалады:

$$q = C\varphi \quad (11.6.1)$$

Мұндағы, пропорционалдық C коэффициенті электр сыйымдылық деп аталады. Немесе

$$C = \frac{\varphi}{q} \quad (11.6.2)$$

Өткізгіштің электр сыйымдылығы сан жағынан оның потенциалын бірлік шамаға көтеретін зарядқа тең.

Өткізгіштің сыйымдылығы оның ішіндегі қуыстың пішіні мен өлшемдеріне, арасындағы затқа тәуелді, ал материалдарына және агрегаттық күйіне байланысты емес. Өйткені зарядтардың басым бөлігі өткізгіштің сыртқы бетіне шоғырланады. Сонымен қатар сыйымдылық өткізгіштің зарядына және потенциалына тәуелсіз. Өткізгіштің сыйымдылығы үлкен болу үшін өлшемдерінің өте үлкен болуы қажет.

Арасында электр кернеулігі бар, ығысу сызықтары біреуінен шығып екіншісіне аяқталатын қос өткізгішті қарапайым конденсатор немесе конденсатор деп атайды. C_0 кез келген конденсатордың астарларының арасындағы кеңістік вакуум, ал C қандай да бір біртекті изолятор болғандағы электр сыйымдылықтар болсын делік.

$$\varepsilon = \frac{C}{C_0} \quad (11.6.3)$$

қатынасы изолятордың диэлектрлік өтімділігін өрнектейді. Диэлектрлік өтімділік заттың тегіне, электрлік қасиеттеріне, күйіне (температураға, қысымға және т.б.) тәуелді шамаларды сипаттайды. Пішіні қарапайым конденсаторлардың сыйымдылықтарын есептейік. Конденсаторың әрқайсысында заряд бар деп алып, оның электр өрісіндегі $U(x, y, z)$ потенциалын табамыз. Егер осы есепті шешсек, онда конденсатордың астарындағы кернеулік U табылады. Содан соң сыйымдылықты (11.6.2) формуласымен есептейміз. Кейбір мысалдарды қарастырайық.

Жазық конденсатор. Шеттік эффектілерді ескермеу үшін пластинкалар арасындағы саңылау, олардың өлшемдерінен едәуір кіші деп аламыз. Егер астарлардың бірлік аудандарындағы заряд σ , ал диэлектрик вакуум болса, олардың арасындағы толық кернеу мынаған тең:

$$U = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} \quad (11.6.4)$$

Мұндағы, d - астарлардың арақашықтығы.

Әрбір пластинаның ауданын S деп алсақ, ондағы толық заряд $q = \sigma S$ теңдігімен анықталатындықтан, сыйымдылық төмендегі формуламен есептеледі:

$$C = \frac{q}{U} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

Астарлардың арасындағы кеңістік диэлектрик өтімділігі ε затпен толтырылса, сыйымдылық ε есе артық болады:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \quad (11.6.5)$$

Астарлардың арақашықтығын кемітсек, сыйымдылық артады:

Шар пішінді конденсатор. Конденсаторлардың астарларындағы зарядтың шамасы q болса, олардың вакуумдегі астарларының арасындағы кернеу мына формуламен анықталады:

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Мұндағы, a және b ішкі және сыртқы астарлардың радиусы. Сондықтан вакуумдегі шардың электр сыйымдылығы мынаған тең:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \quad (11.6.6)$$

Егер $b \gg a$ болса, формула төмендегідей түрленеді:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 a \quad (11.6.7)$$

Цилиндрлік конденсатор. Конденсатор сыртқы және ішкі радиустары a, b коакциальдық цилиндрлерден тұрсын делік. Цилиндрдің ұзындығы астарлардың арасындағы саңылаудан едәуір үлкен деп алсақ, астарлар арасындағы кернеу мына формуламен анықталады:

$$U = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$$

Мұндағы, q_1 цилиндрлердің бірлік ұзындығындағы заряд. Сондықтан вакуумдегі цилиндрлік конденсатордың әрбір бірлік ұзындығының электр сыйымдылығы мына формуламен өрнектеледі:

$$C_1 = \frac{q_1}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} \quad (11.6.8)$$

Бұл формула сырты изоляторомен қапталған металл өткізгіштерден тұратын кабельдің сыйымдылығын береді.

§11.7. Электр өрісінің өзара әсерлесу энергиясы.

Зарядталған конденсаторлар және өткізгіштер жүйесінің энергиясы. Электр өрісінің энергиясының көлемдік тығыздығы

Электростатикалық әсерлесу күштері консервативті болғандықтан, зарядтар жүйесінің потенциалдық энергиясы бар. Бір-бірінен r қашықтықта орналасқан нүктелік q_1 және q_2 зарядтарының потенциалдық энергиясын анықтайық.

Зарядтардың әрқайсысының екіншісінің өрісіндегі потенциалдық энергиясы төмендегі формулалармен өрнектеледі:

$$W_1 = q_1\varphi_{12}, \quad W_2 = q_2\varphi_{21}$$

Мұндағы, φ_{12} , φ_{21} , q_2 зарядының q_1 заряды және q_1 зарядының q_2 заряды орналасқан нүктелерде туғызатын потенциалдары. (11.4.9) формуласы бойынша мына өрнектерді аламыз:

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_2}{r}, \quad \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1}{r}$$

Бұдан

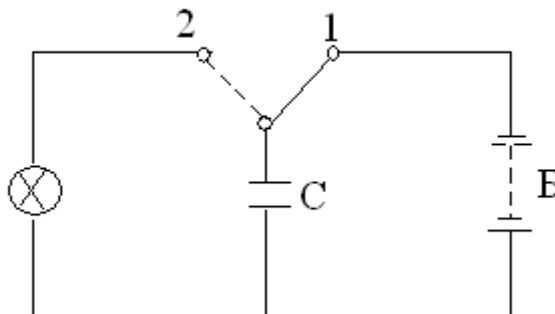
$W_1 = W_2 = W$ және $W = q_1\varphi_{12} = q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21})$ теңдіктері шығады.

Екі зарядтар жүйесіне q_3, q_4, \dots, q_n зарядтарын қоссақ, n зарядтар жүйесі үшін әсерлесу энергиясы төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i \quad (11.7.1)$$

Мұндағы φ_i, q_i -ші зарядтан басқа зарядтардың q_i заряды орналасқан нүктеде туғызатын потенциалы. (11.7.1) теңдеуі зарядталған өткізгіштің энергиясын береді.

Егер зарядталған конденсаторлардың астарларын өткізгіш арқылы тұйықтасақ, тоқ пайда болып ол зарядсызданады. Конденсатордың зарядсыздану тоғының әсерінен өткізгіште жылу бөлінеді. Яғни, конденсатордың энергиясы бар. 11.7.1-сызбада көрсетілген K кілтті 1-ші нүктеге апарсақ, C конденсаторы B батареяларымен қосылып зарядталады. Кілтті екінші нүктеге апарсақ, конденсатор электр шамы арқылы зарядсызданады.



11.7.1-сызба. Электр шамы арқылы конденсатор зарядсызданғанда оның энергиясы жылуға айналады

Зарядталған конденсатордың энергиясын есептейік. Зарядсыздану уақытындағы конденсатордың астарларындағы кернеудің лездік мәнін U деп аламыз. Егер астарлардың арасынан зарядтың dq мөлшері тасымалданса, электр күшінің жұмысы мына формуламен анықталатындығы бізге алдыңғы параграфтардан белгілі:

$$dA = Udq = |dq = CdU| = C \cdot UdU$$

Конденсатордың W энергиясына тең электр күшінің істейтін толық жұмысы осы өрнекті интегралдап табамыз:

$$A = W = C \int_0^u UdU = \frac{1}{2} CU^2 \quad (11.7.2)$$

Батареялардың кернеуін арттырсақ, электр шамының жарқ етуі күшейеді. Кернеуді өзгертпей, конденсатордың сыйымдылығын ұлғайтсақ, электр шамының қызуы артады.

(11.7.2) формуласын түрлендіріп;

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \left| U = \frac{q}{C} \right| = \frac{1}{2C}q^2 = \frac{1}{2}qU \quad (11.7.3)$$

жазық конденсатордағы электр өрісінің энергиясын анықтайық:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \left| C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \right| = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \left(\frac{U}{d} \right)^2 Sd$$

Мұндағы, $\frac{U}{d} = E$ конденсатор астарларының арасындағы электр өрісінің кернеулігі. Астарының ауданы S , биіктігі d жазық конденсатордың көлемі Sd тең. Олай болса;

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V \quad (11.7.4)$$

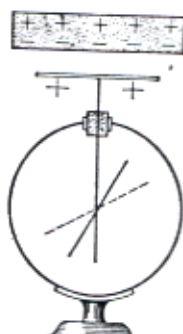
(11.7.3), (11.7.4) формулалары конденсатордың энергиясының астарларындағы зарядтың шамасымен және өрістің кернеулігімен байланысын сипаттайды. Электростатика (уақытқа байланысты өріс өзгермейді) энергияның қайда шоғырланғандығына және оны не тасымалдайтынына (заряд немесе өріс) жауап бере алмайды. Уақытқа байланысты өзгертін өріс оларды туғызатын зарядтарсыз пайда болып, кеңістікте электромагниттік өріс түрінде тарайтындығы тәжірибе жүзінде дәлелденген. Мысалы, Күннен Жерге келетін энергия, радио және теледидардағы дауыстар, телефон арқылы байланыс, т.б. электромагниттік толқын арқылы тасымалданады. Аталған фактілер энергияны өріс тасымалдайтындығын көрсетеді. Егер өріс біртекті болса, оның кеңістікте үлестірілуі энергияның көлемдік тығыздығымен анықталады:

$$W = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \left| D = \varepsilon_0 \varepsilon E \right| = \frac{ED}{2}$$

Конденсаторлардың энергия қорын жинақтау қасиеттері техникада кеңінен қолданылады.

§11.8. Электростатикалық өрістегі диэлектриктер. Үйектелген зарядтар

Электр тоғын өткізуге қабілеттілігі жоқ заттарды диэлектриктер деп атайды. Диэлектриктер өткізгіштермен салыстырғанда тоқты $10^{15} - 10^{20}$ есе нашар өткізеді. Электр өрісіне қандайда бір диэлектрикті енгізсек, өріс сонымен қатар диэлектрикте өзгеріске ұшырайды. Өйткені атомдар мен молекулалардың құрамында оң зарядталған ядролар және теріс зарядталған электрондар бар. Барлық молекулалар зарядтарының шамаларының қосындысы нөлге тең жүйеден тұрады. Диэлектрик енгізілген өрістің неге өзгертіндігін ұғыну үшін тәжірибелерге жүгінейік. Электрометрді зарядтап, оның көрсеткішін белгілеп, оған қандайда бір зарядталмаған диэлектрик денені, мысалы қалың шыны пластинканы жақындатамыз (11.8.1-сызба)



11.8.1-сызба. Зарядталмаған диэлектрикті электрометрге жақындатқанда оның көрсетуі кемиді

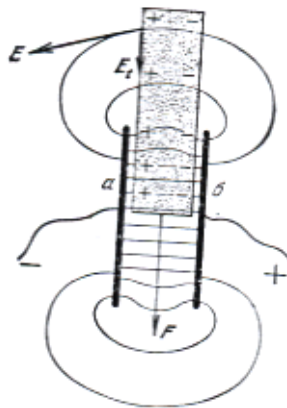
Электрометрге пластинканы жақындатқанда оның көрсеткіші кеміп, алыстатқанда қайта бастапқы орнына келетіндігін көреміз. Егер диэлектриктің орнына электрометрге өткізгішті жақындатсақ, осыған ұқсас құбылыс байқалады. Өткізгіште пайда болған индукциялық зарядтар өрісті өзгертіндігі бізге мәлім. Бұдан электр өрісіндегі диэлектрикте зарядтар пайда болады деп қорытынды жасаймыз.

Диэлектриктің денеге жақын бөлігінде дененің зарядымен әр аттас, алыс орналасқан бөлігінде аттас зарядтар туындайды. Диэлектриктердегі зарядтардың пайда болуы, бастапқыда зарядталмаса да, оларға әсер ететін күшті тудырады. Шыны таяқшаны жіңішке жіпке іліп, оған зарядталған шарды жақындатайық. Таяқша бұрылып, осы шардың центріне бағытталған күш сызықтарының бойымен орналасады. (11.8.2-сызба)



11.8.2-сызба. Диэлектрик таяқша электр өрісінде бұрылып, күш сызықтарының бойымен орналасады

Бұл таяқшаның шарға жақын бөлігінде шардың зарядына әр аттас, ал алыстатылған бөлігінде аттас зарядтар туындайтынын көрсетеді. Осыған ұқсас күшті мынадай тәжірибеден байқауға болады. Таразы иінінің бір ұшына ілінген шыны пластинаны бекітілген жазық конденсаторлардың астарларының арасына оларға жанаспайтындай етіп орналастырып, таразыны екі жағын теңестіреміз. Конденсатордың қалақшаларын бірнеше мыңдаған вольт кернеудің көзімен қосып, электр өрісін туғызсақ, шыны таяқша электр өрісіне тартылып тепе-теңдігі бұзылады. Күштің пайда болу себебін 11.8.3-сызбаны пайдаланып түсіндірейік. Электр өрісіндегі шыны таяқшада зарядтар пайда болады. Біртекті емес өрістің аймағында (астарлардың шеттеріне жақын) конденсатордың өрісінің \vec{E} кернеулігінің оның астарларына параллель а,б, \vec{E}_t құраушысы туындайды. Сондықтан шыны таяқшаға конденсатордың ішіне қарай бағытталған күш әсер етеді.

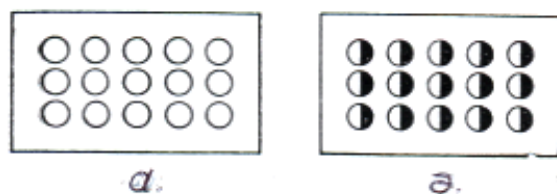


11.8.3-сызба. Диэлектрик пластина электр өрісіне тартылады

Келтірілген тәжірибелер алғашқыда зарядталмаған диэлектриктерде электр өрісінде зарядтар пайда болатындығын көрсетеді. Тәжірибеде

көрсетілгендей диэлектриктерде полюстардың пайда болуын, диэлектриктердің үйектелуі деп атайды. Ал электр өрісіндегі диэлектриктерде зарядтардың туындауы зарядтардың полярлануы деп аталады.

Диэлектриктердегі үйектелу құбылысы өткізгіштердегі индукция құбылысымен ұқсас болғанымен олардың арасында өте маңызды айырмашылықтар бар. Электр өрісіндегі өткізгішті бөліктерге бөліп айыру арқылы индукциялық зарядтарды бір-бірінен ажыртамыз. Сондықтан өріс жойылғаннан соң өткізгіштің ажыратылған бөліктері зарядын сақтап қалады. Электр өрісіндегі диэлектриктерді бөліктерге бөліп, оларды бір-бірінен ажыратып алсақ, электр өрісі жоқ болған кезде оның әрбір бөлігінің заряды (бейтарап күй) болмайды. Яғни, үйектелген зарядтарды бір-бірінен бөліп алу мүмкін емес. Өйткені диэлектриктерде екі таңбадағы зарядтар бір-бірімен байланыста болғандықтан, бір молекуланың өлшеміндей қашықтыққа ығыса алады. Диэлектриктің үйектелу құбылысында оның әрбір молекуласындағы зарядтар қарама-қарсы бағытта ығысып, молекуланың бір шетінде оң, ал екінші шетінде теріс зарядтар шоғырланады (11.8.4 а-сызба). Бұл жағдайда әрбір молекула электрлік диполь ретінде қарастырылады. Үйектелмеген диэлектриктің моделі (электр өрісі жоқ болғанда) оң және теріс зарядтары тең молекулалардың жиынтығы ретінде 11.8.4 ә-сызбада келтірілген.



11.8.4-сызба. Үйектелмеген (а) және үйектелген (ә) диэлектриктердің моделі

§11.9. Диэлектриктің түрлері. Диэлектриктік өтімділік және оның температураға тәуелділігі. Электрлік ығысу. Екі диэлектриктің шекараларындағы шарттар

Басқа денелерге ұқсас диэлектриктерде атомдар мен молекулалардан тұратындықтан, оң зарядтар атомның ядросында, теріс зарядтар электрондық қабаттарда шоғырланады. Барлық молекулаларының ядроларының оң зарядтарының қосындысы электрондардың зарядтарының қосындысына тең. Сондықтан молекула электрлік бейтарап күйде болады. Молекулалардың ядроларының оң зарядтарын, оң зарядтардың ауырлық центріне орналасқан шамасы солардың қосындысына тең $+q$ зарядымен

алмастырайық. Ал барлық электрондардың зарядын, теріс зарядтардың қосындысына тең ауырлық центрінде орналасқан $-q$ зарядымен алмастырылған молекулаларды электр моменті

$\vec{p} = q\vec{l}$ өрнегімен анықталатын диполь ретінде қарастыруға болады.

Диэлектриктердің бірінші тобын молекулаларының құрылымы симметриялы, сыртқы электр өрісі жоқ болғанда оң және теріс зарядтардың ауырлық центрі беттесетін ($N_2, H_2, O_2, CO_2, CH_4, \dots$), яғни молекулаларының дипольдық моменті нөлге тең заттар құрайды. Сыртқы электр өрісінің әсерінен полярлы емес молекуланың зарядтары қарама-қарсы бағытта ығысып, молекулада дипольдік момент туындайды. Диэлектриктердің екінші тобы молекулалары асимметриялы ($H_2O, NH_3, SO_2, CO, \dots$) оң және теріс зарядтарының центрлері беттеспейтін заттардан тұрады. Сондықтан бұл молекулалар сыртқы электр өрісі жоқ болғанда, дипольдік моментті иеленеді. Мұндай диэлектриктердің молекулалары полярлы болады. Сыртқы өріс жоқ болғанда, жылулық қозғалыстың әсерінен полярлық молекулалардың дипольдары кеңістікте хаосты (ретсіз) орналасады. Сондықтан оның қорытқы моменті нөлге теңеледі.

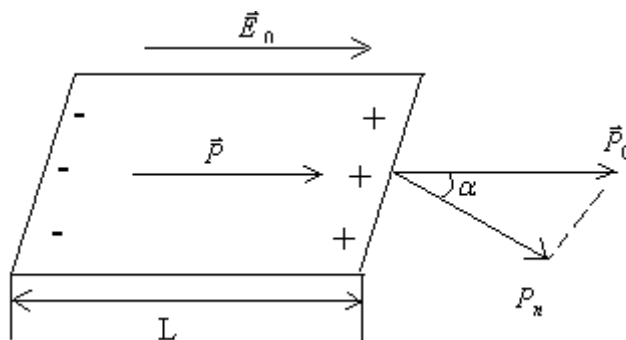
Диэлектриктердің үшінші тобына молекулалары иондық құрылымынан тұратын ($NaCl, KCl, KBr, \dots$) заттар жатады. Иондық кристалдарда таңбалары әртүрлі иондар кеңістік торлардың түйіндерінде кезектесіп отырады. Иондық кристалды электр өрісіне орналастырғанда кристалдық тор деформацияланады. Диэлектриктің үш түріне сәйкес, үйектелуді де үшке бөлінеді. Электрондық немесе деформациялық үйектелуге электронды орбиталардың деформациялануынан атомдарда индукцияланған дипольдық моментінің туындайтыны жатады.

Иондық үйектелінуге иондық кристалдық торда оң зарядтардың өріс бойымен, ал теріс зарядтардың өріске қарсы қозғалысының салдарынан дипольдық элементтердің туындауын жатқызуға болады. Полярлы молекулалардың дипольдары өріс бойынша орналасса, оны бағдарлану немесе дипольдық үйектелу деп атайды.

Диэлектриктің үйектелуінің мөлшерлік сипаттамасын анықтау мақсатында арнайы үйектелу векторы деп аталатын физикалық шама енгізіледі. Диэлектриктің үйектелу векторы деп, оның бірлік көлеміндегі электр моментін айтады. Ол бірлік көлемінде орналасқан молекулалардың электрлік моментінің қосындылармен анықталады:

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i \quad (11.9.1)$$

Егер диэлектрик біртекті және зарядтардың ығысуы \vec{l} барлық нүктелерде бірдей болса, \vec{P} векторы диэлектриктің барлық көлемі бойынша бірдей болады. Мұндай үйектелу біртекті деп аталады. Үйектелу векторы \vec{P} берілсе, үйектелу зарядын, керісінше үйектелу зарядтары белгілі болса, үйектелу векторын анықтай аламыз. Үйектелуді біртекті деп алып, электр өрісінде табанының ауданы S , \vec{P} векторына параллель қырының ұзындығы L призма пішінді диэлектрикті қарастырамыз (11.9.1-сызба)



11.9.1-сызба. Үйектелу векторын \vec{P} анықтау

Призманың бір табанында беттік тығыздығы $-\sigma'$ теріс, екіншісінде беттік тығыздығы $+\sigma'$ оң зарядтар туындайды. Призманың электр моменті мына формуламен өрнектеледі:

$$p = \sigma' SL \quad (11.9.2)$$

Призманың табанына тұрғызылған нормальмен \vec{P} векторының арасындағы α бұрышты арқылы белгілесек, оның көлемі τ мынаған тең:

$$\tau = SL \cos \alpha \quad (11.9.3)$$

Сондықтан

$$p = \frac{\sigma' \tau}{\cos \alpha}$$

өрнегі шығады. Екінші жағынан осы шаманы бірлік көлемдегі электр моментімен өрнектейік:

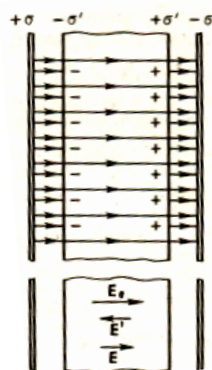
$$p = P \tau$$

Соңғы екі өрнекті теңестірсек, мына теңдікті аламыз:

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n \quad (11.9.4)$$

Призманың оң жағы үшін α бұрышы сүйір ($\cos \alpha > 0$) және σ' оң, сол жағы үшін α бұрышы доғал ($\cos \alpha < 0$) және σ' теріс. Алынған нәтиже үйектелген зарядтардың беттік тығыздығы беттің берілген нүктесіндегі үйектелу \vec{P} векторының нормальдық құраушысына тең екендігін көрсетеді. Зарядтардың ығысу бағытына перпендикуляр бірлік беттен өтетін заряд мөлшері үйектелу векторының шамасына тең.

Егер векторының мәні әртүрлі нүктелерде бірдей болмаса, онда диэлектрикте көлемдік зарядтар пайда болады. Диэлектриктегі өрістің мөлшерлік заңдылықтарын анықтау үшін біртекті диэлектрикпен толтырылған жазық конденсаторды қарастырамыз. (11.9.2-сызба)



11.9.2-сызба. Диэлектриктің ішіндегі электр өрісі

Диэлектриктің ішіндегі электр өрісінің кернеулігі \vec{E} конденсаторлардың астарларындағы зарядтардың \vec{E}_0 және үйектелген диэлектриктің туғызатын \vec{E}' электр өрістерінің кернеуліктерінің қосындысынан тұрады.

$E_0 = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ қатынасымен анықталады. Мұндағы, σ конденсатордың

астарларындағы зарядтың беттік тығыздығы $E' = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ қатынасына тең.

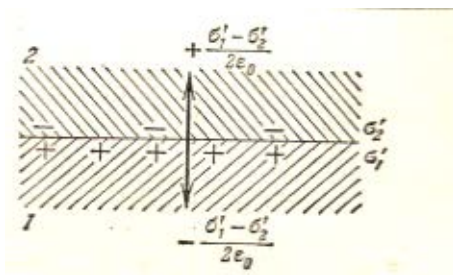
Мұндағы σ' үйектелген зарядтардың беттік тығыздығы. Олай болса, диэлектриктің ішіндегі өріс мына формуламен есептеледі:

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0}$$

Диэлектриктің ішіндегі кернеулік конденсаторлардың астарларындағы зарядтардың беттік тығыздығы $(\sigma - \sigma')$ тең болғанда вакуумдағы электр өрісінің кернеулігімен сәйкес келеді. Конденсаторлардың астарларындағы

зарядпен үйектелген зарядтардың айырымы еркін зарядтарды береді. Диэлектриктерде үйектелу нәтижесінде пайда болатын компенсацияланбаған зарядтарды байланысқан зарядтар деп аталады.

Екі біртекті (1,2) және біртекті үйектелген диэлектриктердің шекарасын қарастырайық. Әрбір диэлектриктің шекараға жақын бетінде, беттік тығыздықтары σ'_1, σ'_2 таңбалары қарама-қарсы зарядтар туындайды. (11.9.4-сызба) Бөліну шекарасы беттік тығыздығының шамасы $(\sigma'_1 - \sigma'_2)$ айырымына тең зарядпен зарядталуының салдарынан оған перпендикуляр бағытта кернеулігі $\frac{\sigma'_1 - \sigma'_2}{2\epsilon_0}$ тең қосымша электр өрісі туындайды. (11.9.3-сызба)



11.9.3-сызба. Екі диэлектриктің шекарасында туындайтын үйектелген зарядтар және оның электр өрісі

Диэлектриктің әрқайсысындағы толық кернеуліктерді \vec{E}_1, \vec{E}_2 арқылы белгілеп, оларды екі құраушыларға; бөліну шекарасына жанамамен (E_{1t}, E_{2t}) және шекараға перпендикуляр бағытталған (E_{n1}, E_{n2}) құраушыларға жіктейміз. Нормаль 1-ші диэлектриктен екіншісіне бағытталған. Бөліну шекарасындағы зарядтардың өрісі бетке перпендикуляр болғандықтан, өрістің жанама құраушылары өзгермейді. Яғни, төмендегі теңдік орындалады:

$$E_{1t} = E_{2t} \quad (11.9.5)$$

Керісінше, өрістің нормальдық құраушылары әртүрлі және олардың айырымы мына өрнекпен анықталады:

$$E_{n2} - E_{n1} = \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_2)}{\epsilon_0} = \frac{(P_{n1} - P_{n2})}{\epsilon_0} \quad (11.9.6)$$

Мұндағы, P_{n1}, P_{n2} әрбір диэлектриктегі үйектелу векторының нормальдық құраушылары. Өріс кернеулігінің нормальдық құраушысы күш сызықтарының бірлік беттен өтетін ағынына тең. Сондықтан 1-ші және 2-ші диэлектриктердің бөліну шекараларының бірлік бетінен өтетін күш

сызықтарының мөлшері бір-біріне теңелмейтіндіктен, шекарада олар үзіліске ұшырайды. Вакуумдегі электр ығысуын $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ диэлектрик үшін мынадай түрде толықтырып жазсақ;

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (11.9.7)$$

шекараға перпендикуляр электр ығысуының құраушылары үздіксіз болады:

$$D_{n1} = D_{n2} \quad (11.9.8)$$

D_{n1} , 1-ші диэлектриктің бірлік бетінен өтетін ығысу сызықтарының санына, ал D_{n2} 2-ші диэлектриктің бірлік бетінен өтетін ығысу сызығының санына тең шамалар. (11.9.8) теңдігінен электр ығысуының сызықтары шекарада үзілмейтіндігі шығады. Сондықтан біртекті емес диэлектриктерде электр өрісін сипаттау үшін электр ығысуын пайдаланған өте қолайлы.

(11.9.5), (11.9.8) теңдіктері \vec{E} және \vec{D} векторының екі диэлектриктің шекарасында қанағаттандыратын шарттарын анықтайды. Егер үйектелу өрістің кернеулігінің бағытына тәуелсіз болса, (\vec{P} барлық пластиналарда бірдей), диэлектриктерді изотропты деп атайды. Изотропты диэлектриктерде зарядтардың ығысуы электр өрісінің кернеулігінің бағытымен өтетіндіктен \vec{E} және \vec{P} векторлары әрқашан параллель орналасады. Көптеген жағдайларда бұл шарт орындалмайды. Мысалы, кварц кристалындағы электр ығысуын қарастырсақ, өрістің \vec{E} бір мәнінде \vec{D} әртүрлі мәндерді иеленеді. Бұл құбылыс кварцтың диэлектрлік қасиеттерінің өрістің бағытына тәуелділігін көрсетеді. Осыған ұқсас диэлектриктерді анизотропты деп атайды. Электр өрісі үлкен аралықта өзгергенде үйектелудің өрістің \vec{E} кернеулігіне пропорционал екендігі тәжірибе жүзінде дәлелденген. Сондықтан изотропты диэлектрик үшін төмендегі теңдік орындалады:

$$\vec{P} = \alpha \varepsilon_0 \vec{E} \quad (11.9.9)$$

Мұндағы, α скалярлық шама. Оны берілген заттың диэлектрлік алғырлығы деп атайды. (11.9.9) теңдігіне (11.9.7) өрнегін қойсақ, төмендегі теңдік шығады:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \quad (11.9.10)$$

Мұндағы,

$$\varepsilon = 1 + \alpha \quad (11.9.11)$$

Заттың салыстырмалы диэлектрик өтімділігі. (11.9.10) формуласынан конденсатордың ішіндегі электрлік ығысу ε есе артатындығын көреміз. Олай болса, конденсатордың астарларындағы зарядтың шамасымен оның сыйымдылығы сонша есеге артады. Барлық денелердің молекулалары электр моментінің p_0 болу-болмауына тәуелсіз квазисерпімді үйектеледі. Үйектелуді β арқылы белгілеп, қатты дипольді диэлектриктің үйектелуі квазисерпімді және қатты дипольдің реттелген бағдарлануына сәйкес келетін үйектелудің қосындысынан тұратындығын ескерсек, мына қатынасты аламыз:

$$\varepsilon - 1 = 4\pi\alpha = 4\pi N \left(\beta + \frac{1}{3} \frac{p_0^2}{kT} \right) \quad (11.9.12)$$

Диэлектрлік өтімділіктің T температурамен τ тығыздыққа тәуелдігін анықтау үшін бірлік көлемдегі молекулалар санын N , тығыздығын τ , ал молярлық массасын M , Авогадро саны $N_A = 6,06 \cdot 10^{23}$ арқылы белгілесек төмендегі қатынас шығады:

$$N = \frac{\tau N_A}{M} \quad (11.9.13)$$

Осы өрнекті (11.9.12) теңдігіне қойып, мына қатынасты аламыз:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\tau} = \frac{4\pi N_A}{M} \left(\beta + \frac{1}{3} \frac{P^2}{kT} \right) \quad (11.9.14)$$

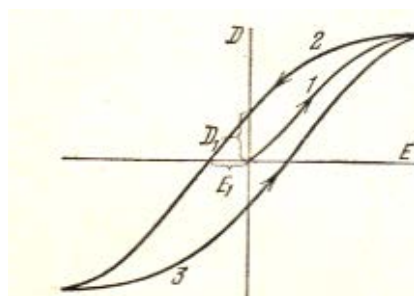
Формуладан $p = 0$, $\tau = const$ болса, (квазисерпімді дипольдар) ε -нің температураға тәуелсіз екендігі шығады. Қатты дипольді молекулалардан тұратын диэлектриктерде температураға кері пропорционал. Яғни, температура артса, диэлектрлік өтімділік кемиді.

Қатты күйдегі кейбір химиялық қоспалардың әдеттегіден ерекше төмендегідей қасиеттері бар: ($NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ сегнет тұздары).

а. Сегнет тұздарының диэлектрлік өтімділігі қандай да бір температура аралығында өте үлкен (10 000) мәнге жетеді.

ә. Электрлік ығысу өріске пропорционал емес, яғни диэлектрлік өтімділік өрістің кернеулігіне тәуелді.

б. Сегнет тұзының электрлік ығысуының мәні тек электр өрісінің кернеулігімен анықталмайды. Сонымен қатар ол үйектелудің алдыңғы күйлеріне тәуелді. Бұл құбылыс диэлектрлік гистерезис деп аталады. Электр ығысуының D өрістің кернеулігіне тәуелділігі 11.9.4-сызбасында кескінделген.



11.9.4-сызба. Сегнетоэлектриктердегі диэлектрлік гистерезис

Алғашқыда өрісті арттырғанда ығысудың өрісі 1-ші сызықты емес қисықпен кескінделеді. Егер электр өрісін кемітсек, ығысу екінші қисықтың бойымен азаяды. Өріс нөлге теңелгенде ығысу D_1 , тең болады. Бұл сегнет тұзында қалдық үйектелу бар екендігін дәлелдейді. Сегнет тұзы сыртқы электр өрісі жоқ болғанда да үйектелген болып қалады.

Қалдық үйектелуді жою үшін кері бағытта E_1 электр өрісін тұрғызу қажет. Электр өрісін әрі қарай циклді түрде өзгертсек, ығысудың өзгерісі гистерезис тұзағымен кескінделеді. Сегнетоэлектрлік қасиеттер температураға тәуелді. Қандай да бір T_k температурасында сегнетоэлектрлік кәдімгі диэлектрлікке өтеді. T_k әртүрлі заттар үшін біртекті емес Кюри температурасы. Сегнетоэлектриктер практикада кеңінен қолданылады. Сегнетоэлектриктердің негізінде оларға әртүрлі қоспаларды енгізу арқылы өлшемдері кіші сыйымдылықтары үлкен конденсаторлар алынады. Механикалық деформацияға ұшыраған кейбір кристалдарда сыртқы өріссіз үйектеліну туындайды. Бұл құбылыс пьезоэлектрлік эффект деп аталады. Кейбір кристалдарда кері құбылыс байқалады. Мысалы, кристалдарда үйектелінудің пайда болуы механикалық деформацияны туғызады. Пьезоэлектрлік (тура, кері) құбылыс әртүрлі электромеханикалық түрлендіргіштерде кеңінен қолданылады.

Қазіргі таңда пьезоэлементтердің тербелісі (кернеудің әсерінен деформациялануы) медицинада, техникада және күнделікті өмірде пайдаланылатын әртүрлі жиіліктердегі толқындар (мысалы ультрадыбыстарды) алынады.

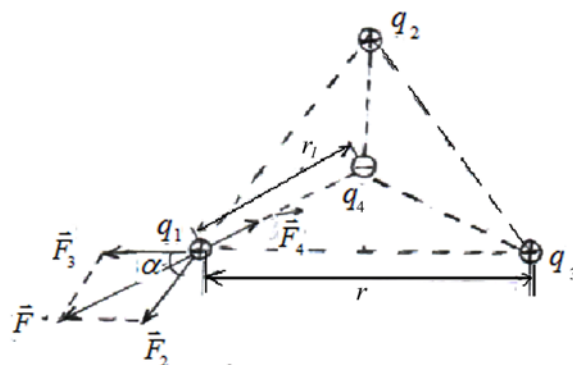
Есептер мен мысалдар

Үш таңбалары оң бірдей $q_1 = q_2 = q_3 = 1 \text{ нКл}$ тең қабырғалы үшбұрыштың төбелерінде орналасқан (1-сурет). Үшбұрыштың центріне таңбасы q_4 шамасы қандай зарядты орналастырғанда жүйе тепе-теңдік күйін сақтайды?

Берілгені: $q_1 = q_2 = q_3 = 1 \text{ нКл}$,

Табу керек: q_4

Шешімі: үшбұрыштың төбесінде орналасқан үш зарядтың күйі бірдей жағдайда болғандықтан, q_4 зарядының үш зарядтың біреуімен әсерлесуін қарастырған жеткілікті (1-сызба)



1-сызба. Үшбұрыштың төбелерінде және центрінде орналасқан зарядтар жүйесінің бір-бірінен әсерлесуі

Суперпозиция принципі бойынша q_1 зарядына әрбір заряд әсер етеді. q_1 заряд тепе-теңдік күйде болу үшін оған әсер ететін күштердің векторлық қосындысы нөлге теңелуі қажет:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0 \quad (1)$$

Мұндағы, $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ q_1 зарядына q_2, q_3, q_4 зарядтардың әсер етуші күштері, \vec{F} күші \vec{F}_2 және \vec{F}_3 күштерінің қорытқы күші. \vec{F} және \vec{F}_4 күштері бір түзудің бойымен бағытталғандықтан, (1) векторлық қосындыны, скалярлық қосындымен алмастырамыз. $F - F_4 = 0$ немесе $F_4 = F$

Соңғы теңдіктегі F күшті $F_3 = F_2$ ескеріп, F_2, F_3 арқылы өрнектейік:

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}$$

$q_2 = q_3 = q_4$ теңдігін пайдаланып, Кулон заңын жазайық:

$$\frac{q_1 q_4}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_1^2} = \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_1^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)} \quad (2)$$

$$\text{Бұдан } q_4 = \frac{q_1 r_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}$$

Тең қабырғалы үшбұрыштың қасиеттерінен төмендегі қатынастар шығады:

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos 30^\circ} = \frac{r}{2 \cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}}, \quad \cos \alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Осы қатынастарды қолданып, (2) формуланы түрлендіреміз:

$$q_4 = \frac{q_1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \text{ нКл}}{\sqrt{3}} = 0,58 \text{ нКл}.$$

Зарядтар жүйесінің тепе-теңдігі орнықты емес.

Электр өрісін беттік тығыздығы $400 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$ шексіз жазықтық және сызықтық тығыздығы $100 \frac{\text{нКл}}{\text{м}}$ шексіз түзу жіп туғызады. Жіптен 10 см қашықтықта шамасы 10 нКл нүктелік заряд орналасқан зарядпен жіп бір жазықтықты жатса, параллель жазықтықтың зарядқа әсер ететін күшінің бағытымен шамасын анықтаңыздар.

$$\text{Берілгені: } \sigma = 400 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}, \quad \tau = 100 \frac{\text{нКл}}{\text{м}}, \quad q = 10 \text{ нКл}.$$

Табу керек: F

Шешімі: өріске орналасқан зарядқа әсер ететін күш мына формуламен анықталады:

$$F = qE \quad (1)$$

Мұндағы, E, q заряды орналасқан нүктедегі өрістің кернеулігі. Шексіз жазықтықтың кез келген нүктедегі өрісі біртекті және мына қатынаспен өрнектеледі:

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad (2)$$

Зарядталған шексіз жіптің электр өрісі біртекті емес. Оның кернеулігі арақашықтыққа тәуелді және мына формуламен есептеледі:

$$E_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

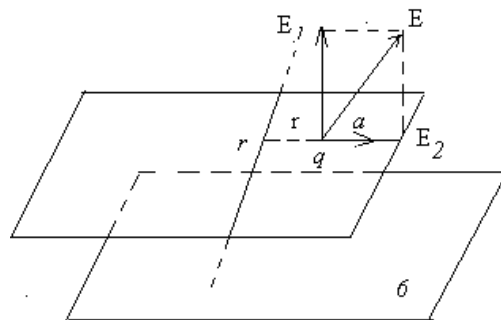
Суперпозиция принципі бойынша, электр өрісінің заряды орналасқан нүктедегі кернеулігі \vec{E}_1 және \vec{E}_2 кернеуліктерінің қосындысына тең. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, $E_1 \perp E_2$, болғандықтан:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}\right)^2} = \frac{1}{2\varepsilon_0} \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}$$

алынған өрнекті (1) формулаға қойып күшті табамыз:

$$E = qE = \frac{q}{2\varepsilon_0} \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}} = \frac{10^{-8}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \sqrt{16 \cdot 10^{14} + \frac{10^{14}}{9 \cdot 10^{-2}}} = 289 \text{ мкН} .$$

Оң зарядқа әсер ететін F күшінің бағыты, өріс кернеулігінің E бағытымен бағыттас. (2-сызба).



2-сызба. Қорытқы вектор \vec{E}_1, \vec{E}_2 векторларының қосындысына тең

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_1}{E_2} = \pi r \frac{\sigma}{\tau} \text{ бұдан}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \pi r \frac{\sigma}{\tau} = \operatorname{arctg} 3,14 \cdot 0,1 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-7}}{10^{-7}} = 51^{\circ} 34'$$

Электр өрісін радиусы 1 см, сызықтың тығыздығы 20 нКл/м ұзын цилиндр туғызады. Цилиндрдің бетінің ортасынан 0,5 см және 2 см қашықтықтағы екі нүктенің потенциалдар айырымын анықтаңыздар.

$$\text{Берілгені: } R = 0,1 \text{ м, } r = 2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}}, a_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м, } a_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

Табу керек : $\varphi_2 - \varphi_1$

Шешімі: потенциалдар айырымын табу үшін өрістің кернеулігі мен потенциалдың арасындағы байланысты пайдаланамыз: $\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi$ Осьтік симметриялы цилиндр үшін формула мынадай түрде жазылады:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \text{ немесе } d\varphi = -E dr$$

Соңғы өрнекті интегралдық цилиндрдің осінен r_1 және r_2 қашықтықта орналасқан нүктелердің потенциалдарының айырымы шығады:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E dr \quad (1)$$

Цилиндр ұзын және нүктелер оның орта бетіне жақын орналасқандықтан, $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$ теңдігін (1) өрнекке қойсақ, мына формуланы аламыз:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$\text{Немесе } \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (2)$$

$$r_1 = R + a_1 = (1 + 0,5) \text{ см} = 1,5 \text{ см} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$r_2 = R + a_2 = (1 + 2) \text{ см} = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln 2 = 250 \text{ В.}$$

Электрон $1,83 \cdot 10^6 \frac{M}{c}$ біртекті электр өрісінің кернеулігіне қарсы бағытта енеді. Электронның энергиясы 13,67 В болуы үшін потенциалдар айырымы қандай болу керек?

Берілгені: $v = 1,83 \cdot 10^6 \frac{M}{c}$, $E_i = 13,67 \text{ В}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

Табу керек: U

Шешімі: энергияның сақталу заңын жазамыз:

$$W + T = E_i, \quad W = eU, \quad T = \frac{mv^2}{2}, \quad eU + \frac{mv^2}{2} = E_i$$

бұдан

$$U = \frac{2E_i - mv^2}{2e} = \frac{2 \cdot 13,6 \cdot 10 - 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,83)^2 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 1,9 \cdot 10^{-19}} = 4,15 \text{ В.}$$

Электростатикалық өрісті радиусы 10 см, көлемдік тығыздығы 20 нКл біртекті зарядталған шар туғызады. Шардың центрінен 2 см және 8 см қашықтықтағы екі нүктенің потенциалдар айырымын табыңыздар.

Берілгені:

$$R = 0,1 \text{ м}, \quad \rho = 2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}, \quad r_1 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad r_2 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

Табу керек: $\varphi_1 - \varphi_2$

Шешімі: шардың бетінен өтетін электр өрісінің ағыны мынаған тең:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Гаусс теоремасын түрлендірейік: $(\sum_i q_i = \int_V \rho dV)$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$\text{немесе } E_n 4\pi r^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{бұдан } E_n = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} dr = \frac{\rho(r_2^2 - r_1^2)}{3\varepsilon_0 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 60 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2} = 2,26 \text{ В.}$$

Эбониттен жасалған радиусы 5 см тұтас шар бірқалыпты 10 нКл/м^3 көлемдік тығыздықпен зарядталған. Шардың ішіндегі электростатикалық өрістің энергиясын табыңыздар:

Берілгені: $\varepsilon = 3$, $R = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $\rho = 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$

Табу керек: W

Шешімі: электростатикалық өрістің dV көлемдегі энергиясы мына формуламен анықталады:

$$dW = \omega dV$$

Мұндағы, ω - энергияның көлемдік тығыздығы $\omega = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$. Қалыңдығы

dr шар қабатының көлемі мынаған тең: $dV = 4\pi r^2 dr$.

Немесе $\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV$ формуласын пайдаланып, мына қатынасты

аламыз: $D \cdot \pi r^2 = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$ бұдан

$$D = \frac{\rho r}{3}, \omega = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = |D = \varepsilon_0 \varepsilon E| = \frac{\rho^2 r^2}{18\varepsilon_0 \varepsilon}$$

$$W = \int \omega dV = \int_0^R \omega 4\pi r^2 dr = \frac{\rho^2 4\pi}{18\varepsilon_0 \varepsilon} \int_0^R r^4 dr = \frac{\rho^2 2\pi r^5}{9\varepsilon_0 \varepsilon \cdot 5} \Big|_0^R =$$

$$= \frac{2\pi \rho^2}{45\varepsilon_0 \varepsilon} R^5 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-16}}{45 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3} = 0,164 \text{ нДж}$$

Жазық конденсатор потенциалдар айырымы 1 кВ болатындай етіп зарядталған. Конденсатор қақшаларының арақашықтығы 1 см. Диэлектрик шыны. Конденсатордағы электр өрісінің көлемдік тығыздығын табыңыздар.

Берілгені: $U = 1000 \text{ В}$, $d = 10^{-2} \text{ м}$, $\varepsilon = 7$.

Табу керек: ω

Шешімі: конденсатордың энергиясының көлемдік тығыздығы мына формуламен есептеледі: $\omega = \frac{W}{V}$ Мұндағы W конденсатор V өрістің алатын көлемі. Өрістің энергиясы мына формуламен анықталады:

$$W = \frac{CU^2}{2}$$

Жазық конденсатордың сыйымдылығы $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ және $V = Sd$ көлемін жоғарыда келтірілген өрнектерді пайдаланып табамыз:

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2} = \frac{7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} (1000)^2}{2 \cdot 10^{-2}} = 0,309 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}.$$

Қалыңдығы 2 мм фарфордан және 1,5 мм эбонит қабаттарынан тұратын жазық конденсатордың сыйымдылығын табыңыздар. Конденсатор пластиналарының ауданы 100 см^2

$$\text{Берілгені: } d_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}, d_2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, S = 10^{-2} \text{ м}^2$$

Табу керек: C

Шешімі: конденсатордың сыйымдылығы анықтама бойынша мына формуламен өрнектеледі: $C = \frac{q}{U}$

Мұндағы, q пластиналардың астарларындағы зарядтың шамасы, U пластиналардың потенциал айырымы. $U = U_1 + U_2$ теңдігін қолдансақ, мына қатынасты аламыз:

$$C = \frac{q}{U_1 + U_2} = \left| \begin{array}{l} q = \sigma S, U_1 = E_1 d_1 = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} d_1 \\ U_2 = E_2 d_2 = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} d_2 \end{array} \right| = \frac{\sigma S}{\frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} d_1 + \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} d_2}$$

Мұндағы, σ пластинадағы зарядтың беттік тығыздығы, E_1, E_2 бірінші және екінші диэлектриктердегі электр өрісінің кернеуліктері. $D = \sigma$ ескерсек, мына қатынас шығады:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \cdot 10^{-4}}{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{5} + \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{3}} \Phi = 9,83 \cdot 10^{-4} \Phi = 98,3 \text{ нФ}$$

Тығыздығы $899 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, сыну көрсеткіштегі 1,50 сұйық бензолдың молекулаларының электрондық үйектелуін, қалыпты жағдайдағы бензол буының диэлектрлік өтімділігін анықтаңыздар.

$$\text{Берілгені: } \rho = 899 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, n = 1,50$$

Табу керек: α_e, ε

Шешімі: электрондық үйектелуді анықтау үшін Лоренц-Лорентцтің формуласын пайдаланамыз:

$$\frac{M}{\rho} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3} \alpha_e N_A$$

Келтірілген формуладан электрондық үйектелуді табамыз:

$$\alpha_e = \frac{3M(n^2 - 1)}{\rho N_A (n^2 + 2)}$$

Бензолдың молярлық массасы (C_6H_6) $M = 78 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

$$\alpha_e = \frac{3 \cdot 78 [(1,50)^2 - 1]}{899 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} [(1,50)^2 + 2]} = 1,27 \cdot 10^{-28} \text{ м}^3$$

Клаузиус – Мосотти теңдеуін қолданып, диэлектрик өтімділікті анықтайық:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha n.$$

n – бензол молекулаларының концентрациясы. Бензолдың молекулалары полярлы емес болғандықтан, ол электрондық және атомдық үйектелуден тұрады. Атомдық үйектелу аз болуына байланысты ескеріледі. $\alpha = \alpha_e$ қалыпты жағдайда ε -нің бірден айырмашылығы өте аз. Сондықтан $\varepsilon + 2 \approx 3$ деп аламыз. Немесе төмендегі теңдікті аламыз:

$$\varepsilon = 1 + \alpha_e n, n = n_L = 2,69 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3} = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Жазық конденсатордың арасы диэлектрлік өтімділігі 7-ге тең затпен толтырылған. Пластиналарының арақашықтығы 5 мм, потенциалдар айырымы 1 кВ. Заттағы электр өрісінің кернеулігін, пластиналардағы зарядтың беттік тығыздығын анықтаңыздар.

Берілгені: $\varepsilon = 7, d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, U = 1000 \text{ кВ}$

Табу керек: E, σ, σ'

Шешімі: пластиналардың потенциал айырымы мынаған тең:

$$U = Ed, E = \frac{U}{d} \text{ немесе } E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

$$\text{бұдан } \sigma = \varepsilon\varepsilon_0 E = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot 1000 \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} = 12,4 \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$$

$$E = \frac{1000}{5 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{В}}{\text{м}} = 200 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$$

$$\sigma' = P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon\varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E = 10,6 \text{ мД, } 6 \text{ мк}^2$$

Жаттығулар:

Сутегі атомының элементар теориясында электрон ядроны радиусы 53 пм шеңбер бойымен айналады. Электронның айналу жылдамдығы мен жиілігін табыңыздар

Жауабы: 219 км/с

Бір-бірінен 1 м қашықтықта орналасқан шамалары $q_1 = q_2 = 1 \text{ Кл}$ зарядтардың әсерлесу күшін анықтаңыздар.

Жауабы: 9 Гн

Массалары 0,1 г екі шарик ұзындығы 20 см жіп арқылы бір нүктеге ілінеді. Шариктер бірдей зарядталып бір-бірінен жіптердің арасындағы бұрыш 60° тең болғанға дейін қашықтайды. Әрбір шариктің зарядын табыңыздар.

Жауабы: 50,1 нКл

10 нКл зарядтың 10 см қашықтықта туғызатын электр өрісінің кернеулігін табыңыздар.

Жауабы: 4,09 кВ/м

Сызықтық тығыздығы 200 нКл/м, ұзындығы 12 см зарядталған жіңішке өзекшенің ортасынан 5 см қашықтықтағы нүктедегі электр өрісінің кернеулігін табыңыздар.

Жауабы: 55,7 кВ/М

Екі шексіз параллель пластиналар беттік тығыздықтары 10 нКл/м^2 , -30 нКл/м^2 тең болатындай зарядталған. Пластиналар арасындағы 1 м^2 ауданға сәйкес күшті анықтаңыздар.

Жауабы: 16,9 мкКл

Жазық конденсатор шынымен бөлінген екі пластинкадан тұрады. Пластина тесілер алдында шыныға қандай қысым түсіреді? Өріс кернеулігі 30МВ/м.

Жауабы: 27,9кПа

Екі шексіз ұзын жіңішке жіп бір-бірімен тік бұрыш жасап айқастырылған. ($r_1 = r_2 = r = 1\text{мкКл} / \text{м}$) Жіптердің әсерлесу күшін анықтаңыздар.

Жауабы: 56,5мН

Радиусы 20 см сфераның центрінде 10 нКл заряд орналасқан. Сфералық беттің 20 см² ауданынан өтетін кернеулік векторының ағынын табыңыздар

Жауабы: 4,5Вм

Өрістің екі нүктесінің арасында 20 нКл заряд қозғалғанда сыртқы күштер 4 мкДж жұмыс істейді. Өріс күшінің істейтін жұмысы мен екі нүктенің потенциалдар айырымын табыңыздар.

Жауабы: -4мкДж, 200 В.

Қабырғасының ұзындығы 10 см тең қабырғалы үшбұрыштың төбелерінде орналасқан 10 нКл, 20 нКл, -30 нКл зарядтар жүйесінің потенциалдық энергиясын анықтаңыздар.

Жауабы: -63 мкДж.

Жіңішке өзекшелер қабырғасы а квадратты құрайды. Олардың сызықтық тығыздығы 1,33 нКл/м болса, квадраттың центріндегі потенциалды табыңыздар.

Жауабы: 33,6В

Диаметрі 2 см металдан жасалған шар 150В потенциалға дейін теріс зарядталған. Шариктің бетінде қанша электрон бар?

Жауабы: $1,04 \cdot 10^9$

Электр моменттері 1 пКл м және 4 пКл м екі диполь бір-бірінен 2 см қашықтықта орналасқан. Дипольдардың осьтері бір түзудің бойында жатса, олардың әсерлесу күштері қандай болғаны?

Жауабы: 1,35мкН.

Сынаптың 100 бірдей тамшылары потенциалдары 20 В. Оларды бір үлкен тамшыға біріктіргендегі потенциалы қандай болады?

Жауабы: 432 В

Тест сұрақтары

1. Екі нүктелік зарядтың арақашықтығын 4 есе арттырсақ, әсерлесу күші неше есе кемиді?

А. 16

Ә. 4

Б. 2

В. $\frac{1}{16}$

Г. $\frac{1}{4}$

2. Органың диэлектрлік өтімділігін 2 есе арттырсақ, әсерлесу күші неше есе кемиді?

А. $\frac{1}{2}$

Ә. 2

Б. 4

В. $\frac{1}{4}$

Г. 4

3. Зарядтардың сақталу заңын көрсетіңіздер.

А. $dq = 0$

Ә. $\sum_i q_i = 0$

Б. $\int dq_i = const$

В. $\sum_i q_i = const$

Г. $\int dq_i = 0$

4. Зарядтың шамасын 3 есе арттырсақ, электр өрісінің кернеулігі неше есе кемиді?

А. $\frac{1}{3}$

Ә. 6

Б. 3

В. 9

Г. $\frac{1}{9}$

5. Біртекті емес өріске орналасқан S беттен өтетін кернеулік векторының ағынын көрсетіңіздер.

А. $\sum_i E_i \cdot S$

Ә. $\int_s E_n ds$

Б. $\int_s E_n \cos \alpha ds$

В. $\int_s E ds$

Г. $\oint_l E dS$

6. Тұйық беттен өтетін кернеулік векторының ағынын көрсетіңіздер.

А. $\oint_s E_n dS$

Ә. $\oint_s E dS$

Б. $\oint_l E dl$

В. $\sum_i E_i S_i$

Г. $\int_v E dV$

7. Остроградский– Гаусс теоремасының формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int dq$

Ә. $\frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \sum_i q_i$

Б. $\epsilon\epsilon_0 \sum_i q_i$

В. $2\epsilon\epsilon_0 \int dq$

Г. $\epsilon\epsilon_0 q$

8. q заряды бар R сфераның r қашықтықта туғызатын электр өрісінің кернеулігін көрсетіңіздер. Сфераның ішінде $R > r$.

А. 0

$$\text{Ә. } \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\text{Б. } \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\text{В. } \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

$$\text{Г. } \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

9. q заряды бар R сфераның бетінде ($R=r$) туғызатын электр өрісінің кернеулігін көрсетіңіздер.

А. 0

$$\text{Ә. } \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$\text{Б. } \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$\text{В. } \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\text{Г. } \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

10. q зарядпен зарядталған радиусы R сфераның $R>r$ туғызатын электр өрісінің кернеулігін көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\text{Ә. } \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

$$\text{Б. } \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$\text{В. } \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\text{Г. } \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

11. Шексіз ұзын бірқалыпты зарядталған жіптің өзінен r қашықтықта тұғызатын өрісінің кернеулігі қашықтықты 3 есе арттырсақ, қанша есеге кемиді?

- А. 6
- Ә. 3
- Б. 9
- В. 1/3
- Г. 1/6

12. Бірқалыпты зарядталған шексіз жазықтықтағы зарядтардың беттік тығыздығын екі есе арттырсақ, электр өрісінің кернеулігі неше есеге ұлғаяды?

- А. 3
- Ә. 6
- Б. 9
- В. 1/9
- Г. 1/6

13. Электростатикалық өрістің кернеулігінің векторының циркуляциясы төмендегі теңдіктің қайсысын қанағаттандырады?

А. $\int_s E ds = 0$

Ә. $\int_l E dl = 0$

Б. $\oint_l E dl = const$

В. $\int_s E ds = const$

Г. $\sum_i E_i l_i = const$

14. Электр өрісінің кернеулігінің потенциалмен байланыс формуласын көрсетіңіздер.

А. $\vec{E} = -grad\varphi$

Ә. $E = -grad\varphi$

Б. $\vec{E} = grad\varphi$

В. $E = grad\varphi$

Г. $E = \frac{d\varphi}{dr}$

15. Осы тік симметриялы өріс үшін потенциал мен электр өрісінің кернеулігінің арасындағы байланыс формуласын көрсетіңіздер.

А. $d\varphi = -E dr$

Ә. $d\varphi = E dr$

Б. $\text{grad}\varphi = E$

В. $\text{grad}\varphi = -E$

Г. $d\varphi = E$

16. Зарядталған өзекшенің dl элементінің r қашықтықта туғызатын потенциал қашықтықты 3 есе кемітсек қанша есе артады?

А. $1/2$

Ә. 2

Б. 4

В. 8

Г. $1/4$

17. Зарядталған өзекшенің dl элементінің r қашықтықта туғызатын потенциалы зарядтардың сызықтық тығыздығын екі есе арттырсақ, қанша есеге ұлғаяды?

А. 4

Ә. 8

Б. $1/4$

В. $1/2$

Г. 2

18. Берілген нүктеде n зарядтар жүйесінің туғызатын потенциалын көрсетіңіздер.

А. $\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i$

Ә. $\varphi = 0$

Б. $\varphi = \int d\varphi$

В. $\varphi = qE$

Г. $\varphi = \frac{F}{q}$

19. Эквипотенциал беттер қандай шартты қанағаттандырады?

А. $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_n$

Ә. $\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n = 0$

Б. $\sum_{i=1}^n \varphi_i = q$

$$B. \sum_{i=1}^n q_i = \varphi$$

$$Г. \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0} = \sum_{i=1}^n \varphi_i$$

20. Эквипотенциал беттердің потенциалдар айырымын 4 есе арттырсақ, өрістің кернеулігі неше есе ұлғаяды?

- А. 1/4
- Ә. 8
- Б. 4
- В. 1/8
- Г. 2

21. Эквипотенциал беттердің арақашықтығын 2 есе кемітсек, электр өрісінің кернеулігі неше есе артады?

- А. 1/2
- Ә. 4
- Б. 2
- В. 1/4
- Г. 8

22. Зарядтың орын ауыстыруы мен электр өрісінің кернеулігінің арасындағы бұрыш қандай болғанда, жұмыс нөлге теңеледі?

- А. 60°
- Ә. 45°
- Б. 30°
- В. 90°
- Г. 0°

23. Зарядтың орын ауыстыруымен электр өрісінің кернеулігінің арасындағы бұрыш қандай болғанда, жұмыс максимал мәнді иеленеді?

- А. 0°
- Ә. 90°
- Б. 45°
- В. 60°
- Г. 30°

24. Дипольдің өрісінің кернеулігінің формуласын көрсетіңіздер.

$$A. \frac{P}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}$$

$$\text{Ә. } \frac{P}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \sqrt{1+3\cos^2\alpha}$$

$$\text{Б. } \frac{P \cos\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}$$

$$\text{В. } \frac{P \cos\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

$$\text{Г. } \frac{P}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \sqrt{1+3\cos^2\alpha}$$

25. Дипольдың өрісінің нүктедегі потенциалының формуласын көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \frac{P}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

$$\text{Ә. } \frac{P}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}$$

$$\text{Б. } \frac{P \cos\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

$$\text{В. } \frac{P \cos\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}$$

$$\text{Г. } \frac{P \sin\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

ХІІ тарау. Тұрақты электр тоғы

§12.1 Зарядтардың электр өрісіндегі қозғалысы.

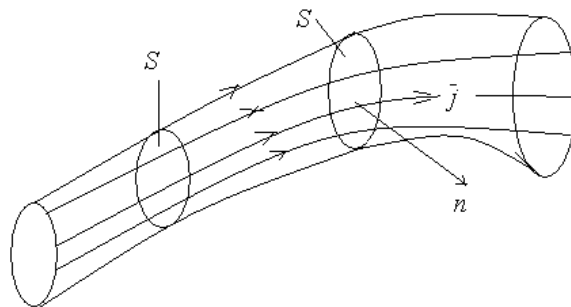
Электр тоғының пайда болу шарттары және оның жалпы сипаттамасы

Электродинамикада электр зарядының немесе макроскопиялық зарядталған денелердің қозғалысынан туындайтын құбылыстарды зерттеуде электр тоғы ұғымының енгізілуінің үлкен маңызы бар. Зарядтардың кез келген бағытталған қозғалысын электр тоғы деп атайды. Металдарда электр тоғын электрондар, электролиттерде иондар, газдарда иондар және электрондар, шалаөткізгіштерде электрондар мен кемтіктер тасымалдайды. Токтың бағыты оң зарядтардың қозғалыс бағытымен сәйкес болатындығы келісіліп алынған. Электр тоғының пайда болуы үшін мына шарттардың орындалуы қажет:

а. Бағытталған қозғалысқа қабілетті зарядталған бөлшектердің бар болуы.

ә. Энергиясы зарядтардың бағытталған қозғалысына жұмсалатын электр өрісінің болуы.

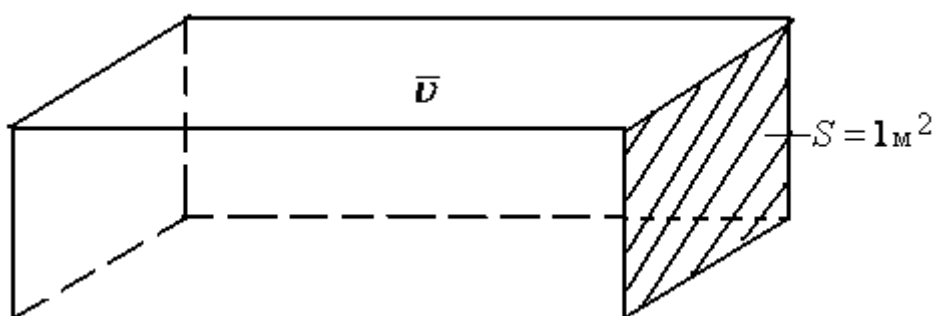
Бойымен зарядтар қозғалатын сызықтар ток сызығы деп аталады. Ток сызықтарын кескіндеу арқылы біз токты туғызатын электрондар мен иондардың қозғалыстарын жақсы елестете аламыз. Тоғы бар өткізгіштің ішінен бүйір беті ток сызықтарынан тұратын бөлініп алынған құбырдың бүйір бетін зарядталған бөлшектер қозғалыс кезінде қимаса және оның сыртында немесе ішінде орналаспаса, оны құбыр тоғы деп атайды. Токтың мөлшерін сипаттау үшін ток тығыздығы және ток күші ұғымдары қолданылады. Ток күші шамасы жағынан бірлік уақытта ток сызығына перпендикуляр бірлік беттен өтетін зарядқа тең. (12.1.1-сызба)



12.1.1-сызба. Ток құбыры

Өткізгіштің ішінен ток сызықтарына перпендикуляр орналасқан бірлік бетті бөліп аламыз. Яғни, зарядталған бөлшектердің жылдамдығы бетке

перпендикуляр. Осы бетті пайдаланып, ұзындығы сан жағынан жылдамдыққа тең тік бұрышты параллелепипедті тұрғызайық (12.1.2-сызба).



12.1.2-сызба. Өткізгіш ішінен бөлініп алынған тік бұрышты параллелепипед

Бірлік беттен бірлік уақытта өтетін бөлшектер саны параллелепипедтің ішінде орналасқан бөлшектер санына тең.

Егер зарядталған бөлшектердің концентрациясын n арқылы белгілесек, параллелепипедтің ішінде орналасқан бөлшектер саны $n \cdot v$, олардың тасымалдайтын зарядының шамасы $ne v$ тең. Сондықтан ток тығыздығының шамасы мына формуламен есептеледі:

$$j = ne v \quad (12.1.1.)$$

Мұндағы, e электронның заряды. \vec{j} векторлық шама болғандықтан, (12.1.1.) теңдігі төмендегідей түрленеді:

$$\vec{j} = ne \vec{v} \quad (12.1.2)$$

\vec{v} жылдамдығы берілген нүктедегі зарядтың қозғалысын сипаттаса, \vec{j} өткізгіштің берілген нүктесіндегі электр тоғын анықтайды. Өткізгіштің ішінен ток тығыздығына перпендикуляр орналасқан ауданы өте кішкентай ds бетті бөліп алсақ, одан dt уақытта өтетін зарядтың шамасы мынаған тең:

$$dq = j ds dt$$

Егер ds ауданмен j ток тығыздығы бір-бірімен перпендикуляр орналасаса, ток j_n тығыздығының ds -ке перпендикуляр құраушысын аламыз.

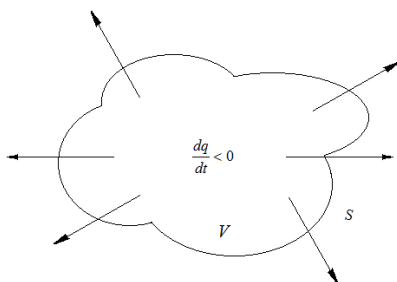
Қандай да бір өткізгіштегі тоқ күші i оның бірлік көлденең қимасынан бірлік уақытта өтетін зарядтың шамасына тең. dq өткізгіштің көлденең қимасынан dt уақытта өтетін зарядтың шамасы деп алсақ, тоқ күші төмендегі формуламен есептеледі:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (12.1.3)$$

dq және dt скалярлық шамалар. Сондықтан тоқ күші i скалярлық шама. Өткізгіштің әрбір нүктесіндегі тоқ тығыздығының \vec{j} векторын білу арқылы, тоқ күшін анықтаймыз:

$$i = \int_s \vec{j}_n ds \quad (12.1.4)$$

Интегралдау өткізгіштің кез келген қимасы бойынша алынады. Егер өткізгіштегі тоқ тығыздығы мен тоқ күші уақытқа тәуелді өзгермесе, онда өткізгіштегі тоқ тұрақты немесе стационарлы деп аталады. Тұрақты тоқта өткізгіштің барлық қималарындағы тоқ күштері бірдей. Шындығында, өткізгіштің екі S және S_1 қималарындағы тоқ күштері әртүрлі болса, онда осы қималардың арасында орналасқан зарядтар шамасы уақыт өтуіне байланысты өзгереді. S_1 бетіне енетін және S бетінен шығатын зарядтардың шамалары бірдей емес. Бұл жағдайда өткізгіштің ішіндегі электр өрісі тұрақты болмайды. Қандай да бір тоғы бар ортада тұйық S бетін қарастырайық. (12.1.3-сызба)



12.1.3-сызба. S бетпен шектелген V көлемнен шығатын зарядтың шамасы

$\oint_s \vec{j} d\vec{S}$ интегралы S бетпен шектелген V көлемнен бірлік уақытта шығатын зарядтың шамасын береді. Зарядтардың сақталу заңы бойынша бұл шама V көлемдегі зарядтың кему жылдамдығына тең:

$$\oint_s \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

Зарядты $\int_V \rho dV$ түрінде жазсақ, төмендегі теңдеу шығады:

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (12.1.5)$$

Интегралдың ішіне ρ -ның уақыт бойынша дербес туындысын жаздық. Өйткені зарядтың тығыздығы уақытқа ғана тәуелді емес, сонымен қатар координатаға тәуелді болуы мүмкін ($\int \rho dV$ функциясы тек уақытқа тәуелді). (12.1.5) теңдігінің сол жағын Остроградский-Гаусс теоремасы бойынша түрлендірейік:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{j} dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (12.1.6)$$

(12.1.6) теңдігі төмендегі шарт орындалғанда қанағаттанады:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (12.1.7)$$

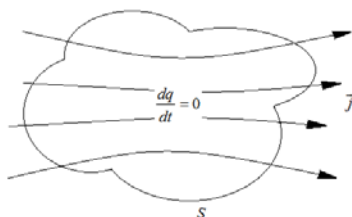
Немесе

$$\frac{d\rho}{dt} + \text{div } \vec{j} = 0 \quad (12.1.8)$$

(12.1.8) қатынасы үздіксіз теңдеу де аталады. Егер \vec{j} векторлары декарттық координаталар жүйесінде координатаның функциясы ретінде берілсе, онда әрбір нүктедегі $\text{div } \vec{j}$ мәні төмендегі формуламен есептеледі:

$$\text{div } \vec{j} = \frac{dj_x}{dx} + \frac{dj_y}{dy} + \frac{dj_z}{dz}$$

Егер ток тұрақты болса, онда барлық электрлік шамалар уақытқа байланысты өзгермейді, яғни үздіксіз теңдеудегі $\frac{d\rho}{dt} = 0$. Олай болса, кез келген тұйық беттен өтетін \vec{j} векторының ағыны нөлге тең. Сондықтан тұрақты токтың сызықтары үзіліссіз тұйық болады. (12.1.4-сызба)



12.1.4-сызба. Тұрақты ток үшін зарядтың уақыт бойынша өзгерісі нөлге тең

Стационарлы ток үшін $\text{div } \vec{j} = 0$ болғандықтан, \vec{j} векторының көзі жоқ. Яғни, ток сызықтары ешқайдан басталып ешқайда аяқталмайды.

§12.2. Металдардың электрлік өткізгіштігінің классикалық электрондық теориясы

Металдардың электр өткізгіштігінің физикалық қасиеттерін сипаттау үшін (12.1.1) теңдігін пайдаланамыз:

$$\vec{j} = n e \vec{v}$$

Металдағы электрондық газды жуықтап идеал газ ретінде қарастырайық. Яғни, электрондардың бір-бірімен немесе иондармен соқтығысуы классикалық заңдарға бағынады. Сыртқы өріс \vec{E} жоқ болғанда электрондардың торлармен салыстырғандағы жылдамдығы нөлге тең. \vec{E} электр өрісіне орналасқан электрон $e\vec{E}$ күштің әсерінен өріс бағытымен бір-бірімен соқтығысқанша v жылдамдықпен қозғалады. Соқтығысу алдындағы жылдамдықты қозғалыс тендеуінен табамыз:

$$\vec{v} = \frac{e\vec{E}}{m}t$$

Мұндағы, $\frac{e\vec{E}}{m}$ электронның $e\vec{E}$ күшінің әсерінен алатын үдеуі, t электрондардың еркін жолына кеткен уақыт. Жылдамдықтың орташа мәні төмендегі формуламен есептеледі:

$$v = \frac{1}{2} \frac{eE}{m}t$$

Электронның еркін жүру жолының ұзындығын l деп алсақ, оған кеткен уақыт мына қатынаспен анықталады:

$$t = \frac{l}{u}$$

Мұндағы, u сыртқы өріс жоқ болғандағы электрондардың ретсіз қозғалысының жылдамдығы. $u \gg v$ болғандықтан, көптеген жағдайларда v ескерілмейтіндіктен, (12.1.1) теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$j = \frac{e^2 n l}{2 m u} E$$

Формуладан токтың тығыздығының электр өрісінің кернеулігіне пропорционалдығын көреміз. $\frac{e^2 n l}{2 m u} = \lambda$ арқылы белгілейік. Мұндағы, λ металдардың электр өткізгіштігі. Металдардағы электрондық газдарға классикалық статистикалық механиканың заңдарын қолданамыз. Бұл заң бойынша, кез келген газ молекулаларының ілгерілемелі жылулық қозғалысының энергиясы абсолют температураға тәуелді:

$$\frac{1}{2} m u^2 = \frac{3}{2} k T \quad (12.2.1)$$

Мұндағы, k – Больцман тұрақтысы.

(12.2.1) қатынасын металдардағы электрондық газға қолдансақ, мына өрнекті аламыз:

$$\lambda = \frac{e^2 n l}{2 \sqrt{3 k m T}} \quad (12.2.2)$$

Егер еркін электрондардың орташа кинетикалық энергиясы (12.2.1) классикалық формуласымен анықталса, металдың бірлік көлеміндегі электрондық газдың толық энергиясы мына өрнекпен есептеледі:

$$n \cdot \frac{1}{2} m u^2 = \frac{3}{2} n k T$$

Бірлік көлемдегі электрондық газдың тұрақты көлемдегі жылу сыйымдылығы, яғни оның температурасын бір градусқа көтеру үшін жұмсалатын энергия мынаған тең:

$$C_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_v = \frac{d \left(\frac{3}{2} n k T \right)}{dT} = \frac{3}{2} n k \quad (12.2.3)$$

Немесе $R = kN_A$ теңдігін пайдалансақ, төмендегі өрнек шығады:

$$C_V = \frac{3}{2} \frac{nR}{N_A}$$

Тәжірибе арқылы C_V, λ өлшеп n -нің жоғарғы, ал l -дің төменгі шектерін анықтай аламыз. Мысалы, күміс үшін қалыпты температурада электронның еркін жүру жолының ұзындығы $\ell \geq 5 \cdot 10^{-5}$ см., $T=14^0\text{K}$ температурада $\ell \geq 2 \cdot 10^{-3}$ см тең. Келтірілген мәндер металдардың және басқа қатты денелердің молекулаларының бір-бірінен арақашықтығы 10^{-8} см болғандықтан, металдардың классикалық теориясымен сәйкес келмейді. Бұл құбылысты кванттық теория электрондық газ классикалық статистикаға емес, Ферми-Дирак статистикасына бағынатындығы арқылы түсіндіреді.

§12.3. Ом және Джоуль-Ленц заңдарының дифференциалдық түрі. Бөгде күштер. Электр қозғаушы күш. Гальваникалық элементтің электр қозғаушы күші. Гальваникалық элементі бар тізбек бөлігі үшін жалпы Ом заңы

Тәжірибе жүзінде дәлелденген тұрақты токтың негізгі заңы (Ом заңы) мынадай түрде жазылады:

$$i = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} \quad (12.3.1)$$

Мұндағы, i өткізгіштегі ток күші, R - өткізгіш бөлігінің кедергісі, φ_1 және φ_2 өткізгіш бөлігінің ұштарындағы потенциалдары. i тогы бар кедергісі R өткізгіштен бірлік уақытта бөлінетін жылу мөлшері мына формуламен анықталады:

$$Q = i^2 \cdot R \quad (12.3.2)$$

Ток тығыздығы ұғымын пайдаланып, өткізгіштің бір нүктесіне қатысы бар шамалардың арасындағы байланысты сипаттайтын электр тогының негізгі теңдеуін дифференциалдық түрде жазайық. Интегралдық түрде жазылған (12.3.1) Ом және (12.3.2) Джоуль-Ленц заңдары әртүрлі нүктелердегі (φ_1 және φ_2) немесе өткізгіштің R шекті бөлігіне қатысты шамалардың араларындағы тәуелділікті көрсетеді. Цилиндр пішінді біртекті өткізгішті қарастырайық. Бұл жағдайда өткізгіштің кедергісі мынаған тең:

$$R = \frac{l}{S} \rho$$

Мұндағы, l - өткізгіштің ұзындығы, R - кедергісі, ρ - меншікті кедергісі, S - көлденең қимасының ауданы. Егер ρ меншікті кедергіні оған кері шама λ электр өткізгіштікпен алмастырсақ, төмендегі қатынастарды аламыз:

$$\lambda = \frac{1}{\rho} \text{ немесе } R = \frac{\ell}{S\lambda} \quad (12.3.3)$$

$iR = \int_1^2 E_s ds$ формуласын пайдалансақ, төмендегі қатынас шығады:

$$\frac{i\ell}{S\lambda} = \int_1^2 E_s ds \quad j = \frac{i}{S} \text{ ескерсек, мына өрнекті аламыз:}$$

$$j = \frac{\lambda}{\ell} \int_1^2 E_s ds$$

Тұрақты тоғы бар біртекті цилиндр пішінді өткізгіштің осіндегі E_s құраушысы тұрақты шамаға тең болғандықтан, Ом заңы мынадай түрде жазылады:

$$\int_1^2 E_s ds = E_s \int_1^2 ds = E_s l$$

Немесе $j = \lambda E_s$ теңдігін аламыз.

Өткізгіштің әрбір нүктесінде токтың бағыты электр өрісінің кернеулігімен бағыттас. Сондықтан ток тығыздығының бағыты электр өрісінің кернеулігінің бағытымен сәйкес келеді:

$$\vec{j} = \lambda \vec{E} \quad (12.3.4)$$

Өткізгіштегі ток тығыздығының электр өрісінің кернеулігіне пропорционалдығын көрсететін (туынды кірмегенімен нүктедегі шамалардың байланысын сипаттайды) бұл формуланы Ом заңының дифференциалдық түрі деп атайды. (12.3.4) формуласын қорытқанда біз цилиндр пішінді біртекті өткізгішті пайдаландық. Ом заңының дифференциалдық түрін кез келген пішінді біртекті және біртекті емес өткізгіштерге қолдануға болады. (12.3.2) интегралдық түрде жазылған Джоуль-Ленц заңын Ом заңына ұқсас дифференциалдық түрде өрнектеу

үшін Q жылу мөлшерінің орнына өткізгіштің бірлік көлемінен бір секундта бөлінетін жылу мөлшерін, яғни тоқтың q қуаттылығын пайдаланамыз:

$$q = \frac{Q}{V}$$

Мұндағы, V өткізгіштің Q жылу мөлшері бөлінетін көлемі. Цилиндр пішінді біртекті өткізгішті алсақ, оның көлемі мына формуламен $V = S \cdot \ell$ анықталады. (12.3.2) және (12.3.3) теңдіктерін қолдансақ, төмендегі қатынас шығады:

$$q = \frac{Q}{V} = \frac{i^2 R}{Sl} = \frac{l}{\lambda} \frac{i^2}{S^2}$$

Бұдан $j = \frac{I}{S}$ ескерсек, мына өрнекті аламыз:

$$q = \frac{1}{\lambda} j^2 \quad (12.3.5)$$

Немесе (12.3.4) теңдеуінің негізінде мына теңдікті аламыз:

$$q = \lambda E^2 = \vec{j} \vec{E} \quad (12.3.6)$$

(12.3.5) теңдігін біртекті және біртекті емес кез келген пішінді өткізгіштегі тұрақты немесе айнымалы токтарға қолдана аламыз. Тұрақты тоқтың стационарлық өрісінен, электростатикалық өрістің айырмашылығы, біріншісін сақтау үшін үздіксіз энергия жұмсалуы қажет. Ал электростатикалық өрісте ешқандай энергия түрленбейді. Шынында электр тоғы, яғни зарядтардың өткізгіштерде тасымалдануы электр өрісінің күшінің жұмысының нөлге теңелуімен асырылады. Жұмысқа эквивалентті энергия мөлшері Джоульдік жылу ретінде бөлінеді. Тұрақты токтардың өрісі стационарлы болғандықтан, ток тізбегіндегі бөлінетін барлық энергия, энергиялардың басқа түрлерімен үздіксіз толтырылып отыруы керек. Мысалы, динамо-машиналарда механикалық, гальваникалық элементтерде, аккумуляторларда химиялық, термоэлементтерде жылулық энергиялары. Қорыта айтқанда, тұрақты тоқты сақтап қалу үшін белгілі ток тізбектерінің бөліктерінде шығу тегі электростатикалық емес электр қозғаушы күштер (индукциялық, әртүрлі өткізгіштердің беттерінің түйісуінен термоэлектрлік) әсер етуі қажет. Осы күштердің істейтін жұмысы арқылы жылу ретінде жоғалған электр энергиясы толықтырылып отырады. Егер тізбектегі электр қозғаушы күш электр өрісінің әсерінен туындайтын болса, онда осы күштердің әсерінен өткізгіштегі оң зарядтар потенциалы үлкен жерден потенциалы кіші жерге қарай, ал теріс зарядтар кері бағытта

потенциалдар теңелгенше ағады. Потенциалдар теңелген соң ток тоқтайды. Сондықтан электр тізбегінде тұрақты токты алу үшін зарядқа электростатикалық өрістің күшінен ерекше басқа күш әсер етуі керек.

Мұндай күштерді бөгде күштер деп атайды. Электростатикалық \vec{E} өрістің әсерінен туындайтын өткізгіштегі ток тығыздығы (12.3.4) теңдігі бойынша

анықталса, бөгде күштердің $\vec{E}^{\rightarrow \sigma}$ өрісінен туындайтын токтың тығыздығы екі өрістің қосындысын электр өткізгіштікке көбейткенге тең:

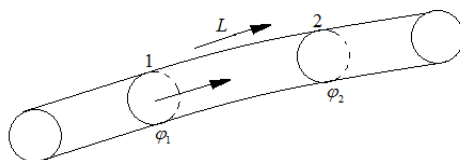
$$\vec{j} = \lambda \left(\vec{E} + \vec{E}^{\rightarrow \sigma} \right) \quad (12.3.7)$$

(12.3.7) формуласы бөгде электр қозғаушы күші болған жағдайдағы Ом заңының дифференциалдық түрі. Біз тек квазисызықты токтарды қарастырумен шектеліміз. Квазисызықты токтар төмендегі шарттарды қанағаттандырады:

а. ток тасымалданатын өткізгіштің әрбір бөлігінің ток сызықтарына перпендикуляр көлденең қималарында $\vec{J}, \varphi, \vec{E}, \vec{E}^{\rightarrow \sigma}$ физикалық шамалары үлкен дәлелділікпен тұрақты деп есептеледі.

ә. ток тығыздығы, ток сызықтарына параллель немесе антипараллель болуы қажет.

1 және 2-қималарының арасындағы квазисызықты токтың бөлігін осы бөлікте ток тізбегінің тармақталуы жоқ деп алып қарастырайық. (12.3.1-сызба)



12.2.1-сызба. Квазисызықты токтың еркін алынған бөлігі

Токтың бағытына перпендикуляр орналасқан өткізгіштің көлденең қимасының ауданы S болсын делік. Жалпы жағдайда өткізгіштің көлденең қимасының ауданы оның ұзындығының бойымен өзгеруі мүмкін. (12.3.7)

өрнекті λ бөліп, \vec{j} бағыты бойынша алынған өткізгіштің ds элементіне скалярлы көбейтіп, 1-ші қимадан екінші қимаға дейін интегралдасақ, мына қатынас шығады:

$$\int_1^2 \frac{j ds}{\lambda} = \int_1^2 E_S ds + \int_1^2 E_S^{\circ} ds$$

Бірінші интегралдағы $j = \frac{i}{S}$ алмастырамыз:

$$\int_1^2 \frac{ds}{S\lambda} = R_{12}$$

Мұндағы R_{12} 1-ші және 2-ші қиманың арасындағы өткізгіштің кедергісі. Егер өткізгішті біртекті, көлденең қимасының ауданы өзгермейді деп алсақ, R_{12} кедергісі (12.3.3) қатынасымен анықталатын кедергімен сәйкес келеді. Сондықтан төмендегі теңдік орындалады:

$$iR_{12} = \int_1^2 E_S ds + \int_1^2 E_S^{\circ} ds \quad (12.3.8)$$

Бұл өрнек Ом заңының жалпылама интегралдық түрін береді. 1-ші және 2-ші нүктелердің арасындағы бөгде электр қозғаушы күштің кернеулігі мынаған тең:

$$\varepsilon_{12}^{\circ} = \int_1^2 E_S^{\circ} ds \quad (12.3.9)$$

ε_{12}° шамасын нүктелер арасына түсірілген электр қозғаушы күш деп атап, қысқаша э.қ.к арқылы жазады. Немесе жоғарыда келтірілген (12.3.8), (12.3.9) өрнектерінен мына теңдік алынады:

$$iR_{12} = E_{12} + E_{12}^{\circ} \quad (12.3.10)$$

Егер электр өрісінің потенциалы φ болса, (12.3.10) теңдігі мынадай болып түрленеді:

$$iR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}^{\circ} \quad (12.3.11)$$

Бөгде э.қ.к ескерілмесе, жалпыламаланған Ом заңының қарапайым түрі шығады. Егер тұйық квазисызықты ток тармақталмаған болса, (12.3.8) теңдеуіндегі интегралдау токтың барлық ұзындығы бойынша алынады:

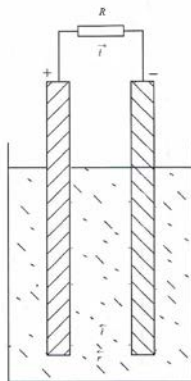
$$iR = \oint E_S ds + \oint E_S^{\circ} ds \quad (12.3.12)$$

Мұндағы, R тұйық өткізгіштің толық кедергісі. \vec{E} өрісі потенциалды болса, бірінші интеграл нөлге теңеледі. Тұрақты ток үшін (12.3.12) теңдігі төмендегідей болып түрленеді:

$$iR = \oint E_S^{\circ} ds = \varepsilon^{\circ} \quad (12.3.13)$$

Мұндағы, ε° ток тізбегіндегі толық э.к.к. Сонымен бөгде э.к.к жок болғанда, тұрақты ток күші нөлге тең.

Кедергісі R өткізгішпен тұйықталған қандайда бір гальваникалық элементін қарастырайық. (12.3.2-сызба)



12.3.2-сызба. Гальвани элементі бар электр тізбегі

Тізбекте ток жоқ кезде элементте ешқандай химиялық реакция жүрмейді делік. Ток бар кезде электролитке өткен электродтың массасы мынаған тең:

$$m = Kq$$

Мұндағы, K электрод металының элетрохимиялық эквиваленті, q элемент арқылы өткен толық заряд. Сондықтан екі электродтан химиялық реакция кезінде бөлінетін энергия төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$Q_a = (p_1 K_1 + p_2 K_2)q$$

Элемент тұйықталғанда тізбекте Джоуль-Ленц жылуына айналатын жұмыс істелінеді. Гальваникалық элементтің ішкі кедергісі электролитпен электродтың кедергілерінің қосындысынан тұрады. Тоғы бар элементтің температурасын тұрақты етіп ұстап тұру үшін ол қоршаған ортаға қандай да бір Q_T жылу мөлшерін беріп отыру қажет. Осы құбылысқа термодинамиканың бірінші заңын қолданайық:

$$Q_x = A + Q_T \quad (12.3.14)$$

Мұндағы тоқтың жұмысы A мына формулалармен анықталады:

$$A = Q_x - Q_T$$

немесе

$$A = \varepsilon q$$

ε берілген химиялық реакцияның бір заряд үшін есептелген максимал жұмысы. Энергияның сақталу заңы бойынша, төмендегі теңдік орындалады:

$$\varepsilon \cdot q = Ri^2t + ri^2t$$

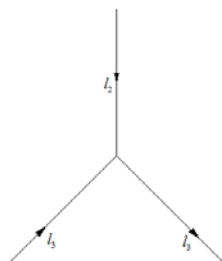
Мұндағы, r – элементтің ішкі кедергісі. Теңдіктің екі жағын зарядтың шамасына $q = it$ бөлсек, тұйық тізбек үшін Ом заңы шығады:

$$i = \frac{\varepsilon}{R + z} \quad (12.3.15)$$

(12.3.15) формуласы кез келген гальваникалық элемент үшін оның өзіне тән ЭҚК енгізуге болатындығын көрсетеді. Максимал жұмыстың A және химиялық реакциясының Q_x энергиясының шамалары электродтың, электролиттердің табиғатына тәуелді. Сондықтан гальваникалық элементтің ЭҚК оған енетін заттардың тегіне ғана тәуелді. Біз тоқ көзі ретінде гальваникалық элементті қарастырып, Ом заңын алдық.

§12.4 Тармақталған тізбектер. Кирхгоф ережелері

Ом заңының интегралдық түрін пайдаланып кез келген тізбекті есептеуге болады. Бірақ бірнеше контурдан тұратын тармақталған тізбекті Ом заңын қолданып есептеу өте күрделі. Өйткені әрбір контурда ЭҚК бірнеше көзі және контурлардың ортақ бөліктері болуы мүмкін. Тармақталған тізбектерді есептеу Кирхгофтың екі ережесін пайдалану арқылы жеңілдетіледі. Оның біріншісі екіден көп түйінде жинақталған өткізгіштерге арналған. (12.4.1-сызба)



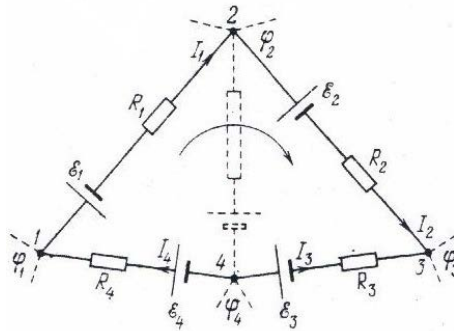
12.4.1-сызба. Үш өткізгіштен тұратын тізбектің түйіні

Кирхгофтың бірінші ережесі: түйінде жинақталатын тоқтардың алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$\sum i_n = 0 \quad (12.4.1)$$

Бұл ереже үздіксіз теңдеуден, яғни зарядтардың сақталу заңынан шығады. Тұрақты тоқ үшін $\vec{\nabla} \vec{j} = 0$ теңдігі орындалады. Олай болса, тоқтардың түйіндегі алгебралық қосындысы нөлге тең. (12.4.1) теңдеуін N түйінінің әрқайсысы үшін жазуға болады. $N-1$ теңдеулері тәуелсіз теңдеулер болып табылады.

Екінші ереже: тармақталаған тізбектен бөлініп алынған кез келген тұйық контурға арналған. Мысалы, 1-2-3-4, 4-1 контурларын қарастырайық. (12.4.2-сызба)



12.4.2-сызба. Тармақталған тоқ тізбегінің тұйық контурлары

Тоқтың айналу бағытын сызбада көрсетілгендей, сағат тілінің айналу бағытымен сәйкес деп алып, контурдың тармақталмаған бөліктері үшін Ом заңын жазамыз:

$$i_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1$$

$$i_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2$$

$$i_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_4 + \varepsilon_3$$

$$i_4 R_4 = \varphi_4 - \varphi_1 + \varepsilon_4$$

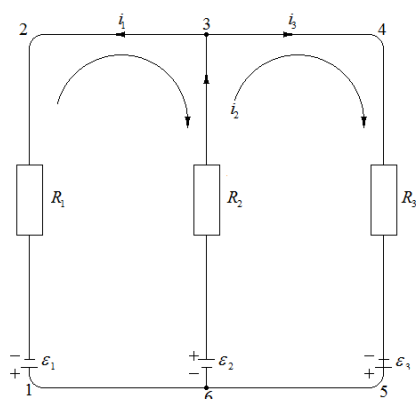
Өрнектерді қоссақ, потенциалдар қысқарып, төмендегі теңдеу алынады:

$$\sum i_n R_n = \sum \varepsilon_n \quad (12.4.2)$$

(12.4.2) теңдігі Кирхгофтың екінші ережесін өрнектейді.

Әрбір iR көбейтіндісі тоқтың туғызатын кернеуінің кемуін береді. Өйткені iR көбейтіндісі ЭҚК нөлге теңелгендегі сәйкес бөліктердің ұштарының потенциалдар айырымын анықтайды. Сондықтан Кирхгофтың екінші ережесіне мынадай тұжырымдама жасалады: кез келген тұйық

контур үшін барлық кернеулердің кемулерінің қосындысы, сол контурдағы барлық электр қозғаушы күштердің қосындысына тең. Кирхгофтың екінші ережесі электр өрісінің жаңа қасиеттерін сипаттамайды. Жоғарыда біз көргендей бірінші ереже тоқтық стационарлық шартын береді. Екінші ереже тұйық контур бойынша электр кернеулігі нөлге тең деген тұжырымдамадан шығады. Сондықтан ол тұйық контурмен қозғалатын зарядтың жұмысы нөлге теңеледі деген электростатикалық өрістің негізгі қасиеттерінен шығатын салдар ретінде қарастырылады. Күрделі тізбектің құрамындағы әртүрлі тұйық контурлар мен олардың тармақтарының жинақталу нүктелеріне ережелерді қолдансақ, барлық белгісіз тоқтарды анықтайтын теңдеулер шығады. Алынған тәуелсіз теңдеулердің саны әрқашан белгісіз тоқтардың санына тең. Кирхгофтың екінші ережесін контурлар үшін жазғанда тоқтың бағыттарын (таңбалар ережесін) қатаң сақтау қажет. Мысалы, 12.4.3-сызбасындағы тізбек үшін үш теңдеу құрылады:



12.4.3-сызба. Кирхгоф ережелерін пайдаланып теңдеулер құру үшін контурларды таңдау

- а. 1-2-3-6-1 контуры үшін
- ә. 3-4-5-6-3 контуры үшін
- б. 1-2-3-4-5-6-1 контуры үшін

Соңғы контур алғашқы екеуінің қабаттасуынан туындайды.

Кирхгоф ережелерін пайдаланып, тоқтар мен ЭҚК үшін теңдеулерді құру мақсатында айналу бағыты таңдап алынып, олардың таңбалары ескеріледі. Мысалы, 12.4.3-сызбада i_1 тоғының таңбасы теріс, өйткені ол таңдап алынған бағытқа қарсы бағытта ағады. Айналу бағытына қарсы әсер ететіндіктен ε_1 , ЭҚК-ның таңбасы теріс болады. Әрбір контурдағы айналу бағыты басқа контурлардағы тоқтардың бағыттарына тәуелсіз еркін таңдап алынады. Бұл жағдайда бір тоқтың немесе бір ЭҚК әртүрлі теңдеулерге әртүрлі таңбалармен енуі мүмкін. Мысалы, 6 нүктесінен ε_2 тоқ көзіне дейінгі бөліктегі i_2 тоғы ε_2 тоқ көзінен 3 нүктесіне дейінгі бөліктегі тоқпен бірдей.

§12.5. Газдар мен плазмадағы электр тоғы. Металдардағы, ерітінділердегі тоқтың табиғаты. Электролиз құбылысы. Фарадей заңдары. Кедергінің температураға тәуелділігі

Атмосфералық қысымға жақын қысымда және өте жоғары емес температураларда газ жақсы изолятор болып табылады. Өйткені газ қалыпты жағдайда бейтарап атомдар мен молекулалардан тұрады. Яғни, электр тоғын тасымалдайтын еркін электрондар мен иондар жоқ. Газдардан өткізгіштерді иондау үрдісін жүргізу арқылы алады. Мысалы, қандай да бір сәуленің әсерінен молекулалардан электрондар ұшып шығып, олар оң иондарға айналады. Сондықтан иондалған газдарда оң және теріс иондар мен еркін электрондар пайда болып, электр тоғы тасымалданады. Газ арқылы электр тоғының өтуін разряд деп атайды. Молекуладан (атомнан) бір электронды бөліп шығаруға кететін энергия иондалу энергиясы деп аталады. Өртүрлі заттар үшін оның мәні 4-25 эв аралығында жатады.

Газдарда иондалу үрдісімен қатар бір мезгілде кері рекомбинация құбылысы өтеді. Оң және теріс иондар, оң иондар мен электрондар бір-бірімен бірігіп, бейтарап атомдарды (молекулаларды) құрайды. Қандай да бір V көлемдегі газда молекулаларының санын N_0 деп алсақ,

концентрациясы мына формуламен анықталады: $n_0 = \frac{N_0}{V}$. Таңбалары бірдей

иондар саны N болса, концентрациясы $n = \frac{N}{V}$ қатынасымен есептеледі.

Иондар санының барлық молекулалар санына қатынасы $\alpha = \frac{N}{N_0} = \frac{n}{n_0}$

иондалу дәрежесі деп аталады. Бейтарап молекулалар саны $N^1 = N_0 - N = N_0(1 - \alpha) \approx N_0 (n_0^1 = n_0)$ өрнегімен анықталады.

V көлемдегі газда қандай да бір сәуленің әсерінен Δt уақытта пайда болатын иондар саны мынаған тең:

$$\Delta N = \beta N^1 \Delta t \approx \beta N_0 \Delta t = \beta n_0 V \Delta t \quad (12.5.2)$$

Мұндағы, β - иондалу коэффициенті.

V көлемде Δt уақытта рекомбинацияланған бөлшектер саны оң иондар мен электрондар санына пропорционал. Екі бөлшектердің сандары тең болғандықтан, рекомбинациялану ықтималдығы N^2 пропорционал. Сонымен қатар ол Δt уақытта тура, V көлемге кері пропорционал болғандықтан, рекомбинацияланған бөлшектер саны мына формуламен есептеледі:

$$\Delta N_{рек} = \gamma N^2 \frac{\Delta t}{V} = \gamma n^2 V \Delta t \quad (12.5.2)$$

Мұндағы, γ газдың табиғатына тәуелді рекомбинация коэффициенті. Иондалу басталғаннан кейін белгілі бір уақыт өткен соң, рекомбинация жылдамдығы $\frac{\Delta N_{рек}}{\Delta t}$ иондалу $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ жылдамдығына теңеліп, газда динамикалық тепе-теңдік орнайды. (12.5.1) және (12.5.2) өрнектерін теңестірсек, төмендегі теңдік алынады:

$$n = \sqrt{\frac{\beta n_0}{\gamma}} \quad (12.5.3)$$

Күшті иондалған газдың әрбір элементар көлемінде электрондар мен оң иондардың концентрациялары жуықтап алғанда тең болса, оны электронды иондық плазма немесе плазма деп атайды. Аса жоғары температурада пайда болатын жоғары температуралы плазма және газ разряды кезінде туындайтын газдық разрядтық плазмалар бар. Иондалу дәрежесіне байланысты плазма әлсіз (α өте аз пайызын құрайды), бірқалыпты (α бірнеше пайызын құрайды), толығынан (α , 100% жуықтайды) иондалған газдарға бөлінеді. Газдық разрядтық плазмадағы иондар мен электрондарды электр өрісінде үдетсек, олардың орташа кинетикалық энергиялары әртүрлі болады. Бұдан электрондардың T_e температурасы мен иондардың T_u температурасы тең еместігі шығады ($T_e > T_u$). Бұл температуралардың сәйкес келмеуі газдық разрядтық плазманың тепе-теңдік күйде болмайтындығын көрсетеді. Тепе-теңдіктегі күйде болмайтын плазманы изотермалық емес плазма деп атайды. Электр өрісінің әсер етпеуі газдық-разрядтық плазманың жоғалуын қамтамасыз етеді. Жоғары температурадағы газ тепе-теңдік күйде болады. Белгілі бір температурада зарядталған бөлшектердің кемуі жылулық иондалумен толықтырылады. Мұндай плазма изотермалық плазма деп аталады. Изотермалық плазмада оның құрамындағы бөлшектердің орташа кинетикалық энергиялары тең. Жұлдыздар, жұлдыздық атмосфералар, Күн плазманың изотермалық күйінде болады.

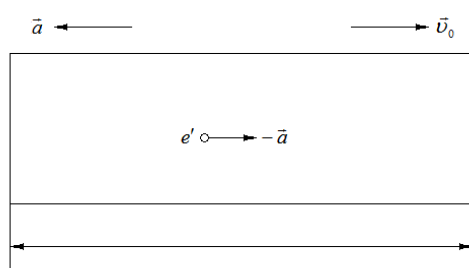
Олардың температуралары ондаған миллион градусқа жетеді. Плазмада мынадай қасиеттер орындалуы қажет: газдың иондалу дәрежесі жоғары, оң және теріс зарядтардың концентрациялары тең, электрөткізгіштігі жоғары, электр және магнит өрістерімен күшті әсерлеседі, плазмада электрондар үлкен жиілікпен ($\approx 10^8$ Гц) тербеледі.

Плазманың физикалық қасиеттерін зерттеу астрофизиканың көптеген проблемаларын шешуге, басқарылатын термоядролық синтезді алуға мүмкіндік туғызды.

Төменгі температурадағы плазма ($T < 10^5 K$) газдық лазерлерде, термоэлектрондық түрлендіргіштерде, магнитті гидродинамикалық генераторларда (МГД), плазмалық қозғағыштарда, металдарды кесуде және пісіруде, кейбір химиялық қосылымдарды алуда кеңінен пайдаланылады.

Металдардағы тоқтың табиғатын ұғыну мақсатында бірнеше тәжірибелер жүргізілді. 1901 жылы Рикке кесілген жерлері тегістелген екі мыстан бір алюминийден жасалған цилиндрлерді таразға тартқан соң, оларды мыс-алюминий-мыс ретімен жалғастырып, тізбектен бір бағытта үздіксіз бір жыл бойы тоқ жүргізді. Осы уақытта цилиндрден өткен зарядтың шамасы $3,5 \cdot 10^6$ Кл тең болғанымен таразға тарту нәтижесі цилиндрлердің массаларының өзгермегендігін көрсетті. Цилиндрлердің кесілген жерлерінің жанасу беттерін микроскоптың көмегімен бақылау, металдарда бір-біріне өту құбылыстары байқалмады. Тәжірибеден алынған нәтижелерден металдарда зарядтарды тасымалдайтын атомдардан бөтен, барлық металдардың құрамында бар электрондар деп тұжырымдама жасалды.

Металдардағы тоқ тасымалдайтындарды электрондармен теңестіру үшін олардың меншікті зарядының таңбасы мен сан мәнін анықтау қажет. Осы мақсатта жүргізілген тәжірибелерді қарастырайық. Егер металдарда орын ауыстыруға қабілетті бөлшектер болса, металл өткізгішті тежеген кезде олар біраз уақыт инерция бойынша қозғалысын сақтап, нәтижесінде өткізгіште тоқтың қозғалыс мөлшері туындайды. Яғни, қандай да бір зарядтың шамасы тасымалданады. Өткізгіштің бастапқы жылдамдығы \vec{v}_0 болсын делік. (12.5.1-сызба)



12.5.1-сызба. Тежелген өткізгіште зарядтың тасымалдануы

Өткізгішті \vec{a} үдеумен тежесек, инерция бойынша тоқты тасымалдайтын бөлшектер өткізгішпен салыстырғанда $-\vec{a}$ үдеумен қозғалады. Дәл осындай үдеуді тыныштықтағы өткізгіште тоқ тасымалдайтын бөлшектерге электр

өрісімен әсер ету арқылы $\vec{E} = -\frac{m a}{e'}$ алуға болады. Яғни, өткізгіш ұштарында мына формуламен анықталатын потенциалдар айырымы туындайды:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = -\int_1^2 \frac{m a}{e'} d\vec{l} = -\frac{mal}{e'}$$

Мұндағы, m және e' тоқ тасымалдайтын бөлшектің массасы мен заряды, l өткізгіш ұзындығы. Бұл жағдайда өткізгіш бойынан өтетін токтың шамасы мынаған тең. $i = (\varphi_1 - \varphi_2)/R$, R – өткізгіштің кедергісі.

Олай болса, dt уақытта өткізгіштің қимасынан өтетін зарядтың шамасы төмендегі өрнекпен есептеледі:

$$dq = idt = -\frac{mal}{e'R} dt = -\frac{ml}{e'R} dv$$

Сондықтан тежелу уақытында өтетін зарядтың шамасы мынаған тең:

$$q = \int dq = -\int_{v_0}^0 \frac{ml}{e'R} dv = \frac{m l v_0}{e'R} \quad (12.5.4)$$

l, v_0, R және өткізгішті тежегенде тізбектен өтетін зарядтың шамасын өлшеп, тасымалдаушы бөлшектің меншікті зарядын есептей аламыз. Токтың қозғалыс мөлшерінің бағыты тасымалдаушы бөлшектің таңбасын береді.

1913 жылы Мандельштам және Папалекси катушкаға оралған өткізгішті осінің бойымен жылдам айналмалы тербеліс жасату арқылы оның ұштарына жалғанған телефоннан токтың қозғалыс мөлшерінен туындайтын дыбысты естіді. Толмен мен Стюарт 1916 жылы ұзындығы 500 м өткізгіш оралған катушканың орамын 300 м/с сызықтық жылдамдықпен айналдырып, жылдам тежеу арқылы тізбектен өтетін зарядтың шамасын гальванометрді қолданып өлшеді. (12.5.4) формуласымен есептелген токты тасымалдайтын

меншікті зарядтың мәні $\frac{e}{m}$ электродінікіне өте жақын болып шықты.

Осылайша, тәжірибе жүзінде металдардағы токты тасымалдайтын бөлшек электрон екендігі дәлелденді.

Біз электролиттердегі электр тоғы әрқашан электродтарда заттардың бөлінуімен іске асыратындығы туралы айтқан болатынбыз. Осы құбылысты Фарадей тәжірибе жүзінде терең зерттеп, электролиздің екі заңын тұжырымдады.

Бірінші заңы: электродтардың біреуінде бөлінетін заттың массасы m , электролит арқылы өтетін зарядтың q шамасы пропорционал:

$$m = Kq \quad (12.5.5)$$

Мұндағы, K әртүрлі заттар үшін бірдей емес электрохимиялық эквивалент. Ол электролиз кезінде $q=1$ зарядтың берілген заттан бөліп шығаратын массасына тең. Фарадейдің екінші заңы электрохимиялық эквиваленттың шамасына қатысты айтылған. Әртүрлі заттардың электрохимиялық K эквиваленті олардың салыстырмалы A атомдық массасына тура, ал валенттілігіне Z кері пропорционал. $\frac{A}{Z}$ қатынасы заттардың химиялық эквиваленті деп аталады. Фарадейдің екінші заңы бойынша электрохимиялық эквивалент берілген заттың химиялық эквивалентіне тура пропорционал:

$$K = \frac{CA}{Z} \quad (12.5.6)$$

Формуладағы C пропорционалдың коэффициентінің мәні барлық заттар үшін бірдей. Фарадейдің екі заңын бір формула арқылы өрнектейік. ($\frac{1}{C} = F$)

$$m = \frac{A q}{Z F} \quad (12.5.7)$$

Мұндағы, F - Фарадей саны. Егер $q=F$ деп алсақ, мына қатынас шығады:

$$m = \frac{A}{Z}$$

Кез келген электролиттен Фарадей санына тең заряд өтсе, электродта 1 грамм-эквивалент зат бөлінеді. Егер Фарадей заңын грамм-эквивалентпен өлшесек, мына санға теңеледі:

$$F = 96484,5 \frac{Кл}{г \cdot экв} \approx 96500 \frac{Кл}{г \cdot экв}$$

Электролиз құбылысында электролиттердегі заттардың ерітіндісінің молекулалары оң және теріс иондар ретінде кездеседі. Электр өрісінің әсерінен оң иондар катодқа, теріс иондар анодқа қарай қозғалады. Анодтан бөлінген теріс зарядты иондарды Фарадей аниондар, ал катодтан бөлінген оң зарядты иондарды катиондар деп атады.

Электролиттердің иондық өткізгіштігі электролиз құбылысын сапалы ұғындырып қоймай, сонымен қатар Фарадей заңдарын түсіндірді. Электролиз құбылысында электродтан бөлінетін иондардың мөлшерін ν , әрбір ионның зарядын q_1 арқылы белгілейік. Онда электролит арқылы өтетін толық заряд мына өрнекпен анықталады: $q = \nu q_1$ Егер бір ионның

массасы m_1 болса, электродта бөлінетін масса мынаған тең: $m = \nu m_1$. Осы теңдіктерден ν шығарып тастасақ, Фарадейдің бірінші заңы шығады:

$$m = \frac{m_1}{q_1} q \quad (12.5.8)$$

(12.5.8) қатынасынан электрохимиялық эквивалент мына қатынаспен $K = \frac{m_1}{q_1}$ есептелінетіндігі алынады. Электрохимиялық эквивалентті анықтайтын бөлшектің алымы мен бөлімін 1 мольдегі молекулалар санына, яғни Авагадро санына $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ көбейтіп, электролиттік ионның зарядын табамыз:

$$K = \frac{A}{q_1 N_A} = \frac{A}{ZF} \quad \text{немесе бұдан} \quad q_1 = \frac{ZF}{N_A} \quad (12.5.9)$$

Электролиттік ион заттың Z валенттілігіне пропорционал. Сондықтан екі валентті заттардың ионының заряды бір валентті иондардікінен екі есе артық болады. Алынған нәтиже иондардың зарядтары өзара еселі болатындығын көрсетті. Бір валентті заттардың иондарының заряды e ең кіші, екі валентті ионның заряды $2e$, Z валенттігіне Ze тең. Тәжірибеден алынған нәтижелерден Фарадей тұрақтысын есептеп, Авагадро санын пайдалансақ, бір валентті ионның зарядын төмендегі формуламен (электронның зарядына тең) анықтай аламыз:

$$e = \frac{F}{N_A} \quad (12.5.10)$$

Заттардың меншікті кедергілері олардың тегіне ғана тәуелді емес, сонымен қатар күйлеріне дербес жағдайларда температураға байланысты өзгереді. Меншікті кедергінің температураға тәуелділігі берілген заттың кедергісінің температуралық коэффициентімен сипатталады:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} \quad (12.5.11)$$

Кедергінің температуралық коэффициенті температураны бір градусқа көтергендегі кедергінің салыстырмалы өсімшесін береді. Өртүрлі температураларда, берілген зат үшін кедергінің температуралық коэффициенттері бірдей емес. Яғни, меншікті кедергі температураға сызықты тәуелді болмай, күрделі түрде өзгереді. Бірақ көптеген өткізгіштерде (металдарда) α -ның температураға тәуелділігі өте аз болғандықтан, оны тұрақты деп аламыз. Мысалы, ρ_0 өткізгіштің 0°C температурадағы, ал

$\rho, t^{\circ}\text{C}$ температурадағы меншікті кедергілері деп алсақ, төмендегі теңдік орындалады:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) \quad (12.5.12)$$

Кедергінің температуралық коэффициенті оң және теріс мәндерді иеленуі мүмкін. Барлық металдардың кедергісі температура артқанда ұлғаятындықтан $\alpha > 0$ мәндерді қабылдайды. Барлық электролиттерде кедергі температура артқан сайын кемиді (яғни, $\alpha < 0$). Металдардың кедергілерінің температураға тәуелділігін автоматтандырылған әртүрлі өлшеуіш құралдарда қолданады. Мысалы, кедергі термометрлерінде (платинадан жасалған өткізгіштің кедергісін өлшеу арқылы температураны үлкен дәлелділікпен анықтайды) кеңінен пайдаланылады.

Кедергі термометрлері (кәдімгі сұйық термометрлерді қолдануға болмайтын) өте жоғары және төменгі температураларды өлшеуге мүмкіндік туғызады.

Есептер мен мысалдар

1. Кедергісі 3 Ом, ұштарындағы кернеу 2 В-тан 4 В-қа дейін 20 с ішінде бірқалыпты өсетін өткізгіштен өтетін зарядтың шамасын табыңыздар. Берілгені: $R=3$ Ом, $U_0=2$ В, $U=4$ В, $t=20$ с.

Табу керек: q

Шешімі: өткізгіштегі тоқ күші айнымалы болғандықтан, заряд мөлшерінің дифференциалын алып, оны интегралдаймыз: $dq=idt$

$$Q = \int_0^t idt = \left| i = \frac{U}{R} \right| = \int_0^t \frac{u}{R} dt \quad (1)$$

Кернеулік бірқалыпты өсетіндіктен, мына формуламен өрнектеледі:

$$U = U_0 + kt \quad (2)$$

Мұндағы, k - пропорционалдық коэффициент.

(2) өрнекті (1) теңдеуге қойып, мына қатынасты аламыз.

$$Q = \int_0^t \left(\frac{U_0}{R} + \frac{kt}{R} \right) dt = \frac{U_0}{R} \int_0^t dt + \frac{k}{R} \int_0^t t dt = \frac{U_0 t}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{t}{2R} (2U_0 + kt) = \left| k = \frac{U - U_0}{t} = 0,1 \frac{\text{В}}{\text{с}} \right| = \frac{20}{2 \cdot 3} (2 \cdot 2 + 0,1 \cdot 20) \text{Кл} = 20 \text{Кл}$$

2. Кедергісі 20 Ом өткізгіштен өтетін тоқ 2 с уақытта ОА-ден 6А-ге дейін сызықты заңмен өседі. Бірінші және екінші секундтарда өткізгіштен бөлінетін жылу мөлшерлерін және олардың қатынастарын анықтаңыздар.

Берілгені: $R=20 \text{ Ом}, \Delta t=2\text{с}, i_0 = 0\text{А}, i_{\max} = 6\text{А}$

Табу керек: $Q_1, Q_2, \frac{Q_2}{Q_1}$

Шешімі: өткізгіштегі тоқ күші айнымалы болғандықтан, өткізгіштен өте аз dt уақытта өтетін жылу мөлшерін анықтайық.

$$dQ = i^2 R dt \quad (1)$$

Мұндағы, тоқ күші уақыттың функциясы. Қарастырып отырған жағдайда:

$$i = kt \quad (2)$$

Мұндағы, k тоқ өсімшесінің оған кеткен уақытының қатынасына тең пропорционалдық коэффициент:

$$k = \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

(2)және (1) формулаларынан төмендегі теңдік шығады:

$$dQ = i^2 R dt \quad (3)$$

Δt уақытта өткізгіштен бөлінетін жылу мөлшерін анықтау үшін (3)ші өрнекті t_1 – ден t_2 – ге дейін интегралдаймыз:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{k^2}{3} R (t_2^3 - t_1^3)$$

Бірінші секундта бөлінетін жылу мөлшерін $t_1 = 0\text{с}, t_2 = 1\text{с}$ екінші секундта бөлінетін жылу мөлшерін $t_1 = 1\text{с}, t_2 = 2\text{с}$ аралықтарында интегралдау арқылы анықтаймыз.

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 20 (1)^3 = 60 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 20 \cdot 7 = 400 \text{ Дж}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{400}{60} = 7$$

3. Диаметрі 0,6 мм темір өткізгіштен 16 А тоқ өтеді. Еркін электрондардың концентрациясы, өткізгіштегі атомдардың концентра-

циясына тең деп алып, электрондардың бағытталған қозғалысының орташа жылдамдығын табыңыздар.

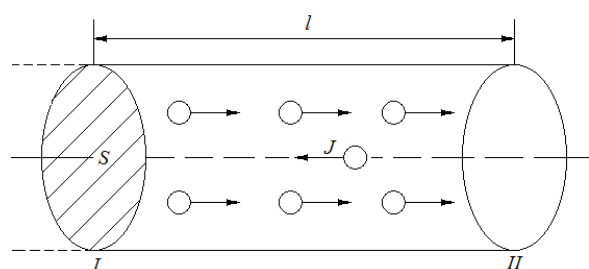
Берілгені: $d=6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $i=16 \text{ А}$, $n=n'$

Табу керек: $\langle v \rangle$

Шешімі: электрондардың орташа жылдамдығы мына формуламен есептеледі:

$$\langle v \rangle = \frac{l}{t} \quad (1)$$

Мұндағы, t барлық еркін электрондар өткізгіштің I және II қималарының арасындағы болатын уақыты: (1-сызба)



1-сызба. Өткізгіш қималарындағы электрондардың қозғалысы

II-ші қимадан $Q=eN$ заряд тасымалданып, мынадай тоқ туындайды:

$$i = \frac{Q}{t} = \frac{eN}{t} \quad (2)$$

Мұндағы, e – элементар заряд, N – өткізгіш кесіндісіндегі электрондар саны, l – өткізгіш ұзындығы.

Өткізгіш кесіндісінің V көлеміндегі еркін электрондар саны мына өрнекпен есептеледі:

$$N=nV=nlS \quad (3)$$

Мұндағы, S қиманың ауданы. Есептің шарты бойынша $n = n'$ болғандықтан, төмендегі қатынас шығады:

$$n = n' = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N_A}{\frac{M}{\rho}} = \frac{N_A \rho}{M} \quad (4)$$

Мұндағы, N_A Авагадро саны, V_m металдың молярлық көлемі, M – металдың молярлық массасы, ρ - оның тығыздығы. (4) формуладағы n -ді (3) теңдікке және (3) теңдіктегі N -ді (2) теңдікке қойып, төмендегі қатынасты аламыз:

$$i = \frac{N_A \rho l s e}{M t} \text{ бұдан } l = \frac{i M t}{N_A \rho s e} \text{ қатынасы шығады.}$$

Немесе алынған қатынасты орташа жылдамдықтың формуласына қойсақ, төмендегі өрнек алынады:

$$\begin{aligned} \langle v \rangle &= \frac{4iM}{\pi d^2 N_A \rho e} = \frac{4 \cdot 16 \cdot 56 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (0,6 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 98 \cdot 10^{-9} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}} \frac{M}{c} = \\ &= 4,20 \cdot 10^{-3} \frac{M}{c} \end{aligned}$$

4. 20 А тоғы бар, ұзындығы 500 м түзу өткізгіштегі электрондардың қозғалыс мөлшерлерінің қосындысын табыңыздар.

Берілгені: $l=500$ м, $I=20$ А, $m=9,11 \cdot 10^{-31}$ кг, $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

Табу керек: ρ

Шешімі: ток тасымалдайтын электрондардың санын N деп алсақ, олардың қозғалыс мөлшерінің қосындысы мына формуламен есептеледі: $\rho = Nm \langle v \rangle$

Мұндағы, $\langle v \rangle$ электрондардың орташа жылдамдығы. Токтың беттік тығыздығы мынаған тең. $j = ne \langle v \rangle = \left| n = \frac{N}{V}, V = sl \right| = \frac{N}{sl} e \langle v \rangle$ бұдан

$$\frac{i}{S} = \frac{N}{sl} e \langle v \rangle \text{ немесе } \langle v \rangle = \frac{il}{Ne}$$

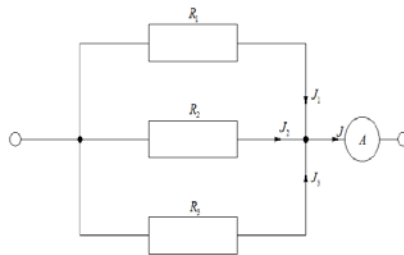
$$\rho = Nm \langle v \rangle = \frac{mil}{e} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 20 \cdot 500}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,69 \cdot 10^{-8} \text{ кгм/с}$$

5. 2-сызбада көрсетілген тізбекте амперметр 1,5 А ток күшін көрсетеді. R_1 кедергісі арқылы өтетін ток күші 0,5 А тең. $R_2 = 20 \text{ Ом}, R_3 = 60 \text{ Ом}, R_1$ кедергісін және R_2, R_3 кедергілерінен өтетін i_2, i_3 ток күштерін табыңыздар.

Берілгені: $i=1,5 \text{ А}, i_1=0,5 \text{ А}, R_2=20 \text{ Ом}, R_3=60 \text{ Ом}$

Табу керек: R_1, i_2, i_3

Шешімі:



2-сызба. Кедергілер мен амперметрдің өзара жалғанулары

кернеу тұрақты $U = \text{const}$. Кирхгофтың түйін үшін бірінші заңын жазамыз:

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

Кирхгофтың екінші заңы кедергілер параллель жалғанғандықтан, төмендегідей өрнектеледі:

$$i_1 R_1 = (i_2 + i_3) \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

немесе Кирхгофтың бірінші заңынан мына теңдік алынады:

$$L_2 + L_3 = L - L_1$$

Кирхгофтың екінші заңынан R_1 табамыз:

$$R_1 = \frac{(i - i_1) R_2 R_3}{i_1 (R_2 + R_3)} = \frac{(1,5 - 0,5) 2 \cdot 6}{1,5(2 + 6)} \text{ Ом} = 3 \text{ Ом}$$

$$i_2 = \frac{u}{R_2} = \frac{i_1 R_1}{R_2} = \frac{0,5 \cdot 3}{2} \text{ А} = 0,75 \text{ А}$$

$$i_3 = \frac{u}{R_3} = \frac{i_1 R_1}{R_3} = \frac{0,5 \cdot 3}{6} \text{ А} = 0,25 \text{ А}$$

6. Көлденең қимасының ауданы $0,2 \text{ мм}^2$ алюминийден жасалған өткізгіштен $0,2 \text{ А}$ тоқ өтеді. Электр өрісі тарапынан жеке еркін электрондарға әсер ететін күшті табыңыздар.

Берілгені: $S = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$, $i = 0,2 \text{ А}$, $\rho = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{ м}$, $e = 1,6 \cdot 10^{19} \text{ Кл}$

Табу керек: F

Шешімі: электронға әсер ететін электр өрісінің күші мына формуламен анықталады: $F = eE$.

Тоқтың беттік тығыздығын Ом заңының дифференциалдық түрін жазу арқылы табамыз: $i = \gamma E = \frac{E}{\rho}$ болғандықтан, тоқтың беттік тығыздығы мына

формуламен есептеледі: $j = \frac{i}{S} = \frac{E}{\rho S}$ бұдан электр өрісінің кернеулігі

$$E = \frac{i \cdot \rho}{S} \text{ немесе } F = e \frac{i \rho}{S} = 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{0,2 \cdot 2,6 \cdot 10^{-8}}{0,2 \cdot 10^{-6}} \text{ Н} = 4,16 \cdot 10^{-21} \text{ Н}$$

7. Мыстан және темірден жасалған ұзындықтары мен көлденең қималарының аудандары бірдей цилиндр пішінді өткізгіштер параллель жалғанған. Осы өткізгіштер үшін тоқ қуаттарының қатынастарын анықтаныздар. $\rho_{al} = 17 \text{ нОм} \cdot \text{м}$, $\rho_{Fe} = 98 \text{ нОм} \cdot \text{м}$

Берілгені:

$$l_1 = l_2 = l, S_1 = S_2 = S, \rho_{cu} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}, \rho_{Fe} = 9,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

Табу керек: $\frac{\rho_1}{\rho_2}$

Шешімі: кернеу тұрақты $U = \text{const}$

R_1 және R_2 кедергілерден өтетін тоқтың қуаттары төменгі формуламен есептеледі:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \left| R_1 = \rho_{cu} \frac{l}{S} \right| = \frac{U^2 S}{\rho_{al} \cdot l}$$

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \left| R_2 = \rho_{Fe} \frac{l}{S} \right| = \frac{U^2 S}{\rho_{Fe} \cdot l}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_{Fe}}{\rho_{al}} = \frac{9,8 \cdot 10^{-8}}{1,7 \cdot 10^{-8}} = 5,76.$$

8. 15 с уақытта кедергісі 120 Ом өткізгіштегі тоқ күші 0А-ден 5А дейін бірқалыпты өседі. Осы уақытта өткізгіштен бөлінген жылу мөлшерін табыңыздар.

Берілгені: $R=120 \text{ Ом}$, $i_0=0\text{А}$, $i_{\max}=5\text{А}$, $\tau=15\text{с}$

Табу керек: Q

Шешімі: тізбектегі тоқ айнымалы болғандықтан dt уақытта бөлінетін жылу мынаған тең:

$dQ=i^2 R dt$. Тоқ уақытқа сызықты тәуелді. $i=kt$ мұндағы k -пропорционалдық коэффициенті:

$$k = \frac{i_{\max} - i_0}{\tau} = \frac{5 \text{ А}}{15 \text{ с}} = \frac{1 \text{ А}}{3 \text{ с}}$$

$$Q = \int dQ = \int_0^{\tau} k^2 R t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \tau^3 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 120 \cdot (15)^3 = 15 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 15 \text{ кЖ}$$

9. Сутегі атомының иондалу потенциалы 13,6 В болса, оны иондайтын электронның минимал жылдамдығы неге тең?

Берілгені: $U_1=13,6\text{В}$, $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{Кл}$, $m=9,1 \cdot 10^{-31}\text{кг}$

Табу керек: v_{\min}

Шешімі: энергияның сақталу заңы бойынша электронның иондау кезінде істейтін жұмысы, оның минимал кинетикалық энергиясына тең:

$$eU_1 = \frac{mv_{\min}^2}{2} \text{ бұдан } v_{\min} = \sqrt{\frac{2eU_1}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 13,6}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 2,19 \text{ М, } 1,9$$

10. Электронның металдан шығу жұмысы 2,5 эВ тең. Электронның энергиясы 10^{-18} Дж болса, металдан ұшып шығатын электронның жылдамдығы қандай болғаны?

Берілгені: $A=4 \cdot 10^{-19}\text{Дж}$, $W=10^{-18}\text{Дж}$, $m=9,1 \cdot 10^{-31}\text{кг}$.

Табу керек: v

Шешімі: энергияның сақталу заңы бойынша электронның кинетикалық энергиясы, оның энергиясынан металдан шығу жұмысын алып тастағанға тең:

$$\frac{mv^2}{2} = W - A \text{ бұдан } v = \sqrt{\frac{2(W - A)}{m}} = \sqrt{\frac{2(10^{-18} - 4 \cdot 10^{-19})}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,15 \text{ Мм/с}$$

Жаттығулар

1. Ұзындығы 10 м, 6 В кернеудегі темір өткізгіштегі тоқтың тығыздығын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 6,1 \frac{\text{МА}}{\text{м}^2}$$

2. 10 с уақытта өткізгіштегі тоқ күші 0А-ден 3 А-ге дейін бірқалыпты өседі. Өткізгіштен өткен зарядтың шамасын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 15 \text{ Кл}$$

3. Екі элемент ($\varepsilon_1 = 1,2\text{В}$, $r_1 = 0,1\text{Ом}$, $\varepsilon_2 = 0,9\text{В}$, $r_2 = 1,3\text{Ом}$) бір-бірімен аттас полюстарымен жалғанған. Жалғағыш өткізгіштің кедергісі 0,2 Ом. Тізбектегі тоқ күшін анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 0,5\text{А}$$

4. Кедергісі 12 Ом өткізгіштегі тоқ күші 5 А-ден 0А-ге дейін 10 с уақытта кемиді. Көрсетілген уақытта өткізгіште бөлінетін жылу мөлшерін табыңыздар.

Жауабы: 1кДж

5. Мыс өткізгіштегі тоқтың тығыздығы $3 \frac{A}{mm^2}$ тең. Өткізгіштегі электр өрісінің кернеулігін табыңыз.

Жауабы: $0,05 \frac{B}{M}$

6. Көлемі 6 см^3 мыс өткізгіштен 1 мин тоқ жүргенде 216 Дж жылу мөлшері бөлінеді. Өткізгіштегі электр өрісінің кернеулігін анықтаңыздар.

Жауабы: $0,1 \frac{B}{M}$

7. Металдан жасалған өткізгіш 100 м/с үдеумен қозғалады. Еркін электрондар моделін пайдаланып, өткізгіштегі электр өрісінің кернеулігін табыңыздар.

Жауабы: $568 \frac{nB}{M}$

8. Металдың меншікті өткізгіштігі $10 \frac{Mcm}{c}$ тең. Еркін электрондардың концентрациясы 10^{28} м^{-3} болса, оның еркін жүру жолының ұзындығы қандай болғаны? Электрондардың хаосты қозғалысының жылдамдығын 1 мм/с -қа тең деп алыңыздар.

Жауабы: 71нм

9. Металдардағы электрөткізгіштің классикалық теориясын пайдаланып, электрондардың орташа кинетикалық энергиясын анықтаңыздар. Жылу өткізгіштің меншікті өткізгіштікке қатынасы $6,7 \cdot 10^{-6} \frac{B^2}{K}$ тең.

Жауабы: 39 мэв

10. 10 мин уақытта электролиттік ыдыста 5А тоқ жүргенде екі валентті металдан 1,02 г масса бөлінді. Оның салыстырмалы атомдық массасын табыңыздар.

Жауабы: 65,4

11. Екі электролиттік ыдыс бір-бірімен тізбектей жалғанған. Бірінші ыдыста массасы 3,9 г екі валентті цинк, екіншісінде массасы 2,24 г темір бөлінді. Темірдің валенттілігін анықтаңыз.

Жауабы: 3

12. Тоқтың тығыздығы $80 \frac{A}{M^2}$ болғандағы, электролиз кезінде 5 сағатта мыс купоросынан бөлінетін мыстың қалыңдығын анықтаңыз.

Жауабы: 54мкм

13. Ауданы 1 см^2 электродтың бетінен 5 мин екі валентті металдың қанша атомы бөлінеді? Тоқтың тығыздығы $10 \frac{A}{M^2}$ тең.

Жауабы: $9,3 \cdot 10^{17}$

14. Сутегі атомының иондалу энергиясы $2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж. Сутегінің иондалу потенциалын анықтаңыздар.

Жауабы: 13,6В

15. Иондалу потенциалы 14,5 эВ тең азоттың атомын иондау үшін электронның минимал жылдамдығы қандай болуы қажет?

Жауабы: $2,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$

Тест сұрақтары

Өткізгіштің көлденең қимасының ауданы екі есе арттырсақ, электр тоғының тығыздығы неше есе кемиді?

А.2

Ә. $\frac{1}{2}$

Б.4

В. $\frac{1}{4}$

Г. кемімейді.

2. Өткізгіштегі ток күшін 3 есе арттырсақ, оның тығыздығы неше есе көбейеді?

А.6

Ә.3

Б. $\frac{1}{3}$

В. $\frac{1}{6}$

Г. 9

3. Біртекті өткізгіштің ұзындығын 5 есе көбейтсек, кедергісі неше есеге артады?

А. $\frac{1}{5}$

Ә. 10

Б. 5

В. $\frac{1}{10}$

Г. 25

4. Цилиндр пішінді өткізгіштің радиусын 4 есе арттырсақ, оның кедергісі неше есе кемиді?

А. 4

Ә. $\frac{1}{4}$

Б. 2

В. 16

Г. $\frac{1}{16}$

5. Өткізгіштің кедергісін екі есе арттырсақ, оның өткізгіштігі неше есе кемиді?

А. 4

Ә. 16

Б. $\frac{1}{4}$

В. 2

Г. $\frac{1}{2}$

6. Заттың меншікті кедергісін 5 есе арттырсақ, меншікті өткізгіштігі неше есе кемиді?

А. $\sqrt{5}$

Ә. $\frac{1}{5}$

Б. 25

В. 10

Г. 5

7. Кирхгофтың бірінші заңын көрсетіңіз.

А. $\sum_{l=1}^n J_l = 0$

Ә. $\sum_{l=1}^n J_l = const$

Б. $\int J_l dJ_l = const$

В. $\oint_e dJ_l = const$

Г. $\oint_s dJ_l = 0$

8. Кирхгофтың екінші заңын көрсетіңіз.

А. $\sum_{l=1}^n J_l R_l = \sum_{l=1}^r \mathcal{E}_i$

Ә. $\sum_{l=1}^n J_l R_l = \sum_{l=1}^n \mathcal{E}_i$

Б. $\int J_l dR_l = \mathcal{E}_i$

В. $\oint_e R_l dJ_l = 0$

Г. $\oint_e R_l dJ_l = const$

9. Токты екі есе арттырып, кернеуді 2 есе кемітсек токтың қуаты қалай өзгереді?

А. өзгермейді

Ә. 4 есе артады

Б. $\frac{1}{4}$ есе кемиді

В. 16 есе артады

Г. 16 есе кемиді

10. Тоқ пен кернеулікті 2 есе көбейтсек, тоқтың қуаты неше есеге артады?

А. 2

Ә. 4

Б. $\frac{1}{2}$

В. $\frac{1}{4}$

Г. 8

11. Тізбектегі тоқты 2 есе арттырсақ, бөлінетін жылу мөлшері неше есе көбейеді?

А. 2

Ә. $\frac{1}{2}$

Б. $\frac{1}{4}$

В. 4

Г. 16

12. Тізбектегі тоқты 4 есе арттырсақ, жылу неше есе көбейеді?

А. 4

Ә. $\frac{1}{4}$

Б. 16

В. 8

Г. 2

13. Электр өрісінің кернеулігін 4 есе көбейтсек, тоқтың тығыздығы неше есе артады?

А. 4

Ә. 2

Б. $\frac{1}{4}$

В. $\frac{1}{2}$

Г. 16

14. Электр өрісінің кернеулігін 5 есе арттырсақ, жылу қуатының көлемдік тығыздығы неше есе көбейеді?

А. 5

Ә. 25.

Б. $\sqrt{5}$

В. $\frac{1}{5}$

Г. 10

15. Өткізгіштегі кернеуді екі есе арттырсақ, тоқтың қуаты неше есеге артады?

А. 4

Ә. 2

Б. $\frac{1}{4}$

В. $\frac{1}{2}$

Г. 8

16. Тұрақты кернеуде өткізгіштің қимасының ауданын 3 есе арттырсақ, тоқтың қуаты неше есеге көбейеді?

А. $\frac{1}{3}$

Ә. 3

Б. 6

В. $\frac{1}{6}$

Г. 9

17. Тұрақты кернеуде өткізгіштің ұзындығын 4 есе көбейтсек, тоқтың қуаты неше есеге кемиді?

А. 2

Ә. $\frac{1}{2}$

Б. 4

В. $\frac{1}{4}$

Г. 8

18. Сутегі атомының иондалу потенциалын 4 есе арттырсақ, электронның жылдамдығы неше есеге көбейеді?

А. 4

Ә. $\frac{1}{4}$

Б. 8

В. 2

Г. $\frac{1}{2}$

19. Электронның жылдамдығын 2 есе арттырсақ, иондалу потенциалы неше есеге көбейеді?

А. 4

Ә. 2

Б. $\frac{1}{4}$

В. $\frac{1}{2}$

Г. 8

20. Цилиндр пішінді өткізгіштің диаметрін 3 есе арттырсақ, кедергісі неше есеге кемиді?

А. 3

Ә. 9

Б. 6

В. $\frac{1}{3}$

Г. $\frac{1}{6}$

21. Өткізгіштегі электрондардың концентрациясын 2 есе арттырсақ, токтың тығыздығы неше есеге көбейеді?

А. 4

Ә. $\frac{1}{2}$

Б. $\frac{1}{4}$

В. 2

Г. 8

Д. 12

22. Өткізгіштегі электрондардың орташа жылдамдығын 4 есе арттырсақ, тоқтың тығыздығы неше есеге көбейеді?

А. 8

Ә. 12

Б. 2

В. 4

Г. $\frac{1}{2}$

23. Электродиттен өтетін электр зарядын 2 есе арттырсақ, электродта бөлінетін заттың массасы неше есе көбейеді?

А. 4

Ә. $\frac{1}{4}$

Б. $\frac{1}{2}$

В. 2

Г. 8

24. Иондардың валенттігін 3 есе арттырсақ, заттың электрохимиялық эквиваленті неше есеге кемиді?

А. 2

Ә. 4

Б. $\frac{1}{2}$

В. $\frac{1}{4}$

Г. 8

25. Электродиттен өтетін тоқтың шамасын 2 есе кемітсек, электродта бөлінетін заттың массасы неше есеге кемиді?

А. 4

Ә. $\frac{1}{4}$

Б. 2

В. $\frac{1}{2}$

Г. 8

ХІІІ тарау.Вакуумдегі және заттағы магнит өрісі

§13.1. Электр тоғының магнит өрісі және оның қасиеттері. Магнит өрісінің индукциясы және кернеулігі. Суперпозиция принципі. Био-Савар-Лаплас заңы. Қарапайым жүйелердің магнит өрістерін есептеу

Тұрақты магнит және электр тоғының айналасындағы кеңістікте күштік магнит өрісі туындайтындығы тәжірибе жүзінде дәлелденген. Магнит өрісінің бар болуы оған енгізілген тұрақты магнитке немесе тоғы бар өткізгішке әсер ететін күшпен анықталады. Сонымен қатар магнит өрісі тек қозғалыстағы зарядтарға әсер етеді. Магнит өрісі әсерінің сипаттамасы тоғы бар өткізгіштің пішініне, оның орналасуына, токтың бағытына байланысты әртүрлі болады. Сондықтан магнит өрісіне сипаттама беру үшін оның белгілі бір тоққа әсері қарастырылады.

1820 жылы Эрстед токтан туындайтын өрістің магнит тіліне белгілі бір бағытта әсер ететіндігін анықтады. Эрстед тәжірибесінде ток өтетін өткізгішті инеде айналатын магнит тілінің үстіне керіп орналастырды. Токты қосқанда магнит тілі өткізгішке перпендикуляр орнығады.

Токтың бағытын өзгерту тілдің қарама-қарсы бағытқа бұрылуын мәжбүрлейді. Бұл тәжірибеден магнит өрісінің бағытталған сипаттамасы бар және ол векторлық шамамен анықталады деген қорытынды жасауға болады.

\vec{B} векторлық шамасы магнит индукциясының векторы деп аталады. Магнит өрісін сипаттау мақсатында магнит индукциясымен бірге магнит өрісінің кернеулігі деп аталатын физикалық шама енгізіледі. Екі векторлық шама вакуумде төмендегі қатынаспен байланысқан:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (13.1.1)$$

μ_0 - скалярлық магниттік тұрақты шама ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ интернационалдық өлшем жүйесі). Электр тоғы зарядтардың бағытталған қозғалысы болғандықтан, магнит өрісін қозғалыстағы зарядтар туғызады. Сондықтан қозғалыстағы зарядтар өздерін қоршаған кеңістікте магнит өрісін туғызып оның қасиеттерін өзгертеді. Магнит өрісі үшін суперпозиция принципі орындалады. Бірнеше зарядтардың қозғалыстарынан пайда болатын магнит өрісінің индукциясы \vec{B} , әрбір зарядтың туғызатын магнит өрістерінің \vec{B}_i индукцияларының векторлық қосындысына тең:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i \quad (13.1.2)$$

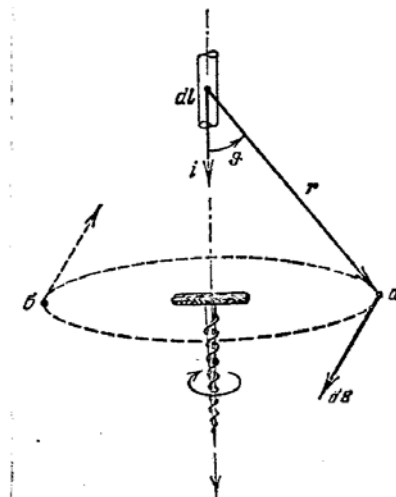
Бұдан суперпозициялау принципі токтың элементтері үшін де орындалатыны шығады. Тәжірибелерден алынған нәтижелер бойынша i тоғы бар өткізгіштің қандай да бір A нүктесінде туғызатын магнит индукциясы мына формуламен анықталады:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \left[d\vec{\ell} \times \vec{r} \right]}{r^3} \quad (13.1.3)$$

Мұндағы, \vec{r} - токтың элементінен қарастырылып отырған нүктеге жүргізілген радиус вектор. $d\vec{B}$ векторының бағыты $d\vec{\ell}$ мен \vec{r} -ге, яғни осы параметрлер жатқан кеңістікке перпендикуляр және магнит индукциясының сызығына жүргізілген жанаманың бойымен бағытталған. (13.1.3) теңдігінен токтың элементі өзінен r қашықтықта орналасқан нүктеде туғызатын магнит индукциясының модулі шығады:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\ell \sin \theta}{r^2} \quad (13.1.3a)$$

Мұндағы, θ , $d\vec{\ell}$ мен \vec{r} -дің арасындағы бұрыш (13.1.1-сызба). Магнит индукциясының векторының бағыты бұранда ережесіне бағынады. Мысалы, ток тік жоғарыдан төмен бағытталу үшін индукция векторы сағат тілімен айналуы қажет.

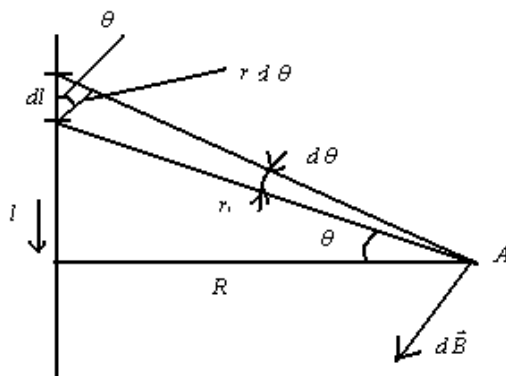


13.1.1-сызба. Ток элементінің магнит индукциясы

Сондықтан a нүктесіндегі магнит индукциясы сызбадан оқырманға, ал b нүктесінде оқырманнан сызбаға қарай бағытталған.(13.1.3)формуласы Био-Савар-Лаплас заңы деп аталады.

Магнит өрісінің \vec{B} индукциясы мен \vec{H} кернеулігін есептеу жалпы жағдайда өте күрделі. Бірақ токтың үлестірілуі симметриялы болса, Био-Савар-Лаплас заңы мен суперпозиция принципі өрістерді есептеуді жеңілдетеді. Мысалы,түзу токтың айналасында және айналмалы токтың орталығында пайда болатын магнит индукциясын қарастырайық.

Ұзындығы шексіз жіңішке өткізгіштен i ток өтсін делік. (13.1.2-сызба)



13.1.2-сызба. Түзу токтың магнит өрісі

Тоғы бар өткізгіштің dl элементінің өткізгіш осінен R қашықтықта орналасқан A нүктесінде туғызатын $d\vec{B}$ магнит индукциясын анықтайық. Ол үшін 13.1.2-сызбаны пайдаланып, төмендегі қатынастарды жазамыз:

$$r = \frac{R}{\cos \theta}, dl = \frac{rd\theta}{\cos \theta}$$

Қатынастарды (13.1.3а) өрнегіне қойсақ, мына теңдік алынады:

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \sin \theta d\theta \quad (13.1.4)$$

θ бұрышы түзу токтың барлық элементтері үшін 0-ден π -ге дейін үздіксіз өзгередіндіктен, суперпозиция принципін интеграл арқылы өрнектейік:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i}{R}$$

i тоғы бар дөңгелек өткізгіштің $d\ell$ элементінің оның орталығында туғызатын dB магнит өрісінің индукциясы (13.1.3а) формуласынан $\left(\sin \alpha = 1, \alpha = \frac{\pi}{2}, r = R \right)$ алынады: (13.1.1-сызба)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2} d\ell$$

Дөңгелек токтың барлық элементтерінің магнит индукциясын табу үшін жоғарыда келтірілген өрнекті интегралдаймыз:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2} \int d\ell = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

§13.2 Ампер күші. Параллель токтардың әсерлесуі. Лоренц күші. Магнит өрісіндегі зарядталған бөлшектердің қозғалысы

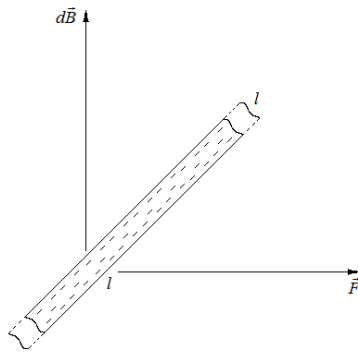
Магнит өрісінің пішіні әртүрлі тоғы бар өткізгіштерге әсерлерін зерттеп, Ампер магнит өрісінің тоғы бар өткізгіштің $d\ell$ элементіне әсер ететін $d\vec{F}$ күші мына формуламен өрнектелетіндігін дәлелдеді:

$$d\vec{F} = i \left[d\vec{l} \times d\vec{B} \right] \quad (13.2.1)$$

$d\vec{F}$ векторының бағыты сол қол ережесімен анықталады. Егер сол қолдың алақанын магнит индукциясы перпендикуляр енетіндей етіп, ал созылған төрт саусақты өткізгіштегі токтың бағытымен орналастырсақ, түзуленген бармақ күштің бағытын көрсетеді (13.1.2-сызба). Ампер күшінің сан мәні төмендегі формуламен есептеледі:

$$dF = IB \sin \theta dl \quad (13.2.1a)$$

Мұндағы, θ , $d\vec{l}$ және \vec{B} векторларының арасындағы бұрыш.



13.2.1-сызба. Магнит өрісінің токқа әсері

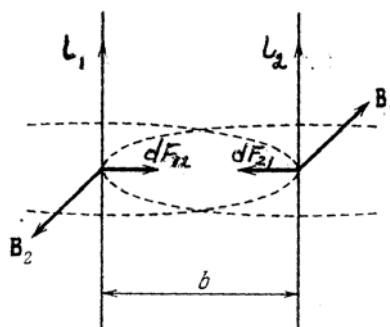
Өлшемі шекті тоғы бар өткізгішке әсер ететін күшті оның жеке элементтеріне әсер ететін күштерді қосу арқылы табамыз. Егер өткізгіштің түзу кесіндісінің барлық нүктелерінде магнит индукциясын тұрақты деп алсақ, (13.2.1) формуласы төмендегідей түрленеді:

$$\vec{F} = i \left[\vec{l} \times \vec{B} \right] \quad (13.2.2)$$

Күштің модулі мына формуламен есептелінеді:

$$F = ilB \sin \theta \quad (13.2.2a)$$

Мұндағы, θ , \vec{l} және \vec{B} векторларының арасындағы бұрыш Ампер күші тоғы бар өткізгіштердің әсерлесу күштерін есептеуге мүмкіндік береді. Шексіз ұзын бір-бірінен b қашықтықта орналасқан i_1 және i_2 тоғы бар параллель өткізгіштерді қарастырамыз. (13.2.2-сызба)



13.2.2-сызба. Параллель өткізгіштегі токтардың әсерлесуі

Өткізгіштердің әрқайсысы айналасында магнит өрісін туғызып тоғы бар басқа өткізгішке Ампер заңы бойынша әсер етеді. i_1 тоғының магнит өрісі екінші i_2 тоғы бар өткізгіштің $d\ell$ элементіне қандай күшпен әсер ететіндігін қарастырайық. i_1 тоғы бар өткізгіштің айналасында магнит индукциясының сызықтары концентрлі шеңберлерді береді. \vec{B}_1 векторының бағыты бұранда ережесімен анықталып, модулі мына формуламен есептеледі:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i_1}{b}$$

\vec{B}_1 өрісінің екінші токтың $d\ell$ бөлігіне әсер ететін $d\vec{F}_{21}$ күшінің сол қол ережесі бойынша анықталған бағыты 13.2.2-сызбада көрсетілген. i_2 тоғы мен \vec{B}_1 векторының арасындағы бұрыш $\frac{\pi}{2}$ тең екендігін ескерсек, Ампер заңы төмендегідей өрнектеледі:

$$dF_{21} = l_2 B_2 dl$$

немесе B_1 мәнін қойсақ, мына өрнекті аламыз:

$$dF_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i_1 i_2}{b} dl \quad (13.2.3)$$

Осыған ұқсас i_2 тоғының магнит өрісі i_1 тоғы бар бірінші өткізгіштің $d\vec{F}_{21}$ күшіне қарама-қарсы, модулі мынаған тең күшпен әсер етеді:

$$dF_{21} = i_1 B_2 dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i_1 i_2}{b} dl \quad (13.2.4)$$

$dF_{21} = dF_{21}$ болғандықтан, екі параллель өткізгіштердегі бағыттары бірдей тоқтар бірін-бірі төменде келтірілген күшпен тартады, ал бағыттары қарама-қарсы тоқтар бірін-бірі тебеді.

$$dF = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i_1 i_2}{b} dl \quad (13.2.5)$$

Кез келген тоқ зарядталған бөлшектердің реттелген қозғалысы болғандықтан, оларға магнит өрісінде күш әсер етеді. Магнит өрісіндегі i тоғы бар, ұзындығы l өткізгішке Ампер күші әсер етеді:

$$F = ilB \sin \theta$$

Мұндағы, θ, \vec{l} және \vec{B} векторларының арасындағы бұрыш $il = Nev$ және \vec{l} -дің бағыты \vec{v} бағытымен сәйкес келетіндігін ескерсек, төмендегі теңдік шығады:

$$F_N = Nev \sin \theta$$

Мұндағы, N - өткізгіш ішіндегі қозғалыстағы зарядталған бөлшектердің толық саны. Бір бөлшекке әсер ететін күш мынаған тең:

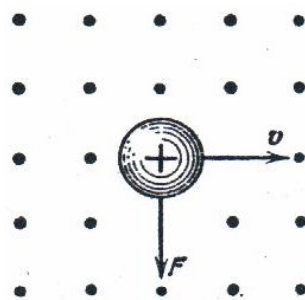
$$F = evB \sin \theta \quad (13.2.6)$$

Мұндағы, θ, \vec{v} және \vec{B} векторларының арасындағы бұрыш болғандықтан, күштің векторлық формасы мынадай түрде жазылады:

$$\vec{F} = e \left[\vec{v} \times \vec{B} \right] \quad (13.2.7)$$

Күштің бағыты әрқашан \vec{v} және \vec{B} векторларына перпендикуляр $(\vec{F} \perp \vec{v} \perp \vec{B})$ және бұранда ережесімен анықталады. (13.2.3-сызба). Егер магнит өрісімен қатар электр өрісі болса, толық күш мынаған тең болады:

$$\vec{F} = e \vec{E} + e \left[\vec{v} \times \vec{B} \right] \quad (13.2.8)$$



13.2.3-сызба. Магнит өрісінде қозғалатын зарядталған бөлшекке әсер ететін күш. Өріс оқырманға қарай бағытталған

(13.2.6) формуласы Лоренц күші деп аталады. Күш пен жылдамдықтың бағыттары бір-біріне әрқашан перпендикуляр болғандықтан, Лоренц күшінің жұмысы нөлге тең. Яғни, тұрақты магнит өрісінде қозғалатын зарядталған бөлшектердің кинетикалық энергиясы өзгермейді. Лоренц күші

зарядталған бөлшектердің магнит өрісіндегі қозғалыс заңдылықтарын зерттеуге мүмкіндік береді. Зарядталған бөлшектердің біртекті магнит өрісіндегі қозғалысын қарастырайық. Магнит өрісіндегі Лоренц күшінің бағыты мен осы күштің әсерінен қозғалыстағы зарядталған бөлшектің ауытқу бағыты оның таңбасына байланысты. Егер зарядталған бөлшек магнит индукциясының сызығының бойымен қозғалса, \vec{v} және \vec{B} векторларының арасындағы θ бұрышы 0^0 -қа немесе π^0 -қа тең. Сондықтан (13.2.6) формуласынан Лоренц күшінің нөлге теңелетіндігі шығады. Яғни, магнит өрісі зарядталған бөлшекке әсер етпейтіндіктен, ол тұзусызықты бірқалыпты қозғалады. Егер магнит өрісіндегі зарядталған бөлшектің \vec{v} жылдамдығы магнит \vec{B} индукциясына перпендикуляр бағытталса, онда Лоренц күші әрқашан бөлшектің траекториясына перпендикуляр болады. Олай болса, бөлшек шеңбер бойымен қозғалады, өйткені шеңбердің радиусы әрқашан оған жүргізілген жанамаға перпендикуляр болатындығы элементар математикадан белгілі. Бөлшектің шеңбер бойымен қозғалысын ұстап тұратын күш Ньютонның екінші заңы бойынша, масса мен центрден тепкіш үдеудің көбейтіндісіне тең:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \quad \text{бұдан} \quad r = \frac{mv}{qB} \quad (13.2.9)$$

Мұндағы, r Лармор радиусы. (Лармор ағылшын физигі) (13.2.9) формуласын пайдаланып, бөлшектің қозғалысын сипаттайтын шеңбер бойымен айналу периоды мен қозғалыстың бұрыштық жылдамдығын анықтайық. Бір толық айналысқа кеткен уақыт (период) мына формуламен есептеледі:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \text{осы теңдікке (13.2.9) өрнегіндегі } r \text{-дің мәнін қойсақ, төмендегі}$$

қатынас шығады:

$$T = \frac{2\pi m}{Bq} \quad (13.2.10)$$

Біртекті магнит өрісіндегі зарядталған бөлшектің айналу периоды меншікті зарядқа және магнит өрісінің индукциясына тәуелді. Бөлшектің бұрыштық жылдамдығы мынаған тең:

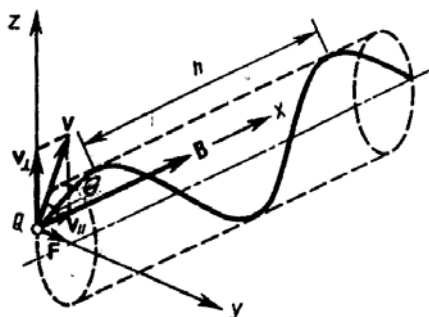
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}$$

ω шамасын бұрыштық немесе Лармор жиілігі деп аталады. Егер зарядталған бөлшектің \vec{v} жылдамдығы магнит индукциясының \vec{B} векторына θ бұрышпен бағытталса, оның қозғалысын суперпозиция принципі бойынша төмендегідей екі түрде қарастырамыз:

а. Өріс бойымен бірқалыпты түзу сызықты $v_{11} = v \cos \theta$ жылдамдықпен қозғалыс.

ә. $v_{\perp} = v \sin \theta$ жылдамдықпен шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалыс. Осы екі қозғалысты қосудың нәтижесінде спираль бойымен қозғалыс шығады. Спиральдың осі магнит өрісіне параллель. Бұранда сызығының қадамы мына формуламен анықталады: (13.2.4-сызба)

$$h = v_{11} \cdot T = vT \cos \theta = \left| T = \frac{2\pi m}{B q} \right| = \frac{2\pi m \cos \alpha}{B v}$$



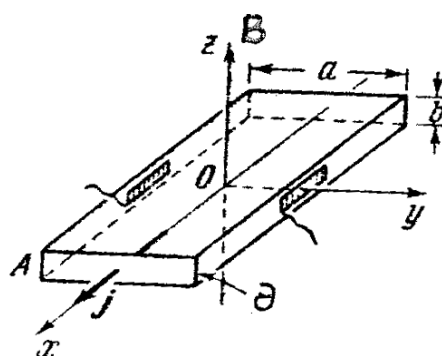
13.2.4-сызба. Магнит \vec{B} индукциясы мен \vec{v} жылдамдықтың арасындағы бұрыш θ -ға тең болған кездегі зарядталған бөлшектің траекториясы

Спиральдың бұралу бағыты зарядтың таңбасына байланысты. Егер біртекті емес магнит өрісінің \vec{B} индукциясы зарядталған бөлшектің жылдамдығымен θ бұрыш жасап, оның қозғалу бағытында артатын болса, r мен h кемиді. Магнит өрісінде зарядталған бөлшектерді фокустау осы құбылысқа негізделген. Магнит өрісінде үдетілген зарядталған бөлшектердің жоғарыда келтірілген қасиеттерін білу олардың траекторияларын спираль бойымен қозғалысқа келтіру арқылы әртүрлі үдеткіштердің өлшемдерін кішірейтуге мүмкіндік береді.

§13.3 Холл эффектісі. Магнит өрісіндегі \vec{B} векторының циркуляциясы. Біртекті магнит өрісіндегі тоғы бар орам және кәсек. Кәсекке әсер етуші күш моменті

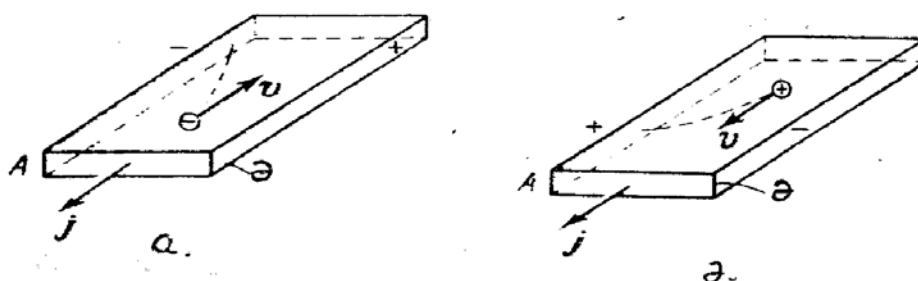
Металдар мен шалаөткізгіштердегі электрондардың қасиеттерін зерттеуде Холл эффектісінің маңызы өте үлкен. Егер магнит өрісіндегі

металл немесе шалаөткізгіш пластинканың бағытын Oz деп алып, Ox бағытымен ток жіберсек, онда Oy бағытында A және Θ нүктелерінің арасында потенциалдар айырымы туындайды. (13.3.1-сызба)



13.3.1-сызба. Магнит өрісінде орналасқан металл пластинкада токтың әсерінен потенциалдар айырымының пайда болуы

Магнит өрісіндегі қозғалыстағы зарядтар Лоренц күшінің әсерінен ауытқиды. Егер заттың өткізгіштігі электрондық болса, электрондар ток тығыздығының \vec{j} векторына қарсы қозғалды. Сондықтан электрондар пластинканың A қырына қарай ауытқып, онда теріс беттік зарядты туғызады. (13.3.2 а-сызба). Токты кемтіктер тасымалдаса, олар ток тығыздығының бағытымен қозғалып, A қырына қарай ауытқиды. Өйткені жылдамдықтың бағыты мен зарядтың таңбасы электрондыкіне қарсы. (13.3.2 ә-сызба)



13.3.2-сызба. Магнит өрісінде орналасқан тоғы бар өткізгіш (а) және шалаөткізгіш (ә) пластинкалардағы зарядтардың ауытқуы

Пластинканың Θ қырында токты электрондар тасымалдаса, оң зарядтар, кемтіктер тасымалдаса, теріс зарядтар жинақталады. Пластинканың

қырларындағы \vec{E} электр өрісінің $q\vec{E}$ күші Лоренц күшіне теңелгенше артады. Екі күш теңелгеннен бастап зарядтар ауытқымайды. Холлдың потенциалдар айырымының таңбасы бойынша өткізгіштің түрі анықталады. Потенциалдар айырымының шамасын өлшеу арқылы тоқ тасымалдайтын бөлшектердің концентрациясы анықталатындығын көрсетейік. Лоренц күші мен электр өрісінің күші теңелгенде көлденең бағытта зарядтар стационарлы үлестіріледі:

$$qE = qvB = \frac{q\Delta\varphi}{a}$$

А және Ә қырларының арасындағы потенциалдар айырымы мына формуламен есептелінеді:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = Ea = uBa$$

Мұндағы, a - пластинканың ені.

$J = js = nqus$ ескерсек, төмендегі қатынас шығады:

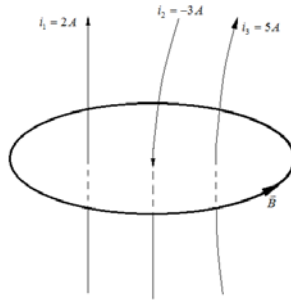
$$\Delta\varphi = \frac{J}{nqab} Ba = \frac{1}{qn} \frac{JB}{b} = R \frac{JB}{b} \quad (13.3.1)$$

Мұндағы, S пластинканың көлденең қимасының ауданы, b - пластинканың қалыңдығы, u - зарядтардың реттелген қозғалысының жылдамдығы.

$R = \frac{1}{qn}$ шамасы Холл тұрақтысы деп аталады. Тұрақтының таңбасы

өткізгіштіктің түрлерін анықтайды (Мысалы, теріс таңба электрондық, ал оң таңба кемтіктік өткізгіштікті көрсетеді). (14.1.1) формуласынан Холл тұрақтысын табу үшін пластинканың А және Ә қырларының арасындағы потенциалдар айырымын, тоқ күшін, магнит өрісінің индукциясын және пластинканың қалыңдығын өлшеу қажет. Холлдың есептелген тұрақтысын, өткізгіштегі тоқ тасымалдайтын бөлшектердің концентрациясын, шалаөткізгіштердің өткізгіштігінің табиғатын анықтауға, аналогты есептеуіш машиналардағы тұрақты тоқты арттыруға және өлшеуіш техникаларында қолданады.

Мұндағы, n еркін пішінді L контурмен қоршалған тоғы бар өткізгіштер саны. Әрбір ток контурмен қанша рет қоршалса, сонша рет ескеріледі. Контур бойынша токтың айналу бағыты бұранда ережесіне бағынса оң, бағынбаса теріс деп есептеледі. (13.3.3-сызба)



13.3.3-сызба. Тоғы бар өткізгіштердің магнит индукциясы

Бұранда ережесі бойынша i_1 және i_3 токтардың бағыттары оң, ал i_2 тоғыныңкі теріс болғандықтан, токтардың алгебралық қосындысы мынаған тең болады:

$$i_1 + i_3 - i_2 = (2 + 5 + 3)A = 4A$$

Токты қоршамайтын кез келген тұйық контурдың магнит өрісінің индукциясы нөлге тең. (13.1.2) өрнегі көптеген жағдайларда магнит өрісінің кернеулігін есептеуге мүмкіндік береді. Мысалы, бірқалыпты оралған орам саны көп цилиндрлік катушканың ішіндегі магнит өрісінің индукциясын есептейік. Ол үшін ұзындығы l , орам саны n , i тоғы бар соленоидты қарастырамыз (13.3.4-сызба). Соленоидтың ұзындығын, орамның диаметрінен едәуір үлкен деп алсақ, соленоид шексіз ұзын деп есептеледі. Соленоидтың магнит өрісін темір ұнтақтары арқылы тәжірибе жүзінде зерттеу оның ішіндегі өрістің біртекті, сыртындағысы біртекті емес және өте әлсіз екендігін көрсетті. Сондықтан соленоидтың сыртындағы өріс ескерілмейді.

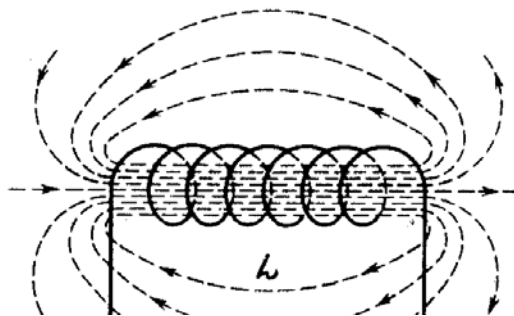
Магнит өрісінің сызықтарын тәжірибе жүзінде зерттеу оның электр өрісінің сызықтарынан өзгеше екендігін көрсетті. Электр өрісінің сызықтарының басы және аяғы бар. Сонымен қатар тұрақты электр өрісінің тұйық сызықтары жоқ. Керісінше, магнит өрісінің күш сызықтарының басы немесе аяғы жоқ, яғни олар әрқашан тұйықталған. Сондықтан магнит өрісі құйынды болып табылады. Егер магнит өрісіне тұйық бетті орналастырсақ, одан өтетін магнит ағыны $\Phi = \oint B \cos \theta ds$ нөлге тең. Өйткені бетке енетін магнит өрісінің сызықтарының саны одан шығатын сызықтар санына тең. $\oint B \cos \theta ds = 0$ теңдігі магнит күш сызықтарының басы және аяғы болмайтындығын математикалық тұрғыдан өрнектейтін теңдеу. Магнит сызықтары әрқашан өрісті туғызатын токтарды қоршайтындықтан, индукцияның күш сызығының бойымен алынған интеграл $\oint_l B_i dl$ нөлге тең

емес. Берілген тұйық контур бойынша алынған интегралды \vec{B} векторының циркуляциясы деп атайды:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_\ell dl$$

Мұндағы, $d\vec{l}$ - айналу бағытымен бағытталған контурдың элементар ұзындығы, $B_\ell = B \cos \theta$ контурға жүргізілген жанама бойындағы \vec{B} векторының құраушысы, θ , \vec{B} және $d\vec{l}$ векторларының арасындағы бұрыш. \vec{B} векторының циркуляциясы туралы теореманы (магнит өрісі үшін толық ток заңы) пайдаланамыз. Еркін тұйық контур бойынша \vec{B} векторының циркуляциясы, осы контур қоршайтын токтардың алгебралық қосындысын μ_0 көбейткенге тең:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_\ell dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n i_k \quad (13.3.2)$$



13.3.4-сызба. Соленоидтың магнит өрісі

Магнит индукциясының тұйық бір L сызығымен беттесетін \vec{B} векторының циркуляциясы (13.3.2) формуласымен анықталады. L индукция сызығының бөлігінде \vec{B} векторының циркуляциясы $B l$ тең болғандықтан, төмендегі теңдеу орындалады:

$$\int_L B_\ell dl = B \cdot l = \mu_0 n i \quad (13.3.3)$$

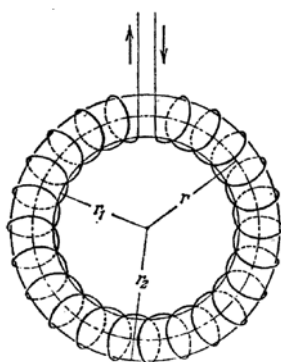
Бұдан соленоид ішіндегі магнит индукциясы шығады:

$$B = \frac{\mu_0 n i}{l} \quad (13.3.4)$$

Осыған ұқсас торойдтық тұйық катушканың ішіндегі магнит индукциясын анықтайық. Магнит индукциясы центрі торойдтың центрімен

беттесетін шеңбердің бойындағы барлық нүктелерде бірдей және мына формуламен есептеледі: (13.3.5-сызба)

$$B = \frac{\mu_0 ni}{l} = \frac{\mu_0 ni}{2\pi r}$$



13.3.5-сызба. Торойдтық катушка

Торойдтың ішіндегі магнит өрісі біртекті емес. Өйткені магнит индукциясы торойдтың ішкі жағында ең үлкен $B_1 = \frac{\mu_0 ni}{2\pi r_1}$ сыртқы жағында

ең кіші $B_2 = \frac{\mu_0 ni}{2\pi r_2}$ мәндерді иеленеді.

Екі өрістің салыстырмалы айырымы мынаған тең:

$$\frac{B_1 - B_2}{B_1} = \frac{r_2 - r_1}{r_1}$$

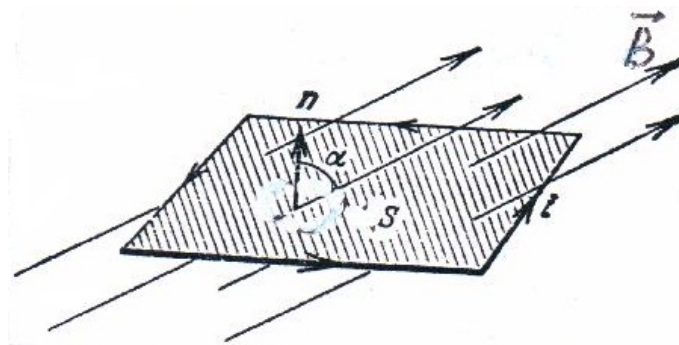
Соленоидтар мен торойдтар техникалық құрылғыларда және зертханаларда индуктивтілігі белгілі біртекті магнит өрісін алу мақсатында кеңінен қолданылады.

§13.4. Магниттік ағын. Магниттік өріс үшін Гаусс теоремасы. Тоғы бар өткізгішті магнит өрісінде орын ауыстырғанда істелетін жұмыс

dS беттен өтетін біртекті емес магнит индукциясының ағыны деп төмендегі формуламен анықталатын скалярлық физикалық шаманы айтады:

$$d\Phi_n = B_n dS = \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (13.4.1.)$$

Мұндағы, $B_n = B \cos \alpha$, $d\vec{s} = \vec{n} ds$, \vec{n} бетке тұрғызылған нормаль, α , \vec{n} мен \vec{B} -ның арасындағы бұрыш.



13.4.1-сызба. S беттен өтетін магнит индукциясының ағыны

Магнит өрісі өзінің шамасымен қатар таңбасымен сипатталады. (таңба $\cos \alpha$ -ның таңбасына тәуелді.) \vec{B} векторының ағыны тоғы бар белгілі бір контурмен байланыстырылып, контурға тұрғызылған нормальдың оң бағытты бұранда ережесімен анықталады. Барлық беттен өтетін толық ағын мынаған тең:

$$\Phi_B = \int_S B_n dS = \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad (13.4.2)$$

Біртекгі магнит өрісінде орналасқан S беттен өтетін магнит ағыны төмндегі формуламен өрнектеледі:

$$\Phi_B = BS \cos \alpha = B_n S \quad (13.4.1)$$

Магнит индукциясының \vec{B} векторы үшін Гаусс теоремасы: кез келген тұйық беттен өтетін магнит индукциясының векторының ағыны нөлге тең:

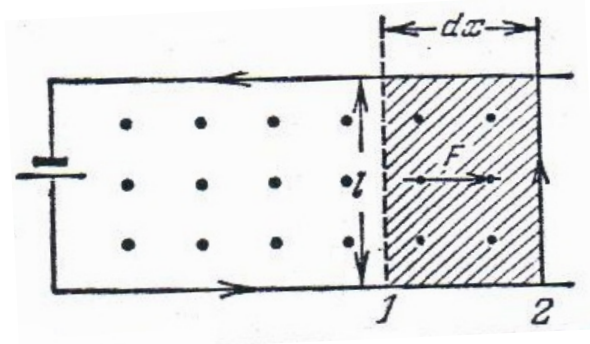
$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0 \quad (13.4.3)$$

Бұл теорема табиғатта магнит зарядтарының болмайтындығын және магнит индукциясының сызықтарының тұйық екендігін дәлелдейді. (Беттің бір жағынан енетін сызықтар саны екінші жағынан шығатын сызықтар санына тең).

Магнит өрісіндегі тоғы бар өткізгішке Ампер күші әсер ететіндіктен, өткізгішті қозғағанда істелінетін жұмыстың шамасын табайық. Токтың тізбегіне кіретін ұзындығы l өткізгіш өзіне-өзі параллель ілгерілемелі 1-ші

нүктеден 2-ші нүктеге қозғалып, dx қашықтыққа орын ауыстырсын делік. (13.4.2)

Магнит индукциясының \vec{B} векторын l мен dx -қа перпендикуляр деп аламыз.



13.4.2-сызба. Өткізгіштің ілгерілемелі қозғалысында істелінетін механикалық жұмыс

Өткізгішке $F = iBl$ күш әсер етеді. Сондықтан элементар механикалық жұмыс мына формуламен өрнектеледі:

$$dA = iBdx = iBds = id\Phi \quad (13.4.4)$$

Мұндағы, $ds = ldx$ өткізгіштің ілгерілемелі қозғалысында сызатын ауданы. (13.4.2-сызбасында штрихталған аудан). Егер \vec{B} векторы l мен dx -қа α бұрыш жасап бағытталса, оны әрқашан ds бетіне перпендикуляр \vec{B}_n және параллель \vec{B}_t құраушыларына жіктеуге болады. \vec{B}_t құраушысы dx -қа перпендикуляр күш туғызатындықтан, жұмысы нөлге теңеледі. Сондықтан механикалық жұмыс мынаған тең:

$$dA = iB_n ds = id\Phi_n \quad (13.4.5)$$

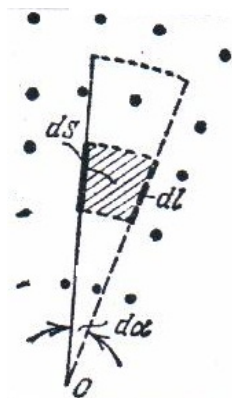
Өткізгіштің ілгерілемелі және айналмалы қозғалысын қарастырайық. (13.4.3-сызба). Тоқ тізбегіндегі өткізгіштің dl элементі магнит өрісінде $d\alpha$ бұрышқа бұрылсын. Қозғалыс кезінде өткізгіш $dS = ldl d\alpha$ ауданын сызады. Мұндағы, l элементтен 0 айналу осіне дейінгі арақашықтық. Өткізгішке оның қозғалыс бағытымен әсер ететін күш мына формуламен анықталады:

$$F = iB_n dl$$

Олай болса, істелінетін элементар жұмыс төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$dA = iB_n dl d\alpha = iB_n dS = id\Phi_n$$

Өткізгіштің ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстарындағы істейтін жұмыстары бірдей.



13.4.3-сызба. Өткізгіштің айналмалы қозғалысында істелінетін жұмыс

Өткізгіштің кез келген қозғалысы ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстардан тұратындықтан, келтірілген формуланы күрделі қозғалыстарға пайдалануға болады. Электромагниттердің, электр тоғының қуатты генераторлардың, электрқозғағыштардың және көптеген өлшеуіш құралдарының жұмыс істеу принциптері магнит ағынына негізделген.

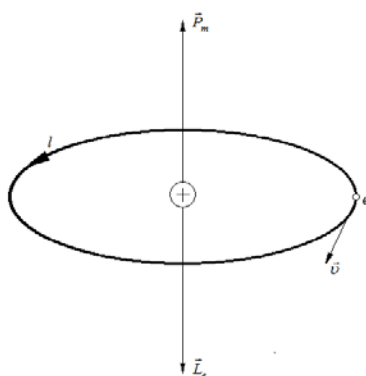
§13.5. Электрондар мен атомдардың магниттік моменттері. Заттардағы магнит өрісі. Магнетиктер және олардың түрлері мен табиғаты. Магниттік гистерезис. Кюри температурасы

Осыған дейін біз вакуумдегі магнит өрісін қарастырдық. Егер тогы бар өткізгіштер вакуумде емес, қандай да бір ортада орналасса, магнит өрісі өзгереді. Бұл магнит өрісінде әртүрлі заттар магниттелетінін көрсетеді. Яғни, олар өздері магнит өрісінің көздері болып табылады. Магниттелуге қабілеттілігі бар заттарды магнетиктер деп атайды. Ампер гипотезасы бойынша, кез келген денеде атомдар мен молекулалардағы электрондардың қозғалысынан туындайтын микротоқтардың салдарынан зат магниттеледі. Егер магнетик магниттелмесе, ол магнит өрісін туғызбайды. Өйткені ондағы молекулярлық тоқтар ретсіз орналасқандықтан, олардың қорытқы әсері нөлге тең. Магнетик магниттелгенде молекулярлық тоқтар толық немесе жарым-жартылай реттеледі. Магниттік құбылыстарды ұғыну үшін жуықтап алғанда атомдағы электрондар дөңгелек орбитаның бойымен қозғалады делік. Электронның осындай орбитаның бойымен қозғалысы дөңгелек тоққа

эквивалентті болғандықтан, оның мына формуламен анықталатын орбитальді моменті бар:

$$P_m = iS = e\nu S \quad (13.5.1)$$

Мұндағы, $i = e\nu$ ток күші, ν - электронның орбита бойымен айналуының жиілігі, S - орбитаның ауданы. Егер электрон сағат тілінің бағытымен айналса, ток оған қарсы бағытталған, ал \vec{p}_m векторы бұранда ережесі бойынша электронның орбитасының жазықтығына перпендикуляр бағытталады. (13.5.1-сызба)



13.5.1-сызба. Электронның орбитальдың магниттік моменті

Дөңгелек орбитанның бойымен қозғалатын электронның қозғалыс мөлшерінің механикалық моменті мына формуламен анықталады:

$$L_e = mvr = 2m\nu S \quad (13.5.2)$$

Мұндағы, $v = 2\pi\nu r$, $S = \pi r^2$, L_e -дің бағыты бұранда ережесіне бағынады. \vec{p}_m және \vec{L}_e бағыттары қарама-қарсы болғандықтан, мына өрнекті аламыз:

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m} \vec{L}_e = g \vec{L}_e \quad (13.5.3)$$

Мұндағы, $g = \frac{e}{2m}$ орбитальдық моменттердің гиромагниттік қатынасы деп аталады. Бұл қатынас кез келген орбита үшін бірдей. Дөңгелек орбита үшін қорытылып шығарылған. (13.5.3) формуласын эллипстік орбитаға қолдануға болады. Тәжірибе жүзінде анықталған гиромагниттік қатынастың шамасы теориядан алынғаннан екі есе артық:

$$g_s = \frac{e}{m}$$

Физиканың дамуы үшін үлкен маңызы бар алынған нәтижені түсіндіру мақсатында орбитальдық моментінен басқа электронның қозғалыс мөлшерінің L_{es} спин деп аталатын меншікті механикалық моменті бар екендігі дәлелденген. Спин электронның зарядымен массасы сияқты оны сипаттайтын параметрге жатады. Электронның L_{es} спиніне меншікті (спиндік) магнит моменті сәйкес келеді. g_s -шамасы спиндік моменттің гиромагниттік моменті деп аталады. Жалпы жағдайда атомның магниттік моменті электронның орбитальдық және спиндік моменттерінің қосындысынан тұрады:

$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{ms} \quad (13.5.4)$$

Яғни, магнетиктегі әрбір молекулярлық тоқтың белгілі бір магниттік моменті бар. Олай болса, магниттелген магнетиктің магниттік моменті барлық молекулярлық тоқтардың магниттік моменттерінің қосындысына тең. Сондықтан заттардың магниттік күйін оның әрбір бірлік көлемінің магниттік моменті арқылы толық сипаттай аламыз. Қандай да бір дененің әрбір нүктесіндегі магниттелу векторы белгілі болса, магниттелген дененің магнит өрісін анықтай аламыз. Анықтама бойынша, магниттелу векторы төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$\vec{J} = \frac{\vec{p}_m}{\tau} = \frac{\sum \vec{p}_a}{\tau} \quad (13.5.5)$$

Мұндағы, $\vec{p}_m = \sum \vec{p}_a$ - магнетиктің магнит моменті. Ол жеке атомдардың (молекулалардың) магниттік моменттерінің қосындысына тең. Қосынды τ көлемдегі барлық молекулярлық тоқтар бойынша алынады. Сондықтан заттағы магнит өрісі тоқтың туғызатын сыртқы өрісі мен магниттелген заттың магнит өрістерінің қосындысынан тұрады. Магнетиктегі қорытқы магнит өрісінің индукциясының векторы сыртқы өрістің \vec{B}_0 магнит индукциясы мен (вакуумдағы магниттейтін тоқтың өрісі) микротоктардың магнит индукцияларының \vec{B}' векторлық қосындысына тең:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \quad (13.5.6)$$

Мұндағы, $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ молекулярлық токтардың магнит өрісін сипаттау үшін индукциясы \vec{B}_0 біртекті магнит өрісінде орналасқан ұзындығы l_1 көлденең қимасының ауданы S цилиндрді қарастырамыз. Цилиндрдің бүйір бетінен өтетін тоқ соленоидтың тоғына ұқсас. Сондықтан ол цилиндрдің ішінде мына формуламен есептелетін магнит индукциясын туғызады: ($n = 1$)

$$\vec{B}' = \frac{\mu_0 i'}{l} \quad (13.5.7)$$

Мұндағы, i' молекулярлық токтың күші, $\frac{i'}{l}$ токтың сызықтық тығыздығы болғандықтан, оның магниттік моменті мына формуламен анықталады:

$$p = \frac{i' \tau}{l} \quad (13.5.8)$$

Мұндағы, τ магнетиктің көлемі. Егер P көлемі τ магнетиктің магниттік моменті болса, оның магниттелуі мына қатынаспен өрнектеледі:

$$J = \frac{p}{\tau}$$

Немесе

$$J = \frac{i'}{l} \quad (13.5.9)$$

(13.5.8) және (13.5.9) қатынастарынан төмендегі теңдік шығады:

$$B' = \mu_0 J \text{ немесе векторлық түрде: } \vec{B}' = \mu_0 \vec{J}.$$

\vec{B}_0 мен \vec{B}' өрнектерін (13.5.6) формуласын қойып, төмендегі теңдікті аламыз:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} \quad (13.5.10)$$

Немесе

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J} \quad (13.5.11)$$

Әлсіз өрістерде магниттелу оны туғызатын магнит өрісінің кернеулігіне пропорционал болатындығы тәжірибе жүзінде дәлелденген:

$$\vec{J} = \chi \vec{H} \quad (13.5.12)$$

Мұндағы, χ заттың магниттік алғырлығы деп аталатын өлшемсіз шама. (13.5.10) және (13.5.12) формулаларын төмендегідей түрлендірейік:

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} \quad (13.5.13)$$

Бұдан
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \chi)}$$

$$\mu = 1 + \chi \quad (13.5.14)$$

μ - заттың магниттік өтімділігі. (13.5.14) теңдігін (13.5.13) қойсақ, заттардағы магнит индукциясының векторын аламыз:

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$$

Магниттік алғырлықтың шамасымен таңбасына байланысты магнетиктер үш топқа бөлінеді:

а. магниттік алғырлығы $\chi < 0$ теріс және абсолют шамасы кіші

$\left(|\chi| \approx 10^{-11} - 10^{-10} \frac{M^3}{\text{моль}} \right)$ заттарды диамагнетиктер деп атайды.

ә. магниттік алғырлығы $\chi > 0$ оң, абсолют мәні кіші

$\left(|\chi| \approx 10^{-10} \div 10^{-9} \frac{M^3}{\text{моль}} \right)$ заттар парамагнетиктер деп аталады.

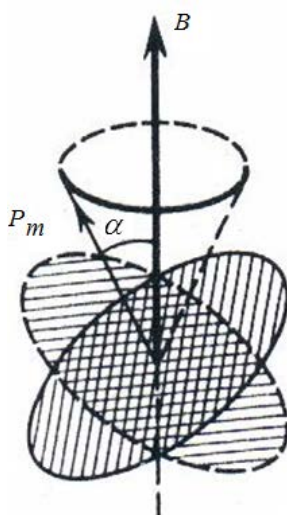
б. егер заттардың магниттік алғырлығы $\chi > 0$ оң және өте үлкен мәндерге $\left(\chi \approx 1 \frac{M^3}{\text{моль}} \right)$ ие болса, ол ферромагнетиктерге жатады.

Диамагнетиктік және парамагнетиктерде χ магнит өрісінің H кернеулігіне тәуелсіз. Ферромагнетиктердің магниттік алғырлығы магнит өрісінің кернеулігінің функциясы болады: $\chi = \chi(H)$

Диамагнетиктік құбылыстың механизміне талдау жасау үшін гелий атомының моделін пайдаланайық. Заряды $2e$ гелий ядросын екі электрон айналады. Тәжірибеден гелийдің атомының магниттік моменті жоқ екендігі белгілі. Өйткені екі электрон ядроның айналасында бір орбитаның бойымен тең жылдамдықтармен қарама-қарсы бағытта қозғалатындықтан, олардың орбитальді магниттік моменттері шамалары жағынан тең, бағыттары жағынан қарама-қарсы болады. Сондықтан атомның магнит моменттерінің қосындысы нөлге тең.

Егер шеңбер бойымен қозғалатын атомдағы электронның орбитасы \vec{B} магнит индукциясының векторымен α бұрыш жасап орналасса, магнит моментінің \vec{p}_m векторы тұрақты α бұрышпен \vec{B} бағытын қандайда бір

бұрыштық жылдамдықпен айналады (13.5.2-сызба). Механикада мұндай қозғалысты прецессия деп атайды.



13.5.2-сызба. Магнит моментінің векторының \vec{B} бағытын айналуы

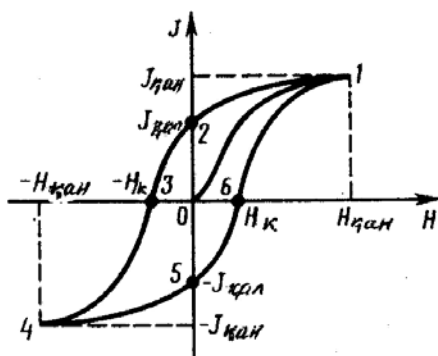
Электрондық орбиталар сыртқы магнит өрісінің әсерінен дөңгелек токқа эквивалентті прецессиялық қозғалыс жасайды. Тоқ сыртқы магнит өрісімен индукцияланатындықтан, Ленц ережесі бойынша атомда сыртқы магнит өрісіне қарсы бағытталған магнит өрісі пайда болады. Сондықтан сыртқы магнит өрісі әлсірейді. Осы құбылыс диамагниттік эффект деп аталады. Ал сыртқы магнит өрісіне қарсы магниттелетін заттарды диамагнетиктер деп атайды. Электрондық қабықтары толтырылған атомның тек диамагниттік қабілеттілігі бар. Мұндай атомдарға гелийдің атомдары, барлық инертті газдар, бір рет иондалған Li, Na, Cu атомдары және басқа бірвалентті металдар жатады. (Висмут, сынап, су, молекулалық сутегі, т.б. заттар). Диамагнетиктің магниттелу векторы сыртқы өрісіне қарсы бағытталған ($\chi < 0, \mu < 1$). Диамагнетиктерде атомдардың ішіндегі электрондардың магниттік моменттері компенсацияланған. Парамагнетиктердің атомдарының магниттік моменттері сыртқы өріс жоқ кезде компенсацияланбаған. Сыртқы магнит өрісінің әсерінен парамагнетиктердің атомдарының магниттік моменттері бұрылып өрістің сызығы бойынша орналасуға ұмтылады. Парамагнетиктің магниттік алғырлығы оң шама $\chi > 0$ молекулалардың жылулық қозғалысының салдарынан олардың моменттері ретсіз орналасқандықтан, парамагниттік заттардың магниттік қасиеттері жоқ. Атомның концентрациясы тұрақты болса, парамагнетиктің алғырлығы абсолют температураға пропорционал. $20^{\circ}C$ температурада оттегінің магниттік алғырлығы $18,6 \cdot 10^{-7}$, азот (NO) тотығынікі $0,8 \cdot 10^{-7}$ тең. Қатты парамагнетиктердің магниттік алғырлығы жуықтап алғанда бұдан 1000 есе

артық. Мысалы, платинанікі $2,6 \cdot 10^{-4}$, натридікі $8,3 \cdot 10^{-6}$, литидіке $2,3 \cdot 10^{-5}$ тең. Парамагнетиктердің магниттік алғырлығы диамагнетиктердікінен 100 есе артық болғандықтан, оларда диамагниттік қасиеттер пайда болмайды.

Парамагнетиктер мен диамагнетиктерде магниттелу векторы магниттейтін өрістің кернеулігіне пропорционал болса, ферромагнетиктерде ол кернеуліктің күрделі функциясы. Егер заттардың парамагниттік және диамагниттік қасиеттері кез келген агрегаттық күйлерінде айқындалса, ферромагниттік қасиеттер тек кристалдарда байқалады. Газ немесе сұйық тәріздес күйінде ферромагниттік заттар, парамагнетиктер ретінде қарастырылады. Кристалдық тордың құрлысын өзгерткенде ферромагниттіктердің магниттік қасиеттері өзгеруі керек. Әрбір ферромагнетик белгілі бір температурадан (Кюри нүктесінде) жоғары температурада парамагнетикке айналады. Мысалы, темір үшін Кюри нүктесі 770°C , никель үшін 360°C тең. Ферромагнетиктердің ерекше қасиетінің бірі гистерезис болып табылады. Ферромагнетиктің магниттелуі оны магниттейтін өрістің кернеулігімен қатар үлгінің бастапқы магниттелуіне тәуелді. Егер ферромагнитті қанығу нүктесіне (1) дейін магниттеп, одан соң магниттейтін H өрістің кернеулігін кемітсек, онда J -дің кемуі 1-2 қисығынан жоғары жатқан 1-0 сызығымен сипатталады. (13.5.2-сызба) $H = 0$ болғанда $J \neq 0$, яғни ферромагнетикте қалдық магниттелу J_k байқалады. Магниттелуді нөлге айналдыру үшін оны туғызатын өріске қарсы H_k өріспен әсер ету қажет.

H_k кернеулігі коэрцитивті күш деп аталады. Қарама-қарсы өрісті ары қарай арттырсақ, ферромагнетик шамадан тыс магниттеледі (3-4 қисығы).

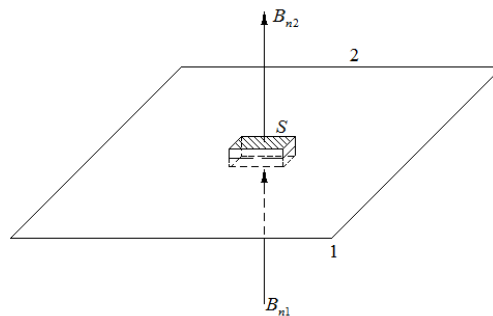
$H = -H_k$ болғанда қанығады (4-нүктесі). Содан соң ферромагнетикті магнитсіздендіріп (4-5-6 қисығы) қайтадан қанығуға дейін (6-1 қисығы) магниттеуге болады. Ферромагнетикке айнымалы магнит өрісі әсер еткенде J магниттелуі 1-2-3-4-5-6-1 гистерезис тұзағы деп аталатын қисықтың бойымен өзгереді.



13.5.2-сызба. Айнымалы магнит өрісінде магниттелудің J гистерезис тұзағы бойынша өзгеруі

**§13.6 Екі ортаның шекаралық шарттары.
Заттағы магнит өрісі үшін толық тоқ заңы**

Магниттік өтімділіктерінің шамалары әртүрлі орталардың шекараларында магнит индукциясының сызықтары бағытын өзгертеді, яғни сынады. Индукция сызықтарының сынуын анықтап, ұғыну үшін бір табаны магниттік өтімділігі μ_1 – 1-ші ортада, екіншісі магниттік өтімділігі μ_2 – 2-ші ортада орналасқан тікбұрышты параллеленинедтің бетінен өтетін магнит индукциясының ағынын есептейік (13.6.1-сызба).



13.6.1-сызба. Магнит өрісінің шекаралық шарттарын қорытып шығаруға арналған сызба

Параллелепедтің табанының ауданын S , 2-ші ортадағы индукция векторының нормальдық құраушысы B_{n2} арқылы белгілесек, жоғарғы және төменгі табандарының аудандарынан өтетін магнит ағындары $B_{n2}S, B_{n1}S$ тең. Параллелепедтің биіктігін өте кіші шама деп алғандықтан, оның бүйір бетінен өтетін магнит ағыны ескерілмейді. Тұйық беттен өтетін магнит ағыны нөлге тең:

$$B_{n2}S - B_{n1}S = 0$$

Немесе
$$B_{n1} = B_{n2} \quad (13.6.1)$$

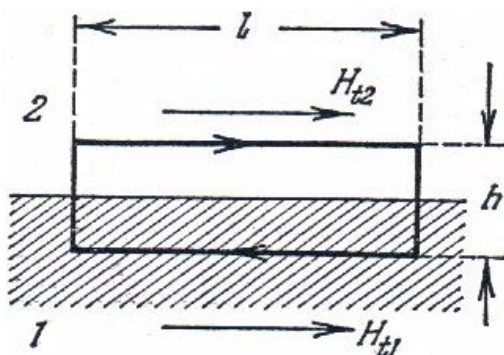
Магнит индукциясының нормальдық құраушылары үздіксіз және магниттік өтімділіктері әртүрлі екі ортадағы магнит өрісінің кернеулігінің нормальдық құраушылары бірдей емес:

$$B_{n1} = \mu_1 \mu_0 H_{n1}, B_{n2} = \mu_2 \mu_0 H_{n2}$$

Бұдан

$$\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (13.6.2)$$

Енді h биіктігі шексіз кіші, ұзындығы l бір қабырғасы 1 ортада, ал басқа қабырғасы екінші ортада орналасқан тік бұрышты контурға магнит кернеулігі туралы теореманы қолданайық (13.6.2-сызба).



13.6.2-сызба. Магнит өрісінің шекаралық шарттарын қорытып шығаруға арналған сызба

Қарастырып отырған контурдың бойындағы магнит өрісінің кернеулігі мынаған тең: $lH_{t2} - lH_{t1}$. Мұндағы, H_{t1} және H_{t2} екі ортадағы магнит өрісінің кернеуліктерінің тангенциалды құраушылары. Егер $h \rightarrow 0$ ұмтылса, контурмен шектелген ауданда нөлге ұмтылады. Демек, осы беттен өтетін ток күші де нөлге тең. Сондықтан:

$$lH_{t2} - lH_{t1} = 0$$

бұдан

$$lH_{t1} = lH_{t2} \quad (13.6.3)$$

Екі ортаны бөлетін шекарадан өткенде магнит өрісінің кернеулігінің тангенциалды құраушылары өзгермейді. Керісінше, индукцияның тангенциалды құраушылары секіріп өзгереді:

$$\frac{B_{t1}}{B_{t2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (13.6.3)$$

(13.6.1) және (13.6.3) қатынастары кез келген жағдайда орындалып, магнит өрісінің шекаралық шарттарын өрнектейді. Осы формулалардан индукция сызықтарының сыну заңы шығады:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (13.6.3)$$

Мұндағы, α_1, α_2 1-ші және 2-ші орталардағы магнит индукцияларының сызықтары мен беттерге тұрғызылған нормальдардың араларындағы бұрыштар. (13.6.3) формуласы магнит индукциясының сызығы магниттік өтімділігі үлкен ортаға енгенде нормальдан қашықтап қоюлана түсетіндігін көрсетеді. Заттардағы магнит өрісі үшін толық тоқ заңы мынадай болып түрленеді:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_\ell dl = \mu_0 (i + i^1)$$

Мұндағы, i және i^1 контур қоршайтын макротоктар мен микротоктар күштерінің алгебралық қосындысы. Тұйық контур бойынша алынған магнит индукциясының векторының циркуляциясы контур қоршайтын тоқтар мен молекулярлық тоқтардың алгебралық қосындысын магниттік тұрақты шамаға көбейткенге тең. Сондықтан \vec{B} векторы өткізгіштердегі, магнетиктердің макро және микротоктардан туындайтын қорытқы магнит өрісін сипаттайды. Сондықтан магнит индукциясының \vec{B} векторының сызықтарының көзі жоқ және олар тұйық болады. J магниттелудің тұйық L контуры бойынша циркуляциясы, контур қоршайтын молекулярлық тоқтардың алгебралық қосындысына теңелетіндігі дәлелденген:

$$\oint_L \vec{J} d\vec{l} = i^1$$

Онда заттардағы магнит өрісі үшін тоқтың толық заңы төмендегідей түрленеді:

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = i \quad (13.6.4)$$

Немесе магнит өрісінің кернеулігі арқылы мынадай түрде жазылады:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = i \quad (13.6.5)$$

(13.6.5) формуласы \vec{H} векторының циркуляциясы туралы теореманы береді.

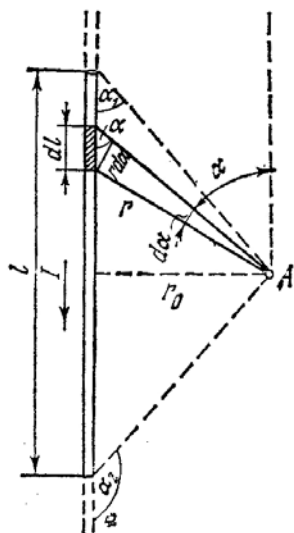
Есептер мен мысалдар

1. Шексіз ұзын тоғы бар өткізгіш кесіндісінің ұштарынан бірдей, ал ортасынан 20 см қашықтықта орналасқан А нүктесіндегі өрістің магнит индукциясын анықтаңыздар (1-сызба). Ұзындығы 60 см өткізгіштегі ток күші 30А.

Берілгені: $r_0 = 0,2\text{ м}, i = 30\text{ А}, l = 0,6\text{ м}$

Табу керек: В

Шешімі: тоғы бар өткізгіш кесіндісінің А нүктесінде туғызатын магнит индукциясын табу үшін Био-Савр-Лаплас теңдеуін пайдаланамыз:



1-сызба. Тоғы бар шексіз өткізгіш кесіндісінің А нүктесінде туғызатын магнит индукциясы

$$dB = \frac{\mu_0 i \sin \alpha}{4\pi r^2} dl \quad (1)$$

1-сызбадан мына қатынасты аламыз: $dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}$. Осы өрнекті (1)

формулаға қойсақ, төмендегі теңдік шығады:

$$dB = \frac{\mu_0 i \sin \alpha r d\alpha}{4\pi r^2 \sin \alpha} = \frac{\mu_0 i d\alpha}{4\pi r}$$

r шамасы α тәуелді мына формуламен анықталатын айнымалы шама:

$$r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$$

Немесе

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi r_0} \sin \alpha d\alpha \quad (2)$$

өткізгіш кесіндісінің магнит өрісінің индукциясын табу үшін (2) өрнекті α_1 -ден α_2 -ге дейін интегралдаймыз:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 i}{4\pi r_0} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 i}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 i}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (3)$$

Өткізгіш кесіндісімен салыстырғанда А нүктесі симметриялы орналасқандықтан, $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$ теңдігі орындалады. Сондықтан (3) формула төмендегідей түрленеді:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r_0} \cos \alpha_1 \quad (4)$$

1-сызбадан $\cos \alpha_1 = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$ теңдігін алып, (4) формулаға

қойсақ, мына қатынас шығады:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2} \frac{0,6}{\sqrt{4 \cdot (0,2)^2 + (0,6)^2}} \text{Тл} = 2,49 \cdot 10^{-5} \text{Тл}$$

2. Радиусы 10 см жіңішке сақина тәріздес өткізгіштегі тоқ күші 80А. Сақинаның барлық нүктелерінен бірдей 20 см қашықтықта орналасқан А нүктесіндегі магнит индукциясын табыңыздар. (2-сызба)

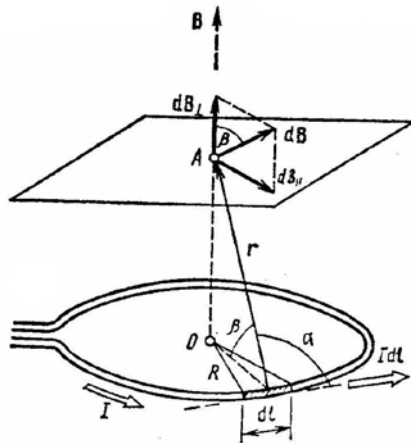
Берілгені: $R = 0,1\text{м}, l = 80\text{А}, r = 0,2\text{м}$

Табу керек: В

Шешімі: магнит өрісінің индукциясын анықтау үшін Био-Савар – Лаплас заңын қолданамыз:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \left[d\vec{l} \times \vec{r} \right]}{r^2}$$

Мұндағы, $d\vec{B}$ радиус r векторымен анықталатын нүктедегі ldl ток элементі туғызатын өрістің магнит индукциясы.



2-сызба. Тоғы бар сақинаның r қашықтықта туғызатын магнит индукциясы.

Сақинадан dl элементін бөліп алып, одан A нүктесіне \vec{r} радиус-векторын жүргіземіз. $d\vec{B}$ векторының бағыты бұранда ережесіне бағынады. Суперпозициялау принципі бойынша, A нүктесіндегі магнит индукциясы мына интегралмен анықталады:

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B}$$

$d\vec{B}$ векторын сақинаның жазықтығына перпендикуляр $d\vec{B}_\perp$ және параллель $d\vec{B}_\parallel$ құраушыларына жіктейік:

$$d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_\parallel \text{ немесе } \vec{B} = \int_L d\vec{B}_\perp + \int_L d\vec{B}_\parallel$$

A нүктесі сақинаның элементтерінен бірдей қашықтықта орналасқандықтан (симметриялы) $\int_L d\vec{B}_\parallel = 0$. Интегралды скалярлық түрде жазайық:

$$B = \int_L dB_\perp$$

Мұндағы, $dB_\perp = dB \cos \beta$, $dB = \frac{\mu_0 idl}{4\pi r^2}$ r мен l өзара перпендикуляр орналасқандықтан; $\sin \alpha = 1$

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \cos\beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 i \cos\beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2} = \left| \cos\beta = \frac{R}{r} \right| =$$

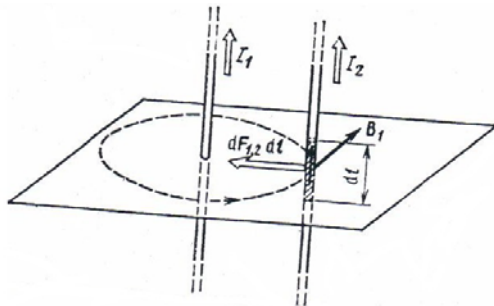
$$= \frac{\mu_0 IR^2}{2r^2} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 80(0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^2} \text{Тл} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{Тл}$$

3. Бір-бірінен 20 см қашықтықта орналасқан әрқайсысының ұзындығы 2,5м екі параллель өткізгіштен шамалары бірдей 1 кА ток өтеді. Токтардың әсерлесу күшін табыңыздар (3-сызба).

Берілгені: $d = 0,2\text{м}, l = 2,5\text{м}, i = 10^3 \text{А}$

Табу керек: F

Шешімі: токлардың әсерлесу күші магнит өрісі арқылы іске асырылады.



3-сызба. Параллель токлардың әсерлесуі

Әрбір ток өзінің айналасында басқа токқа әсер ететін күш туғызады. Екі i_1 және i_2 токтарының бағыттары бірдей болсын делік. i_1 токтың туғызатын магнит өрісінің i_2 токқа әсерін есептейік. Ол үшін магниттік күш сызықтарын тоғы бар i_2 өткізгішке тиетіндей етіп жүргіземіз. Күш сызықтарына жанама мен магнит индукциясының $\vec{d\vec{B}}_1$ векторын бағыттасақ, ол мына формуламен есептеледі:

$$B_{\perp} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} \quad (1)$$

Ампер заңы бойынша, i_2 тоғы бар екінші өткізгіштің әрбір dl_2 элементіне магнит өрісінде мынадай күш әсер етеді:

$$d\vec{F}_{1,2} = i_2 B_{\perp} dl_2 \sin\left(d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}_{\perp}\right)$$

$$d\vec{l} \perp \vec{B}_{\perp} \text{ болғандықтан } \sin\left(d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}_{\perp}\right) = 1$$

$$dF_{1,2} = i_2 B_l dl_2 \quad (2)$$

(2) өрнекке (1) өрнектен B_l -ді қойып, төмендегі формуланы аламыз:

$$dF_{1,2} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} dl$$

$F_{1,2}$ күшін екінші өткізгішті барлық ұзындығымен интегралдап табамыз:

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \int_0^{l_2} dl_2 = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} l_2 = \left| \begin{array}{l} i_1 = i_2 = i \\ i_2 = i \end{array} \right| = \frac{\mu_0 i^2 \ell}{2\pi} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2} \text{ Н} = 2,5 \text{ Н}$$

4. Электрон индукциясы 0,03 Тл біртекті магнит өрісінде радиусы 10 см шеңбер бойымен қозғалады. Электронның жылдамдығын табыңыздар:

Берілгені: $B = 0,03 \text{ Тл}, r = 0,1 \text{ м}, m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Табу керек: v

Шешімі: Лоренц күшінің әсерінен электрон біртекті магнит өрісінде шеңбер бойымен қозғалатындықтан, төмендегі теңдік орындалады:

$$\frac{mv^2}{r} = |e|Bv \quad (1)$$

Теңдіктен қозғалыс мөлшерін анықтаймыз:

$$p = mv = |e|Br \quad (2)$$

Релятивисті қозғалыс мөлшері төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$p = m_0 c \beta \sqrt{1 - \beta^2}$$

Немесе

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{p/m_0 c}{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{m_0 c}\right)^2}} = |p = |e|Br| = \frac{|e|Br/m_0 c}{\sqrt{1 + (|e|Br/m_0 c)^2}} = \left| \frac{|e|Br}{m_0 c} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,03 \cdot 0,1}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,76 \right| = \\ &= \frac{1,76}{\sqrt{1 + (1,76)^2}} = 0,871 \end{aligned}$$

$$v = c\beta = 3 \cdot 10^8 \cdot 0,871 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2,61 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

5. 0,5 кВ потенциалдар айырымымен үдетілген протон индукциясы 2 мТл біртекті магнит өрісіне еніп, шеңбер бойымен қозғалады. Шеңбердің радиусын табыңыздар.

Берілгені: $U = 500 \text{ В}, q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$

Табу керек: R

Шешімі: біртекті магнит өрісінде Лоренц күші мен центрге тартқыш күш теңелетіндіктен заряд шеңбер бойымен қозғалады:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \quad (1)$$

Электронды үдетуге кеткен жұмыс энергияның сақталу заңы бойынша, оның кинетикалық энергиясына тең:

$$qU = \frac{mv^2}{2} \quad (2)$$

(1) және (2) теңдіктерін пайдаланып радиусты жылдамдық арқылы өрнектесек, мына формуланы аламыз:

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \quad R = \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{2mqU}}{qB} = \frac{\sqrt{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \text{ м} = 1,61 \text{ м}$$

6. Электрондарының концентрациясының атомдарының концентрациясына қатынасы 0,984 тең натрий үшін Холл тұрақтысын анықтаңыздар.

$$\text{Берілгені: } \frac{n}{n_1} = 0,984, \rho = 970 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, M = 23 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

Табу керек: R

Шешімі: анықтама бойынша, Холл тұрақтысы мынаған тең: $R = \frac{1}{en}$.

Мұндағы, n өткізгіш электрондардың концентрациясы, e электронның заряды. Натрийдағы атомдардың концентрациясы төмендегі формуламен есептеледі:

$$n' = \frac{N_A}{V_\mu} = \frac{N_A}{\frac{M}{\rho}} = \frac{N_A \rho}{M}$$

Мұндағы, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ Авагадро саны. $n = 0,984n'$ теңдігін пайдаланып Холл тұрақтысын түрлендірейік:

$$R = \frac{1}{0,984en'} = \frac{1}{0,984 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 970} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}} = 2,5 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}$$

7. Орам саны 200, сыртқы диаметрі 30 см, ішкі диаметрі 20 см, 5А тоғы бар өзексіз торойдтың осіндегі магнит индукциясы мен кернеулігін табыңыздар.

Берілгені: $N = 200, i = 5 A, d_1 = 0,3 м, d_2 = 0,2 м$

Шешімі: торойдтың ішіндегі магнит өрісінің кернеулігін анықтау үшін \vec{H} векторының магнит индукциясының сызығының бойындағы циркуляциясын есептейміз. $\oint H dl$ Симметрия шартынан торойдтың магнит индукциясының сызықтары шеңбер болатындығы шығады. Яғни, бұл сызықтың барлық нүктелерінде кернеу бірдей болғандықтан, H кернеулігін интеграл таңбасының алдына шығарып, 0-ден $2\pi r$ -ге дейін интегралдаймыз:

$$\oint_L H dl = H \int_0^{2\pi r} dl = 2\pi r H \quad (1)$$

Екінші жағынан магнит өрісінің кернеулігінің векторының циркуляциясы осы контур қоршаған тоқтардың алгебралық қосындысына тең:

$$\oint_L H_l dl = \sum_{l=1}^n i_l \quad (2)$$

(1)және(2) өрнектерінің сол жақтары тең болғандықтан, оң жақтары да теңеледі:

$$2\pi r H = \sum_{l=1}^n i_l \quad (3)$$

(3)формуласы N орам үшін мынадай болып түрленеді: $2\pi r H = Ni$ бұдан төмендегі қатынас шығады:

$$H = \frac{Ni}{2\pi r} \quad (4)$$

Торойдтың орташа сызығы $r = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) = \frac{1}{4}(d_1 + d_2)$ үшін магнит өрісінің кернеулігі мынаған тең:

$$H = \frac{2Ni}{\pi(d_1 + d_2)} = \frac{2 \cdot 200 \cdot 5 \text{ A}}{3,14 \cdot 0,5 \text{ M}} = 1370 \frac{\text{A}}{\text{M}}$$

Вакуумдегі магнит индукциясының B_0 мен мына формула арқылы байланысқан: $B_0 = \mu_0 H$

Сондықтан;

$$B_0 = \frac{2\mu_0 Ni}{\pi(d_1 + d_2)} = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 5}{3,14 \cdot 0,5} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$$

8. Қабырғасы 20 см өткізгіш квадрат контур индукциясы 0,2 Тл біртекті магнит өрісіне ілінген. Магнит өрісінің бағытына перпендикуляр бағытталған осьтің бойымен контурды 180° бұру үшін істелінетін жұмысты табыңыздар. Өткізгіштегі тоқ күші 10А.

Берілгені: $l = 0,2 \text{ м}, I = 10 \text{ А}, B = 0,2 \text{ Тл}, \alpha = 180^\circ$

Табу керек: А

Шешімі: контурды $d\alpha$ бұрышқа бұруға жұмсалатын элементар жұмыс мынаған тең: $dA = Md\alpha$. Мұндағы, $\vec{M} = \left[\vec{p}_m \vec{B} \right]$ контурды бұратын күш моменті. Оның модулі мына формуламен есептеледі:

$$M = p_m B \sin \alpha \quad \alpha = \vec{p} \wedge \vec{B}$$

Толық жұмысты табу үшін элементар жұмысты 0-ден π -ге дейін интегралдаймыз:

$$A = \int_0^\pi Md\alpha = \int_0^\pi iBl^2 \sin \alpha d\alpha = -iBl^2 \cos \alpha \Big|_0^\pi = 2iBl^2 = 2 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot (0,2)^2 = 0,16 \text{ Дж}$$

9. Ұзындығы 12,5 см өзексіз соленоидтың көлденең қимасының ауданынан өтетін магнит ағыны 1 мкВб. Соленоидтың магнит моментін анықтаңыздар:

Берілгені: $\Phi = 10^{-6} \text{ Вб}, l = 0,125 \text{ м}, \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$

Табу керек: p_m

Шешімі: орамы N_2 ұзындығы l соленоидтың магнит индукциясы мен оның көлденең қимасының ауданынан өтетін магнит ағыны төмендегі формулалармен есептеледі:

$$B = \mu_0 i \frac{N}{l}, \phi = BS = \mu_0 i \frac{N}{l} \cdot S$$

бұдан

$$i = \frac{\Phi l}{\mu_0 NS}$$

Соленоидтың магнит моментінің формуласын пайдаланамыз:

$$P_m = iSN = \frac{\Phi \ell}{\mu_0} = \frac{10^{-6} \cdot 0,125}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7}} A \cdot m^2 = 0,1 A \cdot m^2$$

10. Меншікті магниттің алғырлығы $-1,3 \cdot 10^{-9} \frac{M^3}{KZ}$ висмуттың магниттік және молярлық алғырлығын анықтаңыздар.

$$\text{Берілгені: } \chi_{мен} = -1,3 \cdot 10^{-9} \frac{M^3}{KZ}$$

Табу керек: χ, χ_m

Шешімі: магниттік алғырлық мына қатынаспен анықталады:

$$\chi = \frac{J}{H}$$

Мұндағы, J - магниттелу, H – магнит өрісінің кернеулігі.

Магниттелу келесі формуламен есептеледі:

$$J = \left| \vec{J} \right| = \frac{\left| \sum \mu_{Mi} \right|}{V}$$

Мұндағы, $\sum \mu_{Mi}, V$ көлеміндегі барлық молекулалардың магниттік моменттерінің қосындысы. Молярлық магниттік алғырлықпен молярлық магниттелу мына формулалармен анықталады:

$$\chi_m = \frac{J_m}{H}, J_m = \frac{\sum \mu_{Mi}}{\nu}$$

Мұндағы, ν - заттың мөлшері.

Меншікті магниттік алғырлық және меншікті магниттелу анықтама бойынша келесі қатынастармен өрнектеледі:

$$\chi_{мен} = \frac{J_{мен}}{H}, J_{мен} = \frac{\sum \mu_{Mi}}{m}$$

мұндағы, m - заттың массасы.

Төмендегі қатынастардан магниттік алғырлықты табамыз:

$$\frac{\chi}{\chi_{мен}} = \frac{J}{J_{мен}} = \frac{m}{\nu} = \rho$$

$$\chi = \rho \chi_{мен} = 9,8 \cdot 10^3 (-1,3 \cdot 10^{-9}) \approx -1,3 \cdot 10^{-5}$$

Келесі қатынастардан молярлық магниттік алғырлықты анықтаймыз:

$$\frac{\chi_m}{\chi_{мен}} = \frac{J_m}{J_{мен}} = \frac{m}{V} = M$$

Мұндағы, μ - молярлық масса:

$$\chi_m = M\chi_{мен} = 1\text{кг} / \text{моль} \cdot 1 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} = 1 \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

Жаттығулар

1. Радиусы 5 см жұқа сақинаның центріндегі магнит индукциясын анықтаныздар. Сақинадағы тоқ күші 10А.

Жауабы: 126мкТл

2. 50А тоғы бар шексіз түзу өткізгіштен 5 см қашықтықта орналасқан нүктедегі магнит индукциясын анықтаңыздар?

Жауабы: 200мкТл

3. Тең қабырғалы үшбұрышты контурдан 40 А тоқ өтеді. Үшбұрыштың қабырғасының ұзындығын 30 см тең деп алып, оның биіктіктері қиылысатын нүктедегі магнит индукциясын табыңыздар?

Жауабы: 240мкТл

4. Бір-бірінен 1 см қашықтықта орналасқан ұзындықтары бірдей 1 см екі параллель өткізгіштен шамалары тең тоқтар өтеді. Егер тоқтар 1 мН күшпен әсерлесе, тоқтың шамасы қандай болғаны?

Жауабы: 7А

5. Радиусы 5 см орамнан 10А тоқ өтеді. Дөңгелек тоқтың магниттік моментін табыңыздар.

Жауабы: 78,6мА м²

6. Орамның магниттік моменті 0,2 дж-Тл. Егер орамның диаметрі 10 см болса, одан өтетін тоқтың шамасы қандай болғаны?

Жауабы: 25,5А.

7. Электрон индукциясы 0,02 Тл магнит өрісінде радиусы 1 см шеңбер бойымен қозғалады. Электронның кинетикалық энергиясын табыңыздар.

Жауабы: 3,52кЭв

8. Электрон индукциясы 9 мТл біртекті магнит өрісінде радиусы 1см спираль бойынша қозғалады. Спиральдың қадамы 7,8 см. Электронның айналу периоды мен жылдамдығын табыңыздар.

Жауабы: 3,97нс, 25Мм/С

9. Индукциясы 0,2 Тл магнит өрісінде дөңгелек орбитамен қозғалатын электронның айналу жиілігін табыңыздар.

Жауабы: 562МГц

10. Қимасының ауданы 10 см^2 соленоидтан өтетін токтың шамасы 20 А. Егер оның ұзындығының әрбір сантиметріне 10 орам болса, соленоидтың туғызатын магнит ағынын табыңыздар.

Жауабы: 25,2мкВб

11. Темір өзекше кернеулігі 1кА/м магнит өрісінде орналасқан. Өзекшедегі магнит индукциясын және темірдің магниттік алғырлығын табыңыздар.

Жауабы: 1,29Тл, $1,03 \cdot 10^3$

12. Темірдің үлгісі орналасқан магнит өрісінің кернеулігі 10Э. Темірдің магниттік өтімділігін анықтаңыздар.

Жауабы: 1400

13. Кернеулігі 1000 В магнит өрісінде квадрат кәсек орналасқан. Оның жазықтығы магнит өрісінің бағытымен 45 бұрыш жасайды. Кәсектің қабырғасы 4 см. Кәсектен өтетін магнит ағынын анықтаңыздар.

Жауабы: $1,13 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$

14. Өзексіз соленоидтан шығатын магнит индукциясының ағыны $5 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}$. Соленоидтың ұзындығы 25 см тең болса, магниттік моменті қандай болғаны?

Жауабы: $1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$

15. Ұзындығы 0,5 соленоидта 1000 орам бар. Егер соленоидтағы орамның кедергісі 120 Ом, оның ұштарындағы кернеу 60 В болса, оның ішіндегі магнит индукциясы қандай?

Жауабы: 1,26Тл.

Тест сұрақтары

1. Тоғы бар өткізгіш элементінен қашықтықты екі есе арттырсақ, магнит индукциясының неше есе кемиді?

А. 4

Ә. 2

Б. 8

В. $\frac{1}{4}$

Г. $\frac{1}{2}$

2. Тоғы бар өткізгіш элементінен қашықтықты 4 есе кемітсек, магнит индукциясы неше есе артады?

А. 4

Ә. 2

Б. 16

В. $\frac{1}{4}$

Г. $\frac{1}{8}$

3. $d\vec{l}$ және \vec{r} векторларының арасындағы бұрыш қандай болғанда магнит индукциясы нөлге тең? ($d\vec{l}$ тоғы бар өткізгіш элементі, \vec{r} - радиус-вектор)

А. $\frac{\pi}{2}$

Ә. $\frac{\pi}{4}$

Б. π

В. $\frac{\pi}{6}$

Г. $\frac{\pi}{3}$

4. $d\vec{l}$ және \vec{r} векторларының арасындағы бұрыш қандай болғанда магнит индукциясы максимал?

А. π

Ә. $\frac{\pi}{4}$

Б. $\frac{\pi}{6}$

В. $\frac{\pi}{2}$

Г. $\frac{\pi}{3}$

5. Дөңгелек тоқтың радиусын 3 есе арттырсақ, оның центріндегі магнит индукциясы неше есе кемиді?

А. 2

Ә. 4

Б. $\frac{1}{2}$

В. $\frac{1}{4}$

Г. 8

6. Дөңгелек тоқтың радиусы екі есе арттырсақ, оның центріндегі магнит индукциясы неше есе кемиді?

А. 2

Ә. 4

Б. $\frac{1}{2}$

В. $\frac{1}{4}$

Г. 8

7. Дөңгелек тоқтың шамасын 4 есе арттырсақ, оның центріндегі магнит индукциясы неше есе артады?

А. 2

Ә. $\frac{1}{2}$

Б. 4

В. $\frac{1}{4}$

Г. өзгермейді

8. Дөңгелек тоқтың шамасын 2 есе кемітсек, оның центріндегі магнит индукциясы неше есе кемиді?

А. 4

Ә. $\frac{1}{2}$

Б. $\frac{1}{4}$

В. 2

Г. $\frac{1}{16}$

9. Ампер күші \vec{l} және \vec{B} векторларының арасындағы бұрыш қандай болғанда нөлге тең?

А. π

Ә. $\frac{\pi}{3}$

Б. $\frac{\pi}{4}$

В. $\frac{\pi}{6}$

Г. $\frac{\pi}{2}$

10. Ампер күші \vec{l} және \vec{B} векторларының арасындағы бұрыш қандай болғанда максимал?

А. $\frac{\pi}{3}$

Ә. $\frac{\pi}{4}$

Б. $\frac{\pi}{2}$

В. $\frac{\pi}{6}$

Г. $\frac{\pi}{16}$

11. Тоғы бар параллель өткізгіштердің арақашықтығын екі есе арттырсақ, әсерлесу күші неше есе кемиді?

А. 2

Ә. $\frac{1}{2}$

Б. 4

В. $\frac{1}{4}$

Г. 1

12. Тоғының шамалары бірдей екі параллель өткізгіштегі тоқты 3 есе арттырсақ, әсерлесу күші неше есе артады?

А. 3

Ә. 6

Б. $\frac{1}{3}$

В. 9

Г. $\frac{1}{6}$

13. Лоренц күші зарядталған бөлшектің жылдамдығы мен магнит индукциясының арасындағы бұрыш қандай болғанда нөлге тең?

А. π

Ә. $\frac{\pi}{4}$

Б. $\frac{\pi}{3}$

В. $\frac{\pi}{2}$

Г. $\frac{\pi}{6}$

14. Лоренц күші зарядталған бөлшектің жылдамдығы мен магнит индукциясының арасындағы бұрыш қандай болғанда максимал?

А. π

Ә. $\frac{\pi}{2}$

Б. $\frac{\pi}{3}$

В. $\frac{\pi}{4}$

Г. $\frac{\pi}{6}$

15. Магнит индукциясы екі есе арттырсақ, қозғалыстағы зарядталған бөлшектің қисықтық радиусы неше есе кемиді?

А. 4

Ә. 8

Б. $\frac{1}{2}$

В. 2

Г. $\frac{1}{4}$

16. Магнит өрісінде бойымен зарядталған бөлшек қозғалатын спиральдық радиусын 4 есе арттырсақ, оның қадамы неше есеге өседі?

А. 2

Ә. 4

Б. $\frac{1}{2}$

В. $\frac{1}{4}$

Г. $\frac{1}{8}$

17. Біртекті магнит индукциясын 3 есе арттырсак, шеңбер бойымен қозғалатын электронның қозғалыс мөлшері неше есе өседі?

А. 2

Ә. 4

Б. 8

В. $\frac{1}{2}$

Г. $\frac{1}{4}$

18. Төменде келтірілген қандай шарттар орындалғанда зарядталған бөлшек шеңбер бойымен қозғалады? (F_{\wedge} - Лоренц күші, $F_{цт}$ - центрге тартқыш күш)

А. $F_{\wedge} > F_{цт}$

Ә. $F_{\wedge} < F_{цт}$

Б. $F_{\wedge} = 2F_{цт}$

В. $F_{\wedge} = F_{цт}$

Г. $2F_{\wedge} = 3F_{цт}$

19. Ауданы S жазық контурдан өтетін магнит ағыны бетке тұрғызылған нормаль мен магнит индукциясының арасындағы бұрыш қандай болғанда нөлге тең?

А. $\frac{\pi}{2}$

Ә. $\frac{\pi}{4}$

Б. $\frac{\pi}{3}$

В. $\frac{\pi}{6}$

Г. π

20. Ауданы S жазық контурдан өтетін магнит ағыны бетке тұрғызылған нормаль мен магнит индукциясының арасындағы бұрыш қандай болғанда максимал?

- А. $\frac{\pi}{2}$
- Ә. π
- Б. $\frac{\pi}{3}$
- В. $\frac{\pi}{4}$
- Г. $\frac{\pi}{6}$

21. Ауданы S беттен өтетін магнит индукциясының 2 есе арттырсақ, магнит ағыны неше есе ұлғаяды?

- А. 2
- Ә. 4
- Б. $\frac{1}{2}$
- В. $\frac{1}{4}$
- Г. 8

22. Диамагнетиктер үшін қандай шарттар орындалатынын көрсетіңіздер. (χ - магниттік алғырлық, μ - магниттік өтімділік)

- А. $\chi < 0, \mu > 1$
- Ә. $\chi < 0, \mu < 1$
- Б. $\chi > 0, \mu < 1$
- В. $\chi > 0, \mu > 1$
- Г. $\chi = 0, \mu = 1$

23. Парамагнетиктер үшін қандай шарттар орындалатынын көрсетіңдер? (χ - магниттік алғырлық, μ - магниттік өтімділік)

- А. $\chi > 0, \mu < 1$
- Ә. $\chi < 0, \mu > 1$
- Б. $\chi > 0, \mu > 0$
- В. $\chi < 0, \mu < 1$
- Г. $\chi = 0, \mu = 1$

24. Заттың магниттік алғырлығы 5 есе арттырсақ, магниттелу неше есе ұлғаяды?

А. 5

Ә. $\sqrt{5}$

Б. $\frac{1}{5}$

В. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Г. 10

25. Заттың магниттік алғырлығы екіге арттырсақ, оның магниттік өтімділігі нешеге өседі?

А. 2

Ә. 3

Б. 4

В. $\frac{1}{2}$

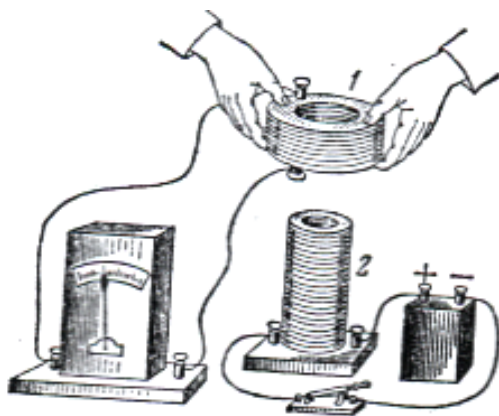
Г. $\frac{1}{4}$

XIV тарау. Электромагниттік индукция құбылысы. Максвелл теңдеулері. Электромагниттік тербелістер

§ 14.1 Ленц ережесі. Электромагниттік индукцияның негізгі заңы. Өзара және өзіндік индукция. Индуктивтілік. Өзіндік индукция коэффициенті

Алдыңғы тарауда электр тогы өзінің айналасында магнит өрісін туғызатындығын көрдік. Электр тогы магнит өрісін туғызатын кері құбылысты, яғни электромагниттік индукция заңын Фарадей 1831 жылы тәжірибе жасап ашты.

Электромагниттік индукция құбылысын төменде келтірілген тәжірибелер арқылы зерттейік. Ол үшін біріншісі (1) екіншісіне (2) кигізілетін өткізгіш катушканы пайдаланамыз. (14.1.1-сызба)



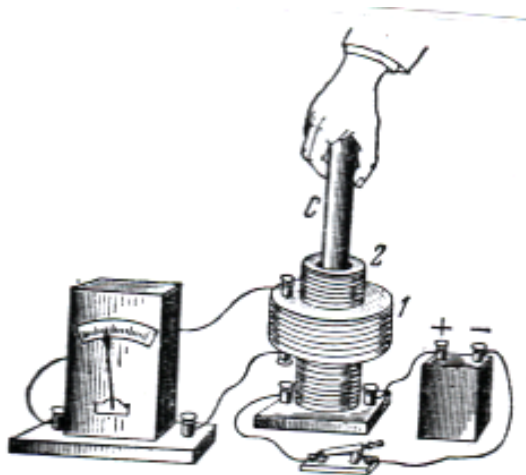
14.1.1-сызба. 2-ші катушканың магнит өрісінде 1-ші катушканы қозғағанда, 1-ші катушка тізбегінде ток пайда болады.

1-катушканы гальванометрмен 2-шісін ток көзімен жалғайық. Егер 1-катушка 2-катушкамен салыстырғанда тыныштықта болса, 2-катушканың магнит өрісінің шамасына тәуелсіз 1-катушкада ток туындамайды. 1-катушканы қозғалта бастасақ, гальванометр тоқты көрсетеді. Катушка неғұрлым жылдам қозғалса, соғұрлым ток күшінің шамасы үлкен. 1-катушкада ток катушкаларды бір-біріне жақындатқанда және алыстатқанда пайда болады. Екі жағдайда туындайтын токтардың бағыттары бір-біріне қарама-қарсы.

Егер 1-катушканы тыныштықта ұстап, тоғы бар екінші катушканы қозғалтсақта гальванометр тоқты көрсетеді. Екі катушканы қозғалтпай,

реостаттың көмегімен 2-катушкадағы токты өзгертсек, 1-катушканың тізбегінде ток пайда болады.

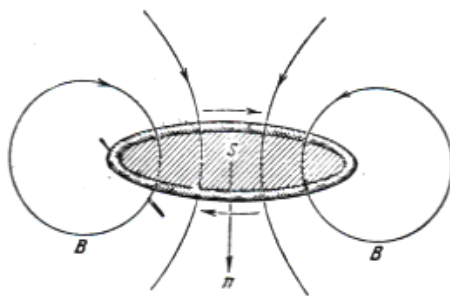
Магнит өрісін күшейткенде 1-катушкадағы токтың бағыты магнит өрісін әлсіреткендегі токтың бағытына қарсы бағытталған. Егер магнит өрісі тұрақты болып қалса, 1-катушкада ток туындамайды. Келтірілген тәжірибелер магнит өрісінің өзгерісінен индукциялық ток пайда болатындығын дәлелдейді. 14.1.2-сызбада кескінделгендей 1-ші және 2-ші катушкалар бір-бірімен салыстырғанда тыныштықта болсын делік. 2-катушкаға темір C өзекшені енгізелік немесе шығарайық.



14.1.2-сызба. C -темір өзекше қозғалғанда 2-катушканың магнит өрісі өзгеріп, 1-катушканың тізбегінде ток пайда болады

Өзекшені енгізгенде ол магниттеліп, магнит өрісі күшейеді. Ал шығарғанда магнит өрісі әлсірейді. Гальванометр токты тек өзекше қозғалғанда ғана көрсетеді.

Өзінің тәжірибелерінен алынған нәтижелерге сүйеніп, Фарадей контурмен ілініскен магнит ағыны өзгергенде, онда индукциялық ток пайда болады деп қорытынды жасады (14.1.3-сызба).



14.1.3-сызба. Бір-бірімен ілініскен тұйық өткізгіш пен магнит индукциясының сызықтары

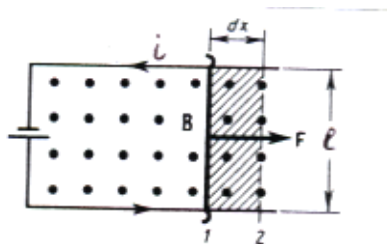
Магнит өрісінің көмегімен электр тогын алуға болатындығының дәлелденуінің (электромагниттік индукция құбылысының) өте үлкен теориялық және практикалық маңызы бар. Электрлік және магниттік құбылыстардың арасындағы байланысты анықтау электромагниттік теорияның дамуына ықпалын тигізді.

Индукциялық токтың бағыты Ленц ережесі бойынша анықталады: контурдағы индукциялық токтың бағыты әрқашан индукциялық токты туғызатын магнит өрісінің ағынының өзгеруіне кедергі жасайды.

Өткізгіште белгілі бір электр қозғаушы күші (Э.Қ.К.) пайда болғандықтан, индукциялық ток туындайды. Фарадейдің тәжірибеден алынған нәтижелеріне Максвелл зерттеулер жүргізіп, барлық жағдайларда электромагниттік индукциялық Э.Қ.К-ші контурмен шектелген беттен өтетін магнит ағынының өзгеру жылдамдығына пропорционал екендігін дәлелдеді:

$$\varepsilon_i \approx -\frac{d\Phi}{dt} \quad (14.1.1)$$

Теріс таңба магнит ағынының уақыт бойынша $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ өзгерісінің артуы $\varepsilon_i < 0$ Э.Қ.К-ін туғызатындығын көрсетеді. Яғни, индукциялық токтың бағыты таңдап алынған оң бағытқа қарсы $i < 0$ бағытталған. (Индукциялық токтың өрісі ағынға қарсы). Ал $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ өзгерісінің кемуі $\varepsilon_i > 0$ Э.Қ.К-ін туғызады. Демек, $i > 0$ және индукциялық токтың өрісі ағынмен бағыттас. (14.1.1) теңдігі жалпылама түрде өрнектейтін электромагниттік индукция заңы магнит өрісіндегі тыныштықтағы контурмен қозғалыстағы өткізгішке қолданылады. Магнит өрісінен уақыт бойынша алынған туынды жалпы жағдайда магнит өрісінің индукциясының туындысынан және контурдың магнит өрісіндегі қозғалысынан (немесе деформациясынан) пайда болатын екі бөліктен тұрады. Электромагниттік индукция заңын Гельмгольц энергияның сақталу заңын пайдаланып қорытып шығару үшін контурының жазықтығы біртекті магнит өрісіне перпендикуляр орналасқан еркін қозғалатын l тогы бар өткізгішті қарастырды. (14.1.4-сызба)



14.1.4-сызба. Тогы бар өткізгішті орын ауыстыртқанда магнит өрісінің істейтін жұмысы

Ампер күшінің әсерінен өткізгіш dx кесіндісіне орын ауыстырса, істелінетін элементар жұмыс төмендегі формуламен анықталады:

$$dA = id\Phi$$

Егер контурдың толық кедергісін R -ге тең деп алсақ, энергияның сақталу заңы бойынша, ток көзінің dt уақытта істейтін жұмысы $\varepsilon i dt$ өрнегімен анықталады. Ол Джоульдік жылуға кеткен $i^2 R dt$ жұмыспен магнит өрісінде өткізгішті қозғауға жұмсалған жұмыстың $id\Phi$ қосындысына тең:

$$\varepsilon i dt = i^2 R dt + id\Phi$$

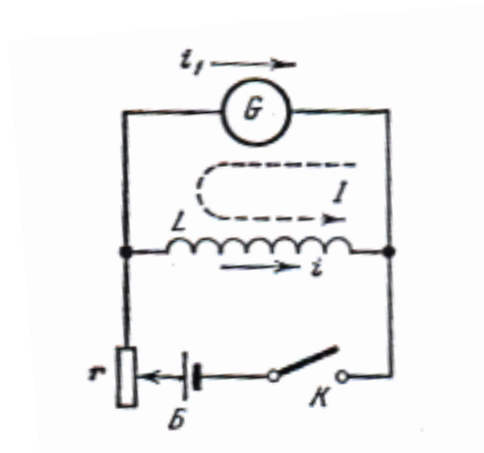
$$\text{Бұдан } i = \frac{\varepsilon - \frac{d\Phi}{dt}}{R} \quad \text{Мұндағы,} \quad \varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Кез келген айнымалы магнит өрісі қоршаған ортада индукциялық токты туғызатын электр өрісін қоздырады. Пайда болатын \vec{E}_B өрісінің тыныштықтағы өткізгіштің кез келген L контурындағы циркуляциясы электромагниттік индукциясының Э.Қ.К-ін береді:

$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (14.1.2)$$

Мұндағы, дербес туынды магнит ағынының тек уақытқа тәуелділігін ескереді.

Қандай да бір контурдағы электр тогы өзгерсе, контурда қосымша ток туғызатын индукциялық электр қозғаушы күш (Э.Қ.К) пайда болады. Бұл құбылыс өзіндік индукция, ал өзіндік индукцияның Э.Қ.К-і туғызатын токтар оның экстратоктары деп аталады. 14.1.5-сызбада экстратоктарды бақылайтын схема келтірілген. Бірнеше мыңдаған өткізгіш орамнан тұратын L катушкасы, батареясы B , r реостаты және K кілті бар тізбекке қосылған. Катушкаға параллель гальванометр G жалғанған. Кілт тұйықталғанда батареядағы токтың бір бөлігі i катушадан, екінші бөлігі i_1 гальванометрден өтеді.



14.1.5-сызба. Өзіндік индукцияның экстратоктарын бақылайтын схема

Егер кілтті ажыратсақ, катушкадағы магнит ағыны жойылып, онда өзіндік индукцияның I экстратогы туындайды. Ленц ережесіне сәйкес ол магнит ағынының кемуіне кедергі жасайды. Экстраток алғашқы i_1 тоғына қарсы бағытта толығымен гальванометрден өтетіндіктен, оның тілін кері қарай айналдырады. Өрістің кез келген нүктесіндегі магнит индукциясының шамасы катушкадағы i токқа пропорционал. Сондықтан катушканы қиып өтетін Φ магнит ағыны токқа пропорционал:

$$\Phi = Li \tag{14.1.3}$$

Мұндағы L пропорционалдық коэффициентін контурдың индуктивтілігі деп атайды. Контурдың индуктивтілігі оның пішініне, өлшемдеріне және қоршаған ортаға тәуелді. Өзіндік индукция құбылысына Фарадей заңын қолдансақ, төмендегі өрнек шығады:

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li) = -(L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt}) \tag{14.1.4}$$

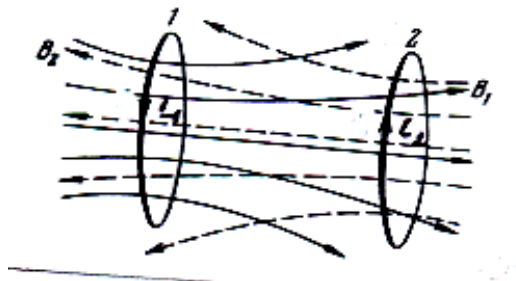
Егер контур деформацияға $(\frac{dL}{dt} = 0)$ ұшырамаса және магниттік өтімділігі өзгермесе, (14.1.4) теңдігі төмендегідей түрленеді:

$$\varepsilon_s = -L\frac{di}{dt} \tag{14.1.5}$$

Ленц ережесі бойынша туындайтын теріс таңба контурдағы индуктивтілік ондағы токтың өзгеуіне кедергі жасайтындығын көрсетеді.

Егер токтың уақыт бойынша өзгерісі $\frac{di}{dt} > 0$ артса, өзіндік индукцияның Э.Қ.К-і $\varepsilon_s < 0$ кемиді.

Яғни, өзіндік индукция тогы сыртқы көзден туындайтын токқа қарсы бағыттталып, оның өсуіне кедергі болады. Керісінше, ток уақытқа $\frac{di}{dt} < 0$ $\varepsilon_s > 0$ артып, контурдағы кемитін токтың байланысты кемісе бағыты мен индукциялық токтың бағыты сәйкес келіп, оның кемуіне кедергі жасайды. Сондықтан индуктивтілігі бар контурдың электрлік инерттілігі болады. Бұдан кез келген токтың тежелуі контурдың индуктивтілігі неғұрлым көп болса, соғұрлым күштірек деген қорытынды жасалынады. Енді бір-біріне жақын орналасқан екі контурды қарастырайық. (14.1.5-сызба)



14.1.5-сызба. Контурдағы токтардың туғызатын магнит ағындары

1-контурдан өтетін i_1 ток 2-контурда өзіне пропорционал магнит ағынын туғызады. 2-контурдан өтетін магнит ағынын (тұтас сызық) Φ_{21} арқылы белгілесек, төмендегі теңдік орындалады: (14.3.1-теңдігін қараңыздар).

$$\Phi_{21} = L_{21}i_1 \quad (14.1.6)$$

Мұндағы, L_{21} пропорционалдың коэффициенті.

Осыған ұқсас екінші контурдағы i_2 ток бірінші контурдан өтетін магнит ағынын туғызады:

$$\Phi_{12} = L_{12}i_2 \quad (14.1.7)$$

Егер i_1 ток өзгерсе, екінші контурда индукцияланған Э.Қ.К.-і \mathcal{E}_{i2} пайда болады. Оның шамасы Фарадей заңымен анықталады:

$$\mathcal{E}_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

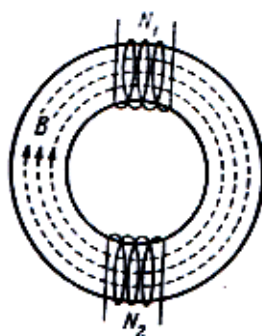
Осыған ұқсастық бойынша, бірінші контурда пайда болатын индукциялық Э.Қ.К. мына формуламен өрнектеледі:

$$\mathcal{E}_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Контурлардың біреуіндегі ток күшінің өзгерісі, басқасында Э.Қ.К.-ті туғызуы өзара индукция деп аталады. L_{12} және L_{21} пропорционалдық коэффициенттерін контурдың өзара индукциясы деп атайды. Тәжірибе жүзінде олардың бір-біріне тең екендігі дәлелденген:

$$L_{12} = L_{21} \quad (14.1.8)$$

Ортақ өзекшеге оралған екі катушканың өзара индуктивтілігін есептейік. (14.1.7-сызба).



14.1.7-сызба. Өзекшесі ортақ екі катушканың өзара индуктивтілігі

Орам саны N_1 тоғы i_1 өткізгіштің магниттік өтімділігі μ өзекшеде туғызатын магнит индукциясы мен екінші орамшанан өтетін магнит ағыны төмендегі өрнектермен есептеледі:

$$B = \mu_0 \mu \frac{N_1 i_1}{l}$$

Мұндағы, l өзекшенің орта сызығының бойымен ұзындығы.

$$\Phi_2 = BS = \mu_0 \mu \frac{N_1 i_1}{l} \cdot S$$

Онда екінші орамнан өтетін магнит өрісінің толық ағыны мынаған тең:

$$\Phi = \Phi_2 n_2 = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} \cdot S i_1$$

Φ ағынынан i_1 тоғы туғызатындықтан, мына қатынас шығады:

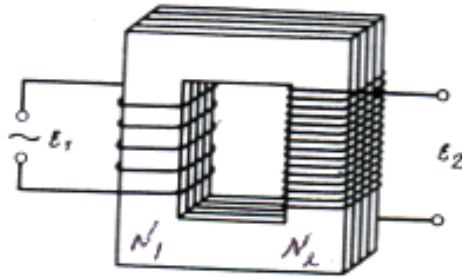
$$L_{21} = \frac{\Phi}{i_1} = \mu_0 \mu N_1 N_2 \frac{S}{l} \quad (14.1.9)$$

Қарастырып отырған жағдайда $L_{12} = L_{21}$ деп алуға болмайды, өйткені коэффициенттер өрнегіне кіретін μ көбейткіші өзекшедегі магнит өрісінің кернеулігіне H тәуелді. $N_1 \neq N_2$ болғанда бір рет бірінші, екінші рет екінші орамнан өтетін токтың шамалары бірдей болғанымен, өзекшеде кернеуліктері әртүрлі өрістер туындайды. Сондықтан, μ — дің мәндері екі жағдайда әртүрлі. Яғни, i_1 және i_2 токтары тең болғанда, L_{12} , L_{21} мәндері сәйкес келмейді.

§ 14.2.1. Трансформаторлар, электр қозғағыштар және генераторлар. Магнит өрісінің энергиясының тығыздығы

Магнит ағыны қазіргі заманның техникасында кеңінен қолданылады. Электромагниттердің, электр тоғының қуатты генераторларының, трансформаторлардың және көптеген өлшеуіш құралдарының жұмыс істеу принциптері магнит ағынына негізделген.

Магнит ағынын күшейту үшін ферромагниттік материалдар пайдаланылады. Ферромагниттік материалдардың пішіндері мен өлшемдерін өзгерту арқылы қажетті шамадағы және бағыттағы магнит ағыны алынады. Іштерінен магнит индукциясының тұйықталған сызықтары өтетін денелердің жиынтығын магнит тізбегі деп атайды. Тармақталмаған магнит өрісінің тізбегін (трансформаторды) қарастырайық. Айнымалы токты көбейтіп, азайтатын трансформатордың жұмысы өзара индукция құбылысына негізделген. (14.2.1-сызба)



14.2.1-сызба. Трансформатор

Орам сандары N_1 және N_2 өткізгіштер тұйықталған темір өзекшеге бекітілген. Бірінші орамның ұштары электр қозғаушы күші \mathcal{E}_1 айнымалы кернеу көзіне жалғанғандықтан, онда пайда болатын айнымалы i_1 тоғы трансформатордың өзекшесінде айнымалы магнит ағынын туғызады. Осы ағынның өзгерісі екінші орамда өзара индукцияның Э.Қ.К.-ін, ал бірінші орамда өзіндік индукцияның Э.Қ.К.-ін туғызады. Омның заңы бойынша, бірінші орамдағы i_1 ток күші сыртқы Э.Қ.К.-пен өзіндік индукцияның Э.Қ.К.-нің алгебралық қосындысынан тұрады:

$$\mathcal{E}_1 - \frac{d}{dt}(N_1, \Phi) = i_1 R_1 \quad (14.2.1)$$

Мұндағы, R_1 бірінші орамның кедергісі. R_1 кедергідегі кернеу $i_1 R_1$ тез өзгертін өрісте екі Э.Қ.К.-нің әрқайсысымен салыстырғанда кіші. Сондықтан (14.2.1) қатынасы төмендегідей түрленеді:

$$\mathcal{E}_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (14.2.2)$$

Екінші орамда пайда болатын өзара индукцияның Э.Қ.К.-і мынаған тең:

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d(N_2 \Phi)}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (14.2.3)$$

(14.2.2) және (14.2.3) өрнектерінен $\frac{d\Phi}{dt}$ тауып теңестірсек, мына қатынас алынады:

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \cdot \varepsilon_1 \quad (14.2.4)$$

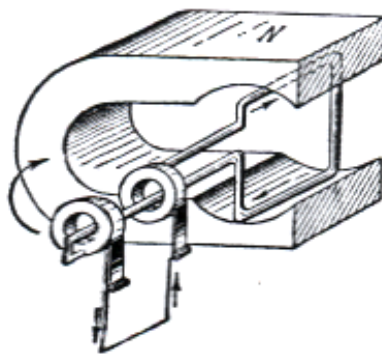
Теріс таңба бірінші және екінші орамдардағы Э.Қ.К.-рі фазалары жағынан қарама-қарсы екендігін көрсетеді. Екінші орамдағы Э.Қ.К.-нің бірінші орамдағыдан неше есе артық болатындығын көрсететін

$\frac{n_2}{n_1}$ қатынасын трансформация коэффициенті деп атайды.

Егер $\frac{n_2}{n_1} > 1$ болса, трансформатор айнымалы Э.Қ.К.-ін жоғарылатады (күшейткіш трансформатор), ал тоқты төмендетеді. Күшейткіш трансформатор электр энергиясын алыс қашықтықтарға беру үшін қолданылады.

Егер $\frac{n_2}{n_1} < 1$ болса, трансформатор (төмендеткіш) Э.Қ.К.-ін төмендетіп, тоқты жоғарылатады. Бұл трансформатор (төменгі кернеуде үлкен тоқты қажет етеді) электр пісірулерде пайдаланылады. Біз екі орамды трансформаторды қарастырайық. Радиотехникада кернеулері әртүрлі бірнеше орамнан тұратын трансформаторлар жиі қолданылады.

Сонымен қатар, магнит ағыны механикалық энергияны электр энергиясына түрлендіретін (генераторлар) немесе электр энергиясын механикалық энергияға айналдыратын (электр қозғағыштар) машиналарда қолданылады. Қазіргі таңда генераторлар мен электроқозғағыштардың түрлері көп. Барлық электр тоғының қуатты генераторларының жұмысы магнит өрісіндегі өткізгіштің қозғалысының электромагниттік индукция құбылысына негізделген. Айнымалы токтың генераторына тоқталайық (14.2.2-сызба).



14.2.2-сызба. Айнымалы токты алу принципі

Э.Қ.К. өткізгіш орамның магнит өрісінде айналуынан туындайды. Орамның ұштары машинаның өсіне бекітілген екі изоляцияланған мыс сақинаға жанастырылған. Мыс немесе графиттен жасалған қылшықтар арқылы орамның айналуы бұзылмайтындай етіп ток тізбегіне қосылған.

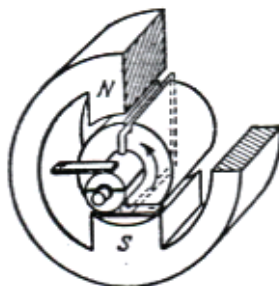
Егер α бұрышы орамның жазықтығына тұрғызылған \vec{n} нормаль мен магнит индукциясының \vec{B} векторының арасындағы бұрыш болса, орамнан өтетін магнит ағыны төмендегі формуламен анықталады:

$$\Phi = B \cdot S \cos \alpha = \Phi_0 \cos \alpha$$

Мұндағы S орамның ауданы, Φ_0 , $\alpha = 0$ болғандағы магнит ағынының максимал мәні. Орам ω бұрыштық жылдамдықпен бірқалыпты айналғанда $\alpha = \omega t + \alpha_0$ тең болғандықтан, бір орамның Э.Қ.К.-і мына формуламен өрнектеледі:

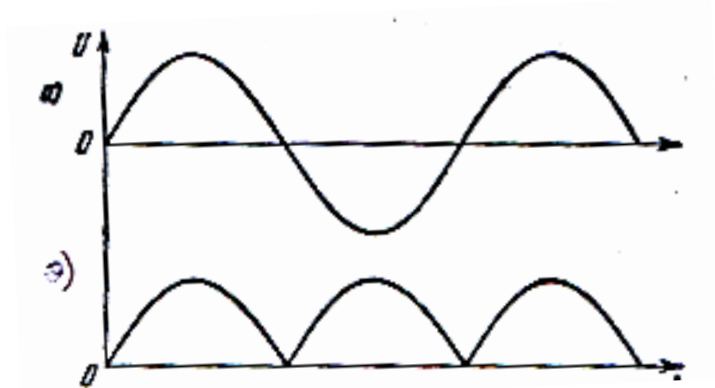
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega S \sin(\omega t + \alpha_0) = \varepsilon_0 \sin(\omega t + \alpha_0) \quad (14.2.5)$$

Өткізгіш орамның саны N болса, Э.Қ.К.-тің амплитудасы N есе артады. (14.2.5) өрнегінен Э.Қ.К. көбейту үшін магнит ағынын арттыру қажет. Яғни, машинаның магнит тізбегіндегі кедергіні мүмкіндігінше кеміту керек. Сондықтан генераторлардың магнит жүйесін екі темір өзекшеден жасайды. Сыртқы қозғалмайтын сақина тәріздес және ішкі цилиндр пішінді айналатын өзекшелер. Олардың арасындағы ауа саңылауының өлшемін минималды болатындай етіп таңдап алады. Машинаның біріншісі қозғалмайтын өзекшенің ішкі жағында (статор), екіншісі айналатын өзекшеде (ротор) орналасқан. Бір орам магнит ағынын алу үшін пайдаланылса, басқасында (жұмыс жасайтын орамда) айнымалы Э.Қ.К.-і индукцияланады. Тұрақты ток генераторында айналатын орамда пайда болатын айнымалы Э.Қ.К.-і коллектордың көмегімен түзетіледі. Қарапайым генератор 14.2.3-сызбасында кескінделген.



14.2.4-сызба. Тұрақты ток генераторы

Тұрақты ток генераторы бір орамнан және оның коллекторы машинаның өсіне киілген изоляцияланған мыстан жасалған екі жартылай цилиндрден тұрады. Орамның ұштары жартылай цилиндрлерге жалғанған. Коллектордың қалақшаларына орамды ток тізбегіне қосатын екі қылшық түйістірілген. 14.2.4-сызба коллектордың әсерін түсіндіреді.

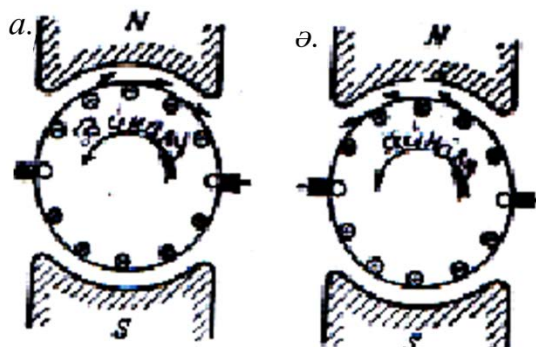


14.2.4-сызба. Коллектордың әсері

a қисығы синустар заңымен өзгертін орамның ұштарының арасындағы кернеуді сипаттайды. Әрбір жарты айналымда коллектор орамның ұштарын ауыстырып қосады. Сондықтан қылшықтарда 14.2.4 *б*-сызбада кескінделген кернеу алынады. Келтірілген қарапайым генератор бағыты тұрақты болып қалатын күші өзгертін *соғу* тоғын береді. *Соғуы* жоқ тұрақты ток алу мақсатында орамды бірнеше секцияларға бөліп, көп қалақшалары бар коллекторды пайдаланады.

Жоғарыда қарастырылған тұрақты ток машинасында сыртқы көзден ток туғысса, зәкір айналмалы қозғалады. Сондықтан коллекторлық машиналарды генераторлар және қозғағыштар ретінде қарастыруға болады.

14.2.5-сызбада генератор (*a*) және қозғағыш (*ә*) ретінде жұмыс істейтін тұрақты ток машинасының схемасы келтірілген.



14.2.5-сызба. Тұрақты ток генератор мен (*a*) қозғағыштың (*ә*) зәкіріне әсер ететін электродинамикалық күш

Генератор мен қозғағыштағы энергияның түрленуін жақсы түсіну үшін зәкірге әсер ететін күштерді қарастырамыз. Генератор болған жағдайда зәкірдегі индукциялық токтың бағыты Ленц ережесіне бағынады. Солтүстік полюсте ток сызбадан оқырманға, оңтүстік полюсте оқырманнан сызбаға қарай бағытталған. Зәкірдің өткізгішіне ондағы токқа пропорционал электродинамикалық күштер әсер етіп, оны сағат тілінің бағытымен, яғни генератордың айналуына қарсы айналдыруға тырысады. Зәкірдің айналуын сақтау үшін генераторды айналдыратын қозғағыштың күшіне шамасы жағынан тең, бағыты бойынша қарсы күшпен әсер ету керек. Сондықтан қозғағыш электродинамикалық күшке қарсы үздіксіз механикалық жұмыс істейді. Генератордан алынатын ток неғұрлым үлкен мәндерді қабылдаса, соғұрлым істелінетін жұмыс көп болады. Бұл жағдайда қозғағыштың механикалық жұмысы электр энергиясына айналады.

Машина электрқозғағыш ретінде жұмыс істегенде (сыртқы қозғағыш жоқ) зәкірдің орамына тек электродинамикалық күш әсер етеді. Осы күштің салдарынан зәкір айналады. Жұмысты электродинамикалық күштер атқарады. Қозғағышты қоректендіретін көздің электр энергиясы механикалық жұмысқа түрленеді.

Генератор мен қозғағыштың айналу бағыттары бірдей болғанда, зәкірдің токтардың бағыттары қарама-қарсы. Қозғағыштың зәкірі айналғанда оның орамы магнит өрісінің индукциясының сызықтарын қиып өтеді. Сондықтан онда индукциялық Э.Қ.К. \mathcal{E} туындайды. Бұл Э.Қ.К. зәкірдегі токқа қарсы бағыттағы токты туғызуға тырысатындықтан, қарсы электр қозғаушы күш деп аталады. Зәкірдегі ток күші ондағы U кернеуге және қарсы электр қозғаушы күшке тәуелді. Э.Қ.К-і бар тізбек үшін Ом заңын жазайық:

$$i_3 = \frac{U - \mathcal{E}}{r_3}$$

Мұндағы, r_3 зәкірдің кедергісі. Қарсы Э.Қ.К. зәкірдегі токты кемітеді. Қозғағыш жүксіз жұмыс істегенде зәкірдің жылдамдығы үлкен және қарсы Э.Қ.К. U кернеуден аз шамаға кіші. Сондықтан токтың шамасы кішкентай. Жүкті арттырғанда зәкірдің жылдамдығы кеміп, қарсы Э.Қ.К. азаяды. Осыған байланысты қозғағыш қоректенетін ток жүк көбейген сайын артады. Бұл жағдай қозғағышты жүргізгенде ескеріледі. Жүргізген мезетте зәкір мүлдем айналмайды және қарсы Э.Қ.К нөлге тең. Сондықтан жүргізгеннен кейінгі алғашқы мезеттерде зәкірдегі токтың соншалықты үлкен болуы орам мен коллектордың қалақшаларын істен шығаруы мүмкін. Осы құбылысты болдырмау мақсатында жүргізгіш реостаттар пайдаланылады.

Тоғы бар өткізгіштің айналасында магнит өрісі туындайды. Демек, токтың энергиясының бір бөлігі магнит өрісін туғызуға жұмсалады. Энергияның сақталу заңы бойынша, магнит өрісінің энергиясы, токтың осы

өрісті туғызуға жіберген жұмысына тең. L индуктивтілігі бар контурмен i ток өтсін делік. Берілген контурмен $\Phi = Li$ магнит ағыны ілініскен. Ток күші di -ге өзгергенде магнит ағыны $d\Phi = Ldi$ -ге өзгереді. Магнит ағынын $d\Phi$ шамасына өзгерту үшін $dA = id\Phi = Lidi$ жұмыс істелінуі қажет. Онда Φ магнит ағынын туғызуға кеткен жұмыс мына формуламен есептеледі:

$$A = \int_0^i Lidi = \frac{Li^2}{2}$$

Демек, контурмен байланысқан магнит өрісінің энергиясы мынаған тең:

$$W = \frac{Li^2}{2} \quad (14.2.6)$$

Токтың меншікті энергиясы қай жерде (электр зарядтары қозғалатын өткізгіштердің ішінде немесе токты қоршаған ортадағы магнит өрісінде) жинақталғандығына жауап беру үшін айнымалы магнит өрісін (электромагниттік толқындарды) зерттейміз. Электромагниттік толқындарда кеңістік және уақыт бойынша өзгертін, токсыз пайда болатын магнит өрісі бар. Электромагниттік толқындар энергияны тасымалдайтындықтан, энергия магнит өрісінде жинақталған. Бірлік көлемдегі магнит өрісінің энергиясын есептеу үшін тұйықталған торойдтық катушканы қарастырайық. Катушканың индуктивтілігі төмендегі формуламен есептеледі:

$$L = \mu\mu_0 \frac{S}{l}$$

(14.2.6) теңдігін пайдалансақ, мына өрнек шығады:

$$W = \frac{1}{2} \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} i^2 = \left| \begin{array}{l} H = \frac{Ni}{l} \\ \tau = Sl \end{array} \right| = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 \tau$$

Мұндағы, τ катушканың көлемі. Біртекті магнит өрісінің энергиясы өрістің алып тұрған τ көлеміне пропорционал. Сондықтан бірлік көлемдегі өрістің энергиясы немесе магнит өрісінің энергиясының көлемдік тығыздығы мынаған тең:

$$u = \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2 \quad (14.2.7)$$

Егер магнит өрісі біртекті болмаса, оны шексіз кішкентай көлемін $d\tau$ элементтеріне бөліп, олардың әрқайсысындағы өрісті біртекті деп алсақ, кез келген магнит өрісінің толық энергиясы мына формуламен анықталады:

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \int_{\tau} \mu H^2 d\tau \quad (14.2.8)$$

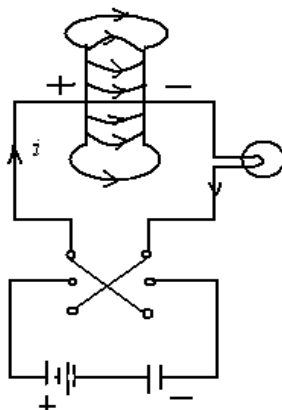
Интегралдау магнит өрісі орналасқан τ көлем бойынша алынады.

§ 14.3. Электромагниттік индукция құбылысының Фарадейлік және Максвеллдік түсініктемесі. Ығысу заңы

1820 жылы Эрстед ашқан токтың магниттік әсері магнит және электр өрістерінің арасында байланыс бар екендігін, магниттік әсер электр токтарының көмегімен алынатындығын көрсетті. Токтардың магниттік әсерін Ампер жан-жақты зерттеп, табиғатта кездесетін барлық магниттік құбылыстар (сонымен қатар тұрақты магнитпен байланысы бар құбылыстар) электр тогынан туындайды деп қорытынды жасады. Сол кезеңдегі физикадағы ең маңызды нәтижелердің бірі Фарадей ашқан электромагниттік индукция құбылысы. Токтың магнит өрісін туғызатын қабілеті болса, керісінше магниттер немесе басқа токтар электр тогын туғызатындығын Фарадей тәжірибе жасап дәлелдеп, электрлік құбылыстарда аралық ортаның анықтаушы роль атқаратындығын мойындады. Яғни, электрлік және магниттік әсерлесулер аралық орта арқылы беріліп, осы ортада негізгі электрлік және магниттік құбылыстар іске асырылады. Максвелл өзінің жұмыстарында Фарадейдің идеяларын дамытып, оның математикалық теориясын жасады. Максвелл математикалық теориясында электрлік және магниттік құбылыстардың байланысын теңдеулер арқылы сипаттады. Сондықтан Максвелл теориясы өзара байланысқан электр және магнит өрістерінің бір-біріне түрленуін зерттейді. Максвелл теңдеулері электр және магнит өрістерінің электромагниттік индукция құбылысының, яғни электромагниттік өрістің негізгі заңдарын жалпылама тұрғыдан өрнектейді. Сонымен қатар теория физикалық үрдістерді түсіндіріп қана қоймай, жаңа маңызды құбылыстарға болжамдар жасады. Мысалы, ығысу тогы кеңістікте шекті жылдамдықпен тарайтын электромагниттік толқын, жарықтың электромагниттік теориясы, т.б.

Әртүрлі электромагниттік құбылыстарды талқылап Максвелл мынадай қорытынды жасады: электр өрісінің кез келген өзгерісі айнымалы құйынды магнит өрісін туғызады. Бұл тұжырымдама электромагниттік өрістің маңызды қасиеттеріне түсініктеме берді. Магнит өрісі токтың негізгі міндетті белгісі болғандықтан, Максвелл айнымалы электр өрісін ығысу тогы деп атады. (Зарядталған бөлшектердің реттелген қозғалысынан пайда болатын токтан ерекше). Ығысу тогын түсіндіру үшін конденсатордан, металл өткізгіштен, ток көзінен, кілттен тұратын контурды қарастырамыз. (14.3.1-сызба)

Контурға ток туралы мәлімет беретін демонстрациялық амперметрдің орнына қызару лампасын жалғайық. Біз конденсатор арқылы ажыратылған тұйықталмаған контурды алдық. Мұндай тұйықталмаған контур арқылы тұрақты ток өтпейді. Яғни, ұзақ уақыт ток көзін қосқанда лампаның қызарғаны байқалмайды.



14.3.1-сызба. Металл өткізгіштегі уақыт бойынша өзгеретіні ток диэлектриктегі ығысу тогымен тұйықталған

Ток көзін қосқаннан кейінгі алғашқы мезеттерде конденсатор зарядталып, металл өткізгіште қысқа мерзімділік зарядтық ток туындайды. Зарядталу аяқталған соң ток көзін кілттің көмегімен ауыстырып қоссақ, конденсатор зарядсызданып өткізгіште кері бағытта ток пайда болады. Ток көзін әрбір ауыстырып, қосқанда өткізгіште кері бағытта ток пайда болып, онда ток импульсі туындап, қызару лампасы аз уақыт жарқырайды.

Егер өткізгіштің ұштарын айнымалы токтың жарық беретін тізбегіне қоссақ, конденсатордың қайта зарядталуы бірінен соң бірі секундына 100 рет тербелетін жиілікпен үздіксіз жүретіндіктен, контурда пайда болатын айнымалы ток ұзақ уақыт өмір сүреді. Бұл жағдайда лампаның қызаруының жеке жарқырауы байқалмайды. (Бірқалыпты қыздырылады) Демек, айнымалы ток (тұрақты токтан ерекшелігі) ажыратылған контурда да пайда болады. Ажыратылған контурда ток болса, конденсатордың астарларының

арасында уақыт бойынша өзгертін электр өрісі немесе ығысу тогы бар болғаны. Олай болса, металл өткізгіштегі токтар диэлектриктегі ығысу тогымен тұйықталады. Максвелдің теориясы бойынша, біздің тұйықталмаған контурымыздың магнит өрісі тұйықталған контурдың магнит өрісімен бірдей болуы өзгертін электр өрісімен ол туғызатын магнит өрісінің арасындағы мөлшерлік байланысты табуға мүмкіндік береді. Конденсатордағы электр ығысуы D оның астарларындағы зарядтардың σ беттік тығыздығына тең:

$$\sigma = D$$

Сондықтан астардың әрқайсысындағы толық заряд мынаған тең:

$$q = SD$$

Мұндағы, S – астардың ауданы. Егер dt уақытта конденсатордың заряды dq -ға өзгерсе, өткізгіштегі ток күші төмендегі қатынаспен анықталады:

$$i = \frac{dq}{dt} = S \frac{dD}{dt}$$

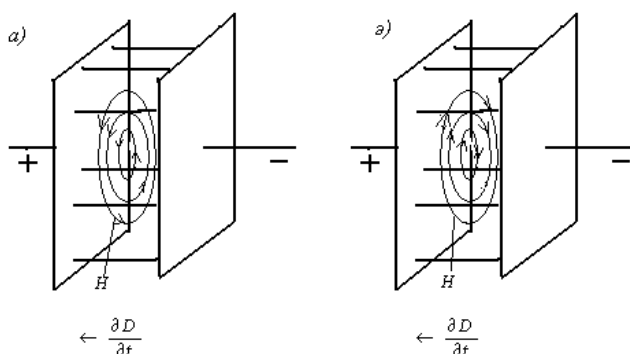
Демек, ток күші электр өрісінің индукциясының өзгеру жылдамдығына тәуелді. Бұдан конденсатордың өзгертін өрісі, шамасы $S \frac{dD}{dt}$ токтың туғызатын магнит өрісіндей өріс туғызатындығы шығады. Немесе ығысу тогының тығыздығы мына қатынаспен есептеледі:

$$\vec{j}_{\text{БІҒ}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (14.3.1)$$

Осы түсінік арқылы Максвелл теориясына мөлшерлік сипаттама берілді: уақыт бойынша айнымалы электр өрісі, тығыздығы $\vec{j}_{\text{БІҒ}}$ (14.3.1) қатынасымен анықталатын токтың туғызатын магнит өрісіндей өріс туғызады. Электр өрісі біртекті болмаған жағдайда ол уақытқа ғана емес координатаға да тәуелді болуы мүмкін. Сондықтан қарастырып отырған жағдайда ығысу тогының тығыздығы дербес туындымен анықталады:

$$\vec{j}_{\text{БІҒ}} = \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (14.3.2)$$

Дербес туынды магнит өрісінің әрбір нүктесіндегі ығысу тоғы индукцияның уақыт бойынша өзгеру жылдамдығына тәуелді екендігін көрсетеді. Ығысу тоғы \vec{D} векторының туындысымен анықталады. Мысалы, жазық конденсатордың өрісінде \vec{D} векторы оң зарядталған қалақшадан теріс зарядталған қалақшаға бағытталған. Электр өрісі артқандағы, ығысу тоғының бағыты 14.3.2 а-сызбасында көрсетілген.



14.3.2-сызба. Электр өрісінің уақыт бойынша өзгерісі құйынды магнит өрісін туғызады

Егер электр өрісі кемісе, $\frac{d\vec{D}}{dt}$ теріс қалақшадан оң қалақшаға, ал магнит өрісі бірінші жағдаймен салыстырғанда кері бағытталған. (14.3.2. б-сызба)

Айнымалы тоғы бар өткізгіштің ішінде айнымалы электр өрісі бар. Сондықтан өткізгіштің ішінде өткізгіштік және ығысу бар болғандықтан, өткізгіштің магнит өрісі олардың қосындысына тең толық токпен анықталады:

$$\vec{j}_{mol} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (14.3.3)$$

Ортаның электр өткізгіштігіне және өрістің өзгеру жылдамдығына байланысты екі қосылғыштың атқаратын рөлдері әртүрлі. Өткізгіштерде ығысу тоғы өткізгіштік токпен салыстырғанда ескерілмесе, токты нашар өткізетін орталарда оның атқаратын рөлі үлкен. (14.3.3) формуласындағы екі мүшенің таңбалары бірдей немесе қарама-қарсы болуы мүмкін. Сондықтан толық ток өткізгіштік токтан артық немесе кем болады. Дербес жағдайда нөлге теңеледі.

Максвелл ығысу және толық ток ұғымын енгізу арқылы тұйықталған айнымалы ток тізбегін жаңаша қарастырды. Толық ток әрқашан тұйықталған, яғни өткізгіштің ұштарында тек өткізгіштік ток үзіледі. Ал

диэлектрикте өткізгіш ұштарының арасында өткізгіштік токты тұйықтайтын ығысу тоғы бар. Сондықтан электр тоғы деп (14.3.3) формуласымен анықталатын толық токты түсінсек, табиғаттағы барлық электр тоқтары тұйықталатыны туралы маңызды қорытындыны Максвелл алды.

§14.4. Максвелл теңдеулерінің жүйесі. Электрлік және магниттік өрістің салыстырмалылығы

Максвелл электр және магнетизм теориясын математикалық теңдеулермен өрнектеп, электромагниттік өріске толық сипаттама берді. Максвелл теңдеулерінің негізін төменде талқыланатын төрт теңдеу құрайды.

Электр өрісі потенциалды \vec{E}_q және күйінды \vec{E}_B болғандықтан, олардың қорытқы кернеулігі мынаған тең: $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$. \vec{E}_q векторының циркуляциясы нөлге тең болғандықтан, қорытқы кернеуінің циркуляциясы төмендегі формуламен анықталады:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}$$

Бұл теңдік электр өрісінің көзі заряд қана емес, сонымен қатар уақыт бойынша өзгертін магнит өрісі болатындығын көрсетеді. Электростатикалық және магнит өрістеріне арналған Гаусс теоремасының математикалық формуласын жазайық:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q$$

Егер заряд тұйықталған беттің ішінде үздіксіз ρ көлемдік тығыздықпен үлестірілсе, теңдеу төмендегідей түрленеді:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV \qquad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Магнит өрісінің \vec{H} кернеулігінің векторының циркуляциясы мына формуламен өрнектеледі:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt} \right) d\vec{S}$$

Теңдеу магнит өрісін қозғалыстағы зарядтар (ток) немесе айнымалы электр өрісі туғызатындығын көрсетеді. Максвелдің толық теңдеулер жүйесінің интегралдық түрін жазайық:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt} \right) d\vec{S}; \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Теңдеуге кіретін әртүрлі шамалардың араларында мынадай байланыстар бар:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

Мұндағы, ε_0 , μ_0 электрлік және магниттік тұрақты шамалар, ε , μ электрлік, магниттік өтімділіктер, γ заттың меншікті өткізгіштігі. Максвелл теңдеулерінен электр өрісінің көзі электр зарядтары немесе уақыт бойынша өзгеретін магнит өрісі, ал магнит өрісін қозғалыстағы зарядтар немесе айнымалы электр өрісі қоздыратындығы шығады. Табиғатта электр зарядтары бар, магниттік зарядтардың жоқтығы Максвелл теңдеулерінің электр және магнит өрісімен салыстырғанда симметриялы еместігін көрсетеді. Стационарлық өріс үшін $E = const, B = const$ теңдеулер мынадай болып түрленеді:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0; \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = q \quad (14.4.2)$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = i; \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Векторлық талдаудан белгілі Стокс теоремаларын қолданып, Максвелл теңдеулерін дифференциалдық түрде жазайық:

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}; \quad \text{div} \vec{D} = \rho \quad (14.4.3)$$

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}; \quad \operatorname{div}\vec{B} = 0$$

Дифференциалдық теңдеулер құйынды электр және магнит өрістері айнымалы магнит және электр өрістерін туғызатындығын, магнит өрісінің көзі ($\operatorname{div}\vec{B} = 0$) болмайтындығын көрсетеді.

**§ 14.5. Электромагниттік өрістің толқындық теңдеулері,
қозудың таралу жылдамдығы және сақталу заңы.
Электромагниттік толқынның шкаласы**

Айнымалы электр өрісі магнит өрісін, ал айнымалы магнит өрісі электр өрісін туғызатыны бізге Максвелл теңдеулерінен белгілі. Егер тербелістегі зарядтардың көмегімен айнымалы электромагниттік өріс туғызсақ, зарядтарды қоршаған кеңістікте электр және магнит өрістері бір-біріне айналып нүктеден нүктеге беріледі. Бұл құбылыс кеңістікте уақыт бойынша периодты қайталанып, толқын түрінде тарайды. Электромагниттік толқынның пайда болуы Максвелл теңдеулерінен шығатындығын көрсетейік. Электрлік және магниттік өткізгіштіктері тұрақты (ε, μ) бейтарап ($\rho=0$), тоқты өткізбейтін ($j=0$) орта үшін Максвелл теңдеулерін жазайық:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, & \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \vec{B} &= \mu\mu_0 \vec{\nabla} \vec{H}, & \vec{\nabla} \vec{D} &= \varepsilon\varepsilon_0 \vec{\nabla} \vec{E} \end{aligned}$$

Мұндағы, $\vec{\nabla}$ дифференциалдық оператор

$$\left(\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right)$$

Немесе

$$\left[\vec{\nabla} \times \vec{E} \right] = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \tag{14.5.1}$$

$$\vec{\nabla} \vec{H} = 0 \quad (14.5.2)$$

$$\left[\vec{\nabla} \times \vec{H} \right] = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (14.5.3)$$

$$\vec{\nabla} \vec{E} = 0 \quad (14.5.4)$$

(14.5.1) теңдеуінің екі жағына ротор операторын қолдансақ, мына теңдікті аламыз.

$$\left[\vec{\nabla} \times \left[\vec{\nabla} \times \vec{E} \right] \right] = -\mu \mu_0 \left[\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right] \quad (14.5.5)$$

Координаталар мен уақыт бойынша дифференциалдаудың тізбектілігін өзгертсек, төмендегі теңдік шығады:

$$\left[\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\vec{\nabla} \times \vec{H} \right]$$

(14.5.5) өрнегінде осындай алмастыру жасап, алынған теңдеуге (14.5.3) теңдігін қойып, төмендегі формуланы аламыз:

$$\vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \times \vec{E} \right) = -\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (14.5.6)$$

$$\left[\vec{\nabla} \times \left[\vec{\nabla} \times \vec{E} \right] \right] = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E} \quad \text{теңдігін пайдаландық.}$$

($\Delta = \nabla^2$ Лаплас операторы)

(14.5.4) формуласы бойынша, өрнектің бірінші мүшесі нөлге теңеледі. Сондықтан, (14.5.6) теңдігінің сол жағы $\Delta \vec{E}$ — тең болғандықтан, мына теңдік шығады:

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \left| \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \right| = \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (14.5.7)$$

Лаплас операторын ашып жазайық.

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (14.5.8)$$

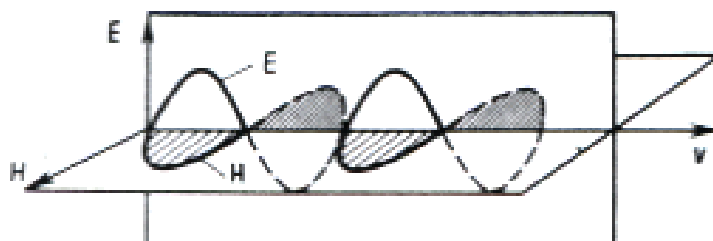
(14.5.3) теңдігінің екі жағына ротор операторын қолданып, түрлендірулер жасасақ, төмендегі теңдеуді аламыз:

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (14.5.9)$$

(14.5.8) және (14.5.9) теңдеулері электромагниттік өріс фазалық жылдамдығы мына қатынаспен анықталатын

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \quad (14.5.10)$$

электромагнит толқын ретінде қарастырылады. Вакуумде ($\varepsilon = \mu = 1$) электромагниттік толқынның жылдамдығы жарықтың c жылдамдығына сәйкес келеді. Максвелл теңдеулерінен электромагниттік толқынның көлденеңділігі шығады. Яғни электромагниттік толқын x осімен таралады, ал электр \vec{E} және магнит \vec{H} өрістерінің кернеуліктері сәйкесінше Z және Y осьтерімен бағытталған (14.5.1-сызба)



14.5.1-сызба. Электромагниттік толқынның таралуы

\vec{E} және \vec{H} векторлары бірдей фазамен тербеледі және олардың кез келген нүктедегі лездік мәндері мына формуламен байланысқан:

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H \quad (14.5.11)$$

Демек, \vec{E} мен \vec{H} бір мезгілде максимум және минимум мәндерді қабылдайды.

(14.5.8) және (14.5.9) теңдеулерін төмендегідей түрде жазамыз:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (14.5.12)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \quad (14.5.13)$$

Келтірілген (14.5.12) және (14.5.13) теңдеулері жазық монохроматты толқынның таралуын сипаттайды. Теңдеулердің шешімдері мына функциялар болады:

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \quad (14.5.14)$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \quad (14.5.15)$$

Мұндағы, E_0 мен H_0 толқынның электрлік және магниттік кернеуліктерінің амплитудалары, ω - толқынның циклдік жиілігі, $k = \frac{\omega}{v}$ толқындық сан, φ $x = 0$ болғандағы тербелістің бастапқы фазасы.

Электромагниттік толқын энергия тасымалдайды. Электромагниттік толқын вакуумде таралса, оның жылдамдығы жарық жылдамдығына тең. Сондықтан электромагниттік өрісін энергиясының тығыздығы электр және магнит өрістерінің энергияларының тығыздықтарының қосындысынан тұрады:

$$(\varepsilon = \mu = 1).$$

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2} \quad (14.5.16)$$

(14.5.11) теңдігі төмендегідей түрленеді:

$$E \sqrt{\varepsilon_0} = H \sqrt{\mu_0} \quad (14.5.17)$$

Яғни, электр және магнит өрістерінің энергияларының тығыздықтары уақыттың әрбір мезетінде тең ($\omega_E = \omega_H$). (14.5.17) теңдігін ескеріп, (14.5.16) өрнегін түрлендірейік:

$$\omega = \frac{1}{2}(\sqrt{\varepsilon_0}E)(\sqrt{\varepsilon_0}E) + \frac{1}{2}(\sqrt{\mu_0}H)(\sqrt{\mu_0}H) =$$

$$= \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}E \cdot H = \frac{1}{c}E \cdot H$$

Алынған өрнекті жарық жылдамдығына көбейтіп, энергия ағынының модулін аламыз:

$$S = \omega \cdot c = E \cdot H \quad (14.5.18)$$

\vec{E} мен \vec{H} векторы перпендикуляр және толқынның таралу жылдамдығымен оң бұранда жүйесін құрайды. Сондықтан $[\vec{E} \times \vec{H}]$ векторының бағыты энергияның тасымалдану бағытымен сәйкес келеді. Демек, электромагниттік энергияның ағынының тығыздығының энергиясын \vec{E} және \vec{H} векторларының векторлық көбейтіндісі ретінде қарастыруға болады:

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}] \quad (14.5.18)$$

\vec{S} – Пойтинг векторы деп аталады.

(14.5.18) формуласы диэлектрик және өткізгіш орталарға да қолданылады. Жиілігі кең диапазонды электромагниттік толқындар бір-бірінен генерациялау, тіркеу тәсілдері және қасиеттері жағынан ерекшеленеді. Сондықтан мынадай түрлерге бөлінеді: радиотолқындар, рентгендік және γ -сәулелену. Әртүрлі электромагниттік толқындардың шекаралары шартты түрде алынған. (1-кесте).

1-кесте

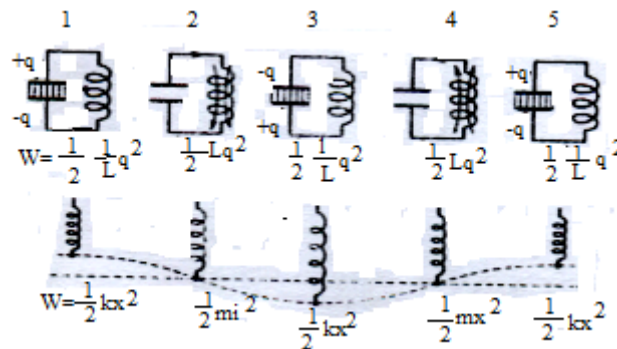
Сәулеленудің түрі	Толқын ұзындығы м	Толқын жиілігі Гц	Сәулелену көзі
Радиотолқындар	10^3-10^4	$3 \cdot 10^5-$ $3 \cdot 10^{12}$	Тербелмелі контур Герц вибраторы. Шамдық генератор.
Жарық толқындары: инфрақызыл сәулеленуі.	$5 \cdot 10^{-4}-8 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{11}-3,75 \cdot 10^{14}$	Шам

1-кестенің жалғасы

Көрінетін жарық	$8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$3,75 \cdot 10^{14} - 7,5 \cdot 10^{14}$	Лазерлер
Ультракүлгін сәулелену	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$	$7,5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{17}$	
Рентгендік сәулелену	$2 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-12}$	$1,5 \cdot 10^{17} - 5 \cdot 10^{19}$	Рентген құбыры
γ -сәулелену	$< 6 \cdot 10^{-12}$	$> 5 \cdot 10^{19}$	Радиоактивті ыдырау. Ядролық процестер. Космостық процестер.

§ 14.6. Тербелмелі контур. Еркін және еріксіз электромагниттік тербелістер. Резонанс

Зарядтар, токтар, электр және магнит өрісі периодты өзгертін электромагниттік тербелістерді зерттеудің практикалық маңызы үлкен. Электромагниттік тербелістерді қоздыру үшін бір-бірімен тізбектей жалғанған катушканың L индуктілігінен, конденсатордың C сыйымдылығынан және R кедергіден тұратын тербелмелі контур пайдаланылады. Кедергісі нөлге жуық ($R \approx 0$) идеал тізбекті қарастырайық. (14.6.1-сызба)



14.6.1-сызба. Тербелмелі процестің тізбектеліп өтетін кезеңдерінің кескіндері

Контурдағы тербелісті конденсатордың астарларына қандай да бір алғашқы зарядты беру немесе катушкада ток қоздыру арқылы алуға болады. Бірінші тәсілді пайдаланайық. Индуктивтіліктен ажыратылған конденсаторды кернеу көзіне қоссақ, оның астарларында әр аттас ($+q, -q$)

зарядтар туындап, (1 кезең) энергиясы $\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ тең электр өрісі пайда болады. Егер осыдан соң кернеу көзін өшіріп, конденсаторды индуктивтілікке қоссақ, конденсатор зарядсызданып индуктивтіліктен ток өтеді. Нәтижесінде электр өрісінің энергиясы кеміп, магнит өрісінің $\frac{1}{2} Li^2$ энергиясы артады. Контурдағы актив кедергі нөлге тең болғандықтан, электр және магнит өрістерінің энергияларының қосындысынан тұратын толық энергия өткізгіштерді қыздыруға жұмсалмай, тұрақты шамаға теңеледі. Сондықтан конденсатордағы кернеу, демек электр өрісінің энергиясы нөлге теңеліп, магнит өрісінің энергиясы, яғни ток максимал мәнді иеленеді. (Осы мезеттен бастап, ток өзіндік индукцияның Э.Қ.К-інің есебінен пайда болады, 2-кезең). Одан кейін ток кеміп, конденсатор астарларындағы зарядтың шамасы алғашқы мәніне теңелгенде, ток нөлге айналады. (3-кезең). Содан соң үрдістер кері бағытта өтіп, (4 және 5-кезеңдер) жүйе бастапқы күйіне оралады. (5-кезең). Осылайша цикл қайталанып, тербеліс электр және магнит өрістерінің бір-біріне түрленуімен жүзеге асырылады.

14.6.1 ә-сызбасында тербелмелі контурдағы тербеліс серіппелі маятниктің тербелісімен салыстырылған. Электрлік және механикалық құбылыстар арасындағы ұқсастықты пайдалансақ, зарядталған конденсатордың энергиясы механикалық потенциалдық энергияға $\left(\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \rightarrow \frac{kx^2}{2} \right)$, ал тоқтың меншікті энергиясы (контурмен байланысқан магнит өрісінің энергиясы) кинетикалық энергияға $\left(\frac{Li^2}{2} \rightarrow \frac{mv^2}{2} \right)$ сәйкес келеді.

Индуктивтілік L , m массаға, сыйымдылыққа кері шама $\frac{1}{C}$ қатаңдық коэффициентіне, заряд q маятниктің тепе-теңдік күйінен x ауытқуына, ток күші $i = \dot{q}$ жылдамдыққа \dot{x} сәйкес келеді. Электрлік және механикалық тербелістерге қолданған ұқсастықты оларды сипаттайтын математикалық теңдеулерге пайдалана аламыз. Актив кедергісі жоқ контурдағы конденсаторды зарядтайтын токты оң деп алып, тербелістің теңдеуін табайық

$$i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \quad (14.6.1)$$

1-3-2 тізбегі үшін Ом заңын жазамыз:

$$iR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$

Қарастырып отырған жағдайда: $R = 0$, $\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{q}{c}$

$\varepsilon_{12} = \varepsilon_S = -L \frac{di}{dt}$ осы мәндерді (14.6.2) теңдігіне қойсақ, мына қатынас шығады:

$$-\frac{q}{c} - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (14.6.3)$$

Немесе

$$\ddot{q} = \frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{di}{dt}$$

алмастырып, төмендегі теңдеуді аламыз:

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (14.6.4)$$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ белгіленуін енгізсек, (14.6.4) өрнегі мынадай болып түрленеді:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0 \quad (14.6.5)$$

Яғни, заряд төменде келтірілген заң бойынша тербеледі:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (14.6.6)$$

Мұндағы ω_0 - контурдың меншікті жиілігі. Конденсатордың астарларындағы заряд гармониялық заңмен өзгереді. Тербелістің периоды Томсон формуласымен анықталады:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (14.6.7)$$

Конденсатордағы кернеу зарядтан $\frac{1}{C}$ көбейткішімен ерекшеленеді:

$$U = \frac{q}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (14.6.8)$$

(14.6.6) өрнегін уақыт бойынша дифференциалдасақ, ток шығады:

$$i = -\omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = i_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \quad (14.6.9)$$

Ток күші конденсатордағы кернеуден $\frac{\pi}{2}$ -ге озық, (14.6.6), (14.6.8) теңдеулерін (14.6.9) өрнегімен салыстыру токтың мәні максимал болған мезетте заряд пен кернеу нөлге теңелетіндігін көрсетеді. Керісінше, заряд пен кернеу максимал мәнді иеленген мезетте ток нөлге айналып, (14.6.8) және (14.6.9) формулаларынан мына қатынастар алынады:

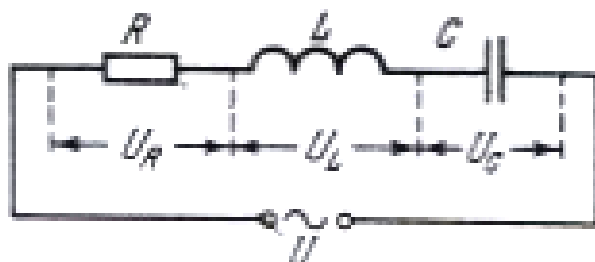
$$U_0 = \frac{q_0}{C}, \quad i_0 = \omega_0 q_0$$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ескеріп, амплитудалардың қатынастарын алсақ, төмендегі өрнек шығады:

$$U_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} i_0 \quad (14.6.10)$$

Жүйеге периодты өзгертін әсер берсек, еріксіз тербеліс пайда болады. Бұл жағдайда электрлік тербеліс контурдың элементтеріне айнымалы Э.Қ.К-ін жалғау немесе айнымалы кернеу беру арқылы іске асырылады. (14.6.2-сызба)

$$U = U_0 \cos \omega t \quad (14.6.11)$$



14.6.2-сызба. Айнымалы кернеуге жалғанған тербелмелі контур

Келтірілген тізбек үшін (14.6.2) өрнегі төмендегідей түрленеді:

$$iR = -\frac{q}{C} - L \frac{di}{dt} + U_0 \cos \omega t \quad (14.6.12)$$

Түрлендірулерден соң мына теңдеуді аламыз:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_0}{L} \cos \omega t \quad (14.6.13)$$

Мұндағы, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\beta = \frac{R}{2L}$

(14.6.13) теңдеуінің дербес шешімінің түрі мынадай:

$$q = q_0 \cos(\omega t - \psi) \quad (14.6.14)$$

Мұндағы, $q_0 = \frac{\frac{U_0}{L}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$, $\operatorname{tg} \psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

Немесе

$$q_0 = \frac{U_0}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (14.6.15)$$

$$tg \psi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L} \quad (14.6.16)$$

(14.6.14) өргенін уақыт бойынша дифференциалдап, токты табамыз:

$$\begin{aligned} i &= -\omega q_0 \sin(\omega t - \psi) = i_0 \cos(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}) = \\ &= |i_0 = q_0 \omega| = i_0 \cos(\omega t - \varphi) \end{aligned} \quad (14.6.17)$$

Мұндағы, $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$. кернеу мен токтың арасында фазалық ығысу. (14.6.16) қатынасын түрлендіреміз:

$$tg \varphi = tg(\psi - \frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{tg \psi} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (14.6.18)$$

$\omega L > \frac{1}{\omega C}$, ($\varphi > 0$) болған жағдайда ток фазасы бойынша кернеуден қалыс, $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, ($\varphi < 0$) теңсіздігі орындалса, ток кернеуден фаза жағынан озық. (14.6.15) қатынасынан мына өрнек алынады:

$$i_0 = \omega q_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (14.6.19)$$

Қатынасты (14.6.12) түрінде жазайық:

$$iR + \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = U_m \cos \omega t \quad (14.6.20)$$

Кедергідегі, конденсатордағы, катушкадағы кернеулерді

$$iR = U_R, \quad \frac{q}{C} = U_C, \quad L \frac{di}{dt} = U_L$$

арқылы белгілесек, мына теңдік шығады:

$$U_R + U_C + U_L = U_0 \cos \omega t \quad (14.6.21)$$

Контурдың әрбір элементіндегі кернеулердің қосындысы уақыттың әрбір мезетінде сырттан берілген кернеуге тең:

$$U_R = i_0 R \cos(\omega t - \varphi) \quad (14.6.22)$$

$$U_C = \frac{q_0}{C} \cos(\omega t - \psi) = U_{C_0} \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) \quad (14.6.23)$$

Мұндағы,

$$U_{C_0} = \frac{q_0}{C} = \frac{U_0}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{i_0}{\omega C} \quad (14.6.24)$$

$$U_L = L \frac{di}{dt} = -\omega L i_0 \sin(\omega t - \varphi) = U_{L_0} \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}) \quad (14.6.25)$$

Мұндағы,

$$U_{L_0} = \omega L i_0 \quad (14.6.26)$$

Жоғарыда келтірілген формулалар конденсатордағы кернеу токтан фаза бойынша $\frac{\pi}{2}$ қалыс, катушкадағы кернеу токтан $\frac{\pi}{2}$ озық екендігін көрсетеді. Актив кедергідегі кернеудің өзгерісі фаза бойынша тоқтыкімен бірдей. Конденсатордағы зарядпен кернеулігінің резонансты жиілігі мына формуламен есептеледі:

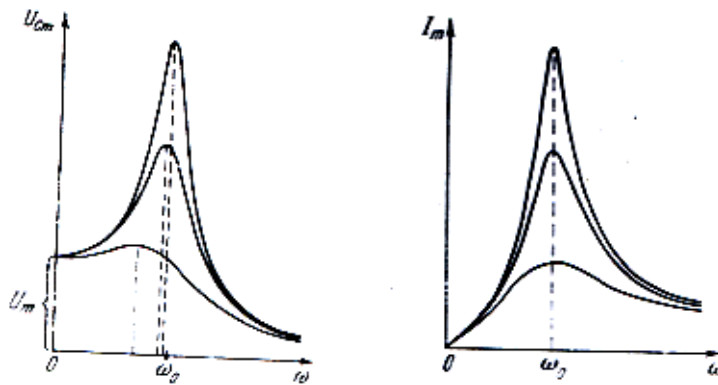
$$\omega_{q_p} = \omega_{U_p} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \leq \omega \quad (14.6.27)$$

Кернеу мен токтың резонанстық қисықтары 14.6.3 а, ә-сызбаларында кескінделген.

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

теңдігі орындалғанда ток күші максимал мәнді иеленеді. Демек, токтың резонанстық жиілігі контурдың меншікті жиілігіне сәйкес келеді:

$$\omega_{ip} = \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (14.6.28)$$



14.6.3-сызба. Кернеу мен токтың резонанстық қисықтары

§ 14.7. Айнымалы электр тогы және оның негізгі сипаттамалары. Айнымалы ток үшін Ом заңы және тізбекте бөлінетін қуат

Алдыңғы параграфта қарастырылған орныққан еріксіз электромагниттік тербелісті кедергісі, индуктивті катушкасы, конденсаторы бар тізбектен өтетін айнымалы ток ретінде қарастыруға болады. Айнымалы ток мына өрнекпен анықталатын айнымалы кернеудің әсерінен туындайды:

$$U = U_0 \cos \omega t \quad (14.7.1)$$

Ал ток мына заң бойынша өзгереді:

$$i = i_0 \cos(\omega t - \varphi) \quad (14.7.2)$$

Токтың амплитудасы кернеудің U_0 амплитудасымен, тізбектің C, L, R параметрлері ω жиілікпен анықталады:

$$i_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (14.7.3)$$

Ток фазасы бойынша кернеуден тізбектің параметрлері мен жиілігіне тәуелді φ бұрышқа

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (14.7.5)$$

$\varphi < 0$ жағдайда ток кернеуден озық. (14.7.3) формуласының бөліміндегі өрнек толық электрлік кедергі деп аталады:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (14.7.5)$$

Егер тізбек R кедергіден тұрса, Ом заңы төмендегідей түрде жазылады:

$$iR = U_0 \cos \omega t$$

Демек, бұл жағдайда ток пен кернеу фазалары бойынша бірдей өзгереді. Токтың амплитудасы мына қатынаспен өрнектеледі:

$$i_0 = \frac{U_0}{R}$$

Осы қатынасты (14.7.3) өрнегімен салыстыру тізбектегі конденсаторды қысқа тұйықталумен алмастырумен $C=0$ емес, $C=\infty$ сыйымдылықты шексіздікке ұмтылдырумен қанағаттандырылады. Кез – келген реалды тізбекте R, L және C мәндері шекті. Жеке жағдайларда кейбір параметрлердің токқа әсері болмағандықтан ескерілмейді. $R=0$, $C=\infty$ делік, онда (14.7.3) және (14.7.4) теңдіктерінен төмендегі қатынас алынады:

$$i_0 = \frac{U_0}{\omega L} \quad (14.7.7)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ болғанда, } \operatorname{tg}\varphi = \infty.$$

$$X_L = \omega L \quad (14.7.7)$$

X_L шамасы индуктивті кедергі деп аталады.

$R = 0$, $L = 0$ тең болса,

$$i_0 = \frac{U_0}{\frac{1}{\omega C}} \quad (14.7.8)$$

қатынасы шығады. $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ болғанда $\operatorname{tg} \varphi = -\infty$.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (14.7.9)$$

X_C шамасын сыйымдылық кедергі деп атайды. $R=0$ болған жағдайда мына қатынасты аламыз:

$$i_0 = \frac{U_0}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \quad (14.7.10)$$

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C \quad (14.7.11)$$

X реактивті кедергі деп аталады.

(14.7.4) және (14.7.5) формулаларын мынадай түрде жазайық:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}, \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Тізбекте айнымалы токтан бөлінетін уаттың лездік мәні кернеу мен токтың лездік мәндерінің көбейтіндісіне тең:

$$N(t) = U(t) \cdot i(t) = U_0 \cos \omega t \cdot i_0 \cos(\omega t - \varphi) \quad (14.7.12)$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) \quad \text{пайдалансақ,}$$

$$N(t) = \frac{1}{2} U_0 i_0 \cos \varphi + \frac{1}{2} U_0 i_0 \cos(2\omega t - \varphi) \quad (14.7.13)$$

теңдігі шығады.

$P(t)$ -ның орташа мәнін P -ға тең деп алсақ, $\cos(2\omega t - \varphi) = 0$, сондықтан

$$P = \frac{U_0 i_0}{2} \cos \varphi \quad (14.7.14)$$

Немесе

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{R}{Z} \quad (14.7.15)$$

$i_0 = \frac{U_0}{Z}$ ескерсек, қуаттың орташа мәнін аламыз:

$$\langle P \rangle = \frac{R i_0^2}{2} \quad (14.7.16)$$

i шамасы төмендегі қатынаспен анықталады:

$$i = \frac{i_0}{\sqrt{2}} \quad (14.7.17)$$

Мұндағы, i ток күшінің эффективтік мәні. Ұқсастық бойынша кернеудің әсерлік мәнін анықтаймыз:

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (14.7.18)$$

Токтың және кернеудің әсерлік мәндері арқылы орташа қуатты өрнектейік:

$$\langle P \rangle = U i \cos \varphi \quad (14.7.19)$$

Мұндағы, $\cos \varphi$ қуаттың коэффициенті. $\cos \varphi$ -дің кіші мәндерінде тізбекте қажетті қуатты алу үшін үлкен ток жіберу керек. Тізбектегі токтың үлкен болуы өткізгіштерде жылудың жоғалуын арттырады. Сондықтан техникада $\cos \varphi$ -дің шамасын арттыруға тырысады.

Есептер мен мысалдар

Индукциясы 0,1 Тл біртекті магнит өрісінде 1000 орамы бар кәсек 10с^{-1} жиілікпен бірқалыпты айналады. Кәсектің ауданы 150см^2 . 30° бұрышқа сәйкес келетін Э.Қ.К.-нің лездік мәнін табыңыздар.

Берілгені:

$$B = 0,1\text{Тл}, N = 1000, n = 10\text{с}^{-1}, S = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2, \alpha = 30^\circ$$

Табу керек: \mathcal{E}_i

Шешімі: ілінісу ағыны $\psi = N\Phi$ формуласымен анықталады. Мұндағы, Φ магнит ағыны, N қиып өтетін орам саны. Э.Қ.К.-нің лездік мәні Фарадей – Максвелл теңдеуімен есептеледі.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\psi}{dt} \quad (1)$$

ψ орнына $N\Phi$ қойсақ, (1) қатынас төмендегідей түрленеді:

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

Айналатын кәсекті қиып өтетін магнит ағыны мына заңдылықпен өзгереді:

$$\Phi = BS \cos \omega t$$

Мұндағы, ω бұрыштық жиілік. (2) формулаға магнит ағынының өрнегін қойып, уақыт бойынша дифференциалдасақ, Э.Қ.К.-нің лездік мәні шығады:

$$\mathcal{E}_i = NBS\omega \sin \omega t \quad (3)$$

$\omega = 2\pi n$, $\omega t = \alpha$ алмастырып, төменде келтірілген теңдікті аламыз:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i &= 2\pi n NBS \sin \omega t = 2 \cdot 3.14 \cdot 10 \cdot 1000 \cdot \\ &\cdot 0.1 \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot 0.5B = 47.1B \end{aligned}$$

2 А тогы бар соленоидтың көлденең қимасының ауданын 4 мкВб магнит ағыны қиып өтеді. Соленоидтың орам саны 800 болса, индуктивтілігі қаншаға тең?

$$\text{Берілгені: } i = 2\text{А}, B = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}, N = 800$$

Табу керек: L

Шешімі: соленоидтың индуктивтілігі магнит ағынының ілінісуімен мына формуламен байланысқан: $\psi = Li$ немесе

$$L = \frac{\psi}{i} = \frac{\Phi N}{i}$$
$$L = \frac{\Phi N}{i} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 800}{2} \text{ Гн} = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

Соленоидтағы ток күшінің өзгерісі $50 \frac{A}{c}$ болғанда, оның ұштарында өзіндік индукцияның $0,08 \text{ В}$ Э.Қ.К-і пайда болады. Соленоидтың индуктивтілігін анықтаңыздар.

Берілгені: $\frac{\Delta i}{\Delta t} = 50 \frac{A}{c}, \quad \varepsilon_i = 0.08 \text{ В}$

Табу керек: L

Шешімі: соленоидтың индуктивтілігі өзіндік индукцияның Э.Қ.К-імен мына қатынас арқылы байланысқан:

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta \psi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(Li)}{\Delta t} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

($L = \text{const}$, контур деформацияланбайды).

$$L = \frac{\varepsilon_i}{\frac{\Delta i}{\Delta t}} = \frac{0.08}{50} \text{ Гн} = 1,6 \text{ мГн.}$$

Ұзындығы $0,5 \text{ м}$, диаметрі 5 см , орам саны 1500 катушкадағы ток 1 секундта $0,2 \text{ А}$ артады. Катушкаға қимасының ауданы 3 мм^2 мыстан жасалған сақина кигізілген ($\rho = 17 \text{ нОм} \cdot \text{м}$). сақинадағы ток күшін табыңыздар.

Берілгені:

$$l = 0.5 \text{ м}, \quad d = 0.05 \text{ м}, \quad N = 1500, \quad \frac{di}{dt} = 0.2 \frac{A}{c}, \quad \rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м},$$

$$S_K = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

Табу керек: i_k

Шешімі: катушкада туындайтын индукцияның Э.Қ.К-і мынаған тең:

$$\varepsilon_{is} = -L \frac{di}{dt}$$

Ұзындығы l , орам саны N , көлденең қимасының ауданы S катушканың индуктивтілігі төмендегі қатынаспен өрнектеледі:

$$L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S^2}{l}$$

Немесе

$$|\varepsilon_{is}| = \mu_0 \mu \frac{N^2 \pi d^2}{4l} \frac{di}{dt}$$

Катушканың бір орамының Э.Қ.К-і мына формуламен есептеледі:

$$|\varepsilon_{\kappa}| = \frac{\varepsilon_{is}}{N} = \mu_0 \mu \frac{N \pi \pi^2}{4l} \frac{di}{dt}$$

Катушкадағы ток $i_{\kappa} = \frac{|\varepsilon_{\kappa}|}{R}$, кедергі $R = \frac{\rho l_{\kappa}}{S_{\kappa}}$ қатынастарымен

есептеледі. Мұндағы, $l_{\kappa} = \pi d$ орамның ұзындығы.

$$i_{\kappa} = \frac{|\varepsilon_{\kappa}| S_{\kappa}}{\pi r d} = \mu_0 \mu \frac{N S_{\kappa} d}{4l \rho} \frac{di}{dt} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 0.05 \cdot 1500}{4 \cdot 0.5 \cdot 1.7 \cdot 10^{-8}} A = 1.66 \text{ мА.}$$

Индуктивтіліктері 0,64 Гн, 1 Гн, ұзындықтары бірдей, қималары жуық екі соленоид бір-біріне кигізілген. Соленоидтың өзіндік индукциясын табыңыздар.

Берілгені: $L_1 = 0.64 \text{ Гн}$, $L_2 = 1 \text{ Гн}$, $l_1 = l_2 = l$, $S_1 = S_2 = S$

Табу керек: L_{12}

Шешімі: бірінші және екінші соленоидтың индуктивтіліктері мен орам сандары мына қатынастармен анықталады:

$$L_1 = \mu_0 \mu \frac{N_1^2 S_1}{l_1}, \quad L_2 = \mu_0 \mu \frac{N_2^2 S_2}{l_2}$$

$$N_1 = \sqrt{\frac{L_1 l_1}{\mu_0 \mu S_1}}, \quad N_2 = \sqrt{\frac{L_2 l_2}{\mu_0 \mu S_2}}$$

Ал өзіндік индукция коэффициенті анықтама бойынша мынаған тең:

$$L_{12} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2 S}{l} = \sqrt{L_1 L_2} = \sqrt{0.64 \cdot 1 \text{ Гн}} = 0.8 \text{ Гн}.$$

Құрыш өзекшесі бар ұзын соленоидтың орамынан 2 А ток өтеді. Соленоидтың ұзындығының әрбір сантиметріне келетін орам саны 7 см^{-1} болса, өзекшедегі магнит өрісінің энергиясының көлемдік тығыздығы қандай?

Берілгені: $L = 2 \text{ А}, n = 700 \text{ м}^{-1}$

Табу керек: ω

Шешімі: магнит өрісінің энергиясының көлемдік тығыздығы анықтама бойынша мына формуламен есептеледі:

$$\omega = \frac{BH}{2\mu_0}$$

Магнит өрісінің кернеулігі мынаған тең:

$$H = ni = 700 \text{ м}^{-1} \cdot 2 \text{ А} = 1400 \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

Магнит өрісінің индукциясын $B = f(H)$ графигінен анықтаймыз.

$$H = 1400 \frac{\text{А}}{\text{м}} - \text{әе } B = 1.2 \text{ Тл} \text{ сәйкес келеді. (анықтама кестесін}$$

қараңыздар).

$$\omega = \frac{BH}{2\mu} = \frac{1.2 \cdot 1400}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = 840 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Ауа өзекшесінен тұратын тороидта, 1 сантиметрге 20 орам келеді. Егер осы орамнан 3 А ток өтсе, тороидтағы энергияның көлемдік тығыздығы қандай?

$$\text{Берілгені: } \frac{N}{l} = 2 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}, i = 3 \text{ А}$$

Табу керек: ω

Шешімі: магнит өрісінің энергиясының көлемдік тығыздығы мына формуламен есептеледі:

$$w = \frac{W}{V}$$

Мұндағы, $W = \frac{B^2}{2\mu_0}$, V көлемдегі магнит өрісінің энергиясы. Магнит өрісінің индукциясының циркуляциясы төменде келтірілген формуламен өрнектеледі:

$$\oint_L \vec{B}_e dl = \mu_0 Ni$$

Немесе

$$Bl = \mu_0 Ni$$

Бұдан

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} i, \quad w = \frac{\mu_0^2 N^2 I^2}{l^2 \cdot 2\mu_0} =$$

$$= \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{N}{l} \right)^2 I^2 = \frac{4 \cdot 3.14 \cdot 10^{-7}}{2} (2 \cdot 10^3)^2 \cdot 9 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} = 22.6 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}.$$

Максвелдің $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ және $\text{div} \vec{B} = 0$ теңдеулері бір-біріне қарсы келмейтіндігін дәлелдеңіздер.

Берілгені: $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{div} \vec{B} = 0$

Табу керек: теңдеулер бір-біріне қарсы еместігін.

Шешімі: $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ теңдігінің екі жағына дивергенция операторын қолданамыз.

$$\text{div} \text{rot} \vec{E} = \text{div} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\text{div} \vec{B})$$

Анықтама бойынша $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{E} = 0$ болғандықтан, $\operatorname{div} \vec{B} = \operatorname{const}$ және $\operatorname{div} \vec{B} = 0$ теңдіктері бір-біріне қарсы емес.

Сыйымдылығы C конденсаторды U_0 кернеуге дейін зарядтап, индуктивтілігі L катушкаға қосқан. Контурдың кедергісін ескермей, токтың амплитудасының мәнін анықтаңыздар.

Берілгені: C, U_0, L

Табу керек: i_0

Шешімі: конденсатордың астарларындағы зарядтың тербелісі мына формуламен өрнектеледі: $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Мұндағы, $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ тербелістің бұрыштық жиілігі,

$q_0 = CU_0$ зарядтың тербелісінің амплитудасы. Тізбектегі ток күшін табу үшін зарядтан уақыт бойынша туынды аламыз.

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Ток тербелісінің амплитудасы мынаған тең:

$$i_0 = \omega q_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} CU_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Жиілігі 50 Гц айнымалы ток тізбегіне ұзындығы 30 см, көлденең қимасының ауданы 10 см^2 , орамының саны 1000 катушка жалғанған. Кернеу мен токтың арасындағы фазалар ығысуы 30° болса, катушканың актив кедергісі қандай?

Берілгені: $\nu = 50 \text{ Гц}, l = 0.3 \text{ м}, S = 10^{-3} \text{ м}^2, N = 1000, \varphi = 30^\circ$

Табу керек: R

Шешімі: анықтама бойынша, ығысу фазасының тангенсі мына формуламен есептеледі:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R},$$

Мұндағы, $\omega = 2\pi\nu$ Конденсатор мен катушканың кедергілері төмендегі формулалармен өрнектеледі:

$$R_C = \frac{I}{\omega C} = 0, \quad R_L = \omega L$$

Демек,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X}{R} = \frac{\omega L}{R}$$

катушканың индуктивтілігі

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

Немесе

$$R = \frac{\omega L}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{2\pi\nu_0 N^2 S}{l \operatorname{tg}\varphi} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot 10^{-7} \cdot (1000)^2 \cdot 10^{-3}}{0.3 \cdot 2 \cdot 3.14 \cdot 50} \text{ Ом} = 2.28 \text{ Ом.}$$

Жаттығулар

1. Реостаттың көмегімен катушкадағы токты 1 секундта бірқалыпты 0,1 А арттырады. Катушканың индуктивтілігі 0,01 Гн. Өзіндік индукцияның Э.Қ.К-інің орташа мәнін табыңыздар.

Жауабы: 1 мВ.

2. Индуктивтілігі 0,2 Гн соленоидтың орамынан 10 А ток өтеді. Соленоидтың магнит өрісінің энергиясын анықтаңыздар.

Жауабы: 10 Дж.

3. Магниттейтін өрістің кернеулігі $1,6 \frac{\text{кА}}{\text{М}}$ болса, соленоидтың темір өзекшесіндегі магнит өрісінің энергиясының тығыздығы қандай?

Жауабы: $1,1 \frac{\text{кДж}}{\text{М}^3}$

4. Тербелмелі контур сыйымдылығы 8 пФ конденсатордан және индуктивтілігі 0,5 мГн катушкадан тұрады. Ток күшінің максимал мәні 40 мА. Конденсатор астарларындағы максимал кернеуді табыңыздар.

Жауабы: 317 В.

5. Сыйымдылығы 500 пФ конденсатор ұзындығы 40 см, қимасының ауданы 5 см^2 катушкамен параллель жалғанған. Катушкадағы орам саны 1000. Өзекше магнитті емес деп алып тербеліс периодын табыңыздар.

Жауабы: 5,57 мкс.

6. Индуктивтілігі 4 мкГн катушадан, сыйымдылығы 1,11 пФ конденсатордан тұратын контур қандай толқын ұзындығына резонанс жасайды?

Жауабы: 126 м.

7. Орам саны 1500 тең соленоидтан 5 А ток өтеді. Соленоидтың көлденең қимасының ауданынан өтетін магнит ағыны 200 мкВб. Соленоидтағы магнит өрісінің энергиясын табыңыздар.

Жауабы: 0,75 Дж.

8. Ұзындығы 50 см соленоидтың ішіндегі магнит өрісінің энергиясының тығыздығы $0,7 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$. Магниттік қозғаушы күшті табыңыздар.

Жауабы: 528 Н.

9. Электр өрісінің кернеулігі $4,52 \frac{\text{МВ}}{\text{мс}}$ жылдамдықпен өзгеретін конденсатор қалақшаларының арасындағы ығысу тогын анықтаңыздар. Қалақшалар қабырғасы 5 см квадрат.

Жауабы: 0,1 мкА.

10. Жақын орналасқан екі катушканың біріншісінде токтың өзгеру жылдамдығы $5 \frac{\text{А}}{\text{с}}$, екінші катушкадағы Э.Қ.К 0,1 В. Катушкалардың өзара индукциясының коэффициентін табыңыздар.

Жауабы: 20 мГн.

11. $B = B_0 \cos \omega t$ заңымен өзгеретін ($B_0 = 0,1 \text{ Т. } 1 \omega \text{ } 4^{-1}$) магнит өрісіне қабырғасы 50 см квадрат кәсек орналастырылған. Кәсектің жазықтығына тұрғызылған нормаль мен магнит индукциясының арасындағы бұрыш 45° Уақыттың 5 с мезетіндегі кәсекте пайда болатын индукцияның Э.Қ.К-ін табыңыздар.

Жауабы: 0,64 В.

12. Генераторға сыйымдылығы 0,15 мкФ конденсатор жалғанған. Токтың амплитудалық мәні 3,3 А, жиілігі 5 кГц болса, кернеудің амплитудалық мәнін анықтаңыздар.

Жауабы: 0,7 кВ.

13. Бір-біріне параллель жалғанған сыйымдылығы 10 мкФ конденсатордан және 50 Ом кедергіден тұратын тізбектің толық кедергісін табыңыздар. Айнымалы токтың жиілігі 50 Гц.

Жауабы: 49,4 Ом.

14. Циклдік жиілігі $314 \text{ рад}/\text{с}$ айнымалы ток тізбегіндегі индуктивтілік 0,2 Гн болғанда, вольтметр нөлді көрсетеді. Конденсатордың сыйымдылығын табыңыздар.

Жауабы: 50 мкФ.

15. Тербелмелі контурдағы катушканың индуктивтілігі 6 мкГн, конденсатордың сыйымдылығы 10 нФ, кедергісі 10 Ом. Ток максимал болғандағы катушканың магнит өрісінің энергиясының электр өрісінің энергиясына қатынасын табыңыздар.

Жауабы: 6.

Тест сұрақтары

1. Біртекті магнит өрісінде v жылдамдықпен қозғалатын l кәсекте тұындайтын Э.Қ.К. көрсетіңіздер.

А. Blv

Ә. Bv

Б. $\frac{Bl}{v}$

В. $\frac{lv}{B}$

Г. $\frac{Bv}{l}$

2. Индукциясы $B = B_0 \cos \omega t$ заңымен өзгертін магнит өрісіне қабырғасы a тең квадрат кәсек орналастырылған. Кәсек жазықтығына тұрғызылған нормаль мен магнит арасындағы бұрыш α . Кәсекте t уақытта тұындайтын магнит өрісінің индукциясының Э.Қ.К анықтаңыздар.

А. $a^2 \omega \cos \omega t$

Ә. $B_0 a^2 \omega \cos \alpha \sin \omega t$

- Б. $B_0\omega \sin \omega t$
- В. $B_0\omega \cos \omega t$
- Г. $B_0a^2\omega \cos \omega t$

3. Соленоидтың орам санын 2 есе арттырсақ, индукциялық Э.Қ.К неше есе артады?

- А. 4
- Ә. 8
- Б. 2
- В. 1/2
- Г. 1/4

4. Магнит өрісінің индукциясына перпендикуляр орналасқан тоғы бар сақинаның диаметрін екі есе арттырсақ, магнит өрісінің өзгеру жылдамдығы қанша есе кемиді?

- А. 4
- Ә. 1/2
- Б. 1/4
- В. 2
- Г. 8

5. Магнит өрісіне перпендикуляр орналасқан тағы бар сақинаның меншікті кедергісін 3 есе арттырсақ, индукцияның өзгеру жылдамдығы неше есеге артады?

- А. 6
- Ә. 1/6
- Б. $\sqrt{3}$
- В. 9
- Г. 3

6. Магнит өрісінде орналасқан сақинадағы тоқты 2 есе кемітсек, индукцияның өзгеру жылдамдығы неше есеге кемиді?

- А. 2
- Ә. $\sqrt{2}$
- Б. 4
- В. 1/4
- Г. 8

7. Соленоидтың тоғын 2 есе арттырса, одан өтетін магнит ағыны неше есеге көбейеді?

- А. 1/2

- Ә. 2
- Б. $\sqrt{2}$
- В. 4
- Г. $\frac{1}{4}$

8. Тоғы бар катушканың индуктивтігі 4 есе көбейтсе, магнит индукциясы неше есеге артады?

- А. 2
- Ә. $\frac{1}{2}$
- Б. 4
- В. $\frac{1}{4}$
- Г. 8

9. Тоғы бар катушканың орам санын 3 есеге арттырсақ магнит индукциясы неше есеге кемиді?

- А. $\frac{1}{3}$
- Ә. 6
- Б. 3
- В. 9
- Г. 6

10. Ортақ өзекшеге оралған екі катушканың индуктивтіліктерінің қатынасын 4 есеге арттырсақ, орам сандарының қатынасы неше есеге көбейеді?

- А. $\sqrt{2}$
- Ә. $\sqrt{\frac{1}{2}}$
- Б. 2
- В. 4
- Г. $\frac{1}{4}$

11. Тербелмелі контурдағы катушканың индуктивтілігін 4 есе арттырсақ, периоды неше есеге көбейеді?

- А. 2
- Ә. 4
- Б. $\sqrt{2}$
- В. $\frac{1}{2}$
- Г. $\frac{1}{4}$

12. Тербелмелі контурдағы конденсатордың сыйымдылығын 9 есе арттырсақ, тербеліс периоды неше есеге көбейеді?

- А. 9

- Ә. 1/9
- Б. 3
- В. $\sqrt{3}$
- Г. 1/3

13. Тербелмелі контурдағы катушканың индуктивтілігін 4 есе арттырсақ, цикльдік жиілігі неше есеге кемиді?

- А. 4
- Ә. 1/2
- Б. 2
- В. 1/2
- Г. $\sqrt{2}$

14. Тербелмелі контурдағы конденсатордың сыйымдылығын 16 есеге арттырсақ, цикльдік жиілігі неше есеге кемиді?

- А. 4
- Ә. 16
- Б. 1/16
- В. 1/4
- Г. 8

15. Біртекті магнит өрісінің кернеулігін екі есе арттырсақ, оның энергиясының тығыздығы неше есеге көбейеді?

- А. 4
- Ә. 2
- Б. $\sqrt{2}$
- В. 1/2
- Г. 8

16. Түсу бұрышы қандай болғанда, орамнан өтетін магнит ағыны максимал мәнді иеленеді?

- А. $\alpha = \pi$
- Ә. $\alpha = \frac{\pi}{2}$
- Б. $\alpha = \frac{\pi}{4}$
- В. $\alpha = \frac{\pi}{3}$
- Г. $\alpha = \frac{\pi}{6}$

17. Магнит индукциясын екі есе арттырсақ, энергияның көлемдік тығыздығы қанша есеге көбейеді?

А. 2

Ә. 4

Б. $\sqrt{2}$

В. $\frac{1}{2}$

Г. $\frac{1}{4}$

18. Заряды $q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$ заңдылығымен тербелетін тербелмелі контурдағы тоқтың шамасын көрсетіңіздер.

А. $-\omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Ә. $\omega_0 q_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Б. $\omega_0^2 q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

В. $\omega_0^2 q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Г. $\omega_0 q_0 \cos \omega t$

19. Тербелмелі контурдағы тоқтың максимал мәнін көрсетіңіздер.

А. $\sqrt{\frac{C}{L}}$

Ә. $U_0 \sqrt{\frac{L}{C}}$

Б. $U_0 = \sqrt{LC}$

В. $U_0 = \sqrt{\frac{C}{L}}$

Г. $\sqrt{\frac{U_0 C}{L}}$

20. Тербелмелі контурдағы кернеудің максимал мәнін көрсетіңіздер.

А. $I_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Ә. $\sqrt{\frac{I_0 L}{C}}$

Б. $\sqrt{\frac{C}{I_0 L}}$

В. $I_0 \sqrt{LC}$

Г. $\frac{\sqrt{LC}}{I_0}$

21. Тербелмелі контурдағы индуктивтілік 3 есе артса, сыйымдылық неше есеге кемиді?

А. 3

Ә. 6

Б. 9

В. $\frac{1}{3}$

Г. $\frac{1}{6}$

22. Тербелмелі контурдағы сыйымдылық неге тең?

А. $\frac{T}{\pi L}$

Ә. $\frac{T^2}{4\pi^2 L}$

Б. $\frac{T^2}{4\pi L}$

В. $\frac{T}{4\pi L}$

Г. $\frac{T}{2\pi^2 L}$

23. Тербелмелі контурдағы индуктивтіліктің формуласы:

А. $\frac{T^2}{4\pi^2 C}$

Ә. $\frac{T^2}{2\pi^2 C}$

Б. $\frac{T}{2\pi C}$

В. $\frac{T}{\pi C}$

Г. $\frac{CT}{\pi}$

24. Конденсатордың сыйымдылығын 3 есе арттырсақ, оның кедергісі неше есеге кемиді?

А. 2

Ә. $\sqrt{2}$

Б. 4

В. $\frac{1}{2}$

Г. $\frac{1}{4}$

25. Катушканың индуктивтілігі 4 есе артса, оның кедергісі неше есеге артады?

А. 2

Ә. 4

Б. $\sqrt{2}$

В. $\frac{1}{2}$

Г. 8

IV БӨЛІМ. ОПТИКА. СӘУЛЕЛЕНУ ДІҢ КВАНТТЫҚ ТАБИҒАТЫ

XV тарау. Геометриялық (сәуделік) оптиканың және фотометрияның элементтері. Жарықтың толқындық қасиеттері

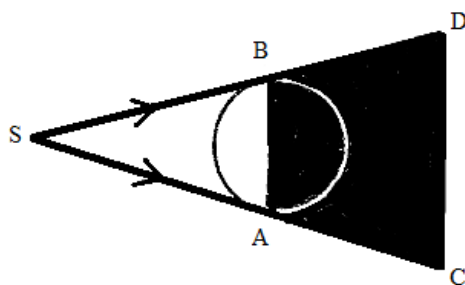
§15.1. Геометриялық (сәуделік) оптика туралы түсінік. Шағылу және сыну заңдары. Толық шағылу

Жарықтың қасиеттері мен физикалық табиғатын және оның заттармен әсерлесуін зерттейтін физиканың бөлімі оптика деп аталады. Оптиканың практикалық мәні және оның басқа білім салаларына тигізетін әсері өте үлкен. Телескоптар мен спектроскоптарды ойлап табу, адам баласының алдында әлемде өтіп жатқан көптеген таңқаларлық құбылыстарды түсіндіруге мүмкіндік берді. Микроскоптарды табу биология ғылымында революция жасады. Қазіргі таңда суретке түсіру (фотография) әдісі барлық ғылым салаларында кеңінен қолданылады. Ғылыми қондырғылардың негізгі элементтерінің бірі линзалар болып табылады. Линзаларсыз микроскоптар, телескоптар, спектроскоптар, фотоаппараттар, кино, телекөрілімдер жұмыс істемейді. Сонымен қатар көзілдіріктер болмаса, жасы 50-ден асқан адамдар оқу, жазу, сызу және көруге байланысты көптеген жұмыстарды орындай алмаған болар еді. Физикалық оптиканың зерттейтін құбылыстарының ауқымы өте кең. Сондықтан оптика негізгі физикалық көзқарастарды дамытуда көптеген уақыттар бойы жетекші рөл атқарды. Мысалы, салыстырмалы және кванттар теориясы оптикалық зерттеулердің нәтижесінде туындап, дамыды. Лазер, рентген сәулелерінің ашылуы техниканың, медицинаның және басқа ғылымдардың дамуына ықпалын тигізді.

Көлеңкенің пайда болуын оптикалық құралдарда кескіндерді алу сияқты қарапайым құбылыстарды тәжірибе жүзінде дәлелденген төмендегі төрт заңға негізделген геометриялық оптика зерттейді.

1. Жарық оптикалық біртекті ортада түзу сызықпен тарайды. Бұл заңның тәжірибелік дәлелі болып нүктелік жарық көзімен жарықтандырылған

мөлдір емес денелердің шекаралары айқын көрінетін көлеңкесі болып табылады. (15.1.1-сызба)



15.1.1-сызба. Оптикалық мөлдір емес дененің көлеңкесі

Мұқият жүргізілген тәжірибелердің нәтижесі аталған заң жарық өте кішкентай саңылаудан өткенде бұзылатындығын көрсетті. Саңылау кішірейген сайын жарық шоғының түзу сызықты таралудан ауытқуы артады.

2. Жарық шоқтарының тәуелсіздік заңы.

Кез келген ортадағы жарық шоғының таралуы, сол ортада басқа жарық шоғының бар немесе жоқ екендігіне тәуелсіз. Кеңістіктің қандай да бір облысынан өтетін жарық шоғы оның басқа жарықпен толтырылғанына немесе толтырылмағанына қарамастан өзгермей шығады.

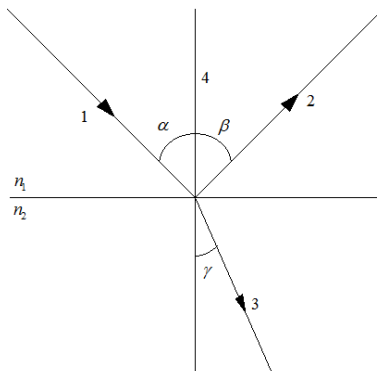
3. Шағылу заңы. Түскен (1), шағылған (2) сәулелер және екі ортаның түсу нүктесіне тұрғызылған перпендикуляр (4) бір жазықтықта жатады; түсу α бұрышы мен шағылу β бұрышы тең. (15.1.2 сызба)

$$\alpha = \beta \quad (15.1.1)$$

4. Сыну заңы. Түскен (1), сынған (3) сәулелер және екі ортаның шекарасының түсу нүктесіне тұрғызылған перпендикуляр (4) бір жазықтықта жатады; түсу α бұрышының синусының сыну γ бұрышының синусына қатынасы екі орта үшін тұрақты шама:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_{21} \quad (15.1.2)$$

Мұндағы, n_{21} екінші ортаның бірінші ортамен салыстырғандағы салыстырмалы сыну көрсеткіші:



15.1.2-сызба. Екі ортаның шекарасындағы сәуленің шағылу және сыну заңдары

Екі ортаның салыстырмалы сыну көрсеткіші олардың абсолют сыну көрсеткіштерінің қатынастарына тең:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad (15.1.3)$$

Немесе (15.1.2) сыну заңы симметриялық түрде төмендегідей жазылады:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma \quad (15.1.4)$$

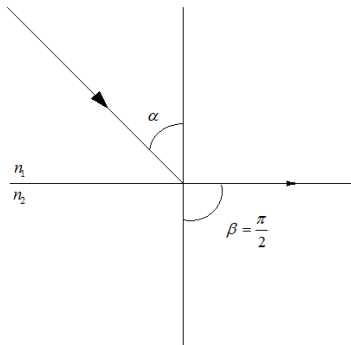
(15.1.4) өрнегінің симметриялығынан сәуленің қайтымдылығы шығады. Егер 3-ші сынған сәулені кері қайтарып, екі ортаның шекарасына β бұрышпен түсірсек, бірінші ортада сынған сәуле α бұрышпен тарайды. (1-сәуленің бойымен кері бағытталған).

Егер сәуле сыну көрсеткіші (n_1) үлкен ортадан, сыну көрсеткіші (n_2) кіші ортаға $(n_1 > n_2)$ тараса, мысалы, шыныдан суға (15.1.4) төмендегідей түрленеді:

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{n_1}{n_2} > 1$$

Бұдан түсу бұрышының $(\alpha > \gamma)$ сыну бұрышынан үлкен екендігі шығады.

Түсу бұрышының қандай да бір $\alpha_{cr} = \alpha$ мәнінде сыну бұрышы $\gamma = \frac{\pi}{2}$ теңеліп, $\alpha > \alpha_{cr}$ болғанда, түсетін жарық толығынан шағылады (15.1.3-сызба).



15.1.3-сызба. Жарықтың толық шағылуы

Шекті бұрышты (15.1.4) формуласын пайдаланып табайық. $\alpha_{ш} = \pi/2$ болса;

$$\sin \alpha_{ш} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \quad (15.1.5)$$

(15.1.5) теңдеуі $n_1 \geq n_2$ болғанда қанағаттанады. Демек, толық шағылу құбылысы жарық оптикалық тығыздығы үлкен ортадан, оптикалық тығыздығы кіші ортаға түскенде ғана байқалады. Түсетін сәуленің энергиясы шағылған және сынған сәулелерге үлестіріледі. Түсу бұрышын ұлғайтқан сайын шағылған сәуленің интенсивтілігі көбейеді, ал сынған сәуленің интенсивтілігі кеміп, шекті бұрышта нөлге айналады. Түсу бұрышы $\alpha_{ш}$ бұрышпен $\pi/2$ бұрыштың аралығында жатқанда жарық толқыны екінші ортаға толқын λ ұзындығына шамалас қашықтыққа еніп, бірінші ортаға қайтады. Осы үрдісті толық ішкі шағылу құбылысы деп атайды. Толық шағылу бұрышының шамасы мынаған тең:

$$\alpha_{ш} = \arcsin(n_{21}) \quad (15.1.6)$$

Ортаның абсолют сыну көрсеткіштігі n вакуумдағы электромагниттік толқынның жылдамдығы берілген ортадағы фазалық v жылдамдықтан неше есе артық екендігін көрсетеді:

$$n = \frac{c}{v} \quad (15.1.7)$$

Сондықтан салыстырмалы сыну көрсеткіштері n_1 және n_2 орталардың абсолют сыну көрсеткіштері мына қатынастармен анықталады:

$$n_1 = \frac{c}{\nu_1}, \quad n_2 = \frac{c}{\nu_2}$$

Мұндағы, ν_1, ν_2 бірінші және екінші ортадағы электромагниттік толқынның фазалық жылдамдықтары. (15.1.3) қатынасын пайдалансақ, төмендегі өрнек шығады:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\nu_1}{\nu_2} \quad (15.1.8)$$

n_{21} ортаның оптикалық қасиеттерімен анықталады. Немесе толық шағылудың шекті бұрышы мынаған тең:

$$\alpha_{iu} = \arcsin n_{21} = \arcsin \frac{\nu_1}{\nu_2}$$

Толық шағылу құбылысы оптикалық құралдарда қолданылатын (мысалы, бинокльдерде, перископтарда, т.б.) призмалар арқылы алынады. Мұндай призмалар сонымен қатар денелердің сыну көрсеткіштерін анықтайтын рефрактометрлерде, жарық өткізгіштерінде кеңінен пайдаланылады.

§15.2. Оптикалық құралдар. Фотометрия

Көптеген оптикалық құралдар ғылым мен техниканың әртүрлі салаларында және тұрмыста кеңінен қолданылуда. Жиі пайдаланылатын кейбір оптикалық құралдардың сипаттамаларына тоқталайық. Лупа деп қос дөңес қысқа фокусты бір линзаны немесе кішкентай денелер мен суреттерді қарауға арналған линзалар жүйесін айтады. Лупаның линзасының фокус аралығы 1 сантиметрден 10 сантиметрге дейін өзгереді. Дене линзамен фокустың аралығында орналасқанда лупаның көмегімен жалған тура үлкейтілген кескін алынады. Лупаның бұрыштық ұлғайтуы мына формуламен есептеледі:

$$\gamma = \frac{25}{f} \quad (15.2.1)$$

Мұндағы, 25 көзілдіріксіз көздің ең жақсы көру қашықтығы, f сантиметрмен өлшенетін линзаның фокус аралығы. Лупа 2,5-тен 25 дейін үлкейтеді. Микроскоп кішкентай объектілердің өте үлкен кескінін алу

үшін қолданылатын екі (объективтен және окулярдан) оптикалық жүйеден тұратын құрал. Объектив ретінде пішіндері және шынының құрамы әртүрлі фокус аралығы өте қысқа бір линза сияқты жұмыс істейтін линзалардың күрделі жүйесі қолданылады.

Қарастырылып отырған дене үстіңгі жағынан жұқа (0,15-0,20мм) шынымен жабылады. Кейбір жағдайларда жапқыш шыны мен объективтің бірінші линзасының арасы мөлдір маймен немесе сумен толтырылады. Мұндай объективтерді иммерсиондық деп атайды. Бұл әдіс микроскоптың айырғыштық қабілеттілігін жақсартады. Микроскоптың бұрыштық ұлғайтуы төмендегі өрнекпен анықталады:

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \quad (15.2.2)$$

Мұндағы, $\gamma_1 = \frac{\Delta}{f_1}$ объективтің ұлғайтуы, $\gamma_2 = \frac{25}{f_2}$ окулярдың ұлғайтуы,

f_1, f_2 объективпен окулярдың фокус аралықтары немесе

$$\gamma = \frac{25\Delta}{f_1 \cdot f_2} \quad (15.2.3)$$

Мұндағы, Δ объективтің артқы фокальдық жазықтығынан кескін жазықтығына дейінгі қашықтық. Линзалардың фокусы арқылы бас оптикалық оське перпендекуляр бағытты өтетін жазықтықты фокальдық жазықтық деп атайды. Кескін окулярмен оның фокальдық жазықтығының арасында орналасады. Δ шамасын жуықтап есептеулерде объективпен окулярдың арақашықтығына тең деп алады. Кәдімгі микроскоптардың объективтері 8-ден 90-ға, ал окулярлары 7-ден 15-ке дейін ұлғайтады. Сондықтан микроскоптардың жалпы ұлғайтуы 56-1350 аралығында жатыр. Микроскоптың айырғыштығы (екі нүкте жеке-жеке көрінгендегі ең қысқа арақашықтығы) мына формуламен есептеледі:

$$l \geq \frac{\lambda_0}{2n \sin \varphi} \quad (15.2.4)$$

Мұндағы, λ_0 қарастырып отырған денеге түсетін жарықтың толқын ұзындығы, n -дене мен объективтің арасындағы ортаның сыну көрсеткіштігі, φ объективтің осімен оған түсетін шеткі сәуленің арасындағы бұрыш, $n \cdot \sin \varphi$ объективтің сандық опертурасы деп аталады. ($n \cdot \sin \varphi \approx 1$). Демек, қарастырып отырған объектінің минималдық өлшемдері жарық сәулесінің толқын ұзындығының жартысына тең.

Алыста орналасқан заттардың бөлшектерін (телескоптар, үлкен арақашықтықты өлшейтін құралдар, есептегіш түтікшелер) көруге арналған түтікшелер объективтен және окулярдан тұрады. Көретін түтікшелердің ұлғайтуы мына қатынаспен өрнектеледі:

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2} \quad (15.2.5)$$

Мұндағы, f_1, f_2 объектив пен окулярдың фокус аралығы. Көретін түтікшелердің ұлғайтуы 7-20 есе, ал телескоптардікі 75-200 есе.

Фотометрия – жарықтың ағынын және ағынмен байланысты шамаларды өлшеумен айналасатын оптиканың бөлімі.

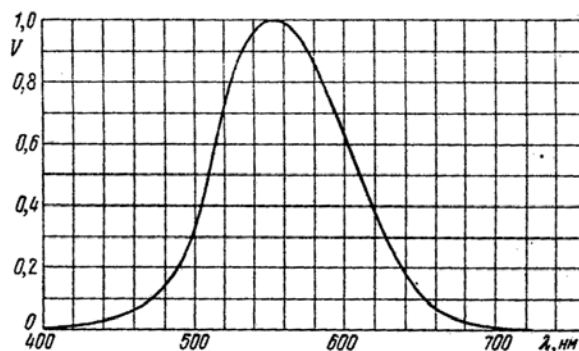
Кез келген жарық толқыны, толқын ұзындықтары $\Delta\lambda$ аралығында жатқан толқындардың қабаттасуынан тұрады. Ақ жарықта $\Delta\lambda$ көз қабылдайтын электромагниттік толқындардың барлық диапазонын (0,40-0,76 мкм) қабылдайды. $\Delta\lambda \ll \lambda$ шартын қанағаттандыратын жарықты квазимонохроматты деп атайды. Энергияның ағынының толқын ұзындығы бойынша таралуы, үлестірілу функциясымен сипатталады:

$$\varphi(\lambda) = \frac{d\Phi_s}{d\lambda} \quad (15.2.6)$$

Мұндағы, $d\Phi_s, \lambda - \lambda + d\lambda$ толқын ұзындығына келетін энергия ағыны. (15.2.6) функциясы берілсе, λ_1 - мен λ_2 аралығындағы толқындардың тасымалдайтын энергиясы мына формуламен есептеледі:

$$\Phi_s = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) d\lambda \quad (15.2.7)$$

Жарықтың көзге әсері толқын ұзындығына тәуелді. Мысалы, толқын ұзындықтары $\lambda_1 < 0,40$ мкм және $\lambda_2 > 0,76$ мкм электромагниттік толқындар көзге мүлдем әсер етпейді. Толқын ұзындықтары әртүрлі сәулеленуге адам көзінің сезгіштігі спектральдық сезгіштіктің салыстырмалы қисығымен беріледі (15.2.1).



15.2.1-сызба. Спектральді сезгіштің салыстырмалы қисығы

Абсцисса өсімен толқын ұзындығы λ , ордината осімен салыстырмалы спектральдық сезгіштік $V(\lambda)$ салынған. Толқын ұзындығы 0,555 мкм сәулеленуді көз өте жақсы сезетіндіктен $V(\lambda) = 1$, басқа толқын ұзындықтары үшін $V(\lambda) < 1$.

$V(\lambda)$ функциясының мәні интенсивтіліктері бойынша бірдей көру сезгіштігін туғызатын энергия ағынына кері пропорционал:

$$\frac{V(\lambda_1)}{V(\lambda_2)} = \frac{(d\Phi_s)_1}{(d\Phi_s)_2}$$

Жарықтың көру сезгіштігін туғызатын қабілеттілігін ескеріп, интенсивтілігіне сипаттама беру мақсатында жарық ағыны шамасының ұғымы енгізіледі. $d\lambda$ аралығындағы жарық ағыны энергия ағынының оған сәйкес келетін $V(\lambda)$ функциясының мәнінің көбейтіндісіне тең:

$$d\Phi = V(\lambda)d\phi \quad (15.2.8)$$

(15.2.6) өрнегін пайдалансақ, (15.2.8) формуласы төмендегідей түрленеді:

$$d\Phi = V(\lambda)\phi(\lambda)d\lambda \quad (15.2.9)$$

Жарықтың толық ағыны интеграл арқылы есептеледі:

$$\Phi = \int_0^{\infty} V(\lambda)\phi(\lambda)d\lambda \quad (15.2.10)$$

$V(\lambda)$ функциясы өлшемі жоқ шама. Демек, жарық ағынының өлшемі энергияның ағынымен сәйкес келеді. (15.2.10) формуласы жарық ағынын оның энергиясының ағыны ретінде анықтауға болатындығын көрсетеді.

Сәулелену көзінің бірлік денелік бұрышқа келетін ағынын сипаттау үшін жарық күші I пайдаланылады:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (15.2.11)$$

$d\Phi$ көзден сәулеленетін $d\Omega$ денелік бұрышымен шектелген аралықтағы жарық ағыны. Денелік бұрыш мына формуламен есептеледі: (15.2.2сызба)

$$d\Omega = \frac{ds \cdot \cos \alpha}{r^2}$$

Жалпы жағдайда жарық ағыны бағытқа тәуелді.

$$I = I(\theta, \varphi)$$

Мұндағы, θ және φ сфералық координаталар жүйесіндегі полярлық, азимутальдық бұрыштар.

Егер I бағытқа тәуелсіз болса, жарық көзі изотропты деп аталады. Изотропты көз үшін мына қатынас орындалады:

$$I = \frac{\Phi}{4\pi} \quad (15.2.12)$$

Мұндағы, Φ көзден барлық бағыт бойынша сәулеленетін жарықтың ағыны.

Көз созылыңқы болған жағдайда оның бетінің dS элементінің жарық күші туралы айтылады. Яғни, жарық көзінің бетінің dS элементінің $d\Omega$ денелік бұрыш аралығындағы жарық күші (15.2.11) формуласымен өрнектеледі. Қандай да бір бетке түсетін жарықтың жарықталынуы мына қатынаспен анықталады:

$$E = \frac{d\Phi_{myc}}{dS} \quad (15.2.13)$$

Мұндағы, $d\Phi_{myc}$, dS бетіне түсетін жарық ағыны.

Егер жарық көзі dS беттен r қашықтықта орналасып, бетке тұрғызылған нормаль мен көз бағыттаушысының арасындағы бұрыш α болса, ($d\Phi_{myc} = Id\Omega = \frac{IdS \cos \alpha}{r^2}$) жарықталу төменде келтірілген қатынаспен есептеледі: (15.2.2-сызба).

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2} \quad (15.2.14)$$

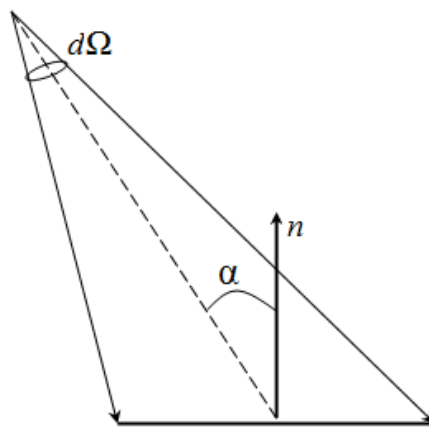
Созылыңқы жарық көздері оның әртүрлі бөліктерінің жарқырауларымен сипатталады. Бірлік ауданның барлық бағытта сыртқа шығаратын ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, θ берілген бағытпен бетке тұрғызылған нормальдың арасындағы бұрыш) жарық ағынын жарқырау деп атайды:

$$M = \frac{d\Phi_{шығ}}{dS} \quad (15.2.14)$$

$d\Phi_{шығ}$, көздің dS бетінің элементінің барлық бағытта шығаратын ағыны. Жарқырау өзіне түскен жарықты шағылдыратын беттерде туындауы мүмкін. Жарқырау беттің берілген жерінен барлық бағыттағы жарықтың сәулеленуін сипаттайды.

Берілген бағыттағы жарықтың сәулеленуін (шағылуын) сипаттау үшін жарықтылық L қолданылады. Бағыт полярлық θ және азимуттық φ

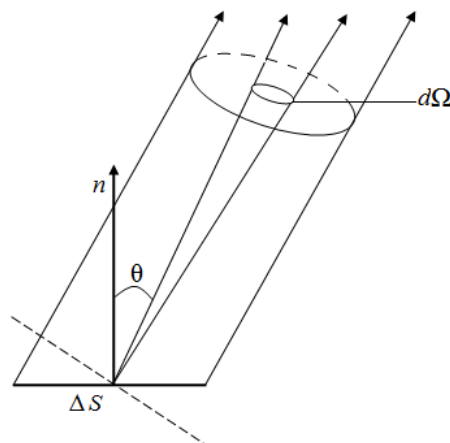
бұрыштар арқылы беріледі. Мұндағы, θ бұрышы сыртқы \vec{n} нормальдан бастап сәулелену ΔS бетіне дейін өзгертін полярлық бұрыш, ал φ азимутальды бұрыш. Жарықтылық берілген бағыттағы элементтер бетінің жарық күшінің, осы бағытқа перпендикуляр орналасқан жазықтықтық бетіндегі құраушысына қатынасымен анықталады.



15.2.2-сызба. Нүктелік көздің туғызатын жарықталынуы

ΔS ауданның берілген бағыттағы жарық күші мынаған тең $I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$, (θ, φ) бағытына перпендикуляр бағыттағы ΔS құраушысы $\Delta S \cos \theta$ тең. (15.2.3 сызба үзік сызықтар). Демек, жарықтылық мына қатынаспен өрнектеледі:

$$L = \frac{d\Phi}{d\Omega \cdot \Delta S \cos \theta} \quad (15.2.15)$$



15.2.3-сызба. Жарықталатын ΔS бетке тірелген $d\Omega$ бұрышымен шектелген жарықтың күші

Жалпы жағдайда әртүрлі бағыттардағы жарықтылық бірдей еместігі $L = L(\theta, \varphi)$ функциясымен сипатталады. (15.2.15) формуласы бойынша белгілі (θ, φ) бағыттағы денелік $d\Omega$ бұрышымен шектелген ΔS ауданынан сәулеленетін ағын мына формуламен өрнектеледі:

$$d\Phi = L(\theta, \varphi) d\Omega \Delta S \cos \theta \quad (15.2.16)$$

Бір нүктеден (төбесінен) шығатын тұйықталған қисықтың барлық нүктелеріне жүргізілген түзулер шоғымен шектелген кеңістіктің бөлігін денелік бұрыш деп атайды.

Жарықтылығы барлық бағытта бірдей көздер Ламберттік деп аталады. Ламберт заңына тек абсолют қара дене бағынады. Ламберт көздерінің жарқырауы мен жарықтылығы арасындағы байланысты табу үшін (15.2.16) теңдігіне $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ өрнегін қойып, алынған өрнектегі φ – ді 0-ден 2π -ға дейін, θ -ны 0-ден $\frac{\pi}{2}$ -ге дейін интегралдасак, Ламберт көзінің ΔS бетінің элементінен барлық бағытта сыртқа шығатын ағынын анықтаймыз:

$$\Delta\Phi_{\text{шығ}} = L\Delta S \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin \varphi \cos \theta d\theta = \pi L \Delta S$$

$L = \text{const.}$ Ағынды ΔS -ке бөлсек, жарқырау шығады:

$$M = \pi L \quad (15.2.17)$$

§15.3 Жарықтың толқындық қасиеттері

Оптикалық және акустикалық құбылыстарға негізделіп дамыған толқындық теория бойынша жарық қандайда бір ортада тарайтын электромагниттік толқын. Электромагниттік толқында электр және магнит өрістерінің кернеуліктерінің \vec{E} , \vec{H} векторлары тербеледі. Жарықтың тәжірибе жүзінде анықталған физиологиялық, фотохимиялық, фотоэлектрлік әсерлері электрлік \vec{E} векторының тербелетіндігін көрсетті. Сондықтан біз алдағы уақытта жарық толқының магнит кернеулігінің векторы \vec{H} туралы сөз қозғамаймыз. Кеңістікте x осінің бойымен ω циклдік жиілікпен тарайтын электромагниттік толқынның электр өрісінің кернеулігі мына теңдеумен сипатталады: (көлденең толқын).

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \quad (15.3.1)$$

Мұндағы, E_0 - электр өрісінің кернеулігінің амплитудасы, $k = \frac{\omega}{v}$ толқындық сан, $\varphi, x = 0$ болғандағы тербелістің бастапқы фазасы. Жарық толқынының вакуумдағы жылдамдығының қандай да бір ортадағы фазалық жылдамдығына қатынасы, ортаның абсолют сыну көрсеткішісі деп аталады:

$$n = \frac{c}{v} \quad (15.3.2)$$

Электромагниттік толқынның ортадағы фазалық жылдамдығының формуласын $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ ескерсек, мына теңдік шығады: , көптеген мөлдір заттар үшін болғандықтан:

$$\text{input} \quad (15.3.3)$$

(15.3.3) формуласы заттың оптикалық және электрлік қасиеттерін байланыстырады. Абсолют сыну көрсеткішінің мәндері ортаның оптикалық тығыздығын сипаттайды. Сыну көрсеткіші үлкен орта сыну көрсеткіші кіші ортамен салыстырғанда оптикалық тығыз деп есептеледі. Вакуумдегі көрінетін жарықтың толқын ұзындығы мына аралықта жатады:

$$\text{input}$$

Жарықтың ортадағы толқын ұзындығы мен вакуумдағы толқын ұзындығының арасындағы байланысты табу үшін вакуумдағы және ортадағы толқын ұзындықтарының формулаларын пайдаланамыз:

$$\text{input}, \text{input} \quad (15.3.4)$$

Жарықтың ортадағы толқын ұзындығы вакуумдегісінен есе кіші. Көрінетін жарық толқындарының жиілігі төменде көрсетілген аралықта жатады:

$$\text{input}$$

Электромагниттік толқынның және векторларының модульдері мынадай қатынаспен байланысқан:

$$\text{input} \quad \mu = 1 \text{ ескерсек,}$$

$$\text{input} \quad \text{өрнегі шығады.}$$

Демек, магнит өрісінің кернеулігінің амплитудасы электр өрісінің кернеулігінің амплитудасына пропорционал:

$$\boxed{} \quad (15.3.5)$$

Умов-Пойтинг векторының орташа мәні E_0H_0 пропорционал болғандықтан, жарықтың интенсивтілігі ортаның сыну көрсеткіші мен жарық толқының амплитудасына пропорционал:

$$I \sim nE_0^2 \quad (15.3.6)$$

Біртекті, изотропты ортада интенсивтілігі жарық толқының амплитудасына пропорционал:

$$I \sim E_0^2 \quad (15.3.7)$$

Жарықтың толқындық қасиеттері интерференция, дифракция, поляризация құбылыстарына түсініктеме берді.

§15.4. Жарықтың интерференциясы

Кеңістікте тарайтын периодтары бірдей екі немесе бірнеше когерентті толқындардың қосылуының нәтижесінде тербелістің күшейуі мен әлсіреуін интерференция құбылысы деп атайды. Толқының интерференциясы қосылатын тербелістердің фазаларының арақатынасына тәуелді. Когерентті толқындар төмендегідей шарттарды қанағаттандырады:

а. Толқындардың жиіліктері бірдей: $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \dots = \nu_n$

ә. Толқындардың фазалар айырымы тұрақты: $\boxed{\phantom{\nu_1 - \nu_2 = \text{const}}}$

Бұл шарттарды тек монохроматы жарық толқындары қанағаттандырады. Берілген шарттар орындалса, интерференция дыбыс және радиотолқындарда байқалады.

Басқа толқындар сияқты жарық толқындары үшін де суперпозиция принципі орындалады. Жарық электромагниттік толқын болғандықтан, нүктедегі екі жарық толқыныңның қорытқы электр (магнит) кернеулігі, әрбір толқынның жеке электр (магнит) кернеуліктерінің векторлық қосындысына тең. Егер өрістің кернеуліктері бірдей және бір-біріне қарсы бағытталған болса, оның қорытқы кернеулігі нөлге теңеліп, жарық жарықпен өшіріледі. Керісінше, қосылатын толқындардың бағыттары бірдей болса, жарықтың интенсивтілігі артады.

Жиіліктері бірдей екі толқын бір-бірімен қабаттасып, кеңістіктің қандай да бір нүктесінде бір бағыттағы тербелісті қоздырсын делік:

$$\boxed{}$$

Берілген нүктедегі тербелістің қорытқы амплитудасы косинустар теоремасы арқылы табылады:

$$\boxed{} \quad (15.4.1)$$

(15.4.1) теңдеуіне талдау жасасақ, мынадай қорытынды аламыз:

а. Егер $\varphi_2 - \varphi_1 = 0; 2\pi; 4\pi; \dots; 2k\pi$, мұндағы $k = 0, 1, 2, 3 \dots$ болса, онда $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1$, яғни төмендегі теңдікті аламыз:

$$\boxed{} \quad (15.4.2)$$

ә. Егер $\boxed{}$ мұндағы $(\boxed{})$ болса, онда $\boxed{}$, мына теңдік шығады:

$$\boxed{} \quad (15.4.3)$$

Бірінші жағдайда қорытқы тербеліс күшейсе, екіншісінде әлсірейді. $\boxed{}$ болғанда $\boxed{}$, ал $\boxed{}$ соңғы жағдайда жарықты жарық толық өшіреді.

Келтірілген шарттарда фазалар $\boxed{}$ айырымы арқылы емес, толқындар жүрісінің $\boxed{}$ айырымымен өрнектейік: $\boxed{}$ фазасына толқын ұзындығының жартысына $\boxed{}$ тең жүрілген жол сәйкес келетіндігі белгілі.

Сондықтан максимум шартына мынадай формулировка беріледі: қорытқы тербелістің максимал күшеюі, қосылатын толқындар жүретін жолдың айырымы жарты толқын ұзындығының жұп немесе толқын ұзындығының бүтін сандарына тең болғанда туындайды:

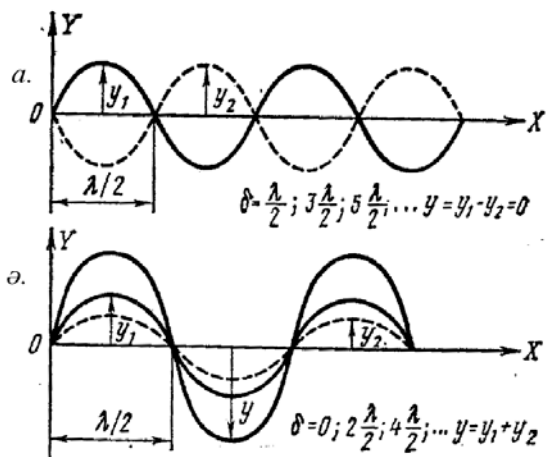
$$\boxed{} \quad (15.4.4)$$

Осыған ұқсас минимум шартына тұжырымдама жасалады: егер қосылатын толқындар жолының айырымы жарты толқынның тақ сандарына тең болса, қорытқы тербеліс әлсірейді:

$$\boxed{} \quad (15.4.5)$$

Мұндағы, $\boxed{}$ интерференциялық максимумның немесе минимумның реттік номері.

15.4.1-сызбасында амплитудасы бірдей толқындардың интерференциясы көрсетілген:



15.4.1-сызба. Амплитудасы бірдей толқындардың интерференциясы

Егер жол айырымы жарты толқынның тақ сандарына тең болса, жарықтың өшуі (15.4.1 а-сызба) байқалады. Бұл жағдайда және ығысуларының таңбалары қарама-қарсы болғандықтан, оның қорытқысы . Егер жол айырымы жарты толқынның жұп санына теңелсе, жарық күшейеді. (15.4.1б). және ығысуларының таңбалары бірдей болғандықтан, қорытқы ығысу

Толқын когерентті болмаса, кез келген мәндерді қабылдап үздіксіз өзгертіндіктен, орташа мәні нөлге тең. Сондықтан:

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2$$

Жарықтың интенсивтілігі тербеліс амплитудасының квадратына пропорционал екендігін ескерсек, төмендегі теңдік шығады:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (15.4.6)$$

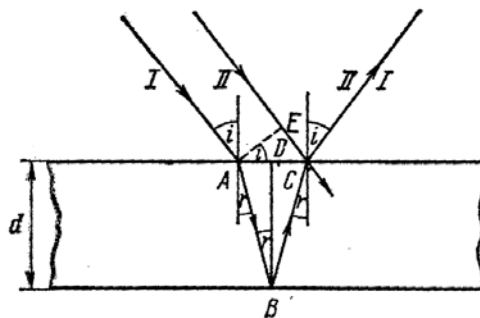
Демек, когерентті емес толқындар қабаттасқанда, олардың қорытқы интенсивтілігі әрбір толқынның туғызатын интенсивтіліктерінің қосындысынан тұрады.

Толқындар когерентті болғанда $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ уақыт бойынша мәні тұрақты болғандықтан, мына теңдік орындалады:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (15.4.7)$$

Кеңістіктің $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$ нүктелерінде $I > I_1 + I_2$, ал нүктелерінде . Демек, когерентті жарық толқындары қабаттасқанда олардың кеңістіктегі ағыны қайта үлестіріліп, нәтижесінде бір жерде интенсивтілігі максимум, екінші жерде минимум болады.

Мысал ретінде жарықтың жұқа қабыршақтағы интерференциясын қарастыралық (15.4.2 сызба).



15.4.2-сызба. Жұқа қабыршақтағы жарықтың интерференциясы

Жұқа қабыршақты (сабын көпіршігі, жұқа шыны пластинка, мұнай тамшысынан пайда болған қабыршық т.б.) екі жағынан ауа қоршасын делік. Қабыршық бетіне тұрғызылған нормальмен бұрыш жасайтын екі сәулені бөліп аламыз. Қабыршықтың қалыңдығы . Сәулелерге перпендикуляр толқынның фронты болатын жазықтығын жүргізейік. Бір жарық көзінен шыққандықтан жазықтығына дейін екі сәуленің фазалар айырымы және жол айырымы жазықтығынан сәулелер әртүрлі жолдар жүреді. нүктесінде және сәулелердің бойымен таралатын толқындардың жүрісі мен фазаларының қандайда бір айырымы болады.

сәуле нүктесінде дейін жол жүреді. Бұл жағдайда геометриялық және оптикалық жолдардың айырмашылығын білу қажет. Егер жарық вакууммен сылыстырғанда сыну көрсеткіші ортада тараса, оның оптикалық жолының ұзындығы геометриялық жолдың ұзындығымен мына қатынас арқылы байланысқан:

$$\text{Оптикалық жол} = \text{Геометриялық жол} \cdot n \quad (15.4.8)$$

Сондықтан сәуленің оптикалық жолының ұзындығы , ал сәуленің жолы тең болса, олардың жүрген жолдарының айырымы мынаған теңеледі:

$$\Delta l = d \cdot \sin 2i \quad (15.4.9)$$

\square үшбұрыштарынан \square қатынасын аламыз.
Ал \square және \square үшбұрыштарынан
 \square Яғни, \square теңдігі шығады.
 \square ескеріп, келтірілген теңдіктерді пайдалансақ, (15.4.9) өрнегі төмендегідей түрленеді:

$$\square$$

(15.4.10)

Басқа толқындар сияқты жарық толқыны оптикалық тығыз ортадан (\square нүктесінде \square сәуле) шағылып, \square -ге тең қосымша фазалар айырымын қабылдап, жарты толқын ұзындығына тең жол айырымы туындайды: \square немесе \square

(15.4.11)

Егер қабыршық сыну көрсеткіші өзінен үлкен заттың үстінде жатса, екі сәуле де шағылғанда жарты толқынды жоғалтатындықтан, (15.4.11) теңдігі төмендегідей өзгереді:

$$\square$$

(15.4.12)

Сәулелер жолының айырымы қабыршақтың \square қалыңдығына оның сыну \square көрсеткіштігіне, түсу \square бұрышына, түсетін толқынның \square ұзындығына тәуелді. Егер жазық параллель қабыршаққа (15.4.2-сызба) параллель сәулелер шоғы түссе, шағылған және қабыршаққа еніп төменгі бетінен шағылған сәулелердің интерференциясының нәтижесінде экранда кезектесіп келетін қара және жарық жолақтар пайда болады. Жарық монохроматты болған жағдайда жарық жолақтар, ал ақ жарық болған жағдайда түсті жолақтар туындайды.

Пластинканың қалыңдығы \square интерференциялық суреттің мінездемесіне тигізетін әсері үлкен болғандықтан, (15.4.11) формуласындағы \square айнымалы, ал қалған параметрлері тұрақты болатындай тәжірибені талдайық. Ауа сынасындағы интерференциялық жолақты алу үшін бір жазық параллель шыны пластинканың үстіне екіншісін бұрыш жасатып

қоямыз. Бұл жағдайда сәулелердің жолының айырымы (15.4.11) формуласымен анықталады:

$$\boxed{} \quad (15.4.11a)$$

Сәулелер сынаға перпендикуляр түссе $\boxed{}$ және сыну көрсеткіштік $\boxed{}$ болса (ауа үшін), онда (15.4.11a) теңдігі төмендегідей түрленеді:

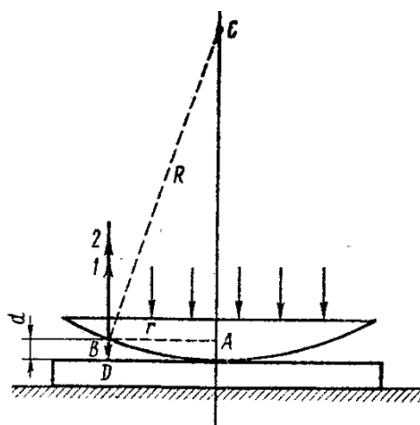
$$\boxed{} \quad (15.4.12)$$

Шыны пластиналар жанасатын жақтарында $\boxed{}$ орындалатындықтан, қара жолақтар (минимум) байқалады. $\Delta = \lambda$ болғанда бірінші $\boxed{}$ ақ жолақ туындайды.

$$\boxed{}, \text{ демек } \boxed{}$$

Бұдан ауа сынасының қалыңдығы $d = \frac{\lambda}{4}$ екендігі шығады. Қалыңдығы осындай ауа аралығы жанасу жақтарына параллель өтсе, жарық жолақтарының түрі түзу сызықтар болады. Екінші жарық жолақ ауа сынасының қалыңдығы $d = \frac{3\lambda}{4}$ мәніне жеткенде байқалады. Өйткені бұл

жағдайда $\Delta = 2 \cdot 2 \frac{\lambda}{2} = 2d + \frac{\lambda}{2}$ теңдігі орындалады. Әрқайсысына сынаның белгілі бір қалыңдығы сәйкес келетін осы жолақтарды қалыңдықтары бірдей жолақтар деп атайды. Қалыңдықтары бірдей жолақтардың пішіндері түзу сызықтар, концентрлі шеңберлер немесе $\boxed{}$ сәйкес нүктелердің орналасуына байланысты кез келген басқа пішінді қабылдауы мүмкін. Сынаның бұрышы кішкентай болуы қажет. Өйткені қалыңдықтары бірдей жолақтар бір-біріне қабаттасуының салдарынан оларды ажырату қиын. Қалыңдықтары тең жолақтарды радиусы $R = (10 - 100) \text{ м}$ жазық дөңес линзаны жазық параллель пластинаның үстіне қою арқылы аламыз. Олардың арасында ауа сынасы пайда болады. Бұл жағдайда қалыңдықтары тең жолақтардың түрі Ньютон сақинасы деп аталатын дөңгелектерден тұрады. Интерференциялық сәулелердің жолының айырымы (15.4.12) формуласымен анықталады. Ньютонның $\boxed{}$ -шы сақинасының радиусын табайық. (15.4.3-сызба)



15.4.3-сызба. Ньютон сақиналары

ABC үшбұрышынан мына теңдікті аламыз:

$$\boxed{}$$

$\boxed{r^2 = 2Rr}$ болғандықтан, \boxed{r} ескерілмейді. Демек

$$\boxed{r = R}$$

(15.4.13)

Осы қатынасты (15.4.12) теңдігіне қойсақ, мына формула шығады:

$$\boxed{r = R}$$

(15.4.14)

Максимум (15.4.4) шарты мен (15.4.13) формуласынан төмендегі өрнекті аламыз:

$$\boxed{r = R}$$

(15.4.15)

Бұдан

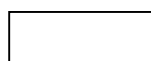
$$\boxed{r = R}$$

Демек, Ньютонның \boxed{r} -шы жарық сақинасының шағылған жарықтағы немесе өтетін жарықтағы қара сақинаның радиусы мынаған тең:

$$\boxed{r = R}$$

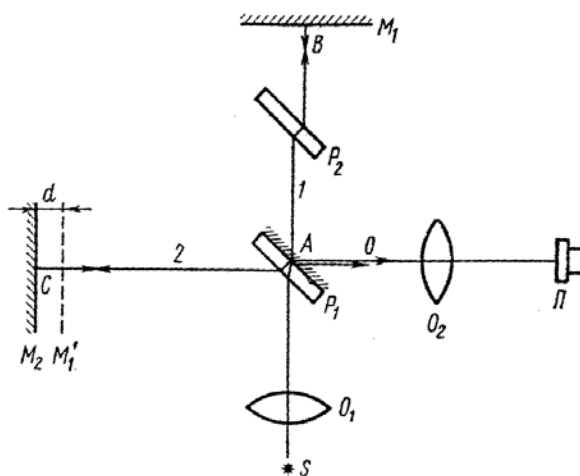
(15.4.16)

Осыған ұқсас шағылған жарықтағы Ньютонның қара сақиналарының (өтетін жарықтағы жарық сақиналардың) радиустары мына формуламен есептеледі:



(15.4.17)

Интерференция құбылысы оптикалық құралдардың сапасын жақсарту үшін пайдаланылады. Денелердің бұрыштық, сызықтық өлшемдерін, сыну көрсеткіштерін және толқын ұзындықтарын анықтау үшін қолданатын құрылымдары әртүрлі құралдарды интерферометрлер деп атайды. Сыну көрсеткішті анықтау үшін Жамен мен Рэлейдің интерференциялық рефрактометрлері қолданылады. Егер толқын ұзындығы мен сыну көрсеткіштік белгілі болса, геометриялық ұзындықты $0,05 \text{ мкм}$ дәлелдікпен өлшей аламыз. Жұлдыздардың бұрыштық өлшемдерін өлшеу үшін жұлдыздық интерферометрлер қолданылады. Конструкциялық принципі осы уақытқа дейін техникалық интерферометрлерде кеңінен пайдаланатын Майкельсонның интерферометрін қарастырайық. Майкельсон интерферометрі екі айнадан және жартылай мөлдір күмістелген пластинкадан тұрады. (15.4.3-сызба)



15.4.3-сызба. Майкельсон интерферометрінің схемасы

көзінен шыққан жарық жартылай мөлдір пластинкаға жетіп екі сәулеге (1және2) бөлініп, 1-сәуле АВАО, 2-сәуле АСАО жол жүреді. Сәулелердің жүрген жолдары әртүрлі болғандықтан, жол айырымы туындайды. 2-сәуле пластинкасынан екі рет өтеді. Пайда болған жүріс айырымын компенсациялау мақсатында пластинкасының материалынан жасалған, қалыңдығы сондай пластинкасы орнатылған. Талдау қолайлы болу үшін айнасының пластинкасында кескіні салынады.

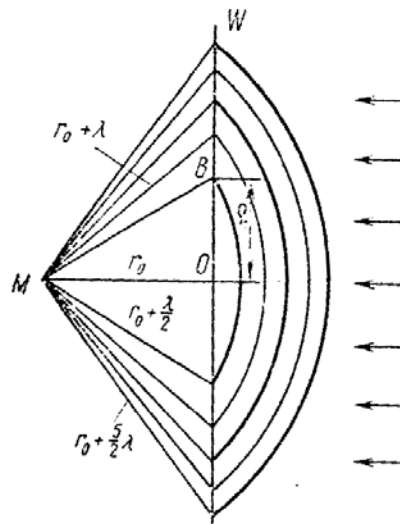
Туындайтын интерференциялық сурет \square және \square арасындағы қалыңдығы \square ауа қабатына сәйкес келеді. Егер \square және \square айналары өзара параллель болса, сәулелену қабылдағышы \square пішіндері концентрлік шеңберлер болатын көлбеулігі бірдей жолақтарды бекітеді. Ал \square және \square айналары бір-бірімен параллель болмаса, интерференциялық сурет сынадан алынатын интерференцияға ұқсас жолақтардың қалыңдықтары бірдей және олар ауа сынасының жақтауларының жорамал кескініне параллель бағытталған. Егер айнаның біреуінде тегістеудің ақауы болса, интерференциялық сурет бұрмаланып, түзу немесе сақина жолақтардың пішіндері дұрыс болмай қисаяды. Бір айнаның орнына қандай да бір затты қойып, сақинаның немесе жолақтардың пішіндері арқылы оның бетінің өңделуінің тегістігінің сапасын бақылауға болады.

§15.5. Жарықтың дифракциясы. Гюйгенс-Френель принципі. Френельдің зоналық әдісі

Дифракция құбылысы интерференция құбылысы сияқты жарықтың толқындық табиғатын дәлелдейді. Біртекті ортада жарықтың түзу сызықты таралуынан ауытқуып, кедергіні айналып геометриялық көлеңке аймағына енуін дифракция деп атайды. Мысалы, дыбыс алдына қойылған қабырғаның арғы бұрышында жақсы естіледі. Өйткені дыбыс толқыны қабырғаны айналып өтеді. Дифракция құбылысы Гюгенс принципі және интерференция заңдары арқылы түсіндіріледі. Гюйгенс принципі бойынша, толқын фронты жететін әрбір нүктені тербелістің дербес көзі ретінде қарастыруға болады. Френель бұл принципті кеңістіктің кез келген нүктесіндегі толқынның қоздыруын жалған көздерден шыққан екінші қайтара толқындардың интерференциясы ретінде қарастырып, толқындық фронттарға бөлу арқылы толықтырды.

Гюйгенс-Френель принципі: қандай да бір \square көзімен қоздырылатын жарық толқынын жалған көздерден шығатын когерентті екінші қайтара толқындардың суперпозициясының нәтижесі ретінде қарастыруға болады.

Толқындық фронттың кеңістіктің қандай да бір нүктесіне әсерін қарастырайық. Шексіздікте орналасқан нүктелік жарық көзінен тарайтын жазық толқының фронты \square , уақыттың \square мезетінде бақылау М нүктесінен МО қашықтықта орналассын делік. (15.5.1-сызба)



15.5.1-сызба. Френелдің зоналық әдісі

Жарық тербелісінің еркін таңдап алынған M нүктесіндегі A амплитудасын табайық. Гюйгенс-Френкель принципі бойынша, толқын фронтының барлық нүктелерінде барлық бағытта тарайтын сфералық (екінші қайтара) толқындар туындап белгілі бір уақыттан соң M нүктесіне жетеді. M нүктесіндегі тербелістің амплитудасы барлық екінші толқындардың амплитудаларының векторлық қосындысына тең. Барлық толқындардың қорытқы амплитудасын табу үшін Френель толқындық бетті сақиналық зоналарға бөлу әдісін ұсынады. Толқындық фронттың барлық нүктелерінің тербелісі бірдей фазада өтеді. Сонымен қатар толқын фронтының барлық нүктелері M нүктесінен әртүрлі қашықтықта орналасады. M нүктесінен толқын фронтына дейінгі ең қысқа қашықтықты арқылы белгілейік. Мына тәсілді пайдаланып толқын фронтын Френель

зоналарына бөлеміз. M нүктесінен бастап әрбір радиусты шамасына арттырып, олардың толқын фронтымен қиылысатын сызықтары концентрлі шеңберлерді беретін сфераларды саламыз. Нәтижесінде толқын фронтында Френельдің сақиналық зоналары шығады. Толқын фронтында пайда болған шеңберлердің радиустарын ...арқылы белгілейік. Төбелері M нүктесінде, табандары жазықтығында орналасқан тікбұрышты үшбұрыштарды қарастырамыз. деп алсақ, , яғни

болғандықтан теңдіктің оң жағындағы екінші мүшені ескермеуге болады:

Осыған ұқсас екінші, үшінші, т.б. зоналар үшін төмендегі теңдіктерді аламыз:

-шы зона үшін; (15.5.1)

Амплитудаларды бағалау үшін зоналардың аудандарын табамыз: (радиусы дөңгелек)

1-зона

2-зона

3-зона

-ші зона (15.5.2)

Френель зоналарының аудандарының шамалары тең болғандықтан, олардың ішіндегі когерентті жарық көздерінің саны тең. Екі көрші зонаның М нүктесінде қоздыратын тербелістерінің фазалары қарама-қарсы. Өйткені зоналардан М нүктесіне дейінгі сәйкес сәулелердің жолының айырымы .

Сондықтан бұл тербелістер қабаттасып, бірін-бірі әлсіретеді. Демек, -фронтының толқыны туғызатын тербелістердің қорытқы амплитудасын таңбалары айнымалы қатар түрінде жазуға болады:

(15.5.3)

Мұндағы, Френельдің орталық зонасының әсерінен М нүктесінде туындайтын тербелістің амплитудасы, бірінші зонаның, және т.б. келесі зоналардың қоздыратын амплитудалары. О центрінен алыста орналасқан зоналар М нүктесіне фазалары қарама-қарсы толқындарды бірдей арақашықтықтан жіберетіндігін ескерсек, олар бірін-бірі толық жояды. Сондықтан М нүктесіндегі эффектін анықтау үшін М нүктесіне орталық зоналардың әсерін қарастыру жеткілікті. (15.5.3) өрнегінде жұп зоналардың амплитудалары бір заңмен, ал тақтарынікі басқа заңмен енетіндіктен теңдеу мынадай түрде жазылады:



(15.5.4)

М нүктесіндегі қорытқы амплитуданы көрші \square -шы зонаның осы нүктеде туғызатын тербелісінің орташа арифметикалық амплитудасына тең деп есептесек, төмендегі қатынас шығады.



(15.5.5)

Бұл жағдайда (15.5.4) формуласындағы жақшаның ішіндегі өрнек нөлге теңелтіндіктен, мына теңдеу алынады:

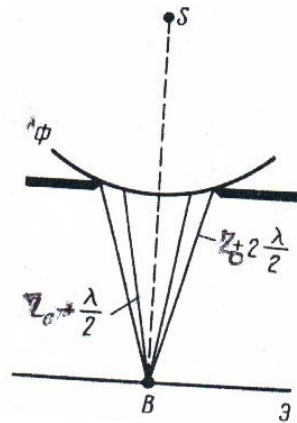


(15.5.6)

Демек, М нүктесіндегі тербелістің қорытқы амплитудасын Френельдің орталық зонасының жартысының әсері ретінде қарастыруға болады. Сондықтан жарық қимасы Френель зонасының жартысына тең жіңішке құбырда таралады деп есептейді. Бұдан жарықтың түзу сызықпен тарайтындығы және екі топқа бөлінетін сфералық толқындарда байқалатын Френель дифракциясы мен жазық толқындарда байқалатын Фраунгофер дифракциялары түсіндермесі шығады.

§15.6 Френель және Фраунгофер дифракциялары

Нүктелік \square жарық көзінен тарайтын сфералық толқын өзінің жолында дөңгелек саңылауы бар экранмен кездессін делік. (№15.6.1 сызба)



15.6.1-сызба. Дөңгелек саңылаудағы дифракция

(Э) экранында дифракциялық суретті \square жарық көзін саңылаудың центрімен қосатын сызықтың бойында жатқан \square нүктесінде байқаймыз. Эcran саңылау жазықтығына параллель және одан \square қашықтықта орналасқан. Дифракциялық суреттің түрі саңылауда жатқан Френель зонасының санына тәуелді. \square нүктесі үшін Френельдің зоналық әдісі бойынша тербелістің қорытқы амплитудасы (15.5.3 және 15.5.4-теңдеулері)мынаған тең:



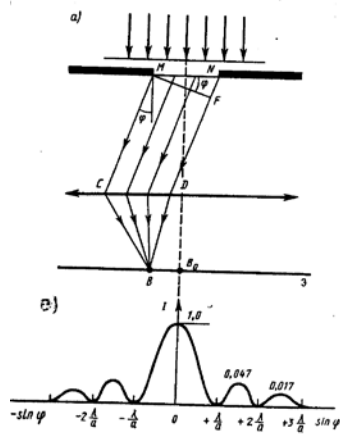
Мұндағы, оң таңба жұп \square санына, теріс таңба тақ \square санына сәйкес келеді. Саңылау Френельдің жұп сандар зоналарын ашқанда \square нүктесіндегі амплитуда толқын еркін тарағандағы амплитудадан артық, ал тақ болса амплитуда нөлге теңеледі. Егер саңылауда Френельдің бір зонасы жатса, \square нүктесіндегі амплитуда \square . Саңылауда Френельдің екі зонасы жатса, интерференцияның \square нүктесіндегі әсерінен олар жойылады. Осылай дөңгелек саңылаудан экранда центрі \square нүктесінде орналасқан кезектесіп қайталанып отыратын қараңғы және жарық сақиналары пайда болады. Егер \square жұп сан болса, центрде қараңғы, ал тақ болса жарық сақиналары орналасады. Экранның осьтен тыс бөліктерінде тербелістің қорытқы амплитудасы оларға сәйкес келетін Френель зоналары мөлдір емес экранмен жарым-жартылай жабылатындықтан күрделі болады. Егер саңылау ақ жарықпен жарықталса, сақиналар боялады. Дөңгелек саңылаудағы дифракциялар телескоптармен микроскоптардың объективтерінде байқалады. Жарық шығаратын нүкте дифракцияның салдарынан өзін жарық және қараңғы сақиналар қоршайтын центрлік максимум түрінде кескінделеді. Телескоп арқылы екі жұлдыз қаралса, дифракциялық суреттердің қабаттасуының салдарынан екеуі бірігіп кетуі мүмкін. Жұлдыздардан келетін сәулелердің арасындағы бұрышты (бұрыштық қашықтық) және олардың фокальдық жазықтықтағы кескіндерін жеке-жеке көруге болады. Екі жарық беретін нүкте жеке-жеке көрінетін кіші бұрышты телескоптың объектінің айырғыштық қабілеттілігі деп аталады:



(15.6.1)

Мұндағы, \square - жарық толқының ұзындығы, \square - объектив линзасының диаметрі.

Практикалық маңызы үлкен Фраунгофер дифракциясын қарастырайық. Фраунгофер дифракциясын алу үшін жарық көзін жинағыш линзаның фокусына, ал дифракциялық суретті кедергінің арғы жағында орналасқан екінші жинағыш линзаның жазықтығында зерттеу жеткілікті. Жазық монохроматты жарық толқыны ені \square -ға тең жазықтықтың жіңішке саңылауына түссін делік. (15.6.2 а-сызба)



15.6.2-сызба. Фраунгофер дифракциясы

Саңылаудан еркін бағытында келетін екі шеткі және сәулелерінің оптикалық жолының айырымы мынаған тең:

$$\boxed{} \quad (15.6.2)$$

Мұндағы, нүктесінен сәулесіне түсірілген перпендикулярдың табаны. Саңылаудың жазықтығындағы толқындық беттің ашық бөлігін Френельдің зоналарына бөлеміз. Дифракциялық жолақтар саңылаудың қырына параллель орналасады. Әрбір зонаның ені оның шеттеріндегі жол айрымы тең болатындай таңдап алынады. Яғни, саңылаудың еніне

зона сыяды. Жарық саңылауға нормальмен түсетіндіктен, саңылау жазықтығы толқынның фронтымен сәйкес келеді. Демек, саңылау жазықтығындағы фронттың барлық нүктелері бірдей фазамен тербеледі. Саңылау жазықтығындағы екінші толқындардың амплитудалары бірдей. (15.6.2) өрнегінен саңылаудың енінде жататын Френель зоналарының саны -ға тәуелді екендігі шығады. Френель зонасының санына барлық екінші қайтара толқындардың қабаттасуының нәтижесі тәуелді. Егер Френель зоналарының саны жұп болса, мына теңдік орындалады:

$$\boxed{} \quad (15.6.3)$$

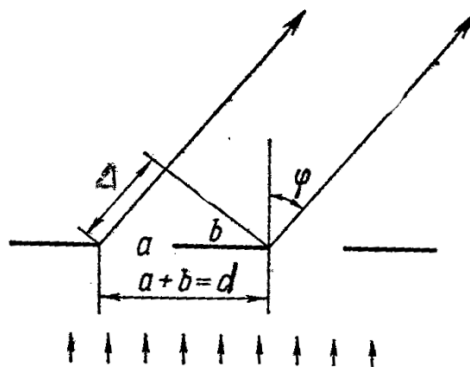
нүктесінде дифракциялық минимум байқалады (толық қараңғы). Егер Френель зонасының саны тақ болса;

$$\boxed{} \quad (15.6.4)$$

Френельдің компенсацияланбаған бір зонасының әсеріне сәйкес дифракциялық максимум туындайды. Тікелей бағытта саңылау Френельдің бір зонасы ретінде әсер етеді. Осы бағытта жарық ең үлкен интенсивтілікпен тарайды. Демек, нүктесінде центрлік дифракциялық максимумды байқаймыз. Есептеулер экрандағы интенсивтіліктің үлестірілуі, максимумдар центрге қарай артатындығын көрсетті. Сондықтан жарық энергиясының негізгі бөлігі центрлік максимумда шоғырланған. Дифракциялық максимумдардың орындары толқын ұзындығына тәуелді болғандықтан, қарастырылған дифракциялық сурет монохроматты жарық үшін пайда болады. Дифракцияның салдарынан пайда болатын интенсивтіліктің үлестірілуі (дифракциялық спектр) 15.6.2 ә-сызбасында келтірілген. (15.6.4) формуласы бойынша қызыл жарық үлкен, ал күлгін жарық кіші бұрышқа ауытқиды. Спектрдің қалған түстері осы екеуінің арасында жатады.

§15.7 Дифракциялық тор және көп саңылаудағы дифракция. Голография

Ғылыми зерттеу тәжірибелері мен техникада кеңінен пайдаланылатын бір-бірінен бірдей қашықтықта өзара параллель орналасқан көп саңылаулардан тұратын дифракциялық торды қарастырайық. Дифракциялық тор шыныға немесе басқа мөлдір затқа белгіш машинаның көмегімен штрихтар жүргізу арқылы дайындалады. Мөлдір заттың штрихталған (тырналған) жері мөлдір емес, ал олардың мөлдір аралары саңылаулардың рөлін атқарады. Мысал ретінде тордың екі саңылауындағы дифракцияны талдайық. Саңылаулардың санын көбейтсек, дифракциялық максимумдар соғұрлым жіңішкеріп, жарығырақ болып анық көрінеді. Екі шеткі сәулелердің жол айырымы мынаған тең. (15.7.1-сызба)



15.7.1-сызба. Екі саңылаудағы жарықтың дифракциясы

(15.7.1)

Мұндағы, тордың тұрақтысы, саңылаудың ені, саңылаулардың мөлдір емес аралықтарының ені. Егер жол айырымы так толқындар санына тең болса;

екі саңылаудың жіберетін жарығы өзара өшіріледі. Минимум шарты мына теңдікті қанағаттандырады:

(15.7.2)

Егер жол айырымы жұп толқындар санына тең болса:

Әрбір саңылау жіберетін жарық бірін-бірі күшейтеді. Максимум шарты төмендегі теңдікті қанағаттандырады:

(15.7.3)

болғанда (15.7.3) шарты центрлік максимумға (нөлдік) сәйкес, болғанда центрлік максимумның екі жағында симметриялы орналасқан екі бірінші максимумдарға сәйкес келеді.

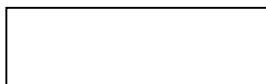
(15.7.3) формуласы толқын ұзындықтары әртүрлі сәулелердің максимумдары әртүрлі бағыттарда болатындығын дәлелдейді. Сондықтан дифракциялық торға түскен ақ жарық жіктеліп, экраннан біз дифракциялық спектрді көреміз. Тордың тұрақтысы бірлік ұзындықтағы штрихтар санымен мына қатынаспен байланысқан:

(15.7.4)

(15.7.4) қатынасынан дифракциялық тордың саңылауы неғұрлым көп болса, соғұрлым одан көп жарық өтетіндігін көрсетеді. Сондықтан саңылау санының арту дифракциялық суреттің анықтығын жақсартады. Дифракциялық тор спектрлік талдауда кеңінен қолданылады. Максимум шартындағы алмастырсақ, мына теңдік алынады:

(15.7.5)

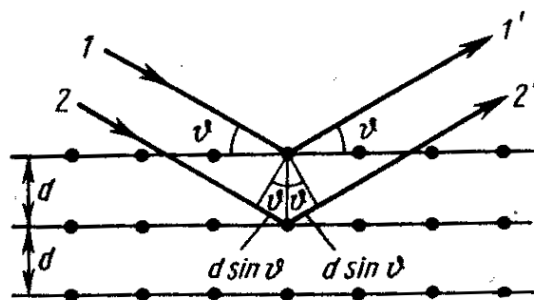
Немесе бірінші ретті спектр үшін:



(15.7.6)

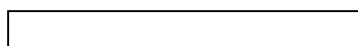
Дифракциялық тордың тұрақтысы белгілі болса, спектральдық сызыққа сәйкес келетін бұрыштың ауытқуы бойынша жарық толқының ұзындығын анықтай аламыз. Жоғарғы температурадағы газ немесе бу күйіндегі әрбір химиялық элемент өзіне сәйкес сызықты спектрді береді. Дифракциялық тор арқылы заттардың сызықтық спектрлерін зерттеп, оның химиялық құрамын анықтауға болады.

Дифракциялық торды байқау үшін тордың тұрақтысы оған түсетін толқының ұзындығындай болуы қажет. Кристалдарды үш өлшемді кеңістіктік тор ретінде қарастыруға болады. Өйткені оның кеңістіктік торының тұрақтысы . Неміс физигі М. Лауэ рентген сәулесінің дифракциялық торы ретінде кристалдарды пайдаланады. Совет физигі Г. В. Вульф және ағылшын физиктері Г. және Л. Брэгтер (әкесімен баласы) бір-біріне тәуелсіз рентген сәулесінің дифракциясы олардың параллель кристаллографиялық жазықтықтардан шағылысуларының нәтижесі деп түсіндірді. (15.7.2-сызба) Кристалдарды бір-бірінен қашықтықта орналасқан параллель кристаллографиялық жазықтықтардан тұрады делік. Монохроматты параллель рентген (1 және 2) сәулелерінің шоғы сырғанау бұрышымен түсіп, (кристаллографиялық жазықтықпен түсетін сәуле бағытының арасындағы бұрыш) екінші қайтара (1' және 2') когерентті толқындардың көзі болып табылатын атомдарды қоздырады.



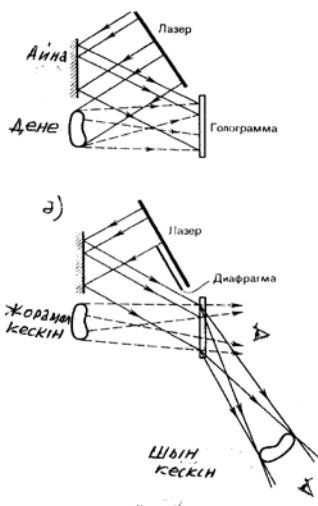
15.7.2-сызба. Кристаллографиялық жазықтықтар

Дифракциялық (интенсивтілік) максимумдар барлық атомдық жазықтықтан шағылған толқындар бірдей фазада болған бағытта байқалады. Бұл бағыт Вульф-Брэг формуласын қанағаттандыруы тиісті:



(15.7.7)

Дифракциялық сурет көрші екі кристаллографиялық жазықтықтан шағылған сәулелердің жолының айырым толқын ұзындығына еселі болғанда байқалады. Вульф-Брег формуласын қолданып, заттардың құрылысын анықтаймыз. Мысалы, ДРОН-3 қондырғысында λ бұрышын гониометрдің көмегімен өлшеп (рентген сәулесінің толқын ұзындығы белгілі) кристаллографиялық жазықтықтардың арақашықтығын d (15.7.7) формуласы арқылы есептейді. Заттардың құрылысын электрондар мен нейтрондардың дифракциясына негізделген зерттеу тәсілдері, электронографиялық және нейтронографиялық әдістер деп аталады. Дененің кеңістіктегі кескінін қайта қалпына келтіру немесе бекіту әдісі (голография) интерференция мен дифракция заңдарына негізделген. Дене туралы ақпаратты тіркеудің және қайта қалпына келтірудің (голографияның) қарапайым принципін қарастырайық. Толқындарды қайта қалпына келтіру және тіркеу тәсілдерін білуіміз керек. Сондықтан денеден келетін толқынның фазалық және амплитудалық ақпаратымен қатар жарық көзінен келетін оған когерентті толқын пайдаланылады. Голографияның негізгі мақсаты объектінің өрісімен оған фазасы белгілі когерентті тірек толқының суперпозициясынан туындайтын интерференциясың интенсивтілігінің үлестірілуін суретке түсіру болып табылады. Бұл идеяны іске асыратын құралдың кинематикалық схемасы 15.7.3 а-сызбасында келтірілген.



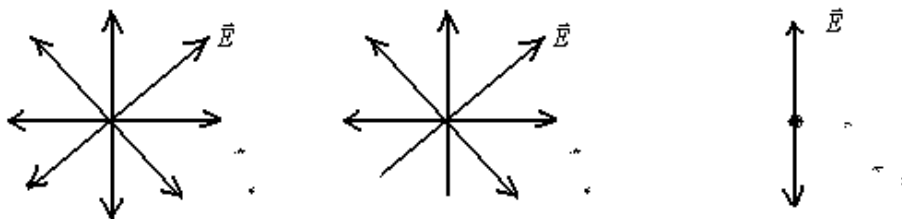
15.7.3-сызба. а. интерференцияның суреттің голограммасын алу тәсілі ә. кескінді қайта қалпына келтіру тәсілі.

Лазердің шоғы екіге бөлініп, оның бір бөлігі айнамен фотопластинкаға шағыстырылады (тірек толқыны), екіншісі фотопластинкаға денеден шағылып (денелік толқын) түседі. Когерентті тірек және денелік толқындардың бір-бірімен қабаттасуының нәтижесінде фотопластинкада интерференциялық сурет туындайды. Фотопластинканы өңдеген (айқын-

даған) соң, онда тірек және дене толқындарының қосылуынан туындайтын бекітілген суретті (голограмманы) аламыз. Кескінді қайта қалпына келтіру үшін голограмманы тіркегенге дейінгі орнына орналастырып, лазердің тірек сәулесімен жарықтандырамыз. Жарықтың дифракциясының нәтижесінде голограмманың құрылымдық құрамындағы денелік толқынның көшірмесі қайта қалпына келтіріледі. Денелік толқыннан туындайтын жорамал көлемдік кескін, дененің голография жасағанға дейінгі орнына орналасады. Рельефі дененің рельефіне кері дененің шын кескіні қайта қалпына келтіріледі. (Мысалы, дөңес жерлер ойыспен алмастырылады). Көбінесе көздің қабылдауы бойынша дененің реалды бар болуын елестету арқылы суреттеп, оған толық жорамал голографиялық кескін беретін әдіс қолданылады. Голограмманы ақпараттарды жазу және сақтау мақсатында пайдаланады. Қазіргі кезде голограмма электрондық микроскоптарда, есептеу техникаларында, интерферометрияда, т.б. қолданысын табуда.

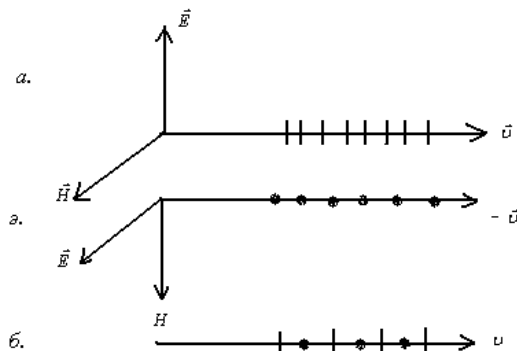
§ 15.8. Жарықтың полярлануы. Поляризаторлар. Малюс және Брюстер заңдары

Жарық көптеген атомдардың электромагниттік сәулеленулерінің қосындысынан тұрады. Егер көптеген элементар электромагниттік толқындардан біреуін бөліп алсақ, онда ол өзара перпендикуляр электр \vec{E} және магнит \vec{H} өрістерінің кернеуліктерінің тербелісі ретінде қарастырылады. Электромагниттік толқын көлденең болғандықтан, екі вектор таралу жылдамдығына перпендикуляр жазықтықта тербеледі. Полярлану құбылысында заттарға химиялық, физиологиялық, биологиялық әсерлер электр өрісінің кернеулігінің көмегімен іске асырылатындықтан, алдағы уақытта \vec{E} векторының тербелісі туралы айтамыз (магнит өрісінің кернеулігі міндетті түрде бар екендігін естен шығармауымыз керек). Көзден шығатын жарық оқырманға қарай бағытталсын делік. Онда элементар \vec{E} векторларының әрбір сәулеленгішінің лездік суреті 15.8.1 а-сызбасындағы кескіндерге ұқсас болады.



15.8.1-сызбасы. \vec{E} векторының тербелісінің лездік суреті

Көптеген атомдардың сәулеленгішінен туындайтын \vec{E} векторының бірқалыпты үлестірілуі табиғи немесе полярланбаған жарық деп аталады. Егер сыртқы әсердің салдарынан немесе жарық көзінің ішкі ерекшеліктеріне байланысты тербелістің ең ықтимал бағыттары пайда болса, оны жарым-жартылай полярланбаған жарық деп атайды. (15.8.1 ә-сызба). Арнайы құралдың көмегімен табиғи жарықтың шоғынан тербелісі сәулеге перпендикуляр жазықтықта белгілі бір бағытта тербелетін \vec{E} векторын бөліп алуға болады. Мұндай сәуле толық полярланған. (15.8.1 б-сызба) \vec{E} және \vec{H} векторлары тербелетін жазықты полярлану жазықтығы деп аталады. 15.8.2-сызбасында \vec{E} векторының тербеліс векторлары белгіленген:



15.8.2-сызба. \vec{E} векторының тербелетін жазықтықтары

\vec{E} векторы сызба жазықтығында тербелсе, жылдамдық векторының бағытына сызықшалар, ал сызба жазықтығына перпендикуляр бағытта тербелсе нүктелер арқылы белгіленген (15.8.2 а, ә-сызба). Табиғи сәуле (15.8.2 б-сызба) кезектесіп келетін сызықшалармен (мысалы, \vec{E} құраушысы сәйкес) шартты түрде белгіленген. Аспанның белгілі бір бөліктерінде аздап полярлануға ұшырайтын ақ жарық полярланбаған деп есептеледі. Жасанды жарық көздері жарым-жартылай полярланған жарықты береді. Электр шамының вольфрам жібі (15-20)%, сынаптық шам (5-8)%, люминесценциялық шам жақсы поляризацияланған жарықты береді. Жарықтың жарым-жартылай полярлануы мына формуламен есептелетін полярлану дәрежесімен сипатталады:



(15.8.1)

Мұндағы, жарықтың векторының құраушыларына сәйкес келетін максимал және минимал интенсивтіліктері. Жазық полярланған жарық үшін табиғи жарық үшін . Поляризаторлар арқылы табиғи жарық полярлы жарыққа түрлендіріледі. Полярланған жарықты поляроидтардың (полярлы жарық сүзгі) көмегімен алуға болады. Поляроид жұқа (~50мкм) қабыршақтан тұрады. Ылғалдылықтан және механикалық әсерден сақтау үшін оны екі шыны пластинаның арасына орналастырады. Табиғи жарық поляроидтан өткенде жарым-жартылай жұтылады. Жарықтың жұтылуы электр өрісінің кернеулігінің бағдарлануына тәуелді. Қандай да бір белгілі бағытта өтетін векторының тербелісі көп, басқа бағыттарда аз жұтылады. Сондықтан жарықтың жұтылу дәрежесі жарық толқының электрлік векторының бағдарлануының функциясы болады. Бұл құбылыс жұтылудың анизотропиясы деп аталады. Полярлы құралдар (призмалар, поляроидтар) өздерінің мақсатты падаланулары бойынша поляризаторлар мен анализаторларға бөлінеді. Поляризатор арқылы полярланған жарық алынады. Анализатордың көмегімен оған түсетін жарықтың полярланғанын және полярлану бағытын анықтайды. Құрылысы жағынан екеуінің бір-бірінен ерекшелігі жоқ болғандықтан, орындарын ауыстыруға болады. Егер поляризатордың полярланған жазықтығы мен анализатордікі параллель болса, (жазықтықтар арасындағы бұрыш) полярланған сәуле анализатордан әлсіремей өтеді. Егер анализатор поляризатормен салыстырғанда бұрылса, анализатордан өтетін жарықтың интенсивтілігі кеміп, болғанда нөлге теңеледі. Полярланған жарықтың электрлік векторының амплитудасының анализатордың жіберу жазықтығындағы құраушысының, оның шамасы мынаған тең:

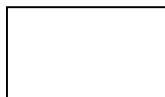


(15.8.2)

болса, болса анализатордың жазықтығындағы электрлік вектордың құраушысы нөлге тең. Бұл жағдайда анализатор мен поляризатор айқастырылған. Жарықтың интенсивтіліктерінің қатынасы амплитуда квадраттарының қатынасына пропорционал:




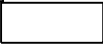
Бұдан мына қатынас шығады:




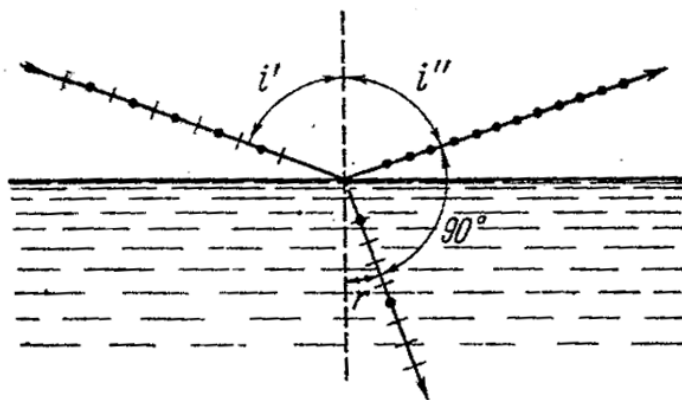
Демек, поляризатордан және анализатордан өткен жарықтың интенсивтіліктерінің арасындағы тәуелділік төмендегі формуламен өрнектеледі:




(15.8.3)

Мұндағы,  анализатордан және поляризатордан өткен жарықтың интенсивтіліктері.  (15.8.3) өрнегі өтетін жарықтың барлық полярлық құралдардағы интенсивтілігін есептейтін Малюс заңын береді.

Шағылған және сынған сәулелер әрқашан жарым-жартылай полярланатыны тәжірибе жүзінде дәлелденген. Полярланудың дәрежесі сәулелердің түсу бұрышы мен шағылдыратын ортаның сыну көрсеткіштігіне тәуелді. Осы құбылысты зерттеп, Брюстер түсу бұрышының белгілі бір мәнінде шағылған сәуле толық полярланатын тапты. Бұл жағдайда электр өрісінің кернеулігінің  векторының диэлектрикке параллель құраушысы (түсу жазықтығына перпендикуляр) ғана шағылады. Сынған сәуле жарым-жартылай полярланған. (15.8.3-сызба)



15.8.3-сызба. Шағылған және сынған сәулелердің полярлануы

Брюстер заңы бойынша, түсу  бұрышы мен шағылдыратын ортаның сыну көрсеткішінің арасында төмендегідей теңдік орындалса, шағылған сәуле толық полярланады:

(15.8.4)

\square анықтама бойынша, \square , онда \square . Бұл \square немесе \square болғанда орындалады. Демек, сәуле диэлектрикке Брюстер бұрышымен түссе, шағылған және сынған сәулелер бір-біріне перпендикуляр болады. Брюстер заңы жарық өткізгіштің (металдың) бетінен шағылғанда орындалмайды.

Кейбір заттар (кристалдар мен ерітінділер) өзінен полярланған жарық өткенде сәуленің полярланған жазықтығын бұрады. Мұндай заттарды оптикалық активті деп атайды. Поляриметрдің көмегімен \square бұрылу бұрышы мына формуламен есептеледі:

$$\square$$

немесе

$$\square \tag{15.8.5}$$

Мұндағы, \square шамасы ерітіндіні бұрудың меншікті тұрақтысы, \square - поляриметрлік түтікшенің ұзындығы, \square оптикалық активті заттың аспасы, \square - ерітіндінің көлемі, C оптикалық активті заттың салмақтық концентрациясы.

\square шамасы оптикалық активті заттың табиғатына, температурасына, жарықтың толқын ұзындығына тәуелді. Кейбір жағдайларда молекулярлық \square айналу анықтаған ыңғайлы:

$$\square \tag{15.8.6}$$

Мұндағы, \square - молярлық масса.

Оптикалық активті заттардың ерітінділері полярланған жазықтықтың айналу бағытына тәуелді оң және сол айналымдарға бөлінеді. Оптикалық активті бір зат екі түрде болуы мүмкін. Мысалы, солға айналатын хлоромецетин ең активті антибиотиктерге жатады. Ал оңға айналатын хлоромецетиннің емдеу қабілеттілігі жоқ. Оңға айналатын никотин солға айналатынмен салыстырғанда улы. Жоғарыда келтірілген формулалар полярлық әдіс арқылы ерітінділердегі оптикалық активті заттардың концентрациясын өлшеуге мүмкіндік беретіндігін көрсетеді. (Мысалы, оң айналатын түрде солға қарай айналатыннан айыру). Автомобильдердің қозғалыстары көп жерлерде, жүргізушілер түнде қарсы қозғалыстағы автомобильдердің жарығынан өзінің алдын жақсы көрмейді. Бұл келеңсіз

жағдайдан құтылу үшін автомобильдің фаралары мен желге қарсы шыныларын поляроид пластинкаларымен жапқан жөн. Олардан өткен сәулелердің векторының тербеліс бағыты горизантпен 45° бұрыш жасап полярлануы қажет. Жүргізуші жолға қарап өзінің автомобилінің фарасының жолдан шағылған жарығын көреді. Қарсы қозғалыстағы автомобильдердің фараларының 90° бұрышқа полярланатын жарығы желге қарсы орнатылған шыныдан өтпейді. Сахариметрлердің көмегімен ерітінділердегі, өсімдіктердің шырынындағы қанттың мөлшері өлшенеді.

Деформацияланатын материалдардың полярлану жазықтығының айналуын бақылау арқылы кернеуліктің үлестірілуі туралы мәліметтер алынады.

Есептер мен мысалдар

1. Жарықтың сәулесі екі ортаның шекара жазықтығына түсіп жарым-жартылай шағылады және сынады. Жарық қандай бұрышпен түскенде шағылған сәуле мен сынған сәуле өзара перпендикуляр болады?

Берілгені:

Табу керек:

Шешуі: жарықтың сыну заңының формуласын пайдаланамыз:

Мұндағы, түсу, сыну бұрыштары, екінші ортанының бірінші

ортамен салыстырғандағы сыну көрсеткіштігі . Шағылу заңы

бойынша;

Немесе

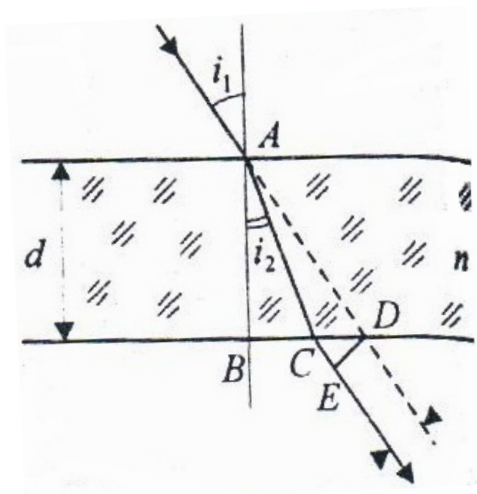
Бұдан

2. Қалыңдығы 5 см жазық параллель шыны пластинкаға 30° бұрышпен жарық сәулесі түседі. Шынының сыну көрсеткішін 1,5 тең деп алып, пластинкадан өткен сәулелің ығысуын анықтаңыздар.(1-сызба)

Берілгені:

Табу керек:

Шешімі: жарықтың сыну заңының анықтамасы бойынша;



1-сызба. Жарықтың параллель пластинкадан өтуі

Немесе . 1-сызбасынан -ті табайық:

орындарына қойсақ, мынаған теңеледі:

3. Сұйықпен шынының шекарасындағы толық шағылудың шектік бұрышы 65° . Шынының сыну көрсеткіші 1,5 тең. Сұйықтың сыну көрсеткішін табыңыздар.

Берілгені:

Табу керек:

Шешімі: толық шағылудың анықтамасы бойынша, толық шағылу бұрышының синусы мына қатынаспен есептеледі

бұдан

:

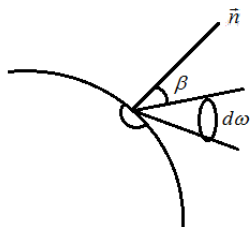
4. Көздің жарқырауы бағытқа тәуелсіз болғанда, оның жарықтылықпен байланысы формуламен өрнектелетіндігін дәлелдеңіздер.

Берілгені:

Дәлелдеу керек:

Шешімі: анықтама бойынша, жарқырау мына формуламен есептеледі:

денелік бұрыштағы жарық ағыны төмендегі өрнекпен анықталады.
(2-сызба)

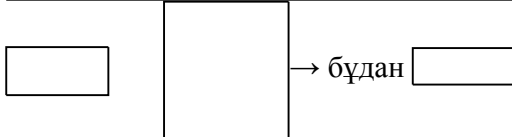


2-сызба. денелік бұрышы арқылы өтетін жарық ағыны

. Мұндағы,

- азимутальдық бұрыш. -ден -ге дейін, -ден дейін

өзгереді:

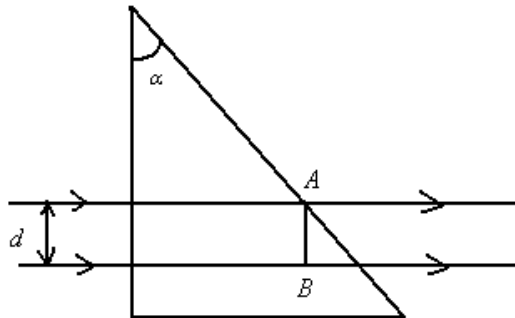


5. Бір-бірінен 5 см қашықтықта орналасқан екі параллель жарық шоғы сындыру бұрышы 25° кварцтан жасалған призмаға түседі. Призмадан шыққан кездегі жарық шоқтарының оптикалық жүрісінің айырымын табыңыздар.

Берілгені:

Табу керек:

Шешімі: призмадан шыққан кездегі жарық шоқтарының жүрісінің айырымы мынаған тең: (3-сызба)



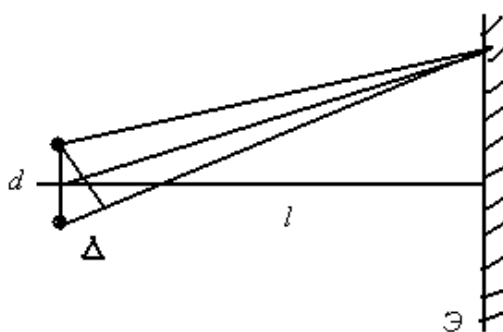
3-сызба. Параллель жарық шоқтарының призмадан өтуі.

6. Юнг тәжірибесіндегі екі саңылаудың арақашықтығы 0,5мм. Егер интерференциялық жолақтардың ені 1,2мм болса,саңылаудан экранға дейінгі қашықтық қандай болғаны?

Берілгені:

Табу керек:

Шешімі: интерференцияның максимум шарты бойынша, толқындардың жол айырымы немесе №4 сызбадан



4-сызба. Екі саңылаудан экранда пайда болатын жарықтың интерференциясы

7. 3000 штрихтары бар, ұзындығы 15 мм дифракциялық торға толқын ұзындығы 550 нм монохроматты жарық түседі. Дифракциялық тордың спектріндегі максимумдар санын және соңғы максимумға сәйкес келетін бұрышты анықтаңыздар.

Берілгені:

Табу керек:

Шешімі: интенсивтіліктің максимум шартын жазамыз.

тордың тұрақтысы немесе периоды:

немесе

бұдан немесе

8. Атомдық жазықтықтарының арасы 0,3 км кристалдың жағына монохроматты рентген сәулесінің жіңішке шоғы түседі. Егер жағының

жазықтығында 30° бұрышта бірінші ретті дифракциялық максимум байқалса, толқын ұзындығы қандай болғаны?

Берілгені:

Табу керек:

Шешімі: Вульф-Брэг формуласын пайдаланамыз:

Бұдан

9. Көлдiң бетiнен шағылған сәулелер максимал полярлануы үшін Күн горизантпен қандай бұрыш жасауы керек?

Берілгені:

Табу керек:

Шешімі: шағылған сәуле толық полярлануы үшін мына шарт орындалуы қажет:

10. Қант ерітіндісі бар ұзындығы 20 см түтікшеден жарық өткенде оның полярлану жазықтығы 10° бұрылады. Қант ерітіндісінің массалық концентрациясын анықтаңыздар. Қанттың меншікті айналуы

Берілгені:

Табу керек:

Шешімі: қанттың массалық концентрациясын анықтау үшін полярлану жазықтығының бұрылу формуласын жазамыз:

Бұдан

Жаттыгулар:

1. Жарық сәулесі шыныдан вакуумге өтеді. Шекті бұрыш 42° болса, шыныдағы жарық жылдамдығы қандай?

Жауабы:

2. Адам көзілдіріксіз 12,5 см қашықтықта орналасқан кітапты оқи алса, оған оптикалық күші қандай көзілдірік қажет?

Жауабы: -4дптр

3. Толық жарық ағыны 1 лм нүктелік көздің жарық күшін табыңыздар.

Жауабы: $0,08\text{кд}$

4. Радиусы 1 м дөңгелек столдың шеттерінде жарықтандыру максимал болу үшін, шамды оның центрінен қандай биіктікте орналастыру қажет?

Жауабы: $1,707\text{м}$

5. Монохроматты жарықтың интерференция жасайтын екі толқынының жүрісінің айырымы $0,3\lambda$, фазалар айырымын табыңыздар.

Жауабы:

6. Юнг тәжірибесінде екі саңылаудың арасы 1 мм, саңылаулардан экранға дейінгі қашықтық 3 м. Экрандағы интерференциялық жолақтардың ені 1,5 мм болса, монохроматты жарық көзінен шығатын толқын ұзындығы қандай?

Жауабы: 500мм

7. Шағылған жарықтан алынған Ньютонның екінші және бірінші қараңғы сақиналарының арақашықтығы 1 мм. Оныншы және тоғызыншы сақиналардың арақашықтығын табыңыздар.

Жауабы: $0,39\text{мм}$

8. Монохроматты жарықты бақылағанда бесінші ретті максимум 18° ауытқыса, дифракциялық тордың әрбір миллиметрінде қанша штрих бар?

Жауабы: 103

9. Периоды 10 мм дифракциялық торға толқын ұзындығы 600 нм монохроматты жарық 30° бұрышпен түседі. Екінші бас максимумға сәйкес келетін дифракция бұрышын табыңыздар.

Жауабы: $38,3^{\circ}$

10. Жазық толқын фронтындағы Френельдің төртінші зонасының радиусы 3мм. Френельдің алтыншы зонасының радиусын табыңыздар.

Жауабы: 3,69мм

11. Жарық шоғы ауадан сұйық бетіне 54° бұрышпен түседі. Егер шағылған шоғыр толығынан полярланса, сыну бұрышы қандай болғаны?

Жауабы: 36°

12. Жарық ауадан тұз кристалына түскенде Брюстер бұрышы 57° тең. Кристалдағы жарық жылдамдығын анықтаңыздар.

Жауабы:

13. Поляризатормен анализатордың өткізу жазықтықтарының арасындағы бұрыш 45° . Бұрышты 60° арттырсақ, анализатордан шығатын жарықтың интенсивтілігі неше есеге кемиді?

Жауабы: 2

14. Ұзындығы 8 см шыны түтікшенің ішіндегі никотин,натридің сары түсті полярлану жазықтығын 137° бұрады. Никотиннің тығыздығы $1,01 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$. Никотиннің меншікті бұрылуын табыңыздар.

Жауабы:

15. Ұзындығы 15см түтікшенің ішіндегі қант ерітіндісінің өткенде натридің сары түсті жарығының полярлану жазықтығы 40° бұрышқа

бұрылады. Қанттың меншікті айналуы

. Ерітіндінің

тығыздығын табыңыздар.

Жауабы:

Тест сұрақтары

1. Ортаның абсолют сыну көрсеткішін екі есе арттырсақ, ондағы жарық жылдамдығы вакуумдағымен салыстырғанда неше есеге кемиді?

А. 2

Ә. 4

Б.

- В.
- Г.

2. Екі ортаның шекарасындағы түсу бұрышы сыну бұрышынан төмендегі қандай шарт орындалғанда артық болады? (және орталардың сыну көрсеткіштері)

- А.
- Ә.
- Б.
- В.
- Г.

3. Жарық сәулесі қандай бұрышпен түскенде шағылу бұрышы мен сыну бұрышы өзара перпендикуляр болады?

- А.
- Ә.
- Б.
- В.
- Г.

4. Ортадан вакуумға шыққан жарық сәулесінің шекті бұрышы i_u тең. Ортадағы жарық жылдамдығы неге тең?

- А. $c \cdot \cos i_u$
- Ә. $c \cdot \operatorname{tg} i_u$
- Б.
- В.
- Г.

5. Объективтің фокус аралығын екі есе арттырса, телескоптың бұрыштық ұлғайтуы қанша есеге артады?

А. 2

Ә. 4

Б.

В.

Г.

6. Окулярдың фокус аралығын 4 есе арттырса, телескоптың бұрыштық ұлғайтуы қанша есеге кемиді?

А. 2

Ә.

Б. 4

В. 8

Г.

7. Окулярдың фокус аралығын 3 есе арттырса, телескоптың бұрыштық ұлғайтуы қанша есеге кемиді?

А.

Ә.

Б. 3

В. 9

Г.

8. Объективінің фокусын 5 есе арттырса, микроскоптың бұрыштық ұлғайтуы неше есеге кемиді?

А.

Ә. 5

Б. 25

В.

Г. 10

9. Лупаның фокус аралығын екі есе арттырсақ, бұрыштық ұлғайтуы неше есеге кемиді?

А.

Ә.

Б. 4

В.

Г. 2

10. Лупаның фокус аралығын екі есе кемітсек, бұрыштық ұлғайтуы неше есеге артады?

А. 2

Ә.

Б. 4

В.

Г.

11. Нүктелік жарық көзінің жарық күшін 3 есе арттырсақ, жарықталыну неше есеге ұлғаяды?

А.

Ә. 3

Б. 9

В.

Г.

12. Жарық көзінен бетке дейінгі қашықтықты 2 есе арттырса, жарықталу қанша есеге кемиді?

А. 4

Ә. 2

Б.

В.

Г. 8

13. Органың сыну көрсеткіштігін 4 есе кемітсе, жарық толқының оптикалық жолының ұзындығы неше есеге азаяды?

А. 2

Ә.

Б.

В. 4

Г.

14. Толқындардың оптикалық жолының айырымын 3 есе арттырса, тербелістің фазаларының айырымы қанша есеге ұлғаяды?

А. 3

Ә.

Б. 6

В.

Г.

15. Жарықтың интерференция құбылысындағы интенсивтіліктің максимум шартын көрсетіңіздер.

А.

Ә.

Б.

В.

Г.

16. Объективтің фокус аралығын екі есе кемітсе, телескоптың бұрыштық ұлғайтуы неше есе кемиді?

А. 2

Ә.

Б. 4

В.

Г. 8

17. Юнг тәжірибесіндегі саңылаулардан экранға дейінгі ара қашықтықты 2 есе арттырсақ, толқындардың оптикалық жолының айырым қанша есеге кемиді?

А. 2

Ә. 4

Б.

В.

Г. 8

18. Юнг тәжірибесіндегі саңылаулардың арақашықтықты 4 есе арттырса, толқындардың оптикалық жолының айырым қанша есеге ұлғаяды?

А. 2

Ә.

Б.

В. 4

Г.

19. Жарықтың интенсивтілігінің максимум шартын көрсетіңіздер.

А.

Ә.

Б.

В.

Г.

20. Жарықтың интенсивтілігінің минимум шартын көрсетіңіздер.

А.

Ә.

Б.

В.

Г.

21. Сфералық толқынның ұзындығын 4 есе арттырса, Френельдің -шы зонасының радиусы неше есеге ұлғаяды?

А. 4

Ә. 2

Б.

В.

Г. 8

22. Жарық толқынның ұзындығын 9 есе арттырса, Френельдің -шы зонасының радиусы неше есеге ұлғаяды?

А. 9

Ә. 3

Б.

В.

Г.

23. Атомдық жазықтықтардың арақашықтығының формуласын көрсетіңіздер.

А.

Ә.

Б.

В.

Г.

24. Анализаторға түсетін жарық толқының тербелісінің бағыты мен оның жарықты өткізетін жазықтығының арасындағы бұрыш тең болса, анализатордан шығатын жарықтың интенсивтілігі неше есеге кемиді?

А. 2

Ә. 3

Б. 4

- В.
- Г.

25. Түсу бұрышы қандай болғанда, шағылған жарық толқыны толығынан полярланады?

- А.
- Ә.
- Б.
- В.
- Г.

XVI тарау. Заттағы электромагниттік толқындар

§ 16.1 Заттағы жарықтың таралуы.

Жарықтың дисперсиясы және жұтылуы

Максвелл электромагниттік толқындардың таралу жылдамдығы жарықтың жылдамдығына сәйкес келгендіктен, жарықты еркін электромагниттік өріс деп қарастырды. Зарядтармен және тоқтармен байланыспаған заттар жоқ кезде де пайда бола алатын өрісті еркін электромагниттік өріс деп атайды. Еркін электромагниттік өріс уақыт бойынша тұрақты болып қала алмайды. Электр өрісі пайда болуы үшін магнит, ал магнит өрісі туындау үшін электр өрістерінің өзгерулері қажет. Максвелл теориясынан электр және магнит өрістерінің кернеуліктерінің өзара перпендикулярлығы шығады. Электромагниттік толқынның бар екендігін Максвелл теориясы пайда болғанынан кейін 20 жыл өткен соң Герц тәжірибе жүзінде дәлелдеді.

Максвелл диэлектрик өтімділігі ϵ , магнит өтімділігі μ ортадағы электромагниттік толқынның жылдамдығын мына формуламен анықтауға болатынын көрсетті.

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} \quad (16.1.1)$$

Демек, ортаның вакууммен шекарасында электромагниттік сәуле сынады. Электромагниттік толқын тарайтын ортаның абсолют сыну көрсеткіші мынаған тең:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon \cdot \mu} \quad (16.1.2)$$

Максвелл осы формуласының көмегімен бірнеше диэлектриктердің сыну көрсеткіштерін есептеп, алынған нәтижелердің тәжірибедегімен сәйкес келетіндігін көрсетті.

Заттың сыну көрсеткішінің жарықтың толқын ұзындығына λ (жиілігіне ν) немесе жарық толқынының фазалық жылдамдығының жиілікке тәуелділігін жарықтың дисперсиясы деп атайды:

$$n = f(\lambda) \quad (16.1.3)$$

Сыну көрсеткіші толқын ұзындығына тәуелді құбылыстардың барлығы дисперсия деп аталады. Дисперсияның салдарынан ақ жарық спектрге жіктеледі. Жарықтың мөлдір ортадағы таралу механизмін қарастырайық.

Электрлік толқынның әсерінен ортаның электрондары одан өтетін толқынның жиілігіне тең жиілікпен еріксіз тербеліс жасай бастайды. Тербелістегі электрондар жиілігі тербелістің жиілігіндей екінші қайтара толқындарды сәулелендіреді. Электрондардың тербелістерінің кеңеюінің салдарынан бірінші және екінші толқындардың арасында фазалар айырымы туындайды. Бірінші және екінші толқындардың қосындысынан пайда болатын қорытқы толқынның фазасы біріншісімен салыстырғанда ығысқан, яғни олардың таралу жылдамдықтары тең емес. Бірінші және қорытқы толқындардың арасындағы фазаның ығысуы электромагниттік өрістің тербеліс жиілігіне тәуелді. Яғни, толқын ұзындықтары бірдей емес толқындардың таралу жылдамдықтары әртүрлі болады.

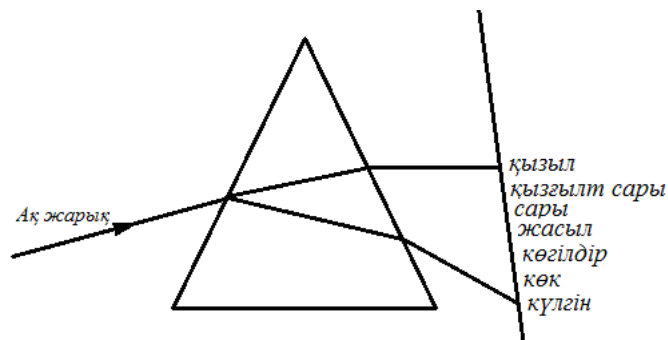
Абсолют сыну көрсеткіштік $n = \frac{c}{v}$ болғандықтан, олардың шамалары әртүрлі мәндерді иеленеді. Тербелістер теориясынан $f(\lambda)$ функциясының түрі немесе дисперсиялық формула шығады:

$$n^2 \approx 1 + \frac{k\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} \quad (16.1.4)$$

Мұндағы, λ бірінші толқынның λ_1 – заттағы электрондардың меншікті тербеліс жиілігіне сәйкес келетін толқынның ұзындықтары, k берілген зат үшін тұрақты шама. Егер диэлектрикте әртүрлі меншікті жиіліктерге $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, толқын ұзындықтары сәйкес келсе, (16.1.4) формуласы төмендегідей түрленеді:

$$n^2 \approx 1 + \frac{k_1\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{k_2\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \dots \quad (16.1.5)$$

Келтірілген формуладан $\lambda > \lambda_1$, $\lambda_1 > \lambda_2 \dots$ жағдайларда үлкен толқын ұзындықтарына кіші, ал қысқа толқын ұзындықтарына үлкен сыну көрсеткіштер сәйкес келетіндігін көруге болады. Сондықтан қызыл түс күлгін түспен салыстырғанда кіші бұрышқа ауытқиды. Толқын ұзындығы кемігенде сыну көрсеткіштік монотонды артса, әдеттегі қарапайым дисперсия байқалады. Егер шыны призмадан саңылауды жарықтандыру арқылы алынған ақ жарықтан өткізсек, экранда спектр туындайды. (16.1.1-сызба)



16.1.1-сызба. Ақ жарықтың спектрі

Толқын ұзындығы ең үлкен, сыну көрсеткіші ең кіші болғандықтан, қызыл сәуле басқалармен салыстырғанда аз ауытқиды. Толқын ұзындығы ең кіші, сыну көрсеткіші ең үлкен күлгін сәуле басқалармен салыстырғанда көп ауытқиды. Қалған түстер қызыл мен күлгін түстердің арасында орналасады. Егер монохроматты құраушыларды басқа призманың көмегімен жинақтасақ, қайтадан ақ жарық алынады. Заттың дисперсиясы толқын ұзындығы бойынша сыну көрсеткіштің өзгеру жылдамдығын көрсетеді:

$$D = \frac{dn}{d\lambda} \quad (16.1.6)$$

Түсетін жарықтың толқын ұзындығын кемітіп, заттағы электрондардың тербеліс жиілігіне сәйкес жақын немесе тең толқын ұзындықтарын алуға болады. Осы аймақта сыну көрсеткіштік секіріп өзгереді. Алғашқыда ол артып, содан соң жылдам кемиді. Толқын ұзындығының осы аймағын аномальді дисперсия аймағы деп атайды. Әртүрлі оптикалық жүйелерде дисперсия құрылысы пайдалы және тиімсіз рөлдер атқарады.

Фотоаппаттардың, микроскоптардың, телескоптардың линзаларында жарықтың дисперсиясы хроматикалық аберация туғызып, кескіннің көрінуін нашарлатады. Дисперсия спектральды талдаудың негізін құрайды. Алу әдістері бойынша, спектрлер интерференциялық, дифракциялық және призматикалық түрлерге бөлінеді. Интерференциялық, дифракциялық спектрлерді алу және пайдалану жолдары жоғарыда көрсетілді. Спектрлердің үш түрі бар: тұтас, жолақ және сызықша спектрлер. Қыздырылған қатты денелер мен сұйықтар және газдар үлкен қысымда бір түс біртіндеп екінші түске өтетін тұтас спектрді береді. Қыздырылған газдар мен булардағы спектрлер молекулалардың электрондық, тербелмелі және айналмалы қозғалысының энергияларының өзгеруінен туындайды.

Молекулалардың спектрлері оның құрамындағы атомдардың спектрлеріне мүлдем ұқсамайды. Сиретілген күйдегі қыздырылған газдардың атомдары жіктелгенде қара бөліктермен бөлінген жеке түсті сызықтардан тұратын спектрі алынатын жарықты береді. Мұндай спектрді сызықша

спектр деп атайды. Олар әртүрлі элементтердің атомдарының ішіндегі электрондық өтулердің салдарынан туындайды. Әрбір элементке өзінің жеке спектрі сәйкес келеді. Келтірілген спектрлердің үш түрі шығару спектрлеріне жатады. Ақ жарықты зерттелетін заттың буынан өткізіп спектрметрге бағыттасақ, жұтылу спектрін аламыз.

Бұл жағдайда тұтас спектрдің фонында белгілі бір ретпен орналасқан кара сызықтар көрінеді.

Күннің спектріндегі кара сызықтар белгілі бір толқын ұзындығындағы сәулелерді Жерден атмосфераның және Күннің айналысына шоғырланған газдардың жұту нәтижелерінен туындайды. Сызықша спектр алу үшін зерттелетін затты жарық шығаратын газға айналдыру қажет. Шығару және жұтылу спектрлерін пайдаланып заттардың құрамдары анықталады. Спектральдық анализдің ғылымда атқаратын ролі өте үлкен. Оның көмегімен Күн мен жұлдыздардың құрамы зерттеліп, Менделеев кестесіндегі 25 элемент ашылды.

Қазіргі таңда спектральдық анализ геологияда, металлургияда, химияда және ғылым мен техниканың басқа салаларында кеңінен қолданылады.

Жарық толқыны электромагниттік өрістің энергиясының ағынын тасымалдайды. Жарық шоғыры заттан өткенде оның энергиясы заттың ішкі энергиясының әртүрлі түрлеріне айналуына байланысты жоғалады. Жарықтың жұтылуы заттарды қыздырады, ионизациялайды немесе атомдар мен молекулаларды қоздырады. Заттың жұқа қабатындағы еркін электрондар электромагниттік толқынның барлық энергиясын жұтады. Сондықтан, электромагниттік толқындарды металдардың жұқа қабаты ғана өзгереді.

Ортадан өтетін Φ жарық ағыны x , $x + dx$ аралығында мынадай шамаға кемиді:

$$-d\Phi = \Phi K dx \quad (16.1.7)$$

Мұндағы, K жарықтың толқын ұзындығына, заттың табиғаты мен күйіне тәуелді жұтылу коэффициенті.

Теріс таңба жарықтың жұтылатындығын көрсетеді. (16.1.7) өрнегін интегралдап, жарық ағынын табамыз:

$$\Phi = \Phi_0 e^{-Kx} \quad (16.1.8)$$

Мұндағы, Φ қалыңдығы x заттан өткен жарық ағыны, Φ_0 затқа түскен

жарық ағыны. $x = \frac{l}{K}$ болғанда жарықтың Φ ағыны Φ_0 мен

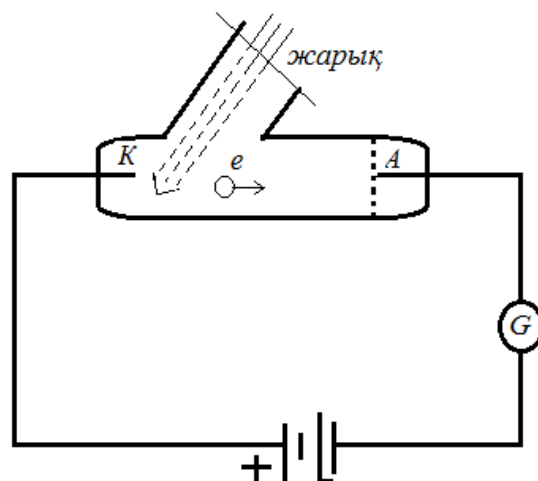
салыстырғанда e есе кемиді. (16.1.8) формуласы Бугер – Ламберт заңы деп аталады. Жұтылу құбылысы газдардың қоспаларын абсорбциялық анализдерде кеңінен пайдаланылады. Жұтылу спектрінің құрылымы

молекулалардың құрамы мен құрылысы арқылы анықталатындықтан, ол заттарды сапалы зерттеудің негізгі әдістерінің бірі болып табылады.

§ 16.2 Фотоэлектрлік эффект және оның заңдары. Эйнштейннің теңдеуі. Жарықтың кванттық қасиеттері. Фотоэлементтер

Жарықтың кванттық теориясының қалыптасуына ықпалын тигізген фотоэффект құбылысын қарастырайық. Электромагниттік сәулеленудің әсерінен заттардан электрондардың бөлініп шығуын сыртқы фотоэффект құбылысы деп атайды.

Фотоэлементтермен фотокөбейткіштерде кеңінен қолданатын сыртқы фотоэффектіні қарастырайық. Фотоэффект құбылысының негізгі заңдарына орыс физигі А. Г. Столетов тұжырымдама берді. А. Г. Столетов тәжірибе жасаған қондырғының схемасы 16.2.1-сызбада көрсетілген.



16.2.1-сызба. Фотоэффект құбылысын зерттейтін қондырғының схемасы

Қондырғы торлы А анодтан және К катодтан, В батареядан, G гальванометрден және жарық көзінен тұрады.

Жарық анодтан еркін өтіп катодтың ішкі жағын жарықтандырады. Доғалық шамды қосқан сайын тізбекте фототок пайда болады. Жарықтың әсерінен катодтан бөлінген фотоэлектрондар торлы анодқа тартылып гальванометр токты көрсетеді. А.Г. Столетов жарықтың әсерінен заттар теріс зарядтарын жоғалтатынын тәжірибе жүзінде дәлелдеді. Өйткені тізбектегі фототок катод жарықталғанда ғана туындайды. Фототоктың күші жарық ағынына, катодтың материалына және электродтардағы кернеуге

тәуелді. Егер катодтан ұшып шыққан электрондардың барлығы анодқа жетсе, тізбекте қанығу тоғы орнығады. Кернеуді нөлге дейін кемітсек, фототок азаяды. Себебі анодқа катодтан ұшып шыққан электрондардың қандайда бір бөлігі ғана жетеді. Кернеу нөлге теңелгенде тізбектегі фототок жойылмайды. Өйткені белгілі бір жылдамдықпен катодтан ұшып шыққан электрондар анодқа жетеді. Электрондарға электрондардың қозғалысын тежейтін өріс түсірсек (электрод пластинкаларының таңбаларын ауыстыру), фототок нөлге теңеледі. Энергиясының сақталу заңы бойынша, төмендегі теңдік орындалады:

$$\frac{mv^2}{2} = eU_0 \quad (16.2.1)$$

Мұндағы, m , e , v электронның массасы, заряды, жылдамдығы, U_0 тежейтін потенциалдар айырымы. А. Г. Столетовтың зерттеулері фотоэффект құбылысының төменде келтірілген негізгі үш заңын анықтады:

Қанығу фототоғының күші түсетін жарық ағынына тура пропорционал:

$$I_{\phi} = k \Phi \quad (16.2.3)$$

Мұндағы, k берілген беттің жарық сезгіштігін сипаттайтын пропорционалдық коэффициенті.

Бұл заң өлшенетін қанығу тоғы электрондардың тасымалдауынан туындайтын болғандықтан, вакуумдік фотоэлементтерде іске асырылады. Газбен толтырылған фотоэлементтерде электрондық эмиссия тоғына ионизация тоғы қосылатындықтан пропорционалдық заңмен ауытқиды.

Фотоэлектрондардың максимал кинетикалық энергиясы түсетін жарықтың интенсивтілігіне тәуелсіз жиілігіне байланысты пропорционал артады.

Тәжірибеден алынған бұл нәтижені А. Эйнштейн 1905 жылы теориялық тұрғыдан негіздеп, электронның алатын энергиясымен монохроматты сәулеленудің арасындағы мөлшерлік байланысты тапты.

Кванттық теория бойынша жарық кванттарымен сәулеленеді және жұтылады. Кванттың энергиясы Планктың h тұрақтысын сәулеленудің ν жиілігіне көбейткенге тең:

$$\varepsilon = h \nu$$

Демек, жарықтың таралуын үздіксіз толқындық үрдіс деп қарастырып қана қоймай, вакуумде жарық жылдамдығымен таралатын кеңістіктегі дискретті жарық кванттарының локальденген ағыны екендігі ескерілуі қажет. Электромагниттік сәулеленудің бұл кванттары фотондар деп аталады. Эйнштейннің теориясы бойынша әрбір квант бір электронмен

жұтылады. Сондықтан бөлініп шыққан фотоэлектрондардың саны жұтылған фотондардың санына немесе интенсивтілігіне пропорционал. Жарықтың энергиясы металдың электрондарына квантпен берілсе, (бір кванттың энергиясы бір электронға беріледі) энергияның сақталу заңы төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$h \nu = A + \frac{mv^2}{2} \quad (16.2.4)$$

Түсетін фотонның энергиясы электрондардың металдан шығу үшін істейтін A шығу жұмысына және ұшып шыққан фотоэлектронның $\frac{mv^2}{2}$ кинетикалық энергиясына жұмсалады. Металлдардың ішінде электрондар еркін қозғала алады. Ал беттің маңында электрондарға бетте орналасқан оң иондар тарапынан әсер ететін тартылыс күші оларды бетке жақын аумақта ұстап, сыртқа шығып кетуіне кедергі жасайды.

Электрондар мен оң зарядталған иондар бетте қалыңдығы 10^{-8} см қос электрик қабыршақты туғызады. Өткізгіштің бетінде бірдей емес өткізгіштер үшін әртүрлі потенциалдар айырымы пайда болады. Осы қос қабыршақтан өту үшін электрон шамасы мына өрнекпен анықталатын шығу жұмысын істеуі керек:

$$A = e\Delta U \quad (16.2.5)$$

Мұндағы, e – электронның заряды, ΔU қос қабыршық туғызатын потенциалдың секірісі. Яғни, қос қабаттың пайда болуының нәтижесінде электрондардың металл бетінен ұшып шығуына кедергі жасайтын энергетикалық тосқауыл пайда болады. Электрондарды металдың бетінен жұлып шығару үшін оларға шығу жұмысына тең қандайда бір энергияның порциясын беру керек. Металға жылу беру арқылы электрондардың энергиясын арттырсақ, термоэлектрондық эмиссия құбылысы байқалады. Өткізгішке электр өрісімен әсер ету арқылы электрондардың суық эмиссиясы алынады.

Металдардағы электрондарға сәуле ағынының энергиясын беріп, фотоэлектрондық эмиссия құбылысын байқай аламыз. Егер фотонның энергиясы шығу жұмысынан кем болса,

$$h\nu < A \quad (16.2.6)$$

фотоэффект құбылысы байқалмайды.

Фотонның энергиясы шығу жұмысына тең болғанда фотоэффект басталады:

$$h\nu_0 = A \quad \text{немесе} \quad h \frac{c}{\lambda_0} = A \quad (16.2.7)$$

Мұндағы, $\nu_0(\lambda_0)$ электрон металды $\nu \rightarrow 0$ жылдамдықпен тастап кететін жиілігі (толқын ұзындығы).

Фотоэффект құбылысы басталатын жиілік немесе толқын ұзындығы фотоэффектінің қызыл шекарасы деп аталады.

Әрбір заттың фотоэффектісінің «қызыл шекарасы» бар. Яғни жарықтың кез келген интенсивтілігі минимальді ν_0 жиілікте фотоэффект құбылысын туғызбайды.

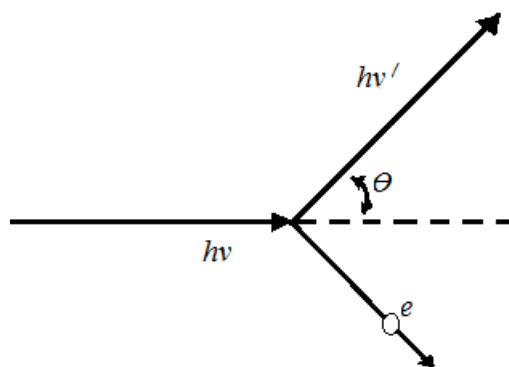
Әртүрлі металдардың қызыл шекаралары бірдей емес және шығу жұмысының шамасына тәуелді. Фотоэффект құбылысы тек металды ғана емес, сонымен қатар шала өткізгіштерді, изоляторларды, газдарды сәулеге түсіргенде орын алады. Фотоэлектрлік эффект құбылысы қазіргі таңда ғылым мен техниканың әртүрлі салаларында кеңінен қолданылатын фотоэлементтердің негізін құрайды. Фотоэлементтер вакуумнан немесе газбен толтырылған шыны ыдыстың ішінде орналасқан анод пен катодтан тұрады. Анод жарық ағынын тежемес үшін тордан жасалынады. Фотокатодтың сезгіш қабаты шыны колбаның бетінің ішкі жағына жалатылады. Өлшеуіш техникаларда фотокатодтары сілтілі металдардың қабаттарынан тұратын фотоэлементтер қолданылады.

Цезий ұзын толқынды, кадмий, калий және натрий қысқа толқынды облыстарда пайдаланылады. Жаңа фотоэлементтердің фотокатодтары сутегімен активтелген біратомды металдардың қабатымен жалатылады. Фототоктың шамасын күшейту мақсатында фотоэлектрондық көбейткіштер қолданылады. Фотоэлектрондық көбейткіш құралдарының жұмыс істеу принципі фотоэффект және екінші қайтара электрондық эмиссия құбылысына негізделген. Фотоэлектрондық көбейткіш құралдары атмосфералық оптикада, спектральдық талдауда, физико-химиялық зерттеулерде, дыбысты кинода және ядролық сәулеленуді тіркеуде қолданылады. Кремнилік фотоэлементтер күн батареяларында пайдаланылады. Жалпы фотоэффект құбылыстары өндіріс орындарындағы әртүрлі үрдістерді басқаруда және автоматтандыруда, әскери техникаларда кеңінен қолданылуда.

§ 16.3 Комптон эффектісі. Жарықтың қысымы. Люминесценция

Фотоэлектрлік үрдістерде фотон барлық энергиясын электронға береді. Энергиясы көп фотондар электрондармен соқтығысқанда траекториясы мен

жиілігі өзгеріп, оған өзінің энергиясының белгілі бір бөлігін жұмсайды. Жеке фотон электронмен серпімді соқтығысуының нәтижесінде оған импульсінің бір бөлігін беретін жағдайдағы электромагниттік сәулеленудің еркін немесе әлсіз байланысқан электрондарға шашырауын Комптон эффектісі деп атайды. Комптон эффектісінің физикадағы мәні өте үлкен. Өйткені бұл құбылыс фотондардың толқындық табиғатына қарамастан, бір-бірімен әсерлесу қабілеті бар серпімді шарлардың соқтығысуларын еске түсіреді. Бұл құбылыстың схемасы 16.3.1-сызбасында келтірілген.



16.3.1-сызба. Комптон эффектісінің схемасы

Түсетін фотонның энергиясы $\varepsilon = hv$. Соқтығысудың салдарынан ол өзінің энергиясының қандайда бір бөлігін электронға беріп, энергиясы $\varepsilon' = hv'$ бағыты фотонның бастапқы бағытымен θ бұрыш жасайтын басқа фотонға түрленеді. Энергияның сақталу заңы бойынша, фотонның бастапқы hv энергиясы мен тыныштықтағы электронның $E = m_0c^2$ энергиясының қосындысы шашыраған hv' фотонның және соқтығысқаннан кейінгі электронның толық энергияларының ($mc^2 > m_0c^2$) қосындысына тең:

$$hv + m_0c^2 = hv' + mc^2 \quad (16.3.1)$$

Соқтығысу үрдісінде қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы орындалады:

$$\vec{p} + \vec{p}_e = \vec{p}' + \vec{p}'_e \quad (16.3.2)$$

Мұндағы, \vec{p} , \vec{p}_e фотон мен электронның бастапқы қозғалыс мөлшерлері \vec{p}' , \vec{p}'_e шашырағаннан кейінгі фотон мен электронның қозғалыс мөлшерлері. Электронның бастапқы жылдамдығын нөлге тең деп

есептесек, $p_3 = 0$ фотонның қозғалыс мөлшері мына қатынаспен анықталады:

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

Осы қатынасты (16.3.2) теңдігіне қойып, төмендегі өрнекті аламыз:

$$\frac{h\bar{\nu}}{c} = \frac{h\bar{\nu}'}{c} + m\vec{v} \quad (16.3.3)$$

Мұндағы, h – Планк тұрақтысы, ν , ν' түсетін және шашыраған фотондардың жиіліктері, c – вакуумдегі жарық жылдамдығы, \vec{v} электронның фотонмен соқтығысқаннан кейінгі жылдамдығы,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{қозғалыстағы электронның массасы.}$$

(16.3.1) және (16.3.3) теңдеулерінің көмегімен кері тебу электронының қозғалыс бағытын және шашыраған фотонның толқын ұзындығы дәл есептеледі. Кері тебу электронына түсетін фотонның энергиясы беріледі. Шашыраған фотонның толқын ұзындығы түсетін сәулеленудің толқын ұзындығынан артық болуы керек. Толқын ұзындығының өзгерісі мына формуламен анықталады:

$$\Delta\lambda = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu'} = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) \quad \text{немесе}$$

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (16.3.4)$$

$$\Delta\lambda_k = \frac{h}{m_0c} \quad \text{шамасы электрон үшін } 2,425 \cdot 10^{-10} \text{ см, } \Delta\lambda_k$$

Комптондық толқын ұзындығы келтірілген формулалардан Комптон эффектісі толқын ұзындығының өзгерісі фотонның шашырау θ бұрышына тәуелді. Толқын ұзындығының максимал ұлғаюы $\theta = 180^\circ$ болғанда (кері шашырауда), минималдысы кіші бұрыштарда байқалады.

Фотондардың бастапқы бағыттағы қозғалысында $\theta = 0^0$ шашырау эффектісі болмайды.

Эйнштейннің теориясы бойынша, фотондар дискретті порциялармен (кванттармен) шығарылады, жұтылады және таралады. Фотонның энергиясы төменде келтірілген теңдіктермен өрнектеледі:

$\varepsilon_0 = h\nu, \varepsilon = m_\phi c^2$ бұдан фотонның массасын табамыз:

$$m_\phi = \frac{h\nu}{c^2} \quad (16.3.5)$$

Фотон – тыныштық массасы нөлге тең жарық жылдамдығымен қозғалатын элементар бөлшек. Фотонның қозғалыс мөлшері ($m_\phi = 0$) мына формуламен анықталады:

$$P_\phi = \frac{\varepsilon_0}{c} = \frac{h\nu}{c} \quad (16.3.5)$$

Келтірілген формулалардан фотон энергиясымен, массасымен және қозғалыс мөлшерімен сипатталатын бөлшек екендігін көреміз. Егер фотонның қозғалыс мөлшері болса, жарық түсетін дененің бетінде қысым туғызуы тиісті. Кванттық теорияның көзқарасымен жарықтың бетке түсіретін қысымы әрбір фотон бетпен соқтығысқанда оған өзінің қозғалыс мөлшерін беретіндігінен туындайды. Егер бірлік уақытта, бірлік бетке саны N фотондар түссе, беттен ρN фотондар шағылады, $(1 - \rho)N$ фотондар жұтылады. (ρ – шағылу коэффициенті). Әрбір жұтылған фотон бетке

$P_\phi = \frac{h\nu}{c}$ қозғалыс мөлшерін, ал шағылған фотон $2P_\phi = \frac{2h\nu}{c}$ қозғалыс мөлшерін береді. Жарықтың бетке түсіретін қысымы 1 секундта N фотондардың бетке беретін импульсіне тең:

$$p = \frac{2h\nu}{c} \rho N + \frac{h\nu}{c} (1 - \rho)N = (1 + \rho) \frac{h\nu}{c} N$$

$E_\phi = N h\nu$ бірлік уақытта, бірлік ауданға түсетін барлық

фотондардың энергиясы, $\frac{E_\phi}{c} = W$ сәулелену энергиясының көлемдік

тығыздығына тең. Сондықтан дененің бетіне нормальмен түсетін жарықтың қысымы мына формуламен өрнектеледі:

$$p = \frac{E_{\phi}}{c}(1 + \rho) = W(1 + \rho) \quad (16.3.6)$$

Кванттық түсініктеме негізінде қорытып шығарылған бұл формула Максвелдің электромагниттік теориясымен алынған нәтижемен сәйкес келеді. 1990 жылы П. Н. Лебедевтің тәжірибе жасау арқылы өлшеген жарықтың қысымы (16.3.6) формуласымен есептелген жарықтың қысымындай болды. Тәжірибе қуатты жарық көздерінен (Күн, электр доғасы) алынатын жарық көздері өте аз екендігін көрсетті. Жарық қысымының сәулеленетін энергиясы өте үлкен болғандықтан, қосмостық үрдістерде атқаратын ролі зор.

Орыс астрономы Ф. А. Бредихин кометалардың құйрықтарының Күнмен салыстырғандағы пішінін және бағдарлануын (ориентация) зерттеп, кометалардағы тозақ болып көрінетін гадың бөлшектеріне Күн сәулелерінің қысымы әсер ететіндіктен, Кометалық құйрықтар пайда болатындығын анықтады. Қазіргі кезде комета құйрықтарының пайда болуы Күннен шығатын протондық желмен байланысты деген гипотеза кеңінен таралуда.

Көрінетін жарықты жоғарғы теператураға дейін қыздырылған денелерден басқа тірі организмдер (балықтар, саңырауқұлақтар, бактериялар) шығарады. Жарқыраудың бұл түрі люминесценция деп аталады. Заттарды электронармен бомбалағанда, рентген, γ сәулелерімен жарықтандырғанда люминесценция құбылысы туындайды. Жарқыраудың пайда болу себептеріне байланысты люминесценция бірнеше түрге бөлінеді: басқа жарық көзінен жұтылатын оптикалық сәулеленуді фотолюминесценция деп аталады; катодолюминесценция электрондық бомбалаудан, хемилюминесценция химиялық реакциядан бөлінетін энергияның әсерінен, кристаллолюминесценция кристалдану үрдістерінде, биолюминесценция тірі организмдердің жарқырауынан, электролюминесценция электр разрядтарынан пайда болады.

Люминесценттік сәулелену люминесценцияның центрін құрайтын атомдар мен молекулалар топтарынан туындайды. Сыртқы әсердің салдарынан люминесценцияның центрін құрайтын атомдар қыздырылған күйге өтеді. Егер қыздырылған күй метастабильді болса, атомның онда болу уақыты 10^{-4} с жетеді.

Техникада кеңінен қолданылатын фотолюминесценцияны қарастырайық. Фотолюминесценция көрінетін жарықтың сыртқы көзінің немесе ультракүлгін сәулеленудің көмегімен қыздырылады. Фотолюминесценцияның спектрлері люминафор затына және сыртқы әсерге байланысты сызықша, жолақ, тұтас болуы мүмкін. (Люминафор деп люминесценцияланатын синтетикалық заттарды айтады).

Люминафордың жұтылу спектрі мен фотолюминесценцияның спектрінің арасындағы байланыс Стокс ережесімен анықталады. Стокс ережесі бойынша, фотолюминесценция толқынының ұзындығы, қыздырған жарық толқынының ұзындығынан артық. Шындығында, Стокс ережесі кез келген жағдайда орындалмайды. Өйткені фотонды қыздыратын люминафордың атомдарының жылулық қосылуының салдарынан, антистокстық сәулелену туындайды. Жарықтың фотолюминесценциясын қыздыратын фотонның $h\nu$ энергиясы жарым-жартылай әртүрлі оптикалық емес үрдістерге W және энергиясы $h\nu_{\text{люм}}$ квантты туғызуға жұмсалады:

$$h\nu = h\nu_{\text{люм}} + W \quad (16.3.7)$$

Мұндағы, W фотолюминесценциядан басқа үрдістерге жұмсалған энергия.

$$W > 0 \text{ болғандықтан, } h\nu_{\text{люм}} < h\nu \text{ яғни}$$

$$\nu_{\text{люм}} < \nu \text{ немесе } \lambda_{\text{люм}} > \lambda$$

Антистокстық сәулелену фотонды қыздыратын энергияға люминафордың атомдарының немесе молекулалардың жылулық энергиясының қосылуымен түсіндіріледі:

$$h\nu_{\text{люм}} = h\nu_{\text{жұт}} + akT \quad (16.3.8)$$

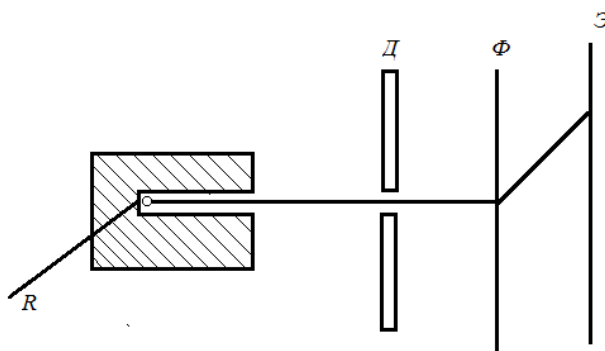
Мұндағы, $h\nu_{\text{люм}}$ антистокстық сәулелену фотонының энергиясы, $h\nu_{\text{жұт}}$ фотонның люминафор жұтатын энергиясы, k - Больцман тұрақтысы, T - люминафордың абсолют температурасы. (16.3.8) формуласынан температура артқан сайын антистокстық сәулелену айқындала түсетіндігін көреміз.

Люминесценциялық анализ заттардың ұқсастығын, олардың қосылыстарындағы концентрацияларын анықтауда, Жерасты байлықтарын іздестіруде кеңінен қолданылады.

§ 16.4 Атомның ядролық моделі және сызықты спектрлері

1991 жылға дейін атомды ішінде өзінің тепе-теңдік күйінің айналасында тербелетін электрондардан тұратын зарядталған, теріс зарядтарының қосындысы оң зарядының қосындысына тең радиусы 10^{-8} см шар ретінде

қарастырып келді. Бірақ Томсон моделі спектрдегі заңдылықтарды түсіндіре алмады. Резерфорд тәжірибе жүзінде α бөлшектің заттарда шашырауын зерттеулерінің нәтижесінде атомның мүлдем басқа моделін ұсынды. Оң зарядтың атомның барлық көлемі бойынша үлестірілгенін немесе белгілі бір аймағында (ядро) шоғырланғандығын анықтаған Резерфорд тәжірибесінің схемасы 16.4.1-сызбасында келтірілген.

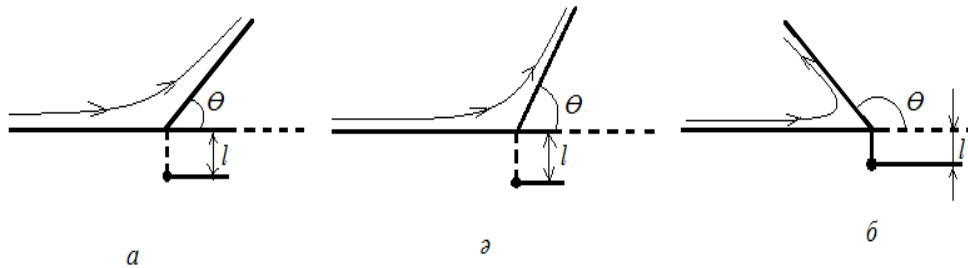


16.4.1-сызба. Резерфорд тәжірибесінің схемасы

Вакуумдык камерада α - бөлшекті шығаратын радиоактивті R зат орналасқан. α -бөлшектің (D) диафрагмасы арқылы жіңішкертілген шоғыры (Ф) фолгадан өтіп, микроскоппен бақыланып флуоресценцияланатын (Э) экранның бетіне түседі.

Жарық шығуының ұзақтығына байланысты фотолюминесценция флуоресценцияға және фосфоресценцияға бөлінеді. Жарықтың шығу ұзақтығы 10^{-6} с кемірек болса флуоресценция, ал 10^{-6} - 10^{-4} с артығырақ болса фосфоресценция деп атайды. Бөлшектің экранға соқтығысуынан пайда болатын жарқ ету микроскоптың көмегімен қадағаланады. α бөлшектің жолында кездескен электрондардың массасы аз болғандықтан, V оның ($m_\alpha = 7300 m_e$, $q_\alpha = 2 e$) қозғалысының траекториясын елеулі өзгерте алмайды. Фольгадан өткен α бөлшектің шашырауының экранда байқалуы массасы кіші көлемде шоғырланған оң зарядталған бөлшектердің әсерінен болуы мүмкін.

16.4.2. а, ә, б-сызбаларында әртүрлі (I) қашықтықтағы оң зарядталған бөлшектерден α -бөлшектің траекторияларының ауытқулары көрсетілген. Есептеулер арқылы α -бөлшектің оң Q зарядтан тебілуінің нәтижесінде гиперболаның бойымен қозғалатындығы дәлелденген. α бөлшегі ауытқитын θ бұрышы оның массасы мен зарядына және жылдамдығына, тебіліс күшіне байланысты анықталады.



16.4.2-сызба. Оң зарядтан әртүрлі l қашықтықтағы α бөлшектің бастапқы траекториясынан ауытқуы

Тәжірибеден алынған нәтижелерді зерттеп, Резерфорд төмендегі шарттарды қанағаттандыратын атомның ядролық планетарлық моделін ұсынды:

а. Атом электрондар айнала қозғалатын радиусы шамамен 10^{-14} м тең ядродан тұрады.

ә. Ядроның оң заряды Ze тең. Мұндағы, Z Менделеев кестесіндегі элементтің реттік нөмірі, e электронның зарядының абсолют мәні.

б. Электрондар ядроны радиусы 10^{-10} м артпайтын орбитамен қозғалады. Бейтарап атомдарда барлық электрондардың теріс зарядтарының қосындысы ядроның оң зарядымен компенсацияланады. Бейтарап атомдағы электрондар саны оның реттік Z нөміріне тең. Атом бір немесе бірнеше электронның жоғалтса оң ионға, ал артық электрондарды қосып алса теріс ионға айналады. Ядроны айналып r радиуспен қозғалатын электрон үшін Ньютонның екінші заңын жазайық:

$$\frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{немесе} \quad mv^2 r = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (16.4.1)$$

Мұндағы, v электронның радиусы r орбитамен қозғалғандағы сызықтық жылдамдығы, e электронның заряды, Ze ядроның заряды. Резерфорд моделінің классикалық физика түсіндіре алмайтын төмендегідей кемшіліктері болды:

а. (16.4.1) формуласын пайдаланып, радиусы $r \approx 10^{-10}$ м орбитамен қозғалатын электронның сызықтық жылдамдығын есептейік ($v \approx 10^6$ м/с). v мен r белгілі болса, мына қатынас арқылы электронның центрге тартқыш үдеуін табамыз:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{10^{12}}{10^{-10}} \frac{м}{с^2} = 10^{22} \frac{м}{с^2}$$

Электронның мұндай үлкен үдеумен қозғалысы классикалық электродинамиканың заңы бойынша, күшті электромагниттік сәулеленумен жүзеге асырылуы керек. Яғни, электронның энергиясы кеміп, ол спираль бойымен ядроға құлауы тиіс. Сондықтан Резерфордтың атомы орнықты емес.

ә. 16.4.1 теңдеуінде екі r және v белгісіз бар. Демек, осы теңдеуді қанағаттандыратын радиустердің және оларға сәйкес келетін жылдамдықтардың өте көп мәндері бар. Яғни, r радиустың, v жылдамдық және E энергияның шамалары үздіксіз өзгереді. Электрон бір орбитадан ядроға жақын екінші орбитаға ауысқанда өзінен порция (кванттар) түрінде энергия шығарады. Сондықтан атомдардың спектрі тұтас болуы керек.

Шындығында, әрбір газға сәулеленудің белгілі бір сызықша спектрі сәйкес келетіндігі белгілі. Сонымен қатар спектральды сызықтар сериялар бойынша топтарға бөлінетіндігі анықталды. Бір серияның шетінде жатқан анықталған сипаттамалары бар сызықтардың орналасуы қарапайым математикалық формуламен өрнектеледі. Швейцар физигі И. Бальмер сутегі спектрінің көрінетін бөлігінің спектральды сызықтарын сипаттайтын эмпирикалық формуланы тапты:

$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (16.4.2)$$

Мұндағы, $n = 3, 4, 5, \dots$, $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ Ридберг тұрақтысы. Бальмер формуласында бірінші сызықтағы қызыл $n = 3$, екіншісіне жасылдау-көгілдір $n = 4$, үшіншісіне көк $n = 5$, төртіншісіне күлгін $n = 6$ түстер сәйкес келеді.

Сутегі спектрінің ультракүлгін бөлігінде Лайман, инфрақызыл бөлігінде Пашен формулаларымен сипатталатын спектрлер табылды. Лайман сериясын сипаттайтын формула төмендегідей өрнектеледі:

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (16.4.3)$$

Мұндағы, $n = 2, 3, 4, \dots$,
Пашен сериясын сипаттайтын формула:

$$\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (16.4.4)$$

Мұндағы, $n = 4, 5, 6, \dots$,

Жоғарыда келтірілген сутегі спектрінің серияларына арналған формулаларды Бальмер жалпылама түрде жазды:

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (16.4.4)$$

Мұндағы, m берілген әрбір серия үшін тұрақты мәндерді иеленеді $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, ал n бүтін мәндерді $m + 1$ -ден бастап қабылдайды.

§16.5. Бор постулаттары. Франк және Герц тәжірибелері. Сутегі атомының Бор бойынша спектрі

Атомдардың сәулелену және жұтылу спектрлерінің сызықша сипаттамасы, атом энергияны белгілі бір порциялармен (кванттармен) сәулелендіретінін немесе жұтатындығын көрсетті. Дат физигі Нильс Бор сызықша спектрлердің эмпирикалық заңдылықтарын, Резерфорд атомның ядролық моделін, жарықтың сәулелену және жұтылу кванттық сипаттамасын біріктіріп, біртұтас теория құру мақсатында өзінің екі постулатын ұсынды.

Бордың бірінші постулаты: атомдардағы стационарлық күйлерде, энергия сәулеленбейді. Атомның стационарлық күйлеріне электрондар қозғалатын стационарлық орбиталар сәйкес келеді. Стационарлық орбитамен қозғалатын электрондар электромагниттік толқынды сәулелендірмейді. Бұл орбиталарда электронның қозғалыс мөлшерінің моменті $\frac{h}{2\pi}$ шамасына еселі, яғни;

$$m v r_n = n \frac{h}{2\pi} = \left| \frac{h}{2\pi} \right| = \hbar n \quad (16.5.1)$$

Мұндағы, m - электронның массасы, v сызықтық жылдамдығы, r_n, n - ші орбитаның радиусы, h - Планк тұрақтысы, $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ кванттық сан.

Бордың екінші постулаты: электрон бір стационарлық орбитадан екінші стационарлық орбитаға өткенде стационарлық күйлеріне сәйкес келетін энергиялардың айырымына тең энергия сәулеленеді: (жұтылады).

$$h\nu = E_n - E_m \quad (16.5.2)$$

$E_m < E_n$ болғанда квант сәулеленеді (электрон энергиясы үлкен орбитадан энергиясы кіші орбитаға өтеді).

$E_m > E_n$ болғанда квант жұтылады (электрон энергиясы кіші орбитадан энергиясы үлкен орбитаға өтеді).

Атомдар сәулелендіретін электромагниттік толқынның жиілігі, электронның атомдағы айналу жиілігімен емес, атомның стационарлық күйлерінің энергияларының айырымымен анықталады. (16.4.1) және (16.5.1) теңдеулерінен n -ші орбитадағы электронның жылдамдығы мен радиусын табайық:

$$v_n = \frac{Z e^2}{2\varepsilon_0 n h} \quad (16.5.3)$$

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi Z e^2 m} \quad (16.5.4)$$

Сутегі атомы үшін $Z = 1$ бірінші орбитаның радиусын есептейміз:

$$r_1 = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (6,62 \cdot 10^{-34})}{3,14 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \text{ м} \approx 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м} \approx 0,53 \text{ \AA}$$

Екінші, үшінші және төртінші орбиталардың радиустары:

$$r_2 = 2,12 \text{ \AA}, \quad r_3 = 4,77 \text{ \AA}, \quad r_4 = 8,48 \text{ \AA} \text{ т.с.с.}$$

Бірінші орбитадағы электронның жылдамдығын (16.5.3) формуласымен есептелген жылдамдығы:

$$v_1 = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Атомдағы электронның толық энергиясы, оның орбитамен қозғалысындағы кинетикалық T энергиясы мен электрон және ядроның әсерлесуінен

туындайтын потенциалдық U энергияның қосындысынан тұрады. Электронның кинетикалық энергиясы:

$$T = \frac{mv_n^2}{2} = \frac{mZ^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2} \quad \text{немесе} \quad T = \frac{1}{8\pi\pi_0} \frac{Ze^2}{r}$$

Электронның потенциалдық энергиясын табайық. r қашықтықтағы нүктедегі q зарядтың потенциалы мынаған тең:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\pi_0} \cdot \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\pi_0} \frac{ze}{r}$$

Оң Ze зарядтан r қашықтықта орналасқан электронның потенциалдық энергиясы төмендегі формуламен анықталады:

$$U = -\varphi e = -\frac{1}{4\pi\pi_0} \frac{Ze^2}{r}$$

Атомдағы электронның толық энергиясы:

$$E = T + U = -\frac{1}{8\pi\pi_0} \frac{Ze^2}{r} - \frac{1}{4\pi\pi_0} \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\pi_0} \frac{Ze^2}{r} \quad (16.5.5)$$

(16.5.5) формуласына (16.5.4) өрнегіндегі радиустың мәнін қойсақ, мына қатынас шығады:

$$E_n = -\frac{1}{8\pi\pi_0^2} \frac{Z^2 e^4 m}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (16.5.6)$$

Сутегі үшін $Z = 1$

$$E_n = -\frac{1}{8\pi\pi_0^2} \frac{e^4 m}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (16.5.7)$$

$n = 1$ болғандағы, ядроға жақын орбитадағы электронның сутегі атомындағы энергиясын есептейік:

$$E_1 = -\frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{8(8,85 \cdot 10^{-12})^2 \cdot (6,62 \cdot 10^{-34})^2} \text{ Дж} =$$

$$= -2,2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = -13,75 \text{ эв.}$$

Дәл есептеулердің нәтижелері бойынша $E_1 = -13,75$ эв.

Рұқсат етілген орбитадағы электронның толық энергиясы атомның энергетикалық деңгейі деп аталады.

Электрон ядроға жақын ($n=1$) орбитамен қозғалғанда атомның энергиясы минимал ($E_1 = -13,75$ эв.).

Электронды атомнан қашықтатқанда энергиясы максимал. Егер $n = \infty$ болса $E_\infty = 0$ болады. (16.5.2) формуласынан сәулеленудің жиілігін табамыз:

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h}$$

Мысалы, сутегі атомында электрон екінші ($n = 2$) стационарлық орбитадан бірінші ($n = 1$) стационарлық орбитаға өтсе, энергиясы:

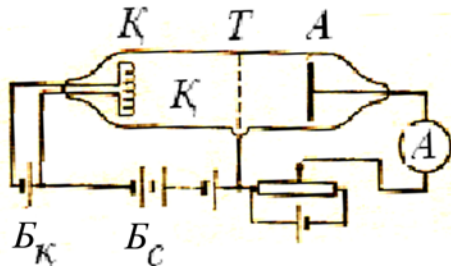
$$\varepsilon = E_2 - E_1 = -3,38 \text{ эв} - (-13,75 \text{ эв}) = 10,37 \text{ эв}$$

Сәулелену жиілігі $\nu = \frac{\varepsilon}{h} \approx 2,46 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ толқын ұзындығы

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,46 \cdot 10^{15}} \text{ м} = 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

квант сәулеленеді.

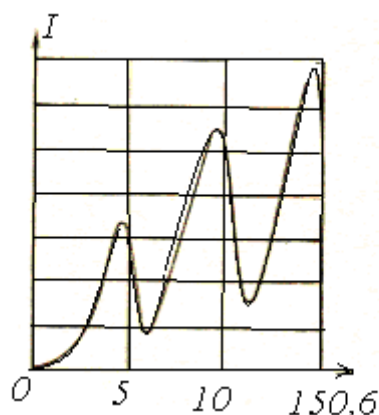
Бордың теориясының дұрыстығын тәжірибе жүзінде Д. Франк және Г. Герц дәлелдеді (16.5.1-сызба).



16.5.1-сызба. Франк және Герц тәжірибесінің схемасы

Қ-құбыры сынап буымен толтырылған. B_K батареясы К катодты қыздырады. B_a катодпен (К) анодтың (А) арасындағы кернеуін туғызатын батарея.

Пайда болатын токтың күші A амперметрмен өлшенеді. Құбырда T тор бар. Анодпен тордың арасындағы кернеу $U_2 = 0,5V$. 16.5.2-сызбасында атомдардың күйлерінің дискретті сипаттамасы арқылы жеңіл түсіндірілетін тәжірибеден алынған тізбектегі ток күшінің U_1 кернеуіне тәуелділігі келтірілген.



16.5.2-сызба. Ток күшінің кернеуге тәуелділігі

Сынап атомындағы ең төменгі энергетикалық E_1 деңгейден жақын E_2 деңгейге электронды апару үшін $4,9$ эв. энергия қажет. B_a батареясының туғызатын потенциалдар айырымы $4,9V$ кіші болған жағдайда катодтан шығатын электрондар ағыны өзінің жолында кездесетін сынап атомдарымен серпімді соқтығысып, энергияларын жоғалтпайды. U_1 кернеуінің шамасы $4,9V$ жеткенде электрондардың энергиясы сынап атомдарын қоздыруға жеткілікті болады. Олармен соқтығысуларының нәтижесінде электрондар энергиясын жоғалтып, U_2 потенциал айырымын жеңе алмай анодқа жете алмағандықтан, ток күші жылдам кемиді. $U_1 > 5,4V$ болғанда ток күші арта бастайды. U_1 керенуі $9,8V$ теңелгенде ток күші қайтадан кемиді. $9,8$ эв энергияны иеленген электрондар сынап атомдарымен екі рет соқтығысып, оларды қоздырылған күйге ауыстырады. Анодқа қарай қозғалып өзінің жолында сынап атомдарымен екі рет соқтығысатын электрондар анодқа жете алмайды.

Сондықтан тізбектегі ток күші кемиді. $U_1 > 10,3$ эв болғанда ток күші қайтадан артады. Сынаптың қыздырылған атомдарындағы электрондар ең төменгі энергетикалық деңгейге оралғанда сынаптың сызықша спектрінің біреуі сәулеленеді. Сәулеленудің толқын ұзындығын есептейік:

$$\varepsilon = \frac{ch}{\lambda}$$

Қатынасынан ;

$$\lambda = \frac{ch}{\varepsilon} \approx \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{7,84 \cdot 10^{-10}} \text{ м} \approx 2,54 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 2540 \text{ \AA}$$

Спектрдің үшінші сызықшасы тәжірибеде байқалады. Физика тарихында Бор теориясының атқарған рөлі өте үлкен. Ол атомдық спектрлердің табиғаты мен заңдылықтарын түсіндіріп, электрондардың сутегі атомында бір стационарлық күйден екіншісіне өткенде сәулеленудің жиілігін анықтауға мүмкіндік туғызды. Бірақ сәулеленудің интенсивтілігі мен полярлануына, гелий атомының теориясына толық түсініктеме бере алмады. Заттардың толқындық қасиеттері ашылған соң, классикалық физикаға негізделген Бор теориясы атомдық құбылыстар теориясын кванттық механика негізінде тізбектей құрудың өтпелі кезеңі екендігін көрсетті.

Есептер мен мысалдар.

Ұзындығы 500 нм толқыннан дифракциялық тордан алынған екінші реттік спектрдің бұрыштық дисперсиясы $4,08 \cdot 10^5 \text{ рад/м}$. Тордың тұрақтысын табыңыздар.

Берілгені: $\lambda = 500 \text{ нм}$, $m=2$, $D_\varphi = 4,08 \cdot 10^5 \text{ рад/м}$.

Табу керек: d

Шешімі: анықтама бойынша, бұрыштық дисперсия мына формуламен есептеледі:

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}$$

Мұндағы, φ сәуленің бастапқы бағытынан ауытқу бұрышы. Немесе

$$\cos \varphi = \frac{m}{D_\varphi \cdot d} \quad \text{интенсивтіліктің бас максимумының} \quad d \sin \varphi = m\lambda$$

шартынан ауытқу бұрышының синусын табамыз:

$$\sin\varphi = \frac{m\lambda}{d} \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{m\lambda \lambda_{\varphi} d}{d \cdot m} = \lambda D_{\varphi}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}(\lambda r_{\varphi}); \quad d = \frac{m\lambda}{\sin\varphi} = \frac{m\lambda}{\operatorname{arctg}(\lambda r_{\varphi})} =$$

$$= \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{\operatorname{arctg}(5 \cdot 10^{-7} \cdot 4,08 \cdot 10^5)} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 5 \text{ мм} \cdot \text{м}$$

Жарық бір материалдан жасалған қалыңдықтары 5 мм және 10 мм екі пластинканың бетіне нормальдың бойымен түседі. Бірінші және екінші пластинкадан өткен жарықтың интенсивтіліктері бастапқы интенсивтіліктерінің 82%, 67% құрайды. Заттың жұтылу коэффициентін табыңыздар.

Берілгені: $d_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $d_2 = 10^{-2} \text{ м}$, $I_1 = 0,82 I_0$, $I_2 = 0,67 I_0$

Табу керек: α

Шешімі: бірінші және екінші пластинкалардан өткен жарықтың интенсивтіліктері мына формулалармен анықталады:

$$I_1 = I_0 e^{-\alpha d_1}, \quad I_2 = I_0 e^{-\alpha d_2}$$

Мұндағы, I_0 жарықтың пластинкаларға түскенге дейінгі интенсивтілігі, α жұтылу коэффициенті. Жұтылу коэффициентін табу үшін интенсивтіліктердің қатынастарын табамыз:

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{\alpha(d_2 - d_1)} \quad \text{бұдан} \quad \alpha = \frac{\ln \frac{I_1}{I_2}}{d_2 - d_1} = \frac{\ln 1,22}{5 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 0,404 \text{ с}^{-1}$$

Калий толқын ұзындығы 400 нм монохроматты жарықпен жарықталады. Фототокты тоқтататын минимал кернеуді табыңыздар. Калийдағы электронның шығу жұмысы 2,2эВ.

Берілгені: $\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $A = 3,52 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Табу керек: U_0

Шешімі: сыртқы фотоэффект үшін Эйнштейннің теңдеуін жазамыз:

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}$$

Мұндағы, A электронның шығу жұмысы, $\frac{mv_{max}^2}{2}$ ұшып шыққан электронның максимал энергиясы, $h\nu$ калийге түскен жарықтың энергиясы. Энергияның сақталу заңы бойынша, ұшып шыққан электрондарды тоқтату үшін кешіктіретін кернеудің істейтін жұмысы кинетикалық энергияға теңелуі қажет:

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eU_0 \quad v = \frac{c}{\lambda} \quad \text{пайдалансақ, мына теңдікті}$$

аламыз:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU_0 \quad \text{бұдан}$$

$$U_0 = \frac{\frac{hc}{\lambda} - A}{e} = \frac{\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} - 3,52 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ В} = 0,91 \text{ В}.$$

Вольфрам үшін фотоэффектінің қызыл шекарасы $275 \text{ н} \cdot \text{м}$ болса, электронның шығу жұмысын табыңыздар.

$$\text{Берілгені: } \lambda_0 = 2,75 \cdot 10^{-7} \text{ м, } h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с, } c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Табу керек: A

Шешімі: анықтама бойынша, фотоэффект құбылысының қызыл шекарасы үшін Эйнштейннің теңдеуін жазамыз: $\nu = 0$.

$$\begin{aligned} h\nu_0 &= A + \frac{mv^2}{2} = |v = 0| = A = \left| \nu_0 = \frac{c}{\lambda} \right| = \frac{hc}{\lambda_0} = \\ &= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,75 \cdot 10^{-7}} \text{ Дж} = 4,52 \text{ эВ} \end{aligned}$$

Цезийдің беті толқын ұзындығы $400 \text{ н} \cdot \text{м}$ күлгін жарықпен жарықтырылғанда фотоэлектрондардың максимал жылдамдығы $0,65 \text{ Мм/с}$. Фотоэффектінің қызыл шекарасын табыңыздар.

$$\begin{aligned} \text{Берілгені: } v_{max} &= 6,5 \cdot 10^5 \text{ м/с, } h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с, } c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с,} \\ \lambda &= 4 \cdot 10^{-7} \text{ м, } m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг.} \end{aligned}$$

Табу керек: λ_0

Шешімі: фотоэффектінің қызыл шекарасында фотоэлектрондардың жылдамдығы нөлге тең. Сондықтан Эйнштейннің теңдеуі мынадай түрде жазылады:

$$h\nu_0 = A \quad \text{немесе} \quad \frac{hc}{\lambda_0} = A \quad \text{бұдан} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A}$$

Цезий үшін шығу жұмысын Эйнштейннің теңдеуінен табамыз:

$$A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{m\nu^2}{2} =$$
$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} - \frac{9,1 \cdot 10^{-31} (6,5 \cdot 10^5)^2}{2} = 3,05 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$
$$\lambda_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,05 \cdot 10^{-19}} \text{ м} = 651 \text{ н} \cdot \text{м}$$

Энергиясы 5эВ фотондар шығу жұмысы 4,7эВ металдан электрондарды жұлып шығарады. Электрон ұшып шыққанда металдың бетіне беретін қозғалыс мөлшерін табыңыздар.

$$\text{Берілгені: } \varepsilon = 8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж, } A = 7,52 \cdot 10^{-19} \text{ Дж,}$$

Табу керек: P_{\max}

Шешімі: электронның ұшып шыққанда металдың бетіне беретін қозғалыс мөлшері мынаған тең:

$$P_{\max} = m\nu_{\max}$$

Фотондардың бетіне беретін энергиясы Эйнштейннің формуласымен анықталады:

$$\varepsilon = A + \frac{m\nu_{\max}^2}{2} \quad \text{бұдан} \quad \nu_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m}(\varepsilon - A)}$$

Немесе

$$P_{\max} = \sqrt{2m(\varepsilon - A)} = \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (8 - 7,52) \cdot 10^{-19}} \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2,96 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

8.8. Ұзындығы 500нм толқынның кара бетке түсіретін қысымы 0,12 мкПа. Жарық сәулесі бетке перпендикуляр бағытталған. Әрбір секундта 1 м² ауданға түсетін фотондар санын табыңыздар.

Берілгені: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м, $\rho = 0$, $p = 1,2 \cdot 10^{-7}$ Па, $t = 1$ с, $S = 1$ м².

Табу керек: N

Шешімі: жарықтың қысымы мына формуламен анықталады:

$$p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho) \quad \text{Мұндағы, } E_e \text{ жарықталу } E_e = \frac{W}{st} \quad W = N h \nu$$

Мұндағы, W параметрі N фотонның энергиясы. Осы мәндерді қысымның формуласына қойып, төмендегі өрнекті аламыз:

$$p = \frac{N h c}{\lambda s t c}(1 + \rho) \quad \text{бұдан}$$

$$N = \frac{p \lambda s t}{h(1 + \rho)} = \frac{1,2 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 1}{6,63 \cdot 10^{-34} (1 + 0)} = 9,05 \cdot 10^{19}$$

9. Фотон электронмен соқтығысқанда, Комптон эффектісінің нәтижесінде 90° бұрышқа шашырайды. Шашыраған фотонның энергиясы 0,4 МэВ. Фотонның шашырағанға дейінгі энергиясын анықтаңыздар.

Берілгені: $\varepsilon' = 0,4$ МэВ, $\theta = 90^\circ$,

Табу керек: ε

Шешімі: фотонның алғашқы энергиясын табу үшін Комптон формуласын қолданамыз:

$$\lambda' - \lambda = 2 \frac{2\pi \hbar}{m c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Бұл формуланы λ' пен λ ны ε' және ε арқылы алмастырып, теңдіктің оң жағын c ға көбейтіп бөлсек, мына формула шығады:

$$\varepsilon = \frac{2\pi \hbar c}{\lambda}$$

$$\frac{2\pi \hbar c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi \hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi \hbar c}{m c^2} 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad 2\pi \hbar c \text{ ға қысқартып, төмендегі}$$

өрнекті аламыз:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon' m c^2}{m c^2 - \varepsilon' \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{\varepsilon' E_0}{E_0 - 2\varepsilon' - \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{0,4 \cdot 0,511}{0,511 - 2 \cdot 0,4 - \frac{1}{2}} = 0,43 \text{ МэВ}$$

10. Сутегі атомын толқын ұзындығы $4,86 \cdot 10^{-7}$ м фотонмен сәулелендірсе, ондағы электронның энергиясы қаншаға өзгереді?

Берілгені: $Z = 1$, $\lambda = 4,86 \cdot 10^{-7}$ м.

Табу керек: ΔE

Шешімі: электрон бір орбитадан екінші орбитаға өткенде сәулелендіретін энергиясы стационар күйлердің энергияларының айырымына тең:

$$\Delta E = E_n - E_m = h\nu = \left| \nu = \frac{c}{\lambda} \right| = \frac{hc}{\lambda} =$$

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,86 \cdot 10^{-7}} \text{ Дж} = 2,56э,5$$

Жаттығулар

1. Нормаль бойымен түсетін монохроматты жарық идеал шағылдыратын ауданы 5 см^2 бетке 3 минутта 9 Дж энергия береді. Жарықтың бетке түсіретін қысымын табыңыздар.

Жауабы: 667 нПа.

2. Қандай да бір затта жарық d жол жүргенде интенсивтілігі 3 есе кемиді. $2d$ жол жүргенде интенсивтілік қанша есе кемитіндігін анықтаңыздар.

Жауабы: 9.

3. Еркін электрондармен протондарда Комптон шашырауының нәтижесіндегі толқын ұзындығының максимал өзгерісін анықтаңыздар.

Жауабы: 4,8нМ, 2,64фм.

4. Фотонның толқын ұзындығы электронның Комптондық толқын ұзындығына тең. Фотонның энергиясын және қозғалыс мөлшерін табыңыздар.

Жауабы: 0,511мэВ, $2,7 \cdot 10^{-22}$ кгм/с.

5. Фотоэффектінің қызыл шекарасы 500 Нм натрийден электронның шығу жұмысын табыңыздар.

Жауабы: 2,49эВ.

6. Цинк пластинкаға толқын ұзындығы 220 Нм монохроматты жарық түседі. Фотоэлектрондардың максимал жылдамдығын табыңыздар.

Жауабы: 760км/с.

7. 380 нм толқын ұзындығына сәйкес келетін фотонның энергиясын, массасын, қозғалыс мөлшерін анықтаңыздар.

Жауабы: 3,27эВ, $5,8 \cdot 10^{-36}$ кг, $1,74 \cdot 10^{-27}$ кг м/с.

8. Сутегі атомындағы екінші және үшінші орбиталардың радиустарын анықтаңыздар.

Жауабы: 212нМ, 477нМ.

9. Сутегі атомының екінші орбитасындағы электронның жылдамдығын табыңыздар.

Жауабы: 1,09Мм/с.

10. Сутегі атомының екінші орбитасындағы айналу жиілігін анықтаңыздар.

Жауабы: $8,19 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$.

11. Бальмер сериясының үшінші спектральды сызығына сәйкес келетін толқын ұзындығын табыңыздар.

Жауабы: 434нм.

12. Сутегі атомында электрон үшінші энергетикалық деңгейден біріншісіне ауысқанда сәулеленетін фотонның энергиясын анықтаңыздар.

Жауабы: 12,1эВ.

13. Сутегі атомында электрон Бордың бірінші орбитасында орналасса, оның кинетикалық, потенциалдық және толық энергиясы неге тең?

Жауабы: 13,6эВ, -27,2эВ, -13,6эВ.

14. Бордың теориясын пайдаланып Ридберг тұрақтысының сан мәнін абыңыздар.

Жауабы: $3,27 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$.

Тест сұрақтары

1. Ортаның диэлектрик өтімділігін төрт есе арттырсақ, электромагниттік толқынның жылдамдығы неше есе кемиді?

А. 2

Ә. $\sqrt{2}$

Б. 4

В. 0,5

Г. 0,25

2. Ортаның диэлектрик өтімділігін төрт есе кемітсек, электромагниттік толқынның жылдамдығы неше есе артады?

- А. $\sqrt{2}$
- Ә. 2
- Б. 4
- В. 0,5
- Г. 0,25

3. Ортаның магниттік өтімділігін тоғыз есе арттырсақ, электромагниттік толқынның ортадағы жылдамдығы неше есе кемиді?

- А. $\sqrt{3}$
- Ә. 9
- Б. 3
- В. 27
- Г. 18

4. Ортаның диэлектрик өтімділігін тоғыз есе кемітсек, электромагниттік толқынның жылдамдығы неше есе артады?

- А. 3
- Ә. 9
- Б. 27
- В. 18
- Г. $\sqrt{3}$

5. Ортаның диэлектрик өтімділігін екі есе арттырсақ, абсолют сыну көрсеткіштік неше есеге ұлғаяды?

- А. $\sqrt{2}$
- Ә. 2
- Б. 0,5
- В. 4
- Г. 8

6. Ортаның магнит өтімділігін үш есе арттырсақ, абсолют сыну көрсеткіштік неше есеге ұлғаяды?

- А. 3
- Ә. $\sqrt{3}$
- Б. 9
- В. 27
- Г. $\frac{1}{3}$

7. Ортаның абсолют сыну көрсеткішін екі есе арттырсақ, электромагниттік толқынның жылдамдығы неше есе кемиді?

А. 2

Ә. $\sqrt{2}$

Б. 4

В. 0,5

Г. 0,25

8. Заттың дисперсиясының формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{dn}{d\lambda}$

Ә. $\frac{d\lambda}{dn}$

Б. $\frac{d\lambda}{d\nu}$

В. $\frac{d\lambda}{dc}$

Г. $\frac{d\nu}{d\lambda}$

9. Бугер – Ламберг заңында қандай шарт орындалғанда жарықтың ағыны бастапқы ағынмен салыстырғанда есе кемиді?

А. $x = \frac{1}{k}$

Ә. $x = k$

Б. $x = k^2$

В. $x = \sqrt{k}$

Г. $x = 2k$

10. Қандай шарт орындалғанда фотоэффект құбылысы байқалмайды?

А. $h\nu < A$

Ә. $h\nu = 3A$

Б. $h\nu > A$

В. $h\nu = 2A$

Г. $h\nu > 3A$

11. Фотозеффефт кұбылысының қызыл шекарасын көрсетіңіздер.

А. $\lambda_0 = \frac{hc}{A}$

Ә. $\lambda_0 = \frac{2hc}{A}$

Б. $\lambda_0 = \frac{hc}{2A}$

В. $\lambda_0 = \frac{A}{hc}$

Г. $\lambda_0 = \frac{Ah}{c}$

12. Фотонның жиілігін екі есе арттырсақ, импульсі неше есе ұлғаяды?

А. 2

Ә. 0,5

Б. 4

В. $\sqrt{2}$

Г. 0,25

13. Комптон эффефтісіндегі шашырау бұрышы 60° болса, толқын ұзындығының өзгерісі неге тең?

А. $\frac{h}{2m_0c}$

Ә. $\frac{h}{m_0c}$

Б. $\frac{hc}{m_0}$

В. hc

Г. $\frac{m_0c}{h}$

14. Комптон эффектісіндегі шашырау бұрышы 90° болса, толқын ұзындығының өзгерісі неге тең?

A. $\frac{h}{m_0 c}$

Ә. $\frac{2h}{m_0 c}$

Б. $\frac{h}{2m_0 c}$

В. $\frac{hc}{m_0}$

Г. $\frac{hc}{2m_0}$

15. Фотонның жиілігін екі есе арттырсақ, массасы неше есеге ұлғаяды?

A. 2

Ә. $\sqrt{2}$

Б. 0,5

В. 0,25

Г. 4

16. Сәулелену энергиясының көлемдік тығыздығын екі есе арттырсақ, дененің бетіне перпендикуляр түсетін жарықтың қысымы неше есе ұлғаяды?

A. 2

Ә. 0,5

Б. $\sqrt{2}$

В. 0,25

Г. 4

17. Фотонның жиілігін екі есе арттырсақ, оның бетке түсеретін қысымы неше есеге көбейеді?

A. 2

Ә. 0,5

Б. 4

В. 0,25

Г. $\sqrt{2}$

18. Фотонның жиілігін үш есе арттырсақ, шағылғанда оның бетке беретін импульсі неше есеге көбейеді?

- А. 6
- Ә. 3
- Б. 9
- В. 27
- Г. 12

19. Стационарлы орбитамен қозғалатын электронның импульсінің моменті қандай шамаға еселі?

- А. $\frac{\hbar}{2\pi}$
- Ә. $\frac{2\hbar}{\pi}$
- Б. $\frac{\hbar}{\pi}$
- В. $2\pi\hbar$
- Г. $\pi\hbar$

20. Электронның зарядын төрт есе арттырсақ, оның n -ші орбитадағы жылдамдығы неше есеге көбейеді?

- А. 16
- Ә. 4
- Б. 8
- В. 2
- Г. 32

21. Электронның зарядын екі есе арттырсақ, оның n -ші орбитасының радиусы неше есеге кемиді?

- А. 4
- Ә. 2
- Б. 0,5
- В. 0,25
- Г. $\sqrt{2}$

22. Электронның орбитальдық радиусын екі есе кемітсек, кинетикалық энергиясы неше есеге артады?

- А. 2
- Ә. 0,5
- Б. $\sqrt{2}$

- В. 4
- Г. 0,25

23. Электронның орбитальдық радиусын екі есе арттырсақ, потенциалдық энергиясы неше есеге кемиді?

- А. 2
- Ә. $\sqrt{2}$
- Б. 4
- В. 0,5
- Г. 0,25

24. Электронның зарядын үш есе арттырсақ, потенциалдық энергиясы неше есеге көбейеді?

- А. 9
- Ә. 3
- Б. 6
- В. $\sqrt{3}$
- Г. 27

25. Электронның зарядын төрт есе арттырсақ, оның атомдағы толық энергиясы неше есеге көбейеді?

- А. 16
- Ә. 4
- Б. 2
- В. 0,5
- Г. 20

V БӨЛІМ.

КВАНТТЫҚ ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІ

**XVII тарау. Сәулеленудің кванттық табиғаты.
Микробөлшектердің күйлік сипаттамасы**

**§17.1. Жылулық сәулелену. Кирхгоф заңы.
Релей Джинс формуласы. Кванттық гипотеза
және Планк өрнегі. Жарық кванттарының
энергиясы мен қозғалыс мөлшері**

Қатты денелердің сәулеленуі электромагниттық құбылысқа жатады. Температурасы абсолют нөлге тең емес орта электромагниттық толқын шығарады. Термодинамикалық тепе-теңдіктегі қыздырылған денелердің сәулеленуін, жылулық сәулелену деп атайды. Ол ортаның молекулалары мен атомдарының хаосты жылулық қозғалысынан туындайтындықтан, температураға тәуелді. Жылулық сәуле шығарудың интенсивтілігі энергияның ағынының шамасымен сипатталады. Сәулеленетін дененің бірлік бетінен барлық бағытта (денелік бұрышы 2π мен шектелген) шығарылатын энергияның ағынын энергетикалық R жарқырау деп атайды. Ол температураға тәуелді. Сәулелену жиіліктері әр түрлі ω (немесе толқын ұзындықтары λ) толқындардан тұрады. Бірлік беттен $d\omega$ жиілік интервалында шығарылатын энергияның ағынын dR_ω арқылы белгілейік. Кіші $d\omega$ интервалында энергияның dR_ω ағыны $d\omega$ пропорционал болғандықтан, төмендегі теңдік шығады:

$$dR_\omega = r_\omega d\omega \quad (17.1.1)$$

Мұндағы, r_ω -денеің сәуле шығару қабілеттілігі. Энергетикалық жарқырау сияқты сәуле шығару қабілеттілік дененің температурасына тәуелді. Энергетикалық жарқырау мен сәуле шығару қабілеттілік мына формуламен байланысқан:

$$R_T = \int dR_{\omega T} = \int_0^\infty r_{\omega T} d\omega \quad (17.1.2)$$

Энергетикалық жарқырау мен шығару қабілеттілігі температураға тәуелді болғандықтан, оларға T индексін қостық. Сәулеленуді ω жиіліктің орнына толқын λ ұзындығын пайдаланып сипаттауға болады. Спектрдің $d\omega$ бөлігіне толқын ұзындығының $d\lambda$ интервалы сәйкес келеді. Толқын

ұзындығы мен жиілігі $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ қатынасымен өрнектеледі. Осы қатынасты дифференциалдасақ төмендегі теңдікті аламыз:

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega \quad (17.1.3)$$

Теріс таңба ω немесе λ шамаларының біреуі артса екіншісі кемитіндігін көрсетеді. Сондықтан келешекте теріс таңбаны жазбаймыз. $d\lambda$ интервалына келетін энергетикалық жарқырауды (17.1.1) өрнегіне ұқсастық бойынша жазайық:

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda \quad (17.1.4)$$

Егер (17.1.1) және (17.1.4) өрнектеріне кіретін $d\omega$ мен $d\lambda$ интервалдары (17.1.3) теңдігімен байланысса, (яғни, спектрдің бір бөлігіне сәйкес келсе) dR_ω және dR_λ шамалары бірдей болады:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda d\lambda$$

$d\lambda$ (17.1.3) теңдігімен алмастырайық:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega} d\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega$$

$$\text{Бұдан} \quad r_\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega} = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} \quad (17.1.5)$$

(17.1.5) формуласының көмегімен r_λ дан r_ω ға және кері өтуге болады.

Дененің бетінің элементар ауданына жиілігі $d\omega$ интервалында жататын электромагниттік толқыннан туындайтын сәулелік энергияның $d\Phi_\omega$ ағыны түссін делік. Түскен сәуле ағынының бір бөлігі $d\Phi_\omega^1$ денемен жұтылады. Төменде келтірілген өлшемі жоқ шаманы

$$a_\omega = \frac{d\Phi_\omega}{d\Phi_\omega} \quad (17.1.6)$$

дененің жұту қабілеттілігі деп атайды. Ол жиілікпен температураның функциясы. Қарастырып отырған оқшауланған жүйеде орналасқан денелер бір-бірімен жылулық тепе-теңдік күй орнағанша электромагниттік толқындарды шығару және жұту жолдарымен энергия алмасады. Яғни,

барлық денелердің температуралары теңеледі. Мұндай күйде шығару қабілеттілігі $r_{\omega T}$ үлкен дене бірлік уақытта бірлік бетінен шығару қабілеттілігі кіші $r_{\omega T}$ денемен салыстырғанда көп энергия жоғалтады. Денелердің температурасы өзгермейтіндіктен, көп энергия шығаратын дене көп жұтуы қажет. Демек, дененің шығару $r_{\omega T}$ қабілеттілігі неғұрлым көп болса, соғұрлым оның жұту қабілеттілігіде көп болады. Осы тұжырымдамадан төмендегі қатынас шығады:

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_3 = \dots,$$

Мұндағы, 1,2,3,... индекстері әртүрлі денелерге сәйкес келеді. Келтірілген қатынастар Кирхгоф заңын өрнектейді: шығару және жұтылу қабілеттіліктерінің қатынас дененің табиғатына тәуелсіз және ол барлық денелер үшін толқын ұзындығы (жиілігі) мен температураның функциясы болады:

$$\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} = f(\omega, T) \quad (17.1.7)$$

$r_{\omega T}$ және $a_{\omega T}$ бір денеден басқасына өткенде күшті өзгергенімен олардың қатынастары барлық денелер үшін бірдей. Бұл қандайда бір сәулені көп жұтатын дене, сол сәулені көп шығаратындығын білідіреді. Барлық температураларда өзіне түсетін кез-келген толқын ұзындығындағы электромагниттік сәулеленудің энергиясын толқ жұтатын дене абсолют кара дене деп аталады. Абсолют кара дене үшін $a_{\omega T} = 1$. Демек, (17.1.7) формуласы бойынша, абсолют кара дене үшін $r_{\omega T} = f(\omega T)$ орындалады.

Теориялық зерттеулерде тепе-теңдік жылулық сәулелену спектрінің құрамын сипаттауда $f(\omega T)$ функциясын пайдаланған ыңғайлы. Ал, тәжірибелік зерттеулерде $\varphi(\lambda T)$ функциясын пайдаланған қолайлы. Жоғарыда келтірілген екі функция төмендегі қатынаспен байланысқан:

$$f(\omega T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi(\lambda T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda T) \quad (17.1.8)$$

$f(\omega T)$ функциясын белгілі деп алып, $\varphi(\lambda T)$ функциясын табу үшін ω ны $\frac{2\pi c}{\lambda}$ алмастырып алынған өрнекті $\frac{2\pi c}{\lambda^2}$ көбейту керек:

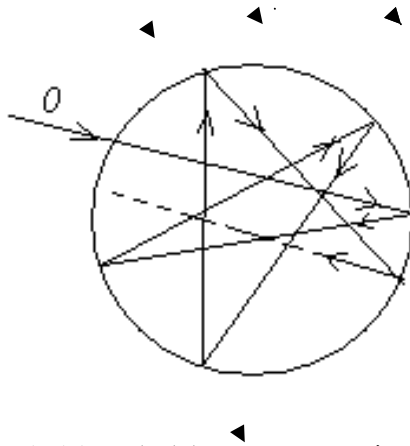
$$\varphi(\lambda T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right) \quad (17.1.9)$$

Немесе, керісінше:

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi\left(\frac{2\pi c}{\omega}, T\right) \quad (17.1.10)$$

Абсолют қара денелер табиғатта кездеспейді. Бірақ қара күйе, қара барқыт тағы басқа кейбір денелер белгілі бір толқын ұзындығы аралығында өзінің қасиеттерімен абсолют қара денеге жақындайды.

Абсолют қара дененің идеал моделі ретінде ішкі жағы қарайтылған кішкентай саңылауы бар қуыс сфераны қарастыруға болады. (17.1.1-сурет)



17.1.1-сызба. Абсолют қара дененің моделі

Саңылаудан қуыс сфераға кірген жарық сәулесінің қабырғадан көп рет шағылуының нәтижесінде одан шыққан сәуленің интенсивтілігі кеміп, нөлге ұмтылады. Осы құбылыстың салдарынан көздің қарашығы қара, ішінде жарық көздері жоқ сырттан жарықтандырылатын үйлердің терезелері қараңғы болып көрінеді. Қуыс бетінің ауданының саңылау қимасының ауданына қатынасы неғұрлым көп болса, дене соғұрлым абсолют қара денеге жақындайды. Абсолют қара дене үшін $a_{\lambda T} = 1$ болғандықтан, Кирхгоф заңынан төмендегі теңдік шығады:

$$r_{\lambda T} = f(\lambda, T) \quad (17.1.11)$$

(17.1.11.) формуласы берілген температурада барлық абсолют қара денелердің толқын ұзындығы бойынша, сәулелендіретін энергияларының үлестірілуі бірдей екендігін, яғни барлық абсолют қара денелердің энергетикалық жарқырауының спектральдық тығыздығы температураға

байланысты бірдей өзгеретінін көрсетеді. Абсолют қара дененің моделін пайдаланып 3000К температураға дейін толқын ұзындығы бойынша жарқыраудың үлестірілуін зерттей аламыз. Жылулық сәулелену энергиясының спектральды тығыздығы туралы есепті шешу, сәулелену теориясының негізін құрайды. Теорияның негізгі мақсаттарының бірі $f(\lambda, T)$ функциясын анықтау болып табылады. Классикалық физиканың түсініктемелерін пайдаланып Релей және Джинс $f(\lambda, T)$ функциясының түрін тапты.

$$f(\lambda, T)d\lambda = 8\pi kT \frac{d\lambda}{\lambda^4} \quad (17.1.12)$$

Мұндағы, k – Больцман тұрақтысы, T – абсолют температура. (17.1.12.) өрнегі Рэлей-Джинс формуласы деп аталады. Жиілік арқылы жазсақ, төмендегідей түрленеді:

$$f(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT d\nu \quad (17.1.12a)$$

Ұзын толқындар үшін Рэлей-Джинс формуласы тәжірибеден алынған нәтижелермен жақсы сәйкес келеді. Ал қысқа толқындар үшін, яғни үлкен жиіліктерде абсолют қара дененің спектральды тығыздығының есептелген мәндері тәжірибеден алынған нәтижемен сәйкес келмей шексіздікке ұмтылады (17.1.8.a) өрнегін ν жиілік бойынша 0-ден ∞ дейінгі аралықта интегралдайық:

$$R_{0\nu} = \int_0^{\infty} r_{0\lambda} d\nu = \frac{8\pi kT}{c^3} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty$$

Энергетикалық жарқыраудың шексіз мәнінің физикалық мағынасы жоқ. Рэлей-Джинс формуласын пайдаланып алынған есептеулердің нәтижелері қысқа толқындар үшін (күлгін және ультракүлгін сәулелер) тәжірибесімен сәйкес келмегендіктен, оны «ультракүлгін апаты» деп атады. Классикалық физика тәжірибеден алынған маңызды деректерді түсіндіре алмады.

М. Планк энергияның шығарылуы мен жұтылу құбылыстары (үздіксіз емес) жеке кванттар арқылы іске асырылатындығы туралы гипотезаны ұсынып, тығырықтан шығу жолын көрсетті. Планк әрбір кванттық энергиясын $h\nu$ деп алып, абсолют қара дененің энергетикалық жарқырауының спектральды тығыздығының формуласын анықтады:

$$r_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \times \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (17.1.13)$$

$$\text{Немесе} \quad r_v = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \times \frac{1}{e^{hv/kT} - 1} \quad (17.1.14)$$

Мұндағы, c – вакуумдегі жарық жылдамдығы, h – Планк тұрақтысы, λ – толқын ұзындығы, ν – жиілік, k – Больцман тұрақтысы.

Сәулеленудің атомдық теориясының басы осылай қаланып, кейін кванттық теорияға дамыды. Егер фотонды корпускула немесе толқын ретінде қарастырсақ, оларға сәйкес энергиялары төменде келтірілген формулалармен өрнектеледі:

$$\varepsilon = mc^2, \quad \varepsilon = h\nu$$

Теңдеулердің оң жақтарын теңестіріп, фотонның массасын табамыз:

$$m = \frac{h\nu}{c^2} \quad (17.1.15)$$

$c = \lambda \cdot \nu$ ескерсек, мына формула шығады:

$$m = \frac{h}{c\lambda} \quad (17.1.16)$$

Фотонның қозғалыс мөлшері төмендегі формуламен өрнектеледі:

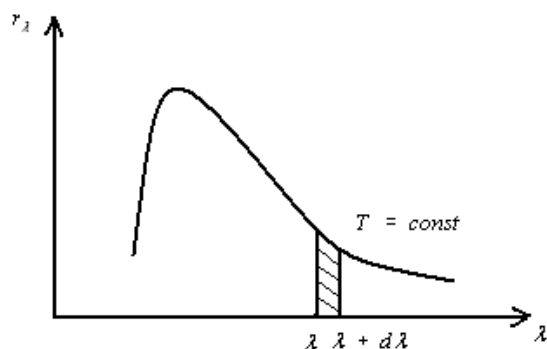
$$p = m \cdot c \quad (17.1.17)$$

(17.1.17) теңдігіндегі массаны алсақ, мына қатынастар алынады:

$$p = \frac{h\nu}{c}, \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

Фотонның тыныштық массасы нөлге тең.

Электромагниттік сәулеленудің кванты тек жарық жылдамдығымен ғана тарағанда өмір сүреді. Егер квантты қандай да бір әдіспен тоқтатсаң, ол жоғалады. Егер тең аралықтардағы $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, сәулелену энергиясын өлшесек, олардың спектрлеріндегі энергиялар біркелкі үлестірілмегендігі және оның температураға тәуелділігі байқалады. Төменгі температурада сәулеленуде инфрақызыл сәулелену басым болады. Температураны жоғарылатқанда көрінетін ($\lambda = 0,76 - 0,38 \text{ мкм}$) ультракүлгін сәулеленулер пайда болады. Толқын ұзындығы бойынша сәулелену спектріндегі энергияның үлестірілуі 17.1.2-сызбасында кескінделген.



17.1.2-сызба. Толқын ұзындығы бойынша сәулелену спектріндегі энергияның үлестірілуі

Жылулық сәулелену әрқашан $\lambda_1 - \lambda_2$ шекті аралығын толтыратын шексіз үлкен толқындар санынан тұрады. Бірақ көптеген практикалық маңызы бар жағдайларда $\lambda_1 - \lambda_2$ аралығының енінің осы шектегі толқын ұзындығының орташа мәніне қатынасы өте кіші шама болуы мүмкін ($\lambda_2 - \lambda_1 / \lambda_{opt} \approx 10^{-6}$). Бұл жағдайда толқын ұзындығының орташа мәніне $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta \lambda$ аралығындағы барлық энергия сәйкес келеді деп есептеледі. Басқаша айтқанда, берілген аралықтағы сәулелену монохроматты. Шын мәнінде монохроматты сәулелену, іргелес жатқан толқын ұзындықтарының сәулеленуінен оқшау пайда бола алмайды.

17.1.2-сызбасында барлық толқын ұзындығына сәйкес келетін сәулелену энергиясы үлестіру қисығы мен абсцисса (λ) осінің арасындағы ауданмен кескінделеді.

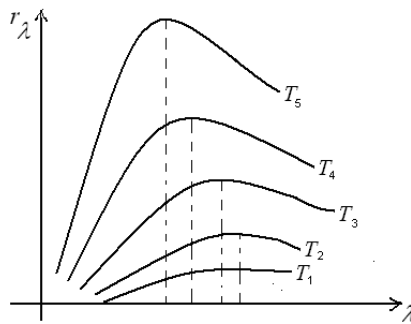
$\lambda - \lambda + d\lambda$ аралығындағы энергия штрихталған жолақшамен көрсетілген.

Абсолют қара дененің жылулық сәулелену спектріндегі энергияның үлестірілуін зерттеу, келесі заңдылықтардың қалыптасуына ықпалын тигізді:

а. Абсолют қара дененің сәулелену спектрі тұтас, яғни спектр үздіксіз толқындар қатарынан тұрады.

б. Сәулелену спектріндегі энергияның үлестірілуі толқын ұзындығына тәуелді. Толқын ұзындығы артса, энергетикалық жарқыраудың спектральдық тығыздығы өсіп, қандай да бір λ_m толқын ұзындығында максимумға жетіп, қайтадан кемиді.

3. Температура жоғарылаған сайын сәулеленудің максимумы қысқа толқындар жағына қарай ығысады. Көрінетін жарықтық әртүрлі температурадағы энергиясының үлестірілуі 17.1.3-сызбасында келтірілген.



17.1.3-сызба. Өртүрлі температурадағы көрінетін жарықтық энергиясының үлестірілуі

$$(T_1 < T_2 < T_3 < T_4 < T_5)$$

Қатты қыздырылған дене алғашқыда қызыл, температура жоғарылаған сайын ақ түске өтеді. Бұл құбылыс жылулық сәулеленудің интенсивтілігінің максимумы температура артқан сайын спектрдің күлгін түсіне қарай (қысқа толқын ұзындықтарына) ығысатындығын дәлелдейді.

Абсолют кара дененің сәулелену спектріндегі λ_m толқын ұзындығына сәйкес келетін энергетикалық жарқыраудың спектральдық тығыздығының максимумы Виннің ығысу заңымен анықталады:

$$\lambda_m = \frac{c'}{T} \quad (17.1.18)$$

Мұндағы, $c' = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ Вин тұрақтысы, T – дененің абсолют температурасы.

Энергетикалық жарқыраудың спектральдық тығыздығының максимал мәні абсолют температураның бесінші дәрежесіне пропорционал өседі.

$$r_{\lambda m} = c^{11} T^5 \quad (17.1.19)$$

Бұл формула Виннің екінші заңы деп аталады. c^{11} коэффициенті Виннің екінші заңының тұрақтысы:

$$c^{11} = 1,30 \cdot 10^{-14} \text{ Вт/м} \cdot \text{нм} \cdot \text{К}^{-5}$$

Стефан-Больцман заңы энергетикалық жарқыраудың температураға тәуелділігін анықтайды. Абсолют кара дененің энергетикалық жарқырауы оның абсолют температурасының төртінші дәрежесіне пропорционал:

$$R_{\text{о}3} = \sigma T^4 \quad (17.1.20)$$

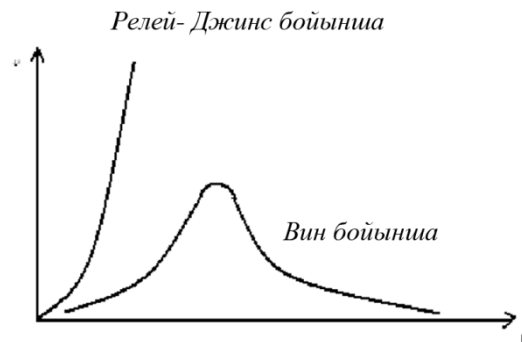
Мұндағы, $\sigma = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ Стефан-Больцман тұрақтысы. Стефан-Больцман заңы Планк формуласынан шығады:

$$R_{\text{ос}} = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda = \sigma T^4$$

τ уақытта абсолют қара дененің S бетінен шығатын барлық толқындар бойынша сәулелену энергияларының қосындысы мына формуламен есептеледі:

$$E = \sigma T^4 S \cdot \tau \quad (17.1.21)$$

Үлкен жиіліктер облысында Релей-Джинс формуласы тәжірибеден алынған нәтижелерден және Вин заңынан ауытқиды. (17.1.4-сызба)



17.1.4-сызба. Релей-Джинс заңының Вин заңынан ауытқуы

Ауытқу құбылысын классикалық физика заңдылықтары түсіндіре алмады. Статистикалық әдістерді және жылулық сәулеленудің кванттық сипаттамасын ескеріп, Планктың Кирхгофтың универсал функциясының формуласын қорытып шығаруы (17.1.15) жылулық сәулеленудің негізгі проблемаларын толығынан шешті. Жылулық сәулелену заңдары жылу техникасында сәуле ағындарының энергияларын есептегенде, оптикалық пирометрияда, астрономияда аспан денелерінің жарқырауын анықтау үшін кеңінен қолданылады.

§ 17.2 Луй-де-Бройль гипотезасы. Электрондық дифракция. Толқындық функция және оның статистикалық мағынасы. Микробөлшектердің толқындық қасиеттері және анықталмаушылық қатынасы

Жарықтық толқындық теориясы интерференция, дифракция, полярлану құбылыстарын жақсы түсіндіргенімен фотоэффект және Комптон

эффектісіне сипаттама бере алмады. Сондықтан жарық фотондарының тыныштық массасы нөлге тең болғанымен корпускулалық және толқындық қасиеттері бар деген болжам айтылды. Демек, әрбір фотонды бір мезгілде бөлшек (корпускула) және толқын ретінде қарастыруға болады. Кейбір оптикалық құбылыстар, мысалы, жарықтық қысымы толқындық және корпускулалық тұрғыдан үлкен жетістіктермен ұғындырылады. Жарық табиғатына мұндай екі жақтылық көзқарас корпускулалық-толқындықдуализм атын иеленді.

1924 жылы Луй-де-Бройль жарықтың екіжақтылық табиғатына заттың екіжақтылық табиғаты сәйкес келетіндігі туралы (зат бөлшегінің тек корпускулалық емес сонымен қатар толқындық қасиеті бар) қорытынды жасады. (17.1.11) формуласынан толқын ұзындығын табамыз:

$$\lambda = \frac{h}{mc}$$

Луй-де-Бройль осы формуланы элементар бөлшектердің толқын ұзындығын есептеуге болатындығы туралы гипотеза айтты:

$$\lambda = \frac{h}{m_0v} = \frac{h}{p} \quad (17.2.1)$$

Мұндағы, m_0 – бөлшектің тыныштық массасы, v - жылдамдығы, $p = m \cdot v$ қозғалыс мөлшері. Релятивисті жағдай үшін төмендегі теңдіктер орындалады:

$$p = m v = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \quad (17.2.2)$$

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad (17.2.3)$$

Бөлшектің массасы мен қозғалысының жылдамдығына тәуелді толқын ұзындығы Луй-де-Бройль толқынының ұзындығы деп аталады. Дэвидсон мен Джермердің тәжірибе негізінде электрондар үшін есептеген толқын ұзындығы Луй-де-Бройльдің толқын ұзындығымен үлкен дәлелдікпен сәйкес келді. Берілген жағдайда негізгі есептеу параметріне «электрондық зеңбіректің» потенциалдар айырымы алынды. Энергияның сақталу заңын пайдаланып мына теңдеулерді жазайық:

$$E_{\kappa} = A_{\text{электр}}, \quad \text{немесе} \quad \frac{mv^2}{2} = eU$$

Мұндағы, U электрлік ортаның потенциалдар айырымы, m және e электронның массасы мен заряды. Келтірілген теңдіктен жылдамдықты тауып Луй-де-Бройль қатынасына қойсақ, төмендегі өрнек алынады:

$$\lambda = \frac{h}{m\nu} = \frac{h}{\sqrt{\frac{2Ue}{m}}} \quad (17.2.4)$$

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4}{9,1 \cdot 10^{-31}}}} \quad m \approx 1,2 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

Луй-де-Бройль формуласын кез келген бөлшекке қолдануға болады. Бірақ Луй-де-Бройль толқын ұзындығы массаға кері пропорционал болғандықтан, оның толқындық қасиеті барлық жағдайда байқала берілмейді. Мысал үшін массасы $m=10^{-12}$ кг., жылдамдығы $\nu = 1$ см/с тозаңға сәйкес келетін толқын ұзындығын есептейік:

$$\lambda = \frac{h}{m\nu} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{10^{-12} \cdot 10^{-2}} \text{ м} = 6,6 \cdot 10^{-10} \text{ А}$$

Мұндай өте қысқа толқынды байқау мүмкін емес.

Луй-де-Бройль енгізген элементар бөлшектің толқын ұзындығы түсінігінен аксиома ретінде енгізілген Бордың бірінші постулатын теориялық тұрғыдан қорытып шығаруға болады. Егер Бордың стационарлық орбиталары бар болса, оған электрондық толқындардың бүтін n саны сыюы керек. Бұл жағдайда электрондар тұрғын толқындарды туғызады. Яғни;

$$\frac{2\pi r}{\lambda} = \frac{2\pi r}{h/m\nu} = n \quad \text{бұдан мына қатынас шығады}$$

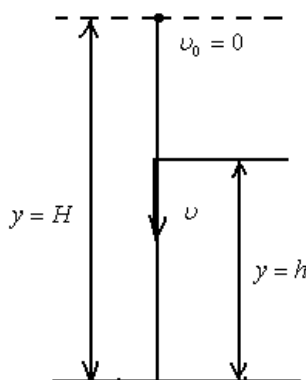
$$2\pi r = n \frac{h}{m\nu} \quad (17.2.5)$$

Мұндағы, r – орбитаның радиусы, $n=1,2,3,\dots$ - бүтін сандар, m , ν - электронның массасы мен жылдамдығы. Орбитамен қозғалатын электронның қозғалыс мөлшерінің моменті $m\nu r$ болғандықтан, төменде келтірілген өрнек Бордың бірінші постулатына сәйкес келеді:

$$m\nu r = n \frac{h}{2\pi} \quad (17.2.6)$$

Бұдан Бордың бірінші постулаты Луй-де-Бройльдың заттардың толқындық табиғаты туралы гипотезасынан шығатын салдар деп қорытынды жасалынады. Луй-де-Бройльдың идеясы кванттық физиканың дамуына үлкен ықпалын тигізді. Кванттық механикада микроәлемдегі қозғалыстардың заңдылықтарын сипаттау үшін жаңа ұғымдар енгізіледі. Мысалы, қозғалыс мөлшері, қозғалыс мөлшерінің моменті және тағы басқа түсініктемелер классикалық физикадан алынғанымен кванттық физикада олардың мағыналары басқа. Тәжірибеден алынған электрондардың дифракциясы оның корпускулалық және толқындық қажеттері бар екендігін дәлелдеді. Сондықтан электронның сипаттамасының классикалық бөлшектердікінен (корпускула, материалдың нүкте) айырмашылығы болуы тиісті.

H биіктіктен (координатасы y) еркін құлайтын массасы m бөлшектің қозғалысын қарастырайық. (17.2.1-сызба)



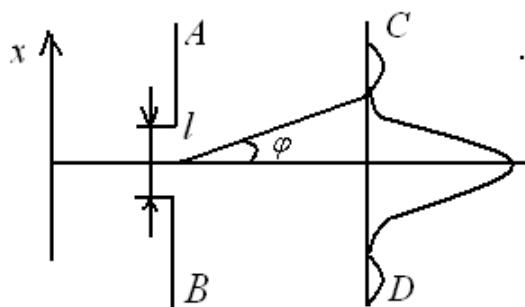
17.2.1-сызба. H биіктіктен еркін құлайтын массасы m бөлшектің қозғалысы

Уақыттың бастапқы мезетінде жылдамдық $U_0 = 0$ делік. Бөлшекке әсер ететін күш берілсе, Ньютонның екінші заңын пайдаланып қандай да бір Δt уақыт аралығындағы оның h координатасы мен v жылдамдығын (қозғалыс мөлшерін mv) анықтай аламыз:

$$h=H - \frac{g(\Delta t)^2}{2}, p = mv = mg\Delta t$$

Демек, классикалық физиканың заңдылықтарын қолданып микробөлшектердің сипаттамалары туралы бір мәнділік болжам айтуға болады. Егер электрон немесе кез келген элементар бөлшекті толқындық қасиеті бар деп алсақ, олардың кеңістіктегі дәл орнын қалай анықтауға

болады деген сұраққа жауап беру мақсатында электрондардың дифракциясын қарастырайық. (17.2.2-сызба)



17.2.2-сызба. Электрондардың дифракциясы

Саңылауының ені l , AB экраны электрондардың шоғына перпендикуляр орналасқан. CD экранында дифракциялық сурет байқалады. Электрондық толқынның негізгі бөлігі орталық максимумға келетіндіктен, келесі максимумдарды ескермейміз. φ бұрышына сәйкес келетін бірінші минимумның шартын жазайық:

$$l \sin \varphi = \lambda \quad (17.2.7)$$

Саңылау арқылы өткен электрондардың X бағытындағы орны саңылаудың еніне дейінгі дәлелділікпен ($\Delta x = l$) анықталады. Осы мезетте дифракцияның салдарынан электрондардың жылдамдықтарының (қозғалыс мөлшерлерінің) бағыты өзгереді. Саңылауды өткенге дейінгі қозғалыс мөлшерінің X осіндегі құраушысы нөлге тең. Ал өткеннен соң оның мәні мына аралықта шектеледі:

$$0 \leq p_x \leq p \sin \varphi \quad (17.2.8)$$

(17.2.7) теңдігінен $\sin \varphi$ мәнін қойып, мына өрнекті аламыз:

$$0 \leq p_x \leq p \frac{\lambda}{l}$$

Демек, саңылаудан өткен мезеттегі бөлшектің қозғалыс мөлшерін анықтау шегі мынаны құрайды:

$$\Delta p_x \approx p \frac{\lambda}{l}, \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{қатынасын ескерсек, төмендегі қатынас шығады:}$$

$\Delta p_x \cong \frac{h}{l}$, $\Delta x = l$ теңдігін пайдалансақ, мына қатынасты аламыз:

$$\Delta p_x \cong \frac{h}{\Delta x} \text{ бұдан}$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \cong h \quad (17.2.9)$$

Алынған нәтижені Y, Z координаталарына қолдансақ, төмендегі өрнектерді аламыз:

$$\Delta y \Delta p_y \cong h, \Delta Z \cdot p_z \cong h \quad (17.2.9a)$$

(17.2.9) және (17.2.9a) формулалары Гейзенбергтің анықталмағандық қатынастары деп аталады.

Берілген шамалардың дәл анықталуы өлшеуіш құралдарға байланысты емес. Ол зерттеліп отырған жүйенің объективті қасиеттеріне тәуелді. Егер шекті жағдайда қозғалыс мөлшерінің мәні дәл анықталса, координатаның анықталғандығы шексіздікке ұмтылып, оның қандай да бір мәні туралы айтудың мағынасы жоғалады. Мысалы, электронның координатасы мен жылдамдығын бір мезгілде дәл анықтайтын физикалық құрал жоқ. Электронның координатасы мен жылдамдығының дәл анықталуы Гейзенбергтің принципіне қарама-қайшы келеді. Мысалы, энергиясы 1эВ, жылдамдығы $\Delta v = 6 \cdot 10^7$ см/с электрон үшін 10% дәлелділікпен табылған координатаның анықталмағандығы мынаған тең:

$$\Delta x \approx \frac{h}{m \Delta v} = \frac{6,62 \cdot 10^{-27}}{9,1 \cdot 10^{-28} \cdot 6 \cdot 10^6} \text{ см} \approx 10^{-6} \text{ см} = 100 \text{ \AA}$$

Алынған нәтиже атомның диаметрінен бірнеше есе артық.

Макроскопиялық денелерге Гейзенбергтің анықталмағандығы қатынасының қоятын шектеуі орындалмайды. Мысалы, диаметрі 0,1 мм, массасы $m = 5 \cdot 10^{-7}$ г, $v = 10^{-2}$ см/с жылдамдықпен қозғалатын тамшының координатасының анықталмағандығы есептейік: ($\Delta p = m \Delta v = 5 \cdot 10^{-10}$ г · см/с)

$$\Delta x = \frac{6,62 \cdot 10^{-27} \text{ см}}{5 \cdot 10^{-10}} \approx 10^{-17} \text{ см}$$

Тамшының диаметрінен 10^{15} есе кіші.

Ядроның айналасында орбитаның бойымен қозғалатын электронның жылдамдығын өлшегенде жіберілген кішкентай қателік, координатаны өлшеудегі қателіктің шамасын орбитаның өлшемімен бірнеше есе арттырады. Сондықтан атомдағы электронның дәл орбитасын анықтай алмаймыз. Өйткені ол белгілі бір анықталған ықтималдылықпен атомның әртүрлі жерлерінде орналасуы мүмкін.

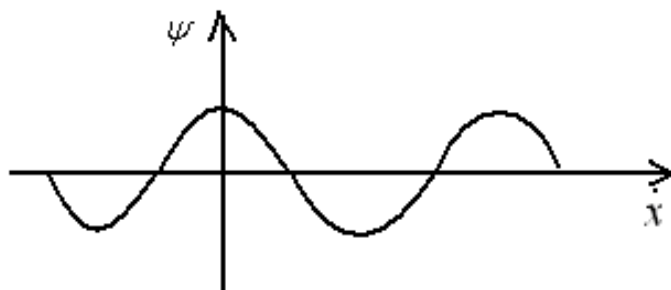
§17.3. Толқындық функция және оның статистикалық мағынасы. Шредингер теңдеуі

Классикалық физикада жүйенің күйін толық сипаттау мақсатында қандай да бір уақыт мезетіндегі олардың барлық координаталарымен қозғалыс мөлшерлері беріледі. Аталған параметрлердің алғашқы мәндері берілсе, (бастапқы шарттар), Ньютонның екінші заңын пайдаланып кез келген келер уақыт мезетіндегі жүйенің барлық координаталары мен қозғалыс мөлшелерін есептеп, оның болашақтағы күйін болжамдауға болады. Кванттық механикада координаталар мен оған сәйкес келетін қозғалыс мөлшерлері бір уақыт мезетінде болмайтындықтан, оған классикалық физика заңдылықтарын қолданылмайды. Кванттық механикадағы қолданылатын барлық әдістерді пайдаланып электронның берілген уақыт мезетіндегі күйлерін білу арқылы оның келешектегі сипаттамасы туралы дәл айта алмаймыз. Себебі электронның алғашқыдан кейінгі сипаттамалары әртүрлі болуы мүмкін. Сондықтан кванттық механика бір күйдің немесе басқа күйдің болу ықтималдылығын анықтай алады. Кейбір жағдайларда анықталған күйдің ықтималдылығы бірге тең. Бұл жағдайда болжамның бірімәнділігі мен растығына көшеміз. Корпускулалық және толқындық қасиеттерге тән кванттық-механикалық жүйенің күйін сипаттау үшін X осінің бойымен толқынның таралуын қарастырамыз.

Қарастырылып отырған құбылыстың табиғаты қандай болғанымен (дыбыстың, жарықтың, электронның қозғалысы, және Луй-де-Бройльдың толқынының) олардың физикалық параметрлерінің мәндері тербелетін толқындық функциямен сипатталады. Мысалы, дыбыс толқындарында қысым мен тығыздық, электромагниттік толқындарда электр және магнит өрістерінің кернеуліктері тербеледі. Бұл толқындық функцияны Ψ әрпімен белгілейік. Бір өлшемді монохроматты толқындар үшін функция төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$\Psi = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right) = A \sin 2\pi\left(\frac{vt - x}{\lambda}\right) \quad (17.3.1)$$

(17.3.1) формуласынан Ψ функциясы координата мен уақыттың функциясы болатындығын көреміз. Демек, кеңістіктің бір нүктесінде уақыттың әртүрлі мезеттерінде және уақыттың бір мезетінде кеңістіктің әртүрлі нүктелерінде Ψ функциясы әртүрлі мәндерді иеленеді. 17.3.1-сызбада келтірілген осындай толқынның бөлігінің кескінінен x координатасының анықталған мәні жоқ екендігі айқындалады. Толқын X осінің бойымен оңға және солға қарай шектеусіз таралады. Демек, координатаны анықтағандағы ауытқу шегі $\Delta x = \infty$. Толқын монохроматты болғандықтан, оның толқын ұзындығы λ , қозғалыс мөлшері $p = \frac{h}{\lambda}$ анықталған мәндерді қабылдайды. Бұл қозғалыс мөлшерін анықтаудың шегі $\Delta p = 0$ екендігін көрсетеді.

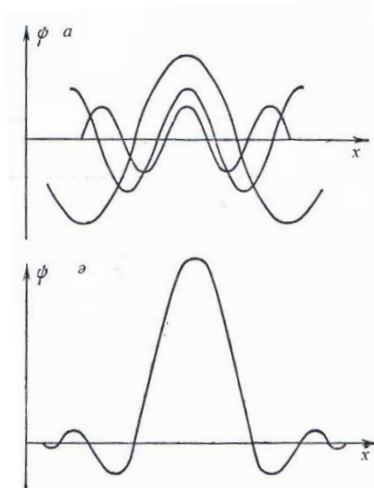


17.3.1-сызба. Координатасы анықталмаған толқынның таралуы

Электрон атомдағы толқындық объект болғандықтан, атомнан сырт жерлерде толқындық функция нөлге тең. Координата тек атомның ішінде $x - x + dx$ аралығындағы мәндерді қабылдайды.

Толқын қандай да бір аралықта жату үшін оны толқындық пакет ретінде қарастыруымыз керек. Толқындық пакет деп $\lambda - \lambda + d\lambda$ аралығында жататын амплитудалары мен жиіліктері әртүрлі монохроматты толқындардың жиынтығын айтады (17.3.2 а-сызба).

17.3.2 ә-сызбасында осы толқындардың қосындысы, яғни толқындық пакет көрсетілген.



17.3.2-сызба. а – монохроматты толқындар жиынтығы.
 ә – толқындық пакет.

Толқындық пакет үшін x координатасының мәндері $x - x + dx$ аралығында жатады. Бірақ анықталмағандық қатынас бойынша, біз толқын ұзындығының мәнін дәл көрсете алмаймыз. Демек, қозғалыс мөлшерінің мәні де анықталмаған және $p - p + dp$ аралығымен шектелген:

$$\Delta p = \Delta \left(\frac{h}{\lambda} \right) = \frac{h}{\lambda^2} |\Delta \lambda|$$

Ψ функциясының физикалық мағынасын түсіну үшін электромагниттік толқынмен ұқсастығын зерттейік. Электромагниттік толқынның электр энергиясының тығыздығы электр өрісінің кернеулігінің квадратына ($\omega_e = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 / 2$), ал магнит энергиясының тығыздығы магнит өрісінің

магнит индукциясының квадратына пропорционал ($\omega_m = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$). Осыған

ұқсастық бойынша, толқындық функцияның модулінің квадраты $|\Psi|^2$ бірлік көлемдегі электронның табылу ықтималдылығы ретінде қарастырылады. Демек, $|\Psi|^2 dV$ электронды dV көлемінде табу ықтималдылығы, ал $\int |\Psi|^2 dV$ барлық көлем бойынша электрондық кеңістіктің қандай да бір жерінде табылу ықтималдылығы. Электронның кеңістіктің қандай да бір жерінде бар болуы шын оқиға болса, төмендегі теңдік орындалады:

$$\int |\Psi|^2 dV = 1$$

Бұл теңдеу нормалану шарты деп аталады. Кванттық механиканың математикалық аппаратының классикалық физиканікінен айырмашылығы бар. Мысалы, кванттық механика x, y, z, p_x, p_y, p_z динамикалық айнымалылардың t уақытқа тәуелділігін анықтамай, бөлшектің күйін сипаттайтын толқындық Ψ функциясын іздестіреді. Күштің өрісте қозғалатын потенциалдық энергиясы $U(x, y, z, t)$ микробөлшек үшін Шредингер теңдеуі мынадай түрде жазылады:

$$\frac{h}{2\pi} \cdot \frac{\partial \Psi(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{h^2}{8\pi^2 m} \Delta \Psi(x, y, z, t) - U(x, y, z) \Psi(x, y, z, t) \quad (17.3.2)$$

Мұндағы, Δ - Лаплас операторы, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, m - бөлшектің массасы, $U(x, y, z)$ - потенциалдық энергиясы.

Дифференциальдық теңдеулер теориясында (17.3.2) теңдеуіне ұқсас теңдеулердің шешімі E -нің белгілі бір анықталған мәндерінде болатындығы дәлелденген. Бұл мәндерді меншікті, ал энергияның меншікті мәндеріне сәйкес келетін шешімдерді меншікті функциялар деп айтады. Энергияның меншікті мәндері үздіксіз және дискретті қатарлардан құрылуы мүмкін. Бірінші жағдайда үздіксіз немесе тұтас, екіншісінде дискретті спектр туралы сөз қозғалады. Ψ функциясы берілген көлемнің элементінде микробөлшектің әсер етуінің табылу ықтималдылығын сипаттайтын болғандықтан, мына шарттарды қанағаттандырады: берілген көлемде Ψ функциясы шекті (ықтималдылық бірден үлкен емес), бірімәнді, (ықтималдылық бір мәнді шама болуы мүмкін емес), үздіксіз (ықтималдылық секіріп өзгермейді).

Шредингер теңдеуінен және толқындық функцияға қойылатын шарттардан энергияның квантталу ережесі шығады. Бор теориясында энергияның квантталуы постулат түрінде айтылса, кванттық механикада теориялық көріністің дамуының табиғи жолынан шығады.

Жалпы жағдайда Шредингер теңдеуіндегі потенциалдық энергия координата мен уақыттық функциясы болғандықтан, $\Psi(x, y, z, t)$ көбейтінді түрінде жазуға болады:

$$\Psi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z)\varphi(t)$$

Бөлшектің x осінің бойымен қозғалысын қарастырайық:

$$\Psi(x, t) = \phi(x)\varphi(t) \quad (17.3.3)$$

Микробөлшек X осінің бойымен қозғалсын делік, онда Шредингер теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$\frac{h}{2\pi \cdot i} \cdot \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = \frac{h^2}{8\pi^2 m} \cdot \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} - U(x)\Psi(x,t) \quad (17.3.4)$$

(17.3.3) теңдігін (17.3.4) өрнегіне қойып, $\phi(x)\varphi(t)$ бөлсек, мына теңдеуді аламыз:

$$\frac{h^2}{8\pi^2 m} \cdot \frac{1}{\phi(x)} \cdot \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} - U(x) = \frac{h}{2\pi i} \cdot \frac{1}{\varphi(t)} \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

Теңдеудің сол жағы x -тің, оң жағы t функциясы. Олар бір-біріне, әрқайсысы бір тұрақтыға тең болғанда ғана теңеледі. Бұл тұрақты E , яғни бөлшектің толық энергиясы екендігін көрсетейік. Теңдіктің оң және сол жақтарын E теңестіріп түрлендірсек, төменгі теңдеу шығады:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\phi = 0 \quad (17.3.5)$$

Кеңістікте қозғалатын бөлшек үшін теңдеу төмендегідей түрленеді:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\phi = 0 \quad (17.3.6)$$

Лаплас операторын пайдалансақ, мына теңдеу шығады:

$$\Delta \phi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\phi = 0 \quad (17.3.7)$$

(17.3.5) теңдеуінің шешімі

$$\varphi_n(t) = e^{\frac{-2\pi E_n t}{h}} \quad (17.3.8)$$

Мұндағы, E_n энергияның меншікті мәнінің біреуі, $\varphi(t)$ толық $\Psi(x, y, z, t)$ толқындық функцияның уақытқа тәуелділігін өрнектейді.

(17.3.8) өрнегінен бұл тәуелділік жиілігі мына қатынаспен анықталатын гармоникалық болатындығын көреміз:

$$v_n = \frac{E_n}{h}$$

Егер потенциалдық энергия тек координаталарға тәуелді болса, Шредингердің толық теңдеуінің шешімі мына өрнектермен анықталады:

$$\Psi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z)e^{-2\pi i \nu t} \quad (17.3.9)$$

$$\Psi(x, t) = \phi(x)e^{-2\pi i \nu t} \quad (17.3.10)$$

Бұл жағдайда микробөлшектің элементар көлемде табылу ықтималдылығы:

$$d\omega = \Psi\Psi^* dV = \phi\phi^* e^{-2\pi i \nu t} \cdot e^{2\pi i \nu t} dV = \phi\phi^* dV \quad (17.3.11)$$

Уақытқа тәуелсіз мұндағы ϕ^* функциясы ϕ функциясына түйіндес комплексті функция. Ықтималдылықтың кеңістікте үлестірілуі стационарлы. Осы шартты қанағаттыратын микробөлшектің күйі стационарлық күй деп аталады.

§17.4 Шредингер теңдеуінің қолданылуы

а. Еркін микробөлшектің қозғалысы. X осінің бойымен қозғалатын еркін бөлшек $U(x)=0$ үшін Шредингер теңдеуі төмендегідей түрленеді.

$$\frac{h}{2\pi i} \cdot \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \frac{h^2}{8\pi^2 m} \cdot \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} \quad (17.4.1)$$

Бұл теңдеудің шешімі мына теңдікпен анықталады:

$$\Psi(x, t) = \phi(x)e^{-2\pi i \nu t} = \phi(x)e^{-i\omega t} \quad (17.4.2)$$

Мұндағы, $\omega = 2\pi\nu$, $\phi(x)$ (17.3.5) теңдеуін қанағаттандыратын толқындық функция.

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E \phi = 0 \quad (17.4.3)$$

$U=0$ болғандықтан, E – бөлшектің кинетикалық энергиясына тең: $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$. Осы қатынасты (17.4.3) формуласына қойып, мына теңдеуді аламыз:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \phi = 0 \quad (17.4.4)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ толқындық санын теңдікке қойсақ, төмендегі теңдеу шығады:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + k^2\phi = 0 \quad (17.4.5)$$

Теңдеудің дербес шешімі мына өрнектер болады:

$$\phi_1 = Ae^{ikx}, \phi_2 = Be^{-ikx} \quad (17.4.6)$$

Жалпы шешімі екеуінің қосындысынан тұрады:

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (17.4.7)$$

Теңдіктің екі жағын $e^{-i\omega t}$ көбейтсек, (17.4.1) теңдеуінің жалпы шешімін аламыз:

$$\Psi(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)} + Be^{-i(kx + \omega t)} \quad (17.4.8)$$

(17.4.8) теңдеуі бір-біріне қарама-қарсы бағытта тарайтын екі жазық гармоникалық кума толқындардың қосындысын өрнектейді.

X осінің бағытымен қозғалатын бөлшек үшін $B=0$ болғандықтан, оның қозғалысын сипаттайтын теңдеу төмендегідей түрленеді:

$$\Psi(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)} \quad (17.4.9)$$

X осінің бағытына қарсы бағытта қозғалатын бөлшек үшін $A=0$ болғандықтан, теңдеу мынадай болып өзгереді:

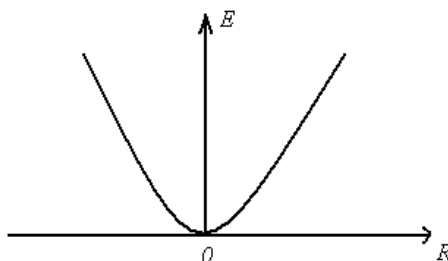
$$\Psi(x, t) = Be^{-i(kx + \omega t)} \quad (17.4.10)$$

(17.4.3) және (17.4.5) теңдеулерін салыстырып толқындық санды табамыз:

$$k^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2} E, \text{ бұдан}$$

$$E = \frac{h^2}{8\pi^2 m} k^2 \quad (17.4.11)$$

Еркін бөлшектің энергиясы толқындық санның квадратына пропорционал. Бұл функцияның графигі 17.4.1-сызбасында келтірілген.



17.4.1-сызба. Еркін бөлшектің энергиясының толқындық санға тәуелділігі

Толқындық санға ешқандай шектеу қойылмайтындықтан, еркін бөлшек кез келген энергияны иеленуі мүмкін. Яғни, оның энергетикалық спектрі тұтас болады. X осінің dx бөлігінде бөлшектің табылу ықтималдылығы мынаған тең:

$$d\omega = \Psi\Psi^* dx = AA^* dx \quad (17.4.12)$$

ә. Қабырғалары шексіз биік бір өлшемді тік бұрышты тосқауылдағы бөлшек.

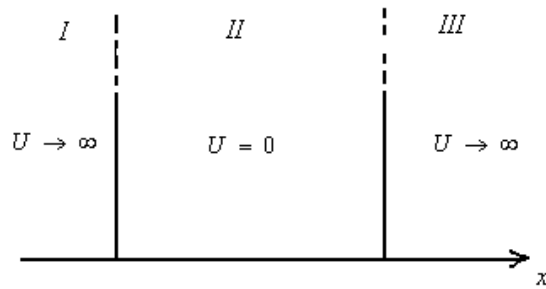
Егер бөлшек X осінің бойымен қозғалса, тік бұрышты тосқауылдың потенциалдық энергиясы төмендегі шартты қанағаттандыруы тиіс:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq l \\ \infty, & x > l \end{cases}$$

Мұндағы, l - тосқауылдың ені. Энергия тосқауылдың түбінен бастап есептеледі. (17.3.5) Шредингер теңдеуі бір өлшемді есеп үшін $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ескерсек, төмендегідей түрленеді:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\phi = 0 \quad (17.4.12)$$

Есептің шарты бойынша, тосқауылдың қабырғалары шексіз болғандықтан, бөлшек оның сыртына шыға алмайды. Сондықтан бөлшектің I және III облыстарда толқындық функциямен табылу ықтималдылығы нөлге тең. Тосқауылдың шекарасында ($x=0$, $x=l$) үздіксіз толқындық функция нөлге айналады (17.4.2-сызба).



17.4.2-сызба. Бірөлшемді тік бұрышты потенциалдық тосқауылдағы бөлшек

Берілген жағдайда төменде келтірілген шекаралық шарт орындалады.

$$\phi(0) = \phi(l) = 0 \quad (17.4.13)$$

$0 \leq x \leq l$ шарты үшін Шредингер теңдеуін жазайық (II облыста: $U=0$)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \phi = 0$$

немесе
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k^2 \phi = 0 \quad (17.4.14)$$

Мұндағы,
$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (17.4.15)$$

(17.4.14) теңдеуінің жалпы шешімі мынаған тең:

$$\phi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

$\phi(0) = 0$ болғандықтан: $B=0$. Яғни;

$$\phi(x) = A \sin kx \quad (17.4.16)$$

$\phi(l) = A \sin kl = 0$ шарты тек $kl = n\pi$ болғанда орындалады. Мұндағы, n бүтін сандар немесе толқындық сан мынаған тең:

$$k = \frac{n\pi}{l} \quad (17.4.17)$$

(17.4.16) және (17.4.17) теңдіктерінен келесі өрнек шығады:

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \quad (17.4.18)$$

Қабырғаларының биіктігі шексіз тік бұрышты потенциалдық тосқауылдағы бөлшектің қозғалысын сипаттайтын Шредингер теңдеуі n бүтін сандарына тәуелді E_n меншікті мәндерін қанағаттандыруы қажет. Демек, қабырғасы шексіз тік бұрышты потенциалдық тосқауылдағы бөлшектің E_n энергиясы белгілі бір дискретті мәндерді қабылдайды, яғни квантталады. Квантталған E_n энергиясының мәндері энергиялар деңгейі, ал энергетикалық деңгейлерді анықтайтын n саны кванттық сан деп аталады. Келтірілген потенциалдық шұңқырдағы микробөлшек белгілі бір энергетикалық E_n деңгейде немесе анықталған n кванттық күйде болады.

(17.4.16) теңдігінде (17.4.17) өрнегіндегі k мәнін қойып, меншікті функцияны табамыз.

$$\phi(x) = A \sin \frac{n\pi}{l} x$$

Интегралдың A тұрақтысын нормальдау шартынан анықтаймыз:

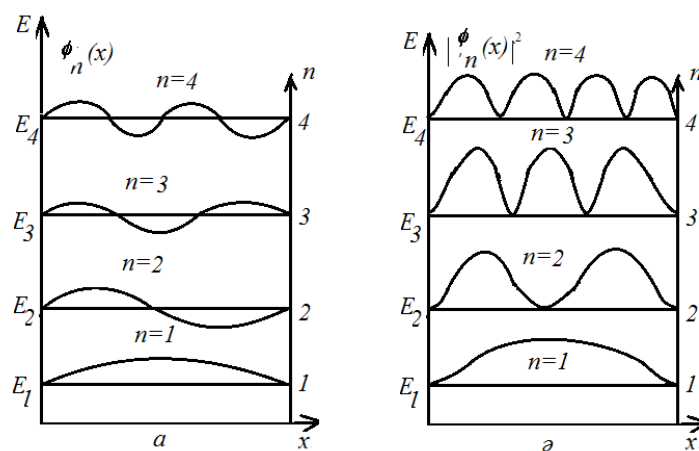
$$A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x dx = 1$$

Интегралдау нәтижесінде $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$ аламыз. Меншікті функциялардың түрі мынадай болады:

$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (17.4.19)$$

(17.4.19) меншікті функциялардың графиктері 17.4.3-сызбасында көрсетілген. Сызбадан микробөлшектің l кесіндісінің әртүрлі жерлерінде болуы бірдей еместігін көреміз. (17.4.18) формуласы энергияның берілген мәнін әртүрлі бүтін сандардың n_1, n_2, n_3, \dots комбинацияларының көмегімен алуға болатындығын көрсетеді. Осындай сандардың әрбір үштігіне толқындық Ψ_{n_1, n_2, n_3} функциясы сипаттайтын микробөлшектің анықталған күйі сәйкес келеді. Демек, бір энергетикалық деңгейге толқындық

функциясы әртүрлі $\phi_{n_1, n_2, n_3 \dots}$ бірнеше кванттық күй сәйкес келеді. Мұндай күйлер сетінеген, ал берілген энергетикалық деңгейге сәйкес келетін күйдің санын сетінеу еселігі деп атайды.



17.4.3-сызба. а. Энергия деңгейлеріне сәйкес келетін меншікті функциялар; ә. бөлшекті табу ықтималдылығының тығыздығы.

Мысалы, $n=2$ болғанда, бөлшек тосқауылдың ортасында бола алмайды. Ал оның оң және сол жақ бөліктерінде болу ықтималдылықтары бірдей. Демек, кванттық механикада бөлшектің траекториясы туралы айта алмаймыз.

Энергияның мынадай деңгейін қарастырайық: $E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ml^2} \cdot 6$. Бұл деңгей үшін $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 6$.

Теңдік n_1, n_2, n_3 сандарының үш әртүрлі комбинацияларымен қанағаттандырылады: $n_1 = 2, n_2 = 1, n_3 = 1$; $n_1 = 1, n_2 = 2, n_3 = 1$; $n_1 = 1, n_2 = 1, n_3 = 2$. Берілген энергия деңгейіне $\Psi_{211}, \Psi_{121}, \Psi_{112}$ функцияларымен сипатталын үш әртүрлі күй сәйкес келеді.

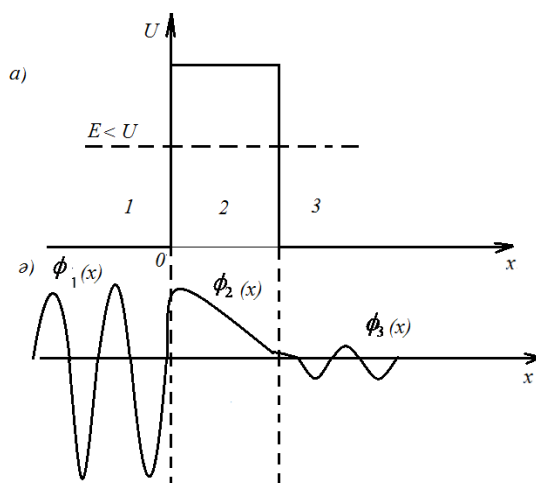
Берілген деңгейдің сетінеу еселігі үшке тең. (17.4.18) өрнегінен екі көрші деңгейдің энергетикалық интервалы төмендегі формуламен есептелетіндігі шығады:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n + 1) \quad (17.4.20)$$

Мысалы, тосқауылының өлшемі 10^{-1} м болса, электрон үшін (металдардағы еркін электрондар) $\Delta E_n \approx 1,2 \cdot 10^{-35} \text{ н Дж} = 0,74 \cdot 10^{-16} \text{ н эВ}$

Яғни, энергетикалық деңгейлер өте жақын орналасқандықтан спектрін үздіксіз деп есептеуге болады. Егер тосқауылдың өлшемі атомдардыкіне жақын ($l \approx 10^{-8}$ м) болса, электрон үшін $\Delta E_n \approx 1,2 \cdot 10^{-17} \text{ н Дж} = 0,74 \cdot 10^2 \text{ н эВ}$ бұл жағдайда энергия дискретті мәндерді (сызықты спектр) қабылдайды. Демек, қабырғалары шексіз биік тосқауылдағы бөлшекке Шредингер теңдеуін қолдану энергияның кванттық мәндеріне әкеледі. Ал, классикалық механика бұл бөлшектің энергиясына ешқандай шектеу қоймайды.

б. Бөлшектің потенциалдық тосқауыл арқылы өтуі. X осінің бойымен қозғалатын бөлшек үшін тікбұрышты потенциалдық тосқауылды қарастырайық (17.4.4 а-сызба).



17.4.4-сызба. а. Бірөлшемді тікбұрышты тосқауылдан бөлшектің өтуі

Ені l , биіктігі U потенциалдық тосқауыл үшін төмендегі шарттар орындалуы керек:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U, & 0 \leq x \leq l \\ 0, & x > l \end{cases}$$

Берілген шарттарда E энергиясы бар классикалық бөлшек $E > U$ болғанда тосқауылды кедергісіз өтеді, немесе $E < U$ болса, тосқауылдан шағылысып кері қарай қозғалады. Әрбір облыс үшін (17.4.4 а-сызба) Шредингердің теңдеуін жазамыз:

$$\frac{\partial^2 \phi_{1,3}}{\partial x^2} + k^2 \phi_{1,3} = 0 \quad 1 \text{ және } 3 \text{ облыста: } k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$$

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} + q^2 \phi_2 = 0 \quad 2 \text{ облыста } q^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \quad (17.4.21)$$

Келтірілген дифференциалдық теңдеулердің шешімдері:

$$\phi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} \quad (17.4.22)$$

$$\phi_2(x) = A_2 e^{iqx} + B_2 e^{-iqx} \quad (17.4.23)$$

$$\phi_3(x) = A_3 e^{ikx} + B_3 e^{-ikx} \quad (17.4.24)$$

1-облыс үшін толық толқындық теңдеудің түрі мынадай болады:

$$\Psi_1(x, t) = \phi_1(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E \cdot t} = A_1 e^{-\frac{i}{\hbar} (Et - p_1 x)} + B_1 e^{-\frac{i}{\hbar} (E \cdot t + p_1 x)} \quad (17.4.25)$$

Өрнектің бірінші мүшесі x осінің бағытымен таралатын жазық толқынды, екіншісі x осінің бағытына қарсы таралатын жазық толқынды (яғни шағылған) береді. (17.4.22) және (17.4.25) өрнектеріндегі A_1 коэффициенті тосқауылға қарай қозғалатын бөлшектер шоғырының интенсивтілігімен байланысты болғандықтан, еркін таңдалып алынады ($A_1 = 1$). (17.4.24) шешімі екі жаққа тарайтын толқынды сипаттайды (x, t). Бірақ 3-ші облыста тосқауыл арқылы өткен солдан оңға қарай тарайтын ғана толқын бар. Сондықтан (17.4.24) өрнегіндегі B_3 коэффициенті нөлге тең. Теңдеудің екінші облыстағы шешімі $E > U$ немесе $E < U$ қатынастарына

байланысты. Классикалық физиканың заңдары $E < U$ шарты орындалғанда бөлшектің потенциалдық тосқауыл арқылы өтуіне рұқсат бермейді. Берілген жағдайда (17.4.21) формуласы бойынша $q = i\beta$ жорамал сан. Мұндағы, β -ның мәні төменде келтірілген қатынаспен анықталады:

$$\beta = \frac{\sqrt{2m(E - U)}}{\hbar}$$

қ, $A_1=1$, және $B_3=0$ мәндерінде, үш облыс үшін Шредингер теңдеуінің шешімін аламыз:

$$\phi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}$$

$$\phi_2(x) = A_2 e^{-\beta x} + B_2 e^{\beta x}$$

$$\phi_3(x) = A_3 e^{ikx}$$

2-облыста функция экспонентаның дәреже көрсеткіштері жорамал болмағандықтан, екі жаққа тарайтын жазық толқынға сәйкес келмейді.

$B_2 = 0$ деп аламыз, өйткені толқындық функцияға қойылатын шарт шекті.

$\phi_1(x), \phi_2(x), \phi_3(x)$ функцияларының түрлері 17.4.4 ә-сызбасынан тосқауылдың ішінде толқындық функцияның нөлге теңелмейтінін, тосқауылдың ені онша үлкен болмаса, 3-облыста сол қозғалыс мөлшерімен және жиілікпен, амплитудасы кіші Луй-де-Бройль толқынының түрін қабылдайтынын көруге болады. Демек, бөлшектің ені шекті потенциалдық тосқауыл арқылы өту ықтималдылығы нөлге тең емес.

Кванттық механика физикаға «туннельдік эффект» деп аталатын, нәтижесінде микробөлшек потенциалдық тосқауыл арқылы өтетін түбегейлі өзгеше құбылысты енгізді. Туннельдік эффектін сипаттау мақсатында өткен бөлшектер ағынының тығыздығының, түсетін бөлшектер ағынының тығыздығының қатынасымен анықталатын потенциалдық тосқауылдың мөлдірлігінің коэффициенті ұғымы пайдаланылады:

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$$

$\left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2$ табу үшін тосқауылдың шекарасында $x=0, x=l$. Ψ және Ψ' функцияларының үздіксіздігін пайдаланамыз: (17.4.3-сызба)

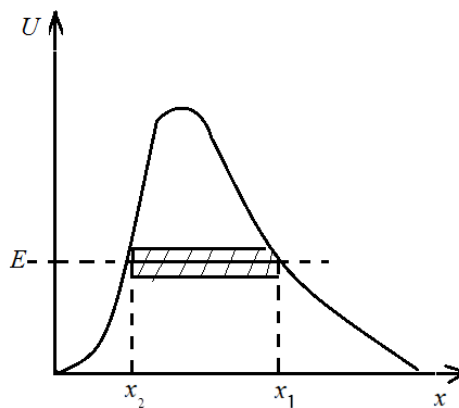
$$\begin{cases} \phi_1(0) = \phi_2(0) \\ \phi_1'(0) = \phi_2'(0) \\ \phi_2(l) = \phi_3(l) \\ \phi_2'(l) = \phi_3'(l) \end{cases} \quad (17.4.26)$$

Келтірілген төрт шарт A_2, A_3, B_1, B_2 коэффициенттерін A_1 арқылы өрнектеуге мүмкіндік береді. Тік бұрышты потенциал үшін (17.4.26) теңдеулерін шешіп, мөлдірлік коэффициентін табамыз:

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(E-U)}l\right) \quad (17.4.27)$$

Мұндағы, U – потенциалдық тосқауылдың биіктігі, E – бөлшектің энергиясы, l - тосқауылдың ені, D_0 - бірге тең тұрақты көбейткіш. (17.4.27) өрнегі мөлдірлік коэффициенті D бөлшектің m массасына, тосқауылдың l еніне, $(U-E)$ айырымына тәуелді екендігін көрсетеді. Пішіні еркін алынған потенциалдық тосқауыл үшін мөлдірлік коэффициенті мына формуламен анықталады: (17.4.5-сызба)

$$D = D_0 \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U-E)} dx\right]$$



17.4.5-сызба. Пішіні еркін алынған потенциалдық тосқауыл

Потенциалдық тосқауылдан бөлшектердің туннельдік өтуі қатты денелер, атомдық және ядролық физикадағы құбылыстардың негізін қалайды. Мысалы, екі шала өткізгіштің түйісу қабатындағы құбылыс, α -ыдырау, термоядролық реакцияның жүру құбылыстары.

§17.5 Кванттық сандар. Элементтердің периодтық жүйесі

Алдыңғы параграфтарда біз есепті жеңілдету мақсатында шартты түрде үш өлшемді толқынды бір өлшемді толқынмен алмастырудың нәтижесінде электронның атомдағы күйі энергия деңгейінің нөмірімен сәйкес келетін басты кванттық n санымен сипатталды. Шындығында, атомдағы әрбір электронның күйі төменде келтірілген төрт кванттық санмен анықталады:

а. n бас кванттық сан, бірден бастап кез келген бүтін сандарды қабылдап, ($n=1, 2, 3, 4, \dots$) электронның атомдағы энергияларының дискретті мәндерін береді.

ә. радиусы r орбитаның бойымен v жылдамдықпен қозғалатын электронның қозғалыс мөлшерінің моменті бар:

$$\vec{P}_m = m_e \left[\vec{v} \times \vec{r} \right]$$

Кванттық механикада электронның атомдағы қозғалыс мөлшерінің моменті энергия сияқты қандай да бір бүтін санға еселі мәндерді қабылдайды. Яғни, электронның қозғалыс мөлшерінің моменті мына өрнек бойынша дискретті мәндерді иеленеді:

$$P_m = \frac{h}{2\pi} \sqrt{l(l+1)} \quad (17.5.1)$$

Мұндағы, l орбитальдық (азимутальдық) кванттық сан деп аталады. ($l = 0, 1, 2, \dots, n-1$). Мысалы, егер $n=4$ болса, $l = 0, 1, 2, 3$ мәндерінің біреуін қабылдауы мүмкін. Осыған сәйкес қозғалыс мөлшерінің P_m моменті $0, \frac{h}{2\pi} \sqrt{2}, \frac{h}{2\pi} \sqrt{6}, \frac{h}{2\pi} \sqrt{12}$ мәндерін иеленеді. Электронның атомдағы күйлерін n және l пайдаланып жазу қалыптасқан. Бас кванттық сан цифрмен, орбитальдың кванттық сан әрпімен белгіленеді. $l = 0$ күйі S, $l = 1$ күйі P, $l = 2$ күйі d, $l = 3$ күйі f әріптерімен белгіленеді. Осылайша, $n=1, l=0$ болғандағы электронның күйі 1s, $n=2, l=1$ күйі 2p және т.с.с. белгілерді иеленеді.

Толқындық функцияның квадраты бірлік көлемдегі электронның табылу ықтималдылығын беретіндіктен, оның атомның әртүрлі бөліктеріндегі мәндері бірдей емес. Егер үлкен ықтималдылыққа электрондардың қою шоғырлары сәйкес келеді деп алсақ, ядроны қоршаған электронды бұлттарды аламыз. Әртүрлі күйлердегі электрондық бұлттардың пішіндері мен қоюлықтары әртүрлі болады. Электронның бұлттық пішіні l кванттық санының мәндеріне тәуелді. Мысалы, электрондық бұлт $l = 0$ болса, сфераның $l = 1$ болғанда сегіз санын айналдырғанда шығатын дененің пішінін қабылдайды. Электронның атомдағы энергиясы бас кванттық санның n мәндеріне ғана емес, сонымен қатар l -дің мәндеріне байланысты. Себебі бір атомдағы электрондардың әсерлесуі олардың қозғалыс мөлшерлеріне тәуелді.

б. Электронның күйін толық сипаттау үшін n мен l -дің мәндерін білу жеткіліксіз. Өйткені электронның атомда орбитальдық қозғалыс мөлшерінің моментінен басқа орбитальдық магниттік моменті бар. Сондықтан электрондық бұлт сыртқы өрісте толық анықталған күйінде орналасады. Бұл жағдайда қозғалыс мөлшерінің орбитальдық моментінің L_z сыртқы өрістегі құрамдас бөлігі кванттық мәндерді қабылдайды:

$$L_z = m \frac{h}{2\pi} \quad (17.5.2)$$

Яғни, L_z мәндері магниттік кванттық m санымен анықталады. ($m = -l, \dots, -1, 0, +1, \dots, +l$)

в. Атомдағы электронның күйі спиндік кванттық S санымен сипатталады. Электронның орбитальдық қозғалыс мөлшерінің моментімен қатар меншікті қозғалыс мөлшерінің моменті L_s (спині) бар. Спин электронның еркін және атомдағы күйіне тән маңызды параметр. Спин электронның меншікті магнит моменті P_{ms} сәйкес келетіндіктен, сыртқы магнит өрісінде қозғалыс мөлшерінің орбитальдық моменті сияқты, толық анықталған күйінде орнығады. Спиндік моменттік қозғалыс мөлшерінің моментінің сыртқы өрістің бағытындағы құрамдас бөлігі белгілі кванттық мәндерді қабылдай алады:

$$L_{sz} = S \frac{h}{2\pi}$$

Мұндағы, S – спиндік кванттық сан. ($S = +\frac{1}{2}$, немесе $-\frac{1}{2}$)

Басты кванттық сан n күйде қанша электрон болатындығын есептейік. Магниттік кванттық сан - l -ден $+l$ -ге дейін кез келген бүтін сандарды, яғни барлығы $(2l + 1)$ мәндерін қабылдайды. Осы жағдайда орбитальдық кванттың l саны 0-ден $n - 1$ -ге дейінгі кез келген бүтін мәндерді иелене алатындықтан, атомдағы барлық мүмкін болатын (электронның спинін есептемегенде) күйлердің саны мынаған тең:

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = \frac{1 + [2(n - 1) + 1]}{2} n = n^2$$

Егер бірінші үштікті құрайтын кванттық сандарға тәуелсіз спиндік кванттық сан екі мәнді біреуін қабылдайтындықтан, атомдағы электрондардың мүмкін болатын күйлерінің саны $2n$ -ге тең. Электронның теориялық тұрғыдан алынған кванттық қасиеттері тәжірибе жүзінде дәлелденді. (Спектрлерді атомдардың электрлік және магниттік қасиеттерін зерттеуде). Электрондардың кванттық қасиеттерінің көпэлектронды атомдардың құрылысын және Менделеевтің периодті жүйесіндегі заңдылықтарды ұғындыруда алатын орны өте үлкен.

Көпэлектронды атомда әрбір электрон n , l , m және s кванттық сандарымен сипатталатын рұқсат етілген күйдің біреуінде орналасады. Электрондардың күйлер бойынша үлестірілуінде белгілі бір периодтылық болуы керек. Өйткені атомдардың физикалық және химиялық қасиеттері Менделеевтің периодты заңына бағынады. A_n атомның қасиеттері олардағы электрондардың әртүрлі күйлер бойынша үлестірілулеріне байланысты.

Электрондардың атомдардағы үлестірілулерін анықтау үшін олар бағынатын төменде келтірілген екі принципті ескеру керек:

а. Өзге жағдайлары бірдей электрондар, энергиясы минимал күйде орналасады.

ә. Паули принципі: атомдағы, молекуладағы, кристалдағы ешқандай екі электрон бір күйде бола алмайды немесе төрт кванттық сандары бірдей бір жүйеде өмір сүретін екі электрон жоқ.

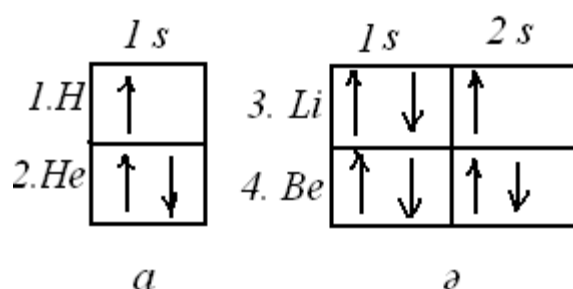
Осы екі принциптің негізінде электрондардың атомдардағы энергетикалық күйлерде үлестірілуі мен атомның периодтық жүйедегі орнының арасындағы байланысты табуға болады.

Бірінші элемент сутегінен бастайық. Сутегі атомында бір электрон бар. Әрбір химиялық элементтен келесісіне өту үшін оның ядросының оң зарядын арттырамыз. Бұл жағдайда атомның қабықшасын құрайтын электрондар саны көбейеді. Жаңадан қосылған электронның әрқайсысы энергиясы ең кіші күйді қабылдауға ұмтылады. Егер бұл күй бос болмаса, оған Паулидің принципі бойынша басқа электрондардың орналасуларына

рұқсат етілмейді. Сондықтан олар басқа күйлерде орналасулары қажет. Сутегі атомында бір электрон бар. Яғни, басты кванттық сан $n=1$. Орбитальдық кванттың l саны 0-ден $n-1$ -ге дейінгі мәндерді қабылдайтындықтан, бұл электрон үшін $l=0$. Магниттік кванттың сан $m=0$ бір мәнді, ал спиндік кванттың сан $+\frac{1}{2}$ немесе $-\frac{1}{2}$ мәндерін қабылдайды.

Қабылданған жалпы ереже бойынша, сутегі атомындағы жалғыз электронның күйі $1s$ арқылы белгіленеді. Келесі гелидің атомында $1s$ күйде орналасқан екі электрон бар. Паули принципі бойынша олардың спиндік кванттық сандары әртүрлі « $+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ ». Егер оң спинді жоғары, теріс спинді

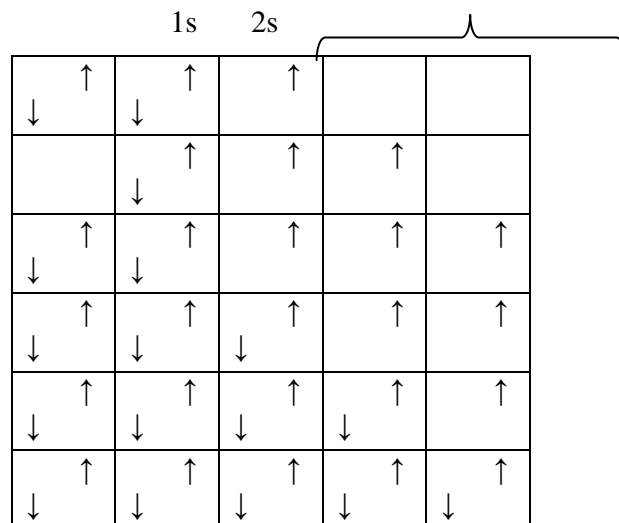
төмен бағытталған тіл арқылы белгілесек H және He атомдарының күйлері №17.5.1а сызбадағыдай кескінделеді.



17.5.1-сызба. а. H, He атомдарының күйлері.
ә. Li, Be атомдарының күйлері.

Литийдің атомының үш электроны бар. Спиндері әртүрлі олардың екеуі $1s$ күйде орналасады. Үшіншісі Паули принципі бойынша бұл күйде бола алмағандықтан, энергиясы жоғары $2s$ күйде орнығады. (17.5.1 ә-сызба). Берилийдің атомында төрт электронның спиндері әртүрлі екеуі $1s$, спиндері қарама-қарсы екеуі $2s$ күйлерде орналасқан. Бес электроны бар бор атомында Be атомындағы сияқты төрт электрон $1s$ және $2s$ күйлерінде орналасады, ал бесіншісі Паули принципі бойынша, осы екі күйдің біреуінде де бола алмайды. $n=2$ болғанда, орбитальдың кванттық l санының нөлдік мәнімен қатар бір тең мәнді қабылдайды. $l=0$ болғанда $m=0$. $l=1$ болғанда $m=-1, 0, +1$ мәндерін иеленеді. Осыған сәйкес $n=2, l=1$ күйлеріне, яғни $2p$ күйге тиесілі үш тордың әрқайсысында спиндері қарама-қарсы екі электроннан орналастыруға мүмкіндігі бар. Менделеев жүйесінің екінші периоды атомдарының құрылысының нобайы 17.5.2-сызбасында кескінделген. Сызбадан p күйі белгілі бір заңдылықпен толтырылатындығы байқалады.

2p



17.5.2-сызба. Менделеев жүйесіндегі атом құрылысының схемалық бейнесі

Алғашқыда электрондарының спиндерінің бағыттары бірдей магниттік кванттық m сандары әртүрлі. (В, С, N атомдары) барлық күйлер, содан соң әрбір торға спиндері бір электроннан қосылады (O, F, Fe атомдары). Демек, атомдағы электрондар әртүрлі күйлерге үлестіріледі. Күйлерді n басты кванттық санға сәйкестендіріп электрондық қабаттарға бөлейік. Бөлінген электрондық қабаттар аттары төмендегідей:

- $n=1$ К – қабығы
- $n=2$ L – қабығы
- $n=3$ М – қабығы
- $n=4$ N – қабығы
- $n=5$ О – қабығы
- $n=6$ Р – қабығы
- $n=7$ Q – қабығы

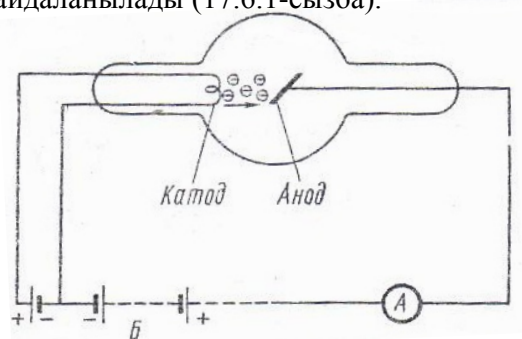
Бұл жазылымнан Ne атомының К қабығы, Ne атомының L қабығы толтырылғандығын көреміз. Неон мен гелий инертті газдар. Келесі неоннан кейінгі Na элементі М қабығын толтырудан басталады. (17.5.3-сызба).

Негізінен атомдардың физикалық және химиялық қасиеттері ядродан қашықта орналасқан электрондардың санымен анықталады. Сыртқы М қабығында сегіз электроны бар аргон (3s және 3p) гелий мен неонға ұқсас. s және p күйлері толтырылған сыртқы қабықтары өте орнықты элемент химиялық инертті болады. Химиялық инертті элементтерге криптон (4s және 4p күйлерінде 8 электрон бар), ксенон (5s және 5p күйлерінде 8 электрон бар), радон (6s және 6p күйлерінде 8 электрон бар) жатады.

Кестенің басқа элементтерін салыстырсақ, электрондық қабықтың құрылымының қасиеттері мен периодтылықтың арасындағы байланыс шығады. Мысалы, химиялық қасиеттері жақын Li, Na, K элементтерінің S күйде бір электроны артық толтырылған қабықшалары бар. Осы атомдардың электрондық бұлттарының пішіндері ұқсас. Be, Mg. тағы басқа элементтердің S күйде асыра толтырылған қабықтарында екі электроннан бар. Сондықтан атомдардың физикалық және химиялық қасиеттерінің ұқсастығы олардың электрондық қабықтарының құрылымының ұқсастығынан шығады. Келтірілген қасиеттердің периодтылығының себебі электрондық күйлердің толтырылуының периодтылығынан алынады. Демек, периодтылықтың негізі атомдардың құрылысында жатыр.

§ 17.6 Рентген сәулесі. Мозли заңы

Толқын ұзындықтары $(800-0,0001) \text{ \AA}$ аралығында жатқан электромагниттік сәулеленуді рентген сәулесі деп атайды. Бұл сәулелерді алу үшін рентгендік түтікше пайдаланылады (17.6.1-сызба).



17.6.1-сызба. Рентген сәулесін алатын түтік

Вакуумдық түтікте орнатылған электродтар кернеуі жоғары тоқ көзіне қосылған. Термоэлектрондық эмиссияның нәтижесінде ұшып шыққан электрондар түтікте электр өрісімен үдетіліп, анодқа соқтығысады. Электр өрісінің жұмысы электронның кинетикалық энергиясына жұмсалатындықтан, энергияның сақталу заңы бойынша, төмендегі теңдік орындалады:

$$\frac{mv^2}{2} = eU \quad (17.6.1)$$

Жоғарғы потенциалдар айырымында электрондар үлкен жылдамдықпен қозғалады. Сондықтан электронның массасының жылдамдыққа тәуелді релятивисті түзетуін енгіземіз.

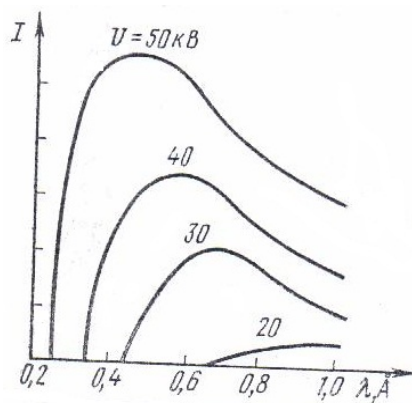
$$m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right] = eU \quad (17.6.2)$$

Анодқа соқтығысқан электрондардың энергиясының бір бөлігі жылуға, (анод қызады) екінші бөлігі олардың күрт тежелуінің нәтижесінде туындайтын рентген сәулеленуін қоздыруға жұмсалады. Екі энергияның үлестерінің қатынастары айнымалы болғандықтан, рентген сәулеленуінің спектрі тұтас (ақ) болады. Рентген сәулеленуінің тұтас спектрінің келесі негізгі қасиеттері бар: (17.6.2-сызба)

а. Қысқа толқынды облыстарда спектрдің айқын байқалатын шекарасы, тұтас спектрдің шекарасы деп аталатын минимальды λ_{\min} толқын ұзындығымен сипатталады.

ә. Рентген түтікшесіне берілетін кернеу артқан сайын, шекара қысқа толқын ұзындықтарына қарай ығысады.

б. Сәулеленудің I интенсивтілігі үдететін потенциалдар айырымын U арттырғанда жылдам өседі. Қысқа толқынды рентген спектріне сәйкес келетін λ_{\min} толқын ұзындығы тежелетін электронның энергиясына тәуелді.



17.6.2-сызба. Рентген сәулеленуінің тұтас спектрінің қасиеттері

Электрондардың барлық энергиясы бір фотонды туғызуға жұмсалып, ал жылуға айналуға кеткен энергияның шығыны нөлге тең болса, фотонның толқын ұзындығы λ_{\min} теңеледі. Бұл жағдайда фотонның энергиясы мына формуламен анықталады:

$$\varepsilon = h \frac{c}{\lambda_{\min}}$$

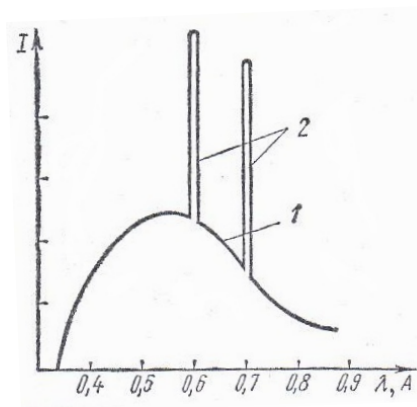
(17.6.1) теңдігі бойынша:

$$\varepsilon = eU$$

Келтірілген екі теңдіктің оң жақтарын теңестіріп, минималды толқын ұзындығын табамыз:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} \quad (17.6.3)$$

17.6.3-сызбасында молибденнен жасалған аноды бар түтікшеге 35000 В кернеу беру арқылы алынған рентген сәулеленуінің спектрі келтірілген.



17.6.3-сызба. 35000В кернеуде алынған рентген сәулелерінің спектрі

Тұтас спектрдің фонында (1) сәулелің интенсивтілігінің екі шыңы (2) көрінеді. Бұл екі шың анодтың затына байланысты сипаттық сәулелену деп аталатын, рентген сәулеленуінің сызықты спектрін туғызады. Әрбір элементтің өзіне тән сипаттамалық спектрі бар.

Рентген сәулелері үдетілген электрондардың кинетикалық энергиясы ауыр металлдардан (мыс, вольфрам) жасалған анодтың атомдарына электрондардың кинетикалық энергиясының берілуінен пайда болады. Күрделі атомдарда энергиялары бірдей екі электрон жоқ. Басты кванттық n саны негізінен электронның энергиясын анықтайды. Яғни, $n=1$ екі электронның энергияларының бір-бірінен шамалы ғана айырмашылығы бар. Сондықтан рентген сәулелерін зерттегенде бас кванттық сандары бірдей электрондардың энергияларының айырмашылығы ескерілмей, әртүрлі бас кванттық сандарға тәуелді бірдей емес энергиялар қарастырылады. Энергиясы үлкен үдетілген электрон кез келген қабықшадағы электронмен

соқтығысып оны қозғалыс орбитасынан шығара алады. Босаған орынға ядродан қашық орналасқан қабықтағы электрон рентген квантын сәулелендіру арқылы алмасады. Мысалы, электрон атомның ең ішкі К қабығынан шығарылса, оның орнына L, M, N, т.б. қабықтардағы электрон келуі мүмкін. Бұл алмасу бірнеше сызықшалардан $K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, \dots$, тұратын сипаттық сәулеленудің К сериясының шығуымен байланысты.

1913 жылы Мозли әртүрлі материалдардан жасалған анодтарды тәжірибе жүзінде зерттеп, әрбір химиялық элементке рентгендік сипаттық спектрінің K_α сызығының белгілі толқын ұзындығы сәйкес келетіндігін анықтады. K_α сызығы элементтің Z зарядтық санын кеміткенде, толқын ұзындықтары үлкен жаққа қарай ығысады. Алынған бұл нәтиженің химиялық элементтерді табудың жаңа жолын көрсетуімен қатар теориялық мәні өте үлкен болды. Бордың теориясы оптикалық және рентгендік сипаттық спектрінің пайда болуын түсіндіреді. Рентгендік сәулелену жағдайында, Бальмер – Ридберг формуласына түзету енгізу қажет:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - S)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (17.6.4)$$

Мұндағы, Z – зарядтық сан, S – көрші электрондардың экрандау әсерін ескеретін коэффициент. Ол қандайда бір сызықшадан алмасатын электронға ядроның барлық Ze заряды емес, басқа электрондарды экрандау әсерінен әлсіреген (Z-S)e заряды әсер ететіндігін көрсетеді. Рентгендік сипаттық сәулеленудің К сериясының α сызығы үшін S=1, $n_1 = 1$, $n_2 = 2$ болғандықтан, (17.6.4) теңдеуі төмендегідей түрленеді:

$$\frac{1}{\lambda_{K\alpha}} = \frac{3}{4} R(Z - 1)^2 \quad (17.6.4)$$

(17.6.4) өрнегі Мозли заңы деп аталады.

Мозли заңы K_α сериясының Z кемігенде толқын ұзындығы үлкен жаққа қарай ығысуын түсіндірді. Мозли заңы көп жағдайларда мынадай түрде жазылады:

$$\sqrt{\nu} = K(Z - 1) \quad (17.6.5)$$

Мұндағы, ν - жиілік, K – берілген сызықтың сериясы.

Сипаттық сәулеленудің К сериясының α сызығына сәйкес келетін фотонының энергиясы мына өрнекпен есептеледі:

$$\varepsilon_{k\alpha} = \frac{3}{4} I_0 (Z-1)^2 \quad (17.6.6)$$

Мұндағы, $I_0 = 13,6 \text{ эВ} (2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж})$ сутегі атомын иондайтын энергия.

§17.7. Сутегі атомы үшін Шредингер теңдеуі. Сутегіге ұқсас атомдар. Энергетикалық деңгейлер

Электронның сутегі және сутегіге ұқсас (гелийдің ионы He^+ , екі рет иондалған Li^{++} т.б.) энергетикалық деңгейлері туралы есепті шешу, оның ядроның Кулондық өрісіндегі қозғалысын зерттеуге әкеледі. Заряды Ze ядромен электронның потенциалдық әсерлесу энергиясы (сутегі атомы үшін $Z=1$) мына қатынаспен есептеледі:

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (17.7.1)$$

Мұндағы, r – ядро мен электронның арақашықтығы. Электронның сутегі атомындағы күйі Шредингердің стационарлық күйінің теңдеуін (17.4.12) қанағаттандыратын φ толқындық функциясымен сипатталады:

$$\Delta\varphi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \varphi = 0 \quad (17.7.2)$$

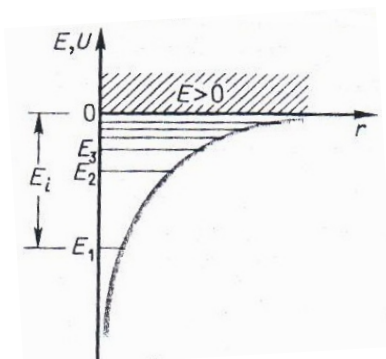
Мұндағы, m – электронның массасы, E – атомдағы электронның толық энергиясы.

(17.7.2) теңдеуінің толқындық функцияның бірімәнділігін, шектілігін, үздіксіздігін қанағаттандыратын энергияның төменде келтірілген меншікті мәндерінде ғана шешімі бар:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1,2,3,\dots)$$

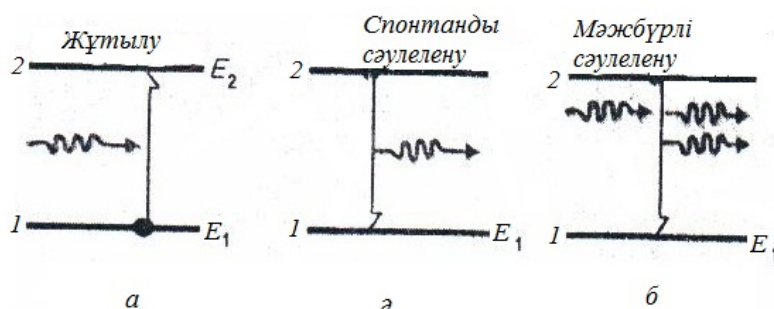
Демек, сутегі атомы үшін Шредингер теңдеуінің шешімі дискретті энергетикалық деңгейлердің пайда болуын камтамасыз етеді. Энергияның мүмкін болатын E_1, E_2, E_3, \dots мәндері 17.7.1-сызбасында көрсетілген. Ең төменгі E_1 деңгейі минималды негізгі деңгейге, ал қалғандары қоздырылған деңгейлерге сәйкес келеді. $E < 0$ болғанда электронның қозғалысы байланысқан және ол гиперболалық потенциалдық тосқауылдың ішінде

орналасады. Сызбадан бас кванттық сан артқан сайын энергетикалық деңгейлер тығыз орналасатындығын көреміз. ($n = \infty, E = \infty$). $E > 0$ болғанда электрон еркін қозғалып, үздіксіз спектрдің облысы иондалған атомға сәйкес келеді.



17.7.1-сызба. Горизонталь сызықтар түрінде E_1, E_2, E_3, \dots энергияларының мүмкін болатын мәндері.

Кванттық механикада энергиялардың дискреттілігі Шредингер теңдеуінің шешімінен шығады. Энергиялары E_1, E_2 1- және 2-күйлерді қарастырайық. Егер атом негізгі бірінші күйде болса, сыртқы сәулеленудің әсерінен қоздырылған 2-күйге мәжбүрлі өтуі мүмкін. (17.7.2 а-сызба). Осыған ұқсас алмасулардың ықтималдылығы, алмасуларды туғызатын сәулелердің тығыздығына пропорционал. Қоздырылған 2-күйдегі атом қандай да бір уақыт аралығында сыртқы әсерсіз спонтанды энергиясы төмен күйге артық энергиясын электромагниттік сәулелену арқылы шығарып алмасады. Қоздырылған атомның сыртқы әсерсіз фотондарды шығару үрдісін спонтандық сәулелену деп атайды.



17.7.2-сызба. а. Энергияның жұтылуы
 в. Спонтанды сәулелену
 б. Мәжбүрлік сәулелену

Спонтандық алмасудың ықтималдылығы неғұрлым көп болса, соғұрлым атомның қоздырылған күйдегі өмір сүру уақыты кемиді. Спонтанды алмасулар өзара байланыссыз болғандықтан, сәулелену когерентті емес. Тәжірибеде байқалған затпен шығарылатын және жұтылатын сәулеленудің араларындағы термодинамикалық тепе-теңдікті тудыру мақсатында Эйнштейн жұтылу мен спонтанды сәулеленуден басқа әсерлесу сәулесінің болуы тиіс деген аксиоманы айтты. Егер қыздырылған 2-күйдегі атомға жиілігі $h\nu = E_2 - E_1$ шартын қанағаттандыратын сыртқы сәулелену әсер етсе, онда негізгі 1-күйге мәжбүрлі өту туындайды. (17.7.2 ә-сызба). Осыған ұқсас өтулердің әсерінен алмасуды пайда еткен қосымша атомның сәулеленуінен фотон туындайды. Осындай алмасулардың нәтижесінен пайда болатын сәулелену мәжбүрлі сәулелену деп аталады. Мәжбүрлі сәулелену үрдісіне екі фотон қатысады. Бірінші фотон қоздырылған атомның сәулеленуді шығаруын туындатса, екіншісі ретті атомнан шығарылады. Екіншісі ретті фотондардың біріншісінен айырмашылығы болмайды. Яғни, атомға түсетін фотон мен одан шығатын фотоннан айырмашылығы жоқ. Термодинамикалық тепе-теңдіктегі атомдар жүйесінде түсетін сәулеленудің жұтылуы қоздырылғандікінен басым болғандықтан, түсетін сәулелену зат арқылы өткенде әсірейді. Органың өзіне түсетін сәулеленуді күшейту үшін жүйеде термодинамикалық тепе-теңдіктегі емес күйді тұрғызу қажет. Термодинамикалық тепе-теңдікте емес күйде қоздырылған күйдегі атомдар саны, негізгі күйдегіден артық болғандықтан, мәжбүрленген сәулелену жұтылудан басым. Демек, жарықтың осындай қасиеті бар ортаға түсетін шоғы күшейтіледі. Электромагниттік толқындарды күшейту және оларды алу әдістері кванттық электрониканың негізін құрайды. (Кванттық күшейткіштер, кванттық генераторлар немесе лазерлер). Лазердің сәулеленуі бірқатар қасиеттерімен ерекшеленеді:

- а. Қатаң монохроматтылық ($\Delta \lambda \approx 1 \text{ \AA}$)
- ә. Жоғары уақыттық және кеңістіктік когеренттілік
- б. Үлкен интенсивтілік
- в. Шоғырдың енсіздігі.

Шоғырдың интенсивтілігінің жоғарылығын және енсіздігін пайдаланып линзаның көмегімен фокустау арқылы күн сәулесін фокустағаннан 1000 есе артық энергия ағынының тығыздығы алынады. Қуатының тығыздылығы өте жоғары жарық шоғы қатты материалдарды өңдеу мен дәнекерлеуде қолданылады. Сәулеленудің жоғарылығы когеренттілігінің лазерлерді радиобайланыстарда, дербес жағдайда ғарыштағы бағытталған радиобайланыстарда, голографияда кеңінен пайдалануға мүмкіндік береді.

Есептер мен мысалдар.

1. Абсолют кара дененің спектріндегі максимум энергияға 0,58 мкм толқын ұзындығы сәйкес келеді. 1 н·м толқын аралығында есептелген энергетикалық жарқыраудың тығыздығын табыңыздар.

Берілгені:

$$\lambda_m = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \Delta\lambda = 10^{-9} \text{ м}, C = 1,30 \cdot 10^{-14} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{н} \cdot \text{м} \cdot \text{К}^5}$$

Табу керек: $(M_{\lambda,T})_{\max}$

Шешімі: энергетикалық жарқыраудың спектральдығының максимал мәні температураның бесінші дәрежесіне пропорционал:

$$(M_{\lambda,T})_{\max} = CT^5$$

Виннің ығысу заңынан $\lambda_m = \frac{b}{T}$ температураны табамыз:

$$T = \frac{b}{\lambda_m}$$

Немесе

$$(M_{\lambda,T})_{\max} = c \left(\frac{b}{\lambda_m} \right)^5 = 1,30 \cdot 10^{-14} \cdot \left(\frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{5,8 \cdot 10^{-4}} \right) \frac{\text{кВт}}{\text{м} \cdot \text{нм}} = 40,6 \text{кВ}, \quad / \text{м} \cdot \text{нм}$$

2. Вакуумде орналасқан диаметрі 0,8 мм., температурасы 2800° С вольфрамнан өтетін тоқ күшін табыңыздар. Өткізгіштің беті сұр және жұту қабілеттілігі 0,343 тең. Берілген температурадағы өткізгіштің меншікті кедергісі $0,92 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Өткізгішті қоршаған ортаның температурасын 17° С деп алып, өткізгіштен өтетін тоқ күшін табыңыздар.

Берілгені: $d = 8 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $T = 3073 \text{ К}$, $A_T = 0,343$, $p = 9,2 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $T_0 = 290 \text{ К}$

Табу керек: J

Шешімі: өткізгіш арқылы өтетін тоқ күшінің қуаты мына формулалармен анықталады:

$$P = J^2 R, P = A_T \sigma (T^4 - T_0^4) S$$

Өткізгіштің кедергісі $R = \rho \frac{l}{S_k}$ l - цилиндрдің биіктігі, S_k - көлденең қимасының ауданы. $S_k = \frac{\pi d^2}{4}$ Немесе

$$J = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{A_T \sigma (T^4 - T_0^4) \pi^2 d^3}{4\rho}} = \sqrt{\frac{0,343(3073^4 - 290^4) \cdot 3,14^2 \cdot (8 \cdot 10^{-4})^3}{4 \cdot 9,2 \cdot 10^{-7}}} A = 48,8 A$$

3. Толқын ұзындығының $5 \text{ н} \cdot \text{м}$ аралығына сәйкес келетін қара дененің бірлік бетінен сәулеленетін спектральдық ағынның тығыздығын Планк формуласын пайдаланып табыңыздар. Қара дененің температурасы 2500 К .

Берілген: $\Delta\lambda = 5 \cdot 10^{-9} \text{ м}$, $T = 2500 \text{ К}$

Табу керек ($r_{\lambda, T} \cdot \Delta\lambda$)

Шешімі: анықтама бойынша, сәулелену ағынының спектральдық тығыздығы мына формуламен есептеледі:

$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi^5 h^2}{15 \lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/k\lambda c}} \quad \lambda = \frac{b}{T} \quad \text{ескеріп}$$

$(r_{\lambda, T} \cdot \Delta\lambda) =$

$$\frac{2\pi^5 h^2 T^5}{15 b^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/kb} - 1} \Delta\lambda = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (3,8 \cdot 10^{-8})^2 \cdot (2500)^5}{(290 \cdot 10^{-3})^5 \cdot e^{\frac{6,23 \cdot 10^{-34} \cdot 3,8 \cdot 10^8}{1,38 \cdot 10^{-23}} - 1}} \cdot 5 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Вм}}{\text{м}^2} = 6,26 \frac{\text{кВм}}{\text{м}^2}$$

4. Бастапқы жылдамдығы ескерілмейтін электрон үдететін потенциалдар айырымын жүріп өтті. Екі жағдайдағы Луй-де-Бройль толқынының ұзындығын табыңыздар.

1) 51 В , 2) 510 В

Берілгені: $U_1 = 51 \text{ В}$, $U_2 = 510 \text{ В}$

Табу керек: λ_1, λ_2

Шешімі: Луй-де-Бройль толқынының ұзындығы оның қозғалыс мөлшеріне тәуелді және мына қатынаспен анықталады:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

Егер бөлшектің кинетикалық энергиясы белгілі болса, релятивисті емес $T \ll E_0$, релятивисті $T \approx E_0$ жағдайлар үшін қозғалыс мөлшерін табуға болады:

$$p = \sqrt{2m_0T}, \quad p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T}$$

Келтірілген екі формуланы пайдаланып релятивисті емес және релятивисті жағдайлардағы толқын ұзындықтары анықталады:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0T}}$$

$$\lambda_1 = \frac{2\pi\hbar}{\frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T}} = 10^2 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 6,22 \cdot 10^{-24} / 0,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 10^{-8} \cdot \sqrt{2} = 172 \text{ нм}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\frac{1}{c} \sqrt{(2m_0c^2 + m_0c^2)m_0c^2}} = \frac{6,22 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{3 \cdot 9,1 \cdot 3 \cdot 10^8}} \text{ м} = 1,4 \text{ Пм}$$

5. Сутегі атомындағы үшінші Бор орбитасындағы электрон үшін Луй-де-Бройль толқынының ұзындығын анықтаңыздар.

Берілгені: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, $n=3$, $m=9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$

Табу керек: λ

Шешімі: анықтама бойынша, Луй-де-Бройль толқынының ұзындығы және қозғалыс мөлшерінің моменті төмендегі формулалармен анықталады:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad m\lambda v = n\hbar$$

Электронға орбита бойымен қозғалғанда әсер ететін күш Кулон күшімен тең:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad \text{бұдан} \quad v = \frac{1}{n} \frac{e^2}{2\epsilon_0 h}$$

$$\text{Немесе } \lambda = \frac{2h^2 \cdot n\epsilon_0}{me^2} = \frac{2(6,62 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2} \text{ м} = 1 \text{ н} \cdot \text{м}$$

6. Электрон ені l шексіз терең бірөлшемді тікбұрышты потенциалдық шұңқырда орналасқан. Қоздырылған күйдегі ($n=2$) электронның $x_1 = \frac{1}{3}l$, $x_2 = \frac{2}{3}l$ аралығында табылу ықтималдылығын анықтаңыздар.

$$\text{Берілгені: } n = 2, l, x_1 = \frac{1}{3}l, x_2 = \frac{2}{3}l$$

Шешімі: $x_1 < x < x_2$ аралығында бөлшектің табылу ықтималдылығы мына өрнекпен анықталады:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi_n(x)|^2 dx \quad (1)$$

Мұндағы, $\Psi_n(x)$ берілген күйді сипаттайтын нормальданған меншікті толқындық функция.

Потенциалдық шұңқырда электронның күйін сипаттайтын толқындық функцияның түрі төменде келтірілген:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$$

Қоздырылған ($n=2$) күйге мына меншікті функция сәйкес келеді: (1-сызба).

$$\Psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{2\pi}{l} x$$

(2) формуланы (1) өрнекке қойып, интегралдаймыз:

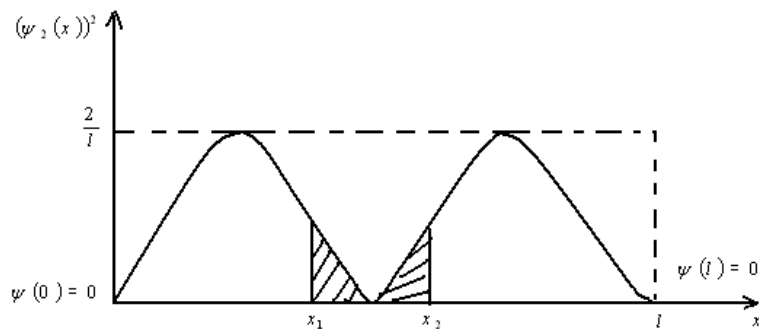
$$W = \frac{2}{l} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx = \left. \begin{aligned} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x &= \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{4\pi}{l} x) \\ x_1 &= \frac{1}{3}l, x_2 = \frac{2}{3}l \end{aligned} \right| =$$

$$= \frac{2}{l} \int_{1/3}^{2/3} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx =$$

$$\frac{1}{l} \left\{ \int_{l/3}^{2l/3} dx - \int_{l/3}^{2l/3} \cos \frac{4\pi}{l} x dx \right\} = \frac{1}{l} \left\{ \frac{l}{3} - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{4\pi}{l} x \Big|_{l/3}^{2l/3} \right\} =$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} \left(\sin \frac{8\pi}{3} - \sin \frac{4\pi}{3} \right) = \sin \frac{8\pi}{3} =$$

$$= \left| \sin \frac{\pi}{3}, \sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3} \right| = 0,195$$



1-сызба. Шексіз терең потенциалдық тосқауылда орналасқан электронның толқындық функциясы

7. $\Psi = A \sin \frac{2\pi x}{l}$ толқындық функциясы $0 \leq x \leq l$ аралығында анықталған. Нормальдау шартын пайдаланып A көбейткішін табыңыздар.

Берілгені: $\Psi(x) = A \sin \frac{2\pi x}{l}, 0 \leq x \leq l$

Табу керек: A

Шешімі: нормальдау шарты бойынша:

$$\int_0^l |\Psi(x)|^2 dx = 1 \quad \text{немесе} \quad |\Psi(x)|^2 = A^2 \sin^2 \frac{2\pi x}{l} \quad \text{ескеріп, төмендегі}$$

интегралды есептейміз:

$$\begin{aligned}
\int_0^l |\Psi(x)|^2 dx &= \int_0^l A^2 \sin^2 \frac{2\pi x}{l} dx = A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{2\pi x}{l} dx = \\
&= A^2 \int_0^l \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi x}{l}\right) dx = \frac{A^2}{2} \int_0^l dx - \frac{A^2}{2} \int_0^l \cos \frac{4\pi x}{l} dx = \\
&= \frac{A^2}{2} x \Big|_0^l - \frac{A^2}{2} \frac{l}{4\pi} \sin \frac{4\pi x}{l} \Big|_0^l = \frac{A^2}{2} l \\
\frac{A^2}{2} l &= 1 \text{ бұдан } A = \sqrt{\frac{2}{l}}
\end{aligned}$$

8. d күйдегі атомдағы электронның орбитальды импульстік моментін, сыртқы магнит өрісіндегі импульс моментінің максимал мәнін анықтаңыздар.

Берілгені: d – күй, $l = 2$

Табу керек: L_l , $L_{l_{max}}$

Шешімі: электронның орбитальды импульсінің моменті және импульс моментінің сыртқы өртегі проекциясының максимал мәні мына формулалармен анықталады:

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)} = |l=2| = \hbar \sqrt{6} = 2,45\hbar$$

$$L_{l_z} = \hbar \cdot m_l = |m_{l_{max}} = 2| = 2\hbar$$

9. Суतेгі атомындағы электронның негізгі күйін сипаттайтын толқындық функция $\Psi = e^{-r/a}$. Мұндағы, r – электронның ядродан қашықтығы, a – Бордың бірінші радиусы. Электронның ядродан ең ықтимал арақашықтығын анықтаңыздар.

Берілгені: $\Psi = Ae^{-r/a}$, $a = \text{const}$

Табу керек: r_m

Шешімі: dV көлемде электронның табылу ықтималдылығы мынаған тең:

$dW = |\Psi(r)|^2 dV$, мұндағы, $dV=4\pi r^2 dr$ элементар көлем. $\Psi(r)$ және dV көлемнің мәндерін табылу ықтималдылығы формуласына қойып, мына теңдікті аламыз:

$$dW = 4\pi A^2 r^2 e^{-\frac{2r}{a}} dr, \quad W = \frac{dW}{dr} = 4\pi A^2 r^2 e^{-\frac{2r}{a}} \quad \text{Немесе}$$

$$\frac{dW}{dr} = 8\pi A^2 r e^{-\frac{2r}{a}} + 4\pi A^2 r^2 e^{-\frac{2r}{a}} \left(-\frac{r}{a}\right)$$

$$\frac{dW}{dr} = 0, \quad 8\pi A^2 r e^{-\frac{2r}{a}} \left(1 - \frac{r}{a}\right) = 0 \quad \text{бұдан} \quad 1 - \frac{r}{a} = 0 \quad r_m = a$$

10. Электрон қоздырылған сутегі атомының 3p күйінде орналасқан. Атом негізгі күйге өткендегі электронның орбитальды қозғалысынан туындайтын магнит моментінің өзгерісін анықтаңыздар.

Берілгені: 3p

Табу керек: $\Delta\mu_l$

Шешімі: электронның орбитальдык қозғалысының магниттік моментінің өзгерісі $\Delta\mu_l$ соңғы және бастапқы магниттік моменттердің айырымына тең: $\Delta\mu_l = \mu_{l2} - \mu_{l1}$

Орбитальдык қозғалыстың магниттік моменті, орбитальдык кванттық санға тәуелді:

$$\mu_l = \mu_\beta \sqrt{l(l+1)}$$

Бұдан негізгі күйде $l = 0$, $\mu_{l2} = 0$, қыздырылған (3p) күйге $l = 1$, $\mu_{l1} = \mu_\beta \sqrt{2}$ сәйкес келеді:

$$\Delta\mu_l = -\mu_\beta \sqrt{2} = -1,31 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}}$$

Теріс таңба берілген жағдайда магнит моментінің кемитіндігін көрсетеді.

Жаттығулар:

1. Энергетикалық жарқырауы 10 кВт/м^2 қара дененің температурасын анықтаңыздар.

Жауабы: 648 К

2. Жердің температурасы 280К, бетінің энергетикалық жарқырауы $325 \text{ кДж/м}^2 \cdot \text{сағ.}$ деп алып, жылулық сәулелену коэффициентін анықтаңыздар.

Жауабы: 0,26

3. Рентген түтікшесі 1МВ кернеумен жұмыс істейді. Рентген сәулеленуінің минималды толқын ұзындығын анықтаңыздар.

Жауабы: 1,24нф

4. Вольфрам атомында электрон М қабықшадан L қабықшаға өтті. Экрандау тұрақтысын 5,5 деп алып, шығарылған фотонның толқын ұзындығын анықтаңыздар.

Жауабы: 0,14н·м

5. Марганецтың сипаттық спектрінде ($Z=25$) K_{α} сызығына сәйкес келетін фотонның энергиясын анықтаңыздар.

Жауабы: 5,9кэВ

6. Сутегі атомының екінші орбитасындағы электронның Луй-де-Бройль толқынының ұзындығын табыңыздар.

Жауабы: 0,67н·м

7. Электронның Луй-де-Бройль толқынының ұзындығы $0,1\text{н}\cdot\text{м}$ болуы үшін қандай потенциалдар айырымын өтуі керек?

Жауабы: 150В

8. Энергиясы 1МэВ протон потенциалдық тосқауылды өткенде Луй-де-Бройль толқынының ұзындығын 1% өзгертті. Потенциалдық тосқауылдың биіктігін табыңыздар.

Жауабы: 20кЭВ

9. Потенциалдық тосқауылдың биіктігінің оған түсетін электронның энергиясына қатынасы қандай болғанда, шағылдыру коэффициенті 0,5 тең?

Жауабы: 0,971

10. Тікбұрышты потенциалдық тосқауылдың ені қандай болғанда, электрондар үшін мөлдірлік коэффициенті 0,01 тең? Энергияның айырымы $U-E=10\text{эВ}$

Жауабы: 0,143н·м

11. Атомның S және p күйлерінде орналасқан электронның орбитальдық қозғалысының импульсінің моментін анықтаңыздар.

Жауабы: 0,1.50 · 10⁻³⁴ Дж·с

12. Электронның импульсінің спиндік моментін және оның сыртқы магнит өрісіндегі құрамдас бөлігін анықтаңыздар.

Жауабы: 0,912 · 10⁻³⁴ Дж·с

13. Көміртегі атомының электрондық құрылымының формуласын жазыңыздар.

Жауабы: 1S² 2S² p²

14. Натрий атомының электрондық құрылысының формуласын жазыңыздар.

Жауабы: 1S² 2S² p⁶ 3S¹

15. Келесі ядролардың өлшемін анықтаңыздар.

${}^8_3\text{Li}$, ${}^{27}_{13}\text{Al}$, ${}^{64}_{29}\text{Cu}$

Жауабы: 5,6фм, 8,4фм, 11,2фм.

Тест сұрақтары

1. Қара дененің термодинамикалық температурасын 2 есе арттырсақ, оның энергетикалық жарқырауы қанша есеге өседі?

А. 16

Ә. 4

Б. 8

В. 2

Г. 10

2. Сұр дененің термодинамикалық температурасын 3 есе арттырса, оның энергетикалық жарқырауы қанша есеге ұлғаяды?

А. 3

Ә. 81

- Б. 9
- В. 27
- Г. 21

3. Қара дененің температурасын 4 есе арттырса, спектрлік тығыздығы максимал болатын толқын ұзындығы неше есеге кемиді?

- А. 2
- Ә. $\sqrt{2}$
- Б. 4
- В. 16
- Г. $\frac{1}{4}$

4. Толқын ұзындығын 2 есе арттырсақ, қара дененің энергетикалық жарқырауының энергетикалық тығыздығы неше есеге кемиді?

- А. 2
- Ә. $\sqrt{2}$
- Б. 4
- В. 32
- Г. 16

5. Цикльдік жиілікті 3 есе арттырса, қара дененің энергетикалық жарқырауының спектральдық тығыздығы неше есеге өседі?

- А. 3
- Ә. 9
- Б. 6
- В. 27
- Г. 21

6. Қара дененің температурасын 2 есе арттырса, оның энергетикалық жарқырауының максимал спектральдық тығыздығы неше есеге өседі?

- А. 2
- Ә. 4
- Б. 16
- В. 8
- Г. 32

7. Шредингердің бір өлшемді уақыттық теңдеуін көрсетіңіздер.

А.
$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

$$\text{Ә. } \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0$$

$$\text{Б. } \Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0$$

$$\text{В. } \nabla \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} U \Psi = 0$$

$$\text{Г. } \nabla \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0$$

8. Еркін бөлшектің бір өлшемді қозғалысын сипаттайтын толқындық функциясын көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \Psi(x, t) = A \exp \frac{i}{\hbar} (px - Et)$$

$$\text{Ә. } \Psi(x, t) = A \exp \frac{i}{\hbar} px$$

$$\text{Б. } \Psi(x, t) = A \exp \frac{i}{\hbar} Et$$

$$\text{В. } \Psi(x, t) = A \exp (px - Et)$$

$$\text{Г. } \Psi(x, t) = A \exp px$$

9. Стационарлық күй үшін жазылған Шредингердің теңдеуін көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0$$

$$\text{Ә. } i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

$$\text{Б. } \nabla \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0$$

$$\text{В. } \Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0$$

$$\text{Г. } \nabla \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} U \Psi = 0$$

10. $x - x+dx$ аралығында бөлшектің табылу ықтималдылығының формуласын көрсетіңіздер.

А. $dW = |\Psi(x)|dx$

Ә. $dW = |\Psi(x)|^2 dx$

Б. $dW = |\Psi(y)|^2 dy$

В. $dW = |\Psi(z)|^2 dz$

Г. $dW = |\Psi(x, y, z)|^2 dV$

11. $x_1 - x_2$ аралығында бөлшектің табылу ықтималдылығының формуласын көрсетіңіздер.

А. $W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|dx$

Ә. $W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(y)|^2 dy$

Б. $W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(z)|^2 dz$

В. $W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|^2 dx$

Г. $W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x, y, z)|^2 dV$

12. Шексіз терең бір өлшемді тікбұрышты потенциалдық тосқауылдың енін 2 есе арттырса, оның n -ші энергетикалық деңгейіндегі бөлшектің энергиясының меншікті мәні неше есеге кемиді?

А. 2

Ә. 4

Б. $\frac{1}{2}$

В. $\frac{1}{4}$

Г. $\sqrt{2}$

13. $n=2$ қоздырылған күйіне сәйкес келетін меншікті функцияны көрсетіңіздер.

А. $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{e}} \sin \frac{2\pi}{e} x$

Ә. $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{e}} \sin \frac{3\pi}{e} x$

Б. $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{e}} \sin \frac{\pi}{e} x$

В. $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{e}} \cos \frac{3\pi}{e} x$

Г. $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{e}} \cos \frac{\pi}{e} x$

14. Кинетикалық энергиясы E тең электронның толқындық санының формуласын көрсетіңіздер.

А. $\hbar \sqrt{2mE}$

Ә. $\frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$

Б. $\frac{1}{\hbar} \sqrt{mE}$

В. $\frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{mE}{2}}$

Г. $\hbar \sqrt{\frac{mE}{2}}$

15. Ең төменгі потенциалдық тосқауылдың шағылдыру коэффициентін көрсетіңіздер.

А. $\left| \frac{k_1 + k_2}{k_1 - k_2} \right|^2$

$$\text{Ә. } \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2$$

$$\text{Б. } |k_1 - k_2|^2$$

$$\text{В. } |k_1 + k_2|^2$$

$$\text{Г. } k_1^2 - k_2^2$$

16. Энергиясы $E-U$ тең электронның толқындық санының формуласын көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \hbar \sqrt{2m(E-U)}$$

$$\text{Ә. } \hbar \sqrt{2m(E+U)}$$

$$\text{Б. } \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E-U)}$$

$$\text{В. } \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E+U)}$$

$$\text{Г. } \frac{1}{\hbar} \sqrt{m(E-U)}$$

17. Сутегі атомындағы потенциалдық энергияның формуласын көрсетіңіздер.

$$\text{А. } -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\text{Ә. } \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\text{Б. } \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\text{В. } -\frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\text{Г. } \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

18. Сутегі атомындағы электронның энергиясының меншікті мәнінің формуласын көрсетіңіздер.

A. $-\frac{z^2 e^4 m}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2 n^2}$

Ә. $-\frac{ze^4 m}{32\pi \varepsilon_0^2 \hbar^2 n^2}$

Б. $\frac{z^2 e^4 m}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2 n^2}$

В. $\frac{ze^2 m^2}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2 n^2}$

Г. $\frac{zem}{\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2 n^2}$

19. Релятивисті жағдай үшін жазылған Луй-де-Бройль толқынының ұзындығын көрсетіңіздер.

A. $\frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - \beta^2}$

Ә. $\frac{\hbar}{m_0 v} \sqrt{1 - \beta^2}$

Б. $\frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 + \beta^2}$

В. $\frac{\hbar}{m_0 v} \sqrt{1 + \beta^2}$

Г. $\frac{h}{2m_0 v} \sqrt{1 - \beta^2}$

20. Классикалық жағдай үшін жазылған Луй-де-Бройль толқынының ұзындығын көрсетіңіздер.

A. $\frac{p}{h}$

Ә. $\frac{p}{\hbar}$

Б. $\frac{h}{p}$

В. $\frac{\hbar}{p}$

Г. $\frac{2h}{p}$

21. Сутегі атомындағы стационарлық күйдегі электрондар үшін жазылған Шредингер тендеуін көрсетіңіздер.

А. $\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0$

Ә. $\nabla\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0$

Б. $\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0$

В. $\Delta\Psi + \frac{2m}{h} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0$

Г. $\nabla\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0$

22. Электронның спиндік магнит моментінің формуласын көрсетіңіздер.

А. $\hbar\sqrt{S(S+1)}$

Ә. $h\sqrt{S(S+1)}$

Б. $\hbar\sqrt{S(S-1)}$

В. $2\hbar\sqrt{S(S+1)}$

Г. $\hbar\sqrt{2S(S+1)}$

23. Электронның импульсінің орбитальдық моментінің формуласын көрсетіңіздер.

А. $\hbar\sqrt{l(l-1)}$

Ә. $\hbar\sqrt{l(l+1)}$

Б. $h\sqrt{l(l-1)}$

В. $h\sqrt{l(l+1)}$

Г. $2\hbar\sqrt{l(l+1)}$

24. Бас кванттық $n=3$ санына қанша әртүрлі толқындық функциялар сәйкес келеді? Спинді ескермеңіздер.

А. 3

Ә. 6

Б. 9

В. 18

Г. 27

25. f күйдегі электронның p күйдегі электроннан импульсінің орбитальдық моменті неше есе артық?

А. 2

Ә. 3

Б. 2,45

В. 3,45

Г. 2,65

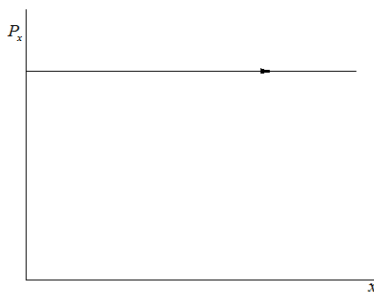
XVIII тарау. Кванттық статистиканың элементтері. Конденсацияланған ортаның физикасы

§ 18.1. Фазалық кеңістік және элементар ұяшық. Күйлердің тығыздығы Ферми-Дирак және Бозе-Эйнштейннің кванттық статистикасы

Статикалық физикада жүйедегі бөлшектердің күйін сипаттау үшін координаталар мен импульстардың көпөлшемді фазалық кеңістігі енгізіледі. Осьтері $q_1, \dots, q_F, p_1, \dots, p_F$ жалпылама координаталар мен импульстардың көпөлшемді евклид кеңістігін фазалық кеңістік деп атайды. Фазалық кеңістіктің өлшем саны жүйенің екі еселенген еркіндік дәрежесіне тең. Механикалық жүйенің берілген күйіне $(q_1, \dots, q_F, p_1, \dots, p_F)$ фазалық кеңістіктің нүктесі сәйкес келеді. Фазалық кеңістікте жүйенің күйін кескіндейтін нүкте, азалық нүкте деп аталады. Фазалық кеңістіктің екі түрі бар. Максвелдің μ кеңістігі – бір бөлшектің фазалық кеңістігі және Гиббстің Γ кеңістігі – бөлшектер жиынтығынан тұратын жүйенің фазалық кеңістігі. μ кеңістіктің өлшемі $2F$. Бір атомды жүйе үшін кеңістік алты өлшемді (осьтері x, y, z, p_x, p_y, p_z) Реал үш өлшемді физикалық кеңістікте біз тек өлшемі үш немесе одан көп кеңістікті қарастыра аламыз. Мысалы, x, y, z , координаталарының немесе p_x, p_y, p_z импульстарының кеңістігі. Γ кеңістік $2F$ өлшемі бар. Егер барлық бөлшектер бір сортты болса $F = Nf$, k -сортты болса, $F = \sum_{i=1}^k N_i f_i$. Мұндағы, f_i i -ші сортты бөлшектің еркіндік дәрежесі.

N атомнан тұратын жүйенің фазалық кеңістігі $6N$ өлшемді. (Координаталар өлшемі $3N$, импульстер өлшемі $3N$). Жүйенің күйі, яғни барлық N бөлшектің күйі Γ кеңістікте бір нүктемен кескінделеді. Осы күйді μ кеңістікте N нүктелер жиынтығымен кескіндеуге болады. μ -кеңістік Γ кеңістіктің ішіндегі кеңістікше. Фазалық кеңістіктегі жүйені кескіндейтін нүктенің орны уақыт бойынша өзгереді. Нүкте үздіксіз қисықты құрап, фазалық траектория мен қозғалады. (Қисық жүйенің бастапқы күйіне сәйкес келетін нүкте арқылы өтіп, қозғалыс теңдеуіне бағынады). Консервативті жүйенің фазалық траекториясы $H(q, p) = E = const$ теңдеуімен анықталатын гипербетте жатады. Гипербет деп, фазалық кеңістіктегі энергетикалық бетті айтады. Бұл бет $(2F-1)$ өлшемді, өйткені Гамильтон функциясының $H(p, q) = const$ шарты p және q айнымалыларының бір байланысына тыйым салады. Фазалық траекторияның өзімен-өзінің және алғашқы шарттары басқа жүйелердің фазалық траекториясымен қиылысу нүктесі

болмайды. Қиылысу нүктесінің бар болуы, берілген $H(p, q)$ функциясының алғашқы шарттарында қозғалыс теңдеуінің шешімінің бір мәнділігіне қарама-қайшы. (Қиылысу, жүйенің алғашқы күйінен қозғалыс екі түрлі жолмен өтуі мүмкін болатындығын көрсетеді). Демек, фазалық траектория мен қозғалыстағы дененің траекториясының айырмашылығы бар. Мысалы, (p, q) екі өлшемді фазалық кеңістіктегі еркіндік дәрежесі бірге тең жүйенің траекториясын қарастырайық. X осінің бойымен бірқалыпты тұзусызықты қозғалыстағы бөлшектің траекториясы 18.1.1-сызбасында көрсетілген. Әсер етуші күш тепе-теңдік күйінен ығысуына пропорционал, материалдық нүктенің тербелмелі қозғалысын қарастырайық:



18.1.1-сызба. X осінің бойымен бірқалыпты қозғалатын бөлшектің фазалық траекториясы ($p_x = const$)

$$F = -kq \quad (18.1.1)$$

Мұндағы, k – күштік тұрақты шама, q – тепе-теңдік күйден ығысуы. Потенциалдық U энергияның ығысуға тәуелділігін, мына қатынасты интегралдау арқылы табамыз:

$$F = -\frac{\partial U}{\partial q} \quad (18.1.2)$$

$q = 0$ болғанда $U = 0$ деп алсақ, төмендегі өрнек шығады.

$$U = -\int Fdq = \frac{kq^2}{2} \quad (18.1.3)$$

Жүйенің кинетикалық энергиясы мен жалпылама импульсі мына формуламен өрнектеледі:

$$E_k = \frac{m\dot{q}^2}{2}, \quad p = \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}} = m\dot{q}$$

Гамильтон функциясын жазамыз:

$$H(p, q) = E_k + U = \frac{P^2}{2m} + \frac{kq^2}{2} = \varepsilon \quad (18.1.4)$$

Берілген тербелмелі қозғалысқа $\varepsilon = const$ энергиясы сәйкес келеді.

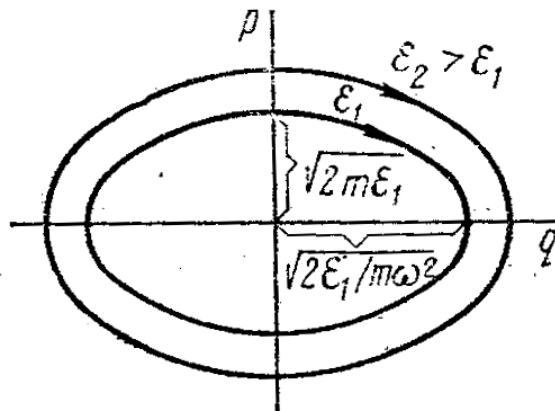
(18.1.4) өрнегі p және q айнымалыларының арасындағы байланысты көрсетеді. Фазалық траекторияның теңдеуін төмендегідей түрлендіреміз:

$$\frac{p^2}{2m\varepsilon} + \frac{q^2}{\frac{2\varepsilon}{m\omega^2}} = 1 \quad (18.1.5)$$

Мұндағы, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ тербелістің цикльдік жиілігі ($\omega = 2\pi\nu, \nu$ - жиілік).

Сондықтан бірөлшемді гармоникалық осциллятордың фазалық траекториясы жарты осьтері $a = \sqrt{2m\varepsilon}$, $b = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m\omega^2}}$ эллипс болады.

(18.1.2-сызба)



18.1.2-сызба. Бірөлшемді гармоникалық осциллятордың фазалық траекториясы

Эллипстің ауданы осциллятордың энергиясымен және жиілікпен анықталады:

$$S = \oint pdq = \pi ab = \frac{2\pi\varepsilon}{\omega} = \frac{\varepsilon}{\nu} \quad (18.1.6)$$

$$\varepsilon = \nu \oint pdq \quad (18.1.7)$$

Осциллятордың үлкен энергиясына жартылай осьтері үлкен эллипстер сәйкес келеді.

Қозғалысы классикалық механиканың заңдылықтарына бағынатын бөлшектер Максвелл-Больцманның статикасымен сипатталады. Мұндай кез келген бөлшектің күйі оның x, y, z координаталары мен p_x, p_y, p_z импульстарының құраушыларының берілуі арқылы бәр мәнді анықталады. Координаталар мен импульстер үздіксіз өзгереді. Сондықтан координаталары, импульстары, энергиялары бойынша бір-бірінен шамалы айырмашылығы бар күйлер кездесуі мүмкін. Бұл күйлерді классикалық статистика әртүрлі күйлер деп есептейді.

Электрондық газдарды құрайтын электрондардың толқындық қасиеті бар және олардың қозғалысы Шредингердің толқындық теңдеуімен сипатталатындықтан, қатты денедегі электронның энергиясы және қозғалысының сипаттамалары квантталады. Демек олар белгілі бір анықталған мәндерді қабылдайды. Яғни, әрбір осындай мәндер қатты денедегі электронның анықталған кванттық күйіне сәйкес келеді. Электронның толқындық қасиеті екі күйді x, y, z, p_x, p_y, p_z және $x + dx, y + dy, z + dz, p_x + dp_x, p_y + dp_y, p_z + dp_z$ егер $dx dy dz dp_x dp_y dp_z$ көбейтіндісі h^3 кіші болса, ажырату мүмкіндігінен айырады. (анықталмаушылық қатынас)

$$dx dy dz dp_x dp_y dp_z < h^3 \quad (18.1.8)$$

$d\tau = dx dy dz dp_x dp_y dp_z$ көбейтіндісі 6 өлшемді фазалық кеңістіктегі элементтің $d\tau$ көлемін береді. (18.1.8) қатынасынан фазалық кеңістіктің әртүрлі $d\tau$ элементтеріне, осы элементтің өлшемдері h^3 кіші болған жағдайда ғана электронның әртүрлі кванттық күйлері сәйкес келетіндігін көрсетеді. Сондықтан кванттық статистикада 6 өлшемді фазалық кеңістіктегі элементар ұяшықтың көлемі h^3 тең деп алынады:

$$d\tau = h^3 \quad (18.1.9)$$

Еркін электрондарды қарастырғанда, потенциалдық энергиялары металдың барлық нүктелерінде бірдей болғандықтан, олардың V көлем бойынша үлестірілуі бірқалыпты деп есептеледі. Бұл жағдайда 6 өлшемді

x, y, z, p_x, p_y, p_z кеңістік орнына элементар ұяшығының көлемі төмендегі қатынаспен анықталатын үш өлшемді p_x, p_y, p_z кеңістік қолданылады:

$$d\tau = \frac{h^3}{V} \quad (18.1.10)$$

Әрбір осындай элементар ұяшыққа басқа күйлерден айырмашылығы бар кванттық күйлер сәйкес келеді.

Кванттық статистиканың Максвелл-Больцман статистикасынан төмендегідей айырмашылықтары бар:

а. Классикалық статистика элементар ұяшықтардың өлшемдеріне шектеу қоймайды. (шексіз кіші болуы мүмкін) Кванттық статистика 6 өлшемді фазалық кеңістікте өлшемі h^3 , ал үш өлшемді импульстер кеңістігінде өлшемі $\frac{h^3}{V}$ элементар ұяшықтардың физикалық мағынасы бар деп есептейді.

ә. Паули принципі бойынша, қатты денедегі энергиясы E әрбір кванттық күйде спиндердің бағыттарымен ерекшеленетін екі электроннан артық электрон бола алмайды. Демек, берілген кванттық күйге сәйкес келетін импульстар кеңістігіндегі әрбір $\frac{h^3}{V}$ элементар ұяшыққа екі электроннан артық электрон сыймайды.

б. Максвелл-Больцман статистикасында газдардың молекулалары бір-бірінен айыруға болатындай жекешелендіреді. Сондықтан әртүрлі күйлердегі екі молекуланың орындарының ауыстырылуы жаңа микрокуйді береді.

Ферми-Дирак, Бозе-Эйнштейннің статистикасында барлық бөлшектер тепе-теңдікте болатындықтан, олардың орындарын ауыстырудан жаңа микрокүй пайда болмайды.

Фермиондар (Ферми-Дирак) немесе бозондарға (Бозе-Эйнштейн) жататын идеал газ бөлшектерінің кванттық күйлер бойынша үлестіруін қарастырайық.

Ферми-Дирак үлестіруінің негізгі мақсаты жүйенің тепе-теңдік күйіне сәйкес келетін үлестіру f_ϕ функциясын анықтау болып табылады. Көлемі V , еркін электрондарының саны N металдағы электрондық газдың күйін сипаттау үшін осьтері p_x, p_y, p_z импульстар кеңістігін құраймыз. Осы кеңістікті көлемі $\frac{h^3}{V}$ элементар ұяшықтардың әрқайсысына энергиясы E кванттық күй сәйкес келеді. Үлестіру функциясы осы ұяшықтарды

электрондардың толтыру ықтималдылығын көрсетеді. $f_\phi = \frac{1}{2}$ сәйкес келетін ұяшықтардың орташа алғанда жартысы, $f_\phi = 1$ келетіндеріне толық толтырылады. Электрондық газ бөлшектерінің жоғарыда келтірілген қасиеттеріне негізделіп жасалған статистикалық есептеулердің нәтижесі Ферми – газ жартылай спинді бөлшектер үшін мына өрнекті береді:

$$f_\phi = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1} \quad (18.1.11)$$

Мұндағы, E – толтырылатын ұяшыққа сәйкес келетін энергия, k – Больцман тұрақтысы, T – абсолюттік температура, μ - химиялық потенциал $\mu = \frac{U - TS + PV}{N}$, U – ішкі энергия, P – қысым, S – энтропия, V – көлем, N – жүйедегі бөлшектер саны.

Химиялық потенциал берілген жағдайда жүйедегі бөлшектер санын бірлік шамаға арттыруға кеткен жұмысқа тең. Екі түйісетін электрондық өткізгіштердің химиялық потенциалдары бірдей болса, біріншісінен екіншісіне және кері өтетін электрондардың ағындары теңледі. Химиялық потенциалды Ферми энергиясы деп атайды. $E = \mu$ болғанда $f_\phi = \frac{1}{2}$. Демек, Ферми энергиясына толтыру ықтималдылығы жартыға тең кванттық күй сәйкес келеді.

Үлестіру функциясы импульстарының құраушылары $p_x - p_x + dp_x$, $p_y - p_y + dp_y$, $p_z - p_z + dp_z$ аралығында жатқан электрондардың санын анықтауға мүмкіндік береді. Импульстар кеңістігінде фазалық көлемінің $dp_x dp_y dp_z$ элементін $\frac{h^3}{V}$ ұяшықтарға бөлеміз. Мұндай ұяшықтар саны мынаған тең:

$$Z = \frac{dp_x dp_y dp_z}{\frac{h^3}{V}} = \frac{V}{h^3} dp_x dp_y dp_z \quad (18.1.12)$$

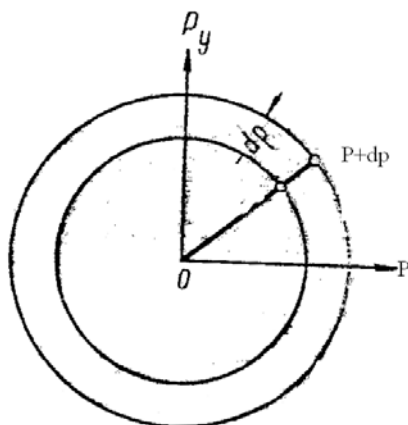
Өрнектің оң және сол жақтарын металдың V көлеміне бөлсек, $dp_x dp_y dp_z$ элементіндегі бірлік көлеміндегі ұяшықтар санын аламыз:

$$z = \frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3} \quad (18.1.13)$$

Импульстері жоғарыда келтірілген аралықта жататын металдың бірлік көлеміндегі, Паули принципіне бағынатын электрондар саны төменде келтірілген формуламен анықталады:

$$dn(p_x, p_y, p_z) = z \cdot 2f_\phi = \frac{2}{h^3} \frac{dp_x dp_y dp_z}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1} \quad (18.1.14)$$

Металдың бірлік көлемінде энергиясы $E - E + dE$ аралығында жатқан электрондардың санын анықтау мақсатында импульстер кеңістігінде радиустары P және $P+dP$ екі концентрлік сфераны саламыз. (18.1.3-сызба). Осы сфераларға E және $E+dE$ энергиялары сәйкес келеді.



18.1.3-сызба. Молекулалардың импульстер бойынша үлестірілуі

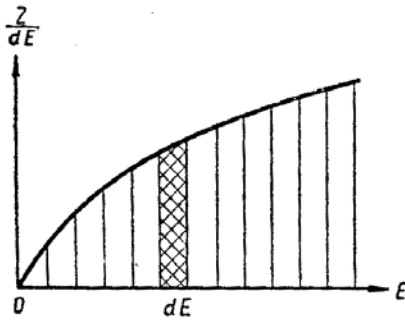
Сфералардың арасындағы шар қабаттарының $4\pi^2 p^2 dp$ көлемінде саны z , көлемінің өлшемі $\frac{h^3}{V}$ элементар ұяшық орналасқан:

$$Z = \frac{4\pi^2 p^2 dp}{\frac{h^3}{V}} \quad (18.1.15)$$

Теңдіктің оң және сол жақтарын металдың V өлеміне бөлсек, металдың бірлік көлеміндегі $E - E + dE$ аралығында жатқан кванттық күйдің саны (ұяшықтар саны) шығады:

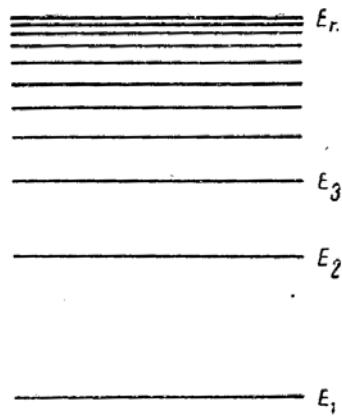
$$z = \frac{2\pi(2m)^{3/2} E^{1/2} dE}{h^3} \quad (18.1.16)$$

18.1.4-сызбасында кванттық күйлердің санының (ұяшықтар саны) E энергияға тәуелділігі көрсетілген.



18.1.4-сызба. Кванттық күйлердің энергия бойынша үлестірілуі

Штрихталған жазықтықтың ауданы dE аралығында сәйкес келетін ұяшықтар санын (кванттық күйлер саны) береді. E артқан сайын жолақтың ауданы ұлғаяды. Бұл шамалары бірдей dE аралықта энергия жоғарылаған сайын орналасқан ұяшықтардың санының артатындығын көрсетеді. Демек, кванттық күйлерге сәйкес келетін кванттық деңгейлер энергия жоғарылаған сайын жиі орналасады. (18.1.5-сызба).



18.1.4-сызба. Металдардағы электрондардың энергия деңгейлерінің орналасуы

Энергиялары $E - E + dE$ аралығында жатқан металдың бірлік көлеміндегі электрондардың санын (18.1.16) өрнегін $2f_\phi$ көбейту арқылы аламыз:

$$dn(E) = 2f_\phi z = \frac{4\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \frac{E^{1/2} dE}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1} \quad (18.1.17)$$

(18.1.17) формуласы электрондардың энергия бойынша үлестірілуін өрнектейтін заң.

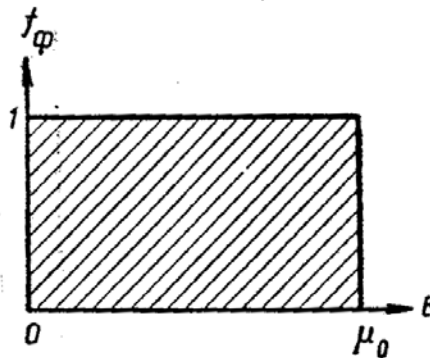
(18.1.1.7) формуласындағы E және dE орындарына $\frac{p^2}{2m}$ және $\frac{p}{m} dp$ мәндерін қойсақ, металдың бірлік көлеміндегі толық импульстер $p - p + dp$ аралығында жатқан электрондардың санын табамыз:

$$dn(p) = \frac{8\pi p^3}{h^3} \cdot \frac{dp}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1} \quad (18.1.18)$$

Металдардағы еркін электрондардың үлестірілуі Ферми-Дирак функциясымен сипатталады:

$$f_\phi = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu_0}{kT}} + 1} \quad (18.1.19)$$

18.1.5-сызбасында $T = 0^0 K$ болғандағы функцияның графигі келтіріліп, Ферми энергиясы μ_0 арқылы белгіленген.



18.1.5-сызба. $T = 0^0 K$ температурадағы Ферми-Дирактың үлестіру функциясының графигі

$E < \mu_0$ болса, $E - \mu_0 < 0$ теңсіздігі орындалады. Сондықтан (18.1.19) өрнегі төмендегідей түрленеді:

$$f_\phi = \frac{1}{\frac{1}{e^{\frac{\mu_0 - E}{kT}}} + 1}$$

$\mu_0 - E > 0$ болғандықтан, $T \rightarrow 0$, $e^{\frac{\mu_0 - E}{kT}} \rightarrow \infty$ және $f_\phi \rightarrow 1$.

$E > \mu_0$ болғанда $E - \mu_0 > 0$ теңсіздігі орындалады. $T \rightarrow 0$, $e^{\frac{\mu_0 - E}{kT}} \rightarrow \infty$ және $f_\phi \rightarrow 0$ абсолют нөл температурада энергияның $0 - \mu_0$ аралығында Ферми-Дирактың үлестіру функциясы бірге тең. μ_0 арқылы өткенде ол секіріп нөлге дейін төмендейді. Яғни, абсолют нөл температурада еркін электрондар μ_0 энергиясына дейінгі мүмкін болатын деңгейлерде орналаса алады. (осы деңгейлерді толтыру ықтималдылығы 1-ге тең). μ_0 -ден жоғары энергия деңгейлері мүлдем бос болады. (Оларды толтыру ықтималдылығы нөлге тең). Демек, μ_0 Ферми энергиясы, абсолют нөл температурадағы еркін электрондардың максимал энергиясын көрсетеді. Егер Ферми-Дирактың үлестіру функциясындағы (18.1.11) экспоненциалдық мүшені бірден көп үлкен деп алсақ:

$$e^{\frac{E - \mu}{kT}} \gg 1 \quad (18.1.20)$$

Функция төмендегідей түрленіп, Максвелл-Больман үлестіруіне өтеді:

$$f_\phi = \frac{1}{e^{\frac{E - \mu}{kT}}} = e^{\frac{\mu - E}{kT}} = A e^{\frac{-E}{kT}} \quad (18.1.21)$$

Спіндері нөлге немесе бүтін сандарға тең бөлшектердің (бозондардың) үлестіруін сипаттайтын Бозе-Эшштейн функциясы төменде келтірілген:

$$f_{B-\varepsilon} = \frac{1}{e^{\frac{E - \mu}{kT} - 1}} \quad (18.1.22)$$

Кванттық үлестірулердің жалпылама түрі мына функциямен сипатталады:

$$f = \frac{1}{e^{\frac{E - \mu}{kT}} \pm 1} \quad (18.1.23)$$

+ таңбасы Ферми-Дирак, - таңбасы Бозе-Эйнштейн үлестірулеріне сәйкес келеді.

§18.2. Лиувилль теоремасы және одан шығатын салдарлар

Фазалық Γ кеңістігінің қасиеттері Лиувилль теоремасы негізінде түсіндіріледі. Лиувилль теоремасына статистикалық механика пайда болғанға дейін 1851 жылы гидродинамиканың проблемаларын зерттеу

кезінде формулировка жасалған. Уақыттың анықталған моментінде фазалық кеңістіктің $d\Gamma$ көлемінде $\rho d\Gamma$ жүйе бар делік. Төпе-теңдік шартында фазалық кеңістіктегі нүктелердің жалпы саны тұрақты болса, онда бір элементтегі жүйелер санының уақыт бойынша өзгерісі басқа элементтегі жүйе санының өзгерісімен компенсацияланатындықтан, фазалық көлемдегі Гиббстің ансамбльдер жүйелерінің үлестірілу тығыздығы Эйлердің сығылмайтын сұйыққа арналған үздіксіз теңдеуін қанағаттандыруы тиіс:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial z} \right] \quad (18.2.1)$$

Мұндағы, $u = \frac{\partial x}{\partial t}$, $v = \frac{\partial y}{\partial t}$, $\omega = \frac{\partial z}{\partial t}$ жылдамдықтардың құраушылары.

Фазалық кеңістіктің элементар $d\Gamma$ көлемін толтыратын тығыздықтың dt уақыттағы өзгерісі, фазалық көлемдегі элементтің осы уақыттағы жүйелер санының өзгерісіне тең болуы керек. Егер жүйедегі барлық координаталар мен импульстардың өзгеру жылдамдықтарын ескерсек, мына теңдік алынады:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} d\Gamma dt = - \sum_i^n \left[\frac{\partial(\rho \dot{q}_i)}{\partial q_i} + \frac{\partial(\rho \dot{p}_i)}{\partial p_i} \right] d\Gamma dt \quad (18.2.2)$$

Қосынды Гиббс ансамблінің барлық $2F$ еркіндік дәрежесінен алынады. Дифференциалдаған соң төмендегі өрнек шығады:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \left[\dot{q}_i \frac{\partial \rho}{\partial q_i} + \dot{p}_i \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \right] - \rho \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_i} + \frac{\partial \dot{p}_i}{\partial p_i} \right] \quad (18.2.3)$$

Немесе

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{dq_i}{dt} \frac{\partial \rho}{\partial q_i} + \frac{dp_i}{dt} \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \right) = - \rho \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_i} + \frac{\partial \dot{p}_i}{\partial p_i} \right] \quad (18.2.4)$$

(18.2.4) теңдігінің сол бөлігі ρ -ның толық туындысы:

$$\frac{\partial H}{\partial q_i} = - \dot{p}_i, \quad \frac{\partial H}{\partial p_i} = - \dot{q}_i$$

Қозғалыс теңдеулерін қолдансақ, төмендегі қатынастарды аламыз:

$$\frac{\partial \dot{p}_i}{\partial p_i} = -\frac{\partial^2 H}{\partial q_i \partial p_i}, \quad \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_i} = -\frac{\partial^2 H}{\partial p_i \partial q_i} \quad (18.2.5)$$

Олай болса,

$$\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_i} + \frac{\partial \dot{p}_i}{\partial p_i} = 0; \quad \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_i} + \frac{\partial \dot{p}_i}{\partial p_i} \right] = 0 \quad (18.2.6)$$

Онда

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\sum_{i=1}^n \left[\dot{q}_i \frac{\partial \rho}{\partial p_i} + \dot{p}_i \frac{\partial \rho}{\partial q_i} \right] \quad (18.2.7)$$

Немесе

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{dq_i}{dt} \frac{\partial \rho}{\partial q_i} + \frac{dp_i}{dt} \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \right) \quad (18.2.8)$$

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad \text{және} \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \quad \text{екендігін ескерсек, мына теңдеу}$$

шығады:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \rho}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right) \quad (18.2.9)$$

Теңдіктің оң жағы Пуассон жақшасы болғандықтан,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -[\rho, H] \quad \text{бұдан} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + [\rho, H] = 0 \quad \text{теңдеуін аламыз:}$$

$$\text{Немесе} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial H}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial q_i} - \frac{\partial H}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \right) = 0 \quad (18.2.10)$$

Сатционарлық және тепе-теңдік шартында Эйлердің үздіксіз формуласынан Лиувилль теңдеуі алынды.

Лиувилль теңдеуі берілген жүйенің фазалық траекториясымен қозғалысы кезіндегі ρ -ның уақыт бойынша өзгерісін сипаттайды. (18.2.10)

$$\text{теңдігі орындалуы үшін} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{және} \quad \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial H}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial q_i} - \frac{\partial H}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \right) = 0 \quad (18.2.11)$$

болуы қажет.

$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ теңдігі фазалық көлемдегі локальдық нүктелердегі тығыздық уақыт бойынша өзгермейтіндігін көрсетеді. Сондықтан фазалық көлемнің әртүрлі нүктелерінде $\rho_1 = \rho_2$ болады. $\rho_1 = \frac{n}{d\lambda_1}$ және $\rho_2 = \frac{n}{d\lambda_2}$ болғандықтан, (мұндағы, n фазалық көлемдегі әртүрлі элементтердегі бөлшектер саны $n_1 = n_2 = n$) $d\lambda_1 = d\lambda_2$ теңдігін аламыз.

Бұл теңдік фигуративті нүктелердің фазалық кеңістікте қозғалысы кезінде элементар фазалық көлемнің өзгермейтінін дәлелдейді. Фазалық нүктелермен толтырылған кез келген фазалық көлем фазалық траекториямен қозғалғанда, өзінің көлемінің пішінін еркін өзгерте алады, бірақ оның шамасы тұрақты болып қалады.

Луивилля теоремасына берілген тұжырымдама фазалық көлемнің сақталу принципі деп аталады. (18.2.11) теңдігі әртүрлі ρ және N мәндерінде кез келген энергетикалық қабат үшін орындалады. Алынған қатынастар жалпылама координаталар мен импульстар кеңістігі үшін орындалып, координаталар мен жылдамдықтар кеңістігі үшін орындалмайды. Өйткені статистикалық физикада құбылыстарды зерттеу мақсатында көбінесе канондық айнымалыларды қолданады.

§ 18.3. Құрылымдық кристаллографияның элементтері.

Қатты денелердің жылу сыйымдылығы. Фонондық газ. Кристалдық құрылымдарды зерттеу әдістері

Идеал кристалдық тор бірдей элементар ұяшықтардан тұрады. Әрбір ұяшық $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторларынан құрылған қисық бұрышты параллелепипед ретінде қарастырылады. Сонымен қатар $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторлары координаталық осьтердің бірлік векторларын, ал олардың модульдары сәйкес осьтер бағытындағы ұқсастық периодтылығын көрсетеді. Координата осьтерін таңдау бізмәнді емес. Өйткені бір кристалл әртүрлі элементар параллелепипедтердің қосындысынан тұрады. Осьтерді таңдап алудың ең қарапайым жолы кристалдардың симметриялығын ескеру болып табылады. Кристалдың геометриялық элементтерін (нүктелерді, түзулерді, жазықтықтарды) аналитикалық тұрғыдан сипаттау үшін ерекше символ пайдаланылады. Координаталары x, y, z нүктелерін алайық. Нүктенің индексі ретінде қосарлы квадраттық жақшаға $\left[\left[\begin{matrix} x & y & z \\ a & b & c \end{matrix} \right] \right]$ алынған $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}$ шамаларының жиынтығы алынады. Әдеттегі ұяшықтың ішіндегі

координатар бас нүктесімен жанасатын нүктелер қарастырылады. Бұл жағдайда индекстер 1-ден артпайтын сандар болады. Мысалы, кристалдық ұяшық центріне $\left[\left[\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right] \right]$, уз жазықтығындағы жақтың центріне $\left[\left[0 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right] \right]$ индекстері сәйкес келеді. Кристалдағы бағыт координатаның бас нүктесінен өтетін түзу арқылы беріледі. Осындай түзудің бағыты, ол өтетін кез келген нүктенің индекстеріне пропорционал ең кіші m, n, p бүтін сандарымен анықталады:

$$m:n:p = \frac{x}{a} : \frac{y}{b} : \frac{z}{c}$$

m, n, p сандары бағыттау индекстері деп аталып, квадраттық жақшамен қоршалады $[mnp]$. Координаталар бас нүктесі мен $\left[\left[\frac{1}{3} \frac{1}{2} 1 \right] \right]$ нүктесі арқылы өтетін түзудің бағыты $[236]$ символымен белгіленеді.

Егер m, n, p сандарының біреуі теріс болса, теріс белгі санның үстіңгі жағына қойылады. Мысалы, u осіне қарама-қарсы бағыт $[0\bar{1}0]$ символымен белгіленеді.

Кристалдағы жазықтықтың орнын координаталық осьтеріді оның қиюынан пайда болған u, v, w кесінділері арқылы анықтаймыз. Жазықтық кристалдық тордың түйіндері арқылы өткен жағдайда оның орнын u, v, w кесінділеріне кері ең кіші бүтін h, k, l сандарымен анықтаған өте ыңғайлы:

$$h : k : l = \frac{1}{u} : \frac{1}{v} : \frac{1}{w}$$

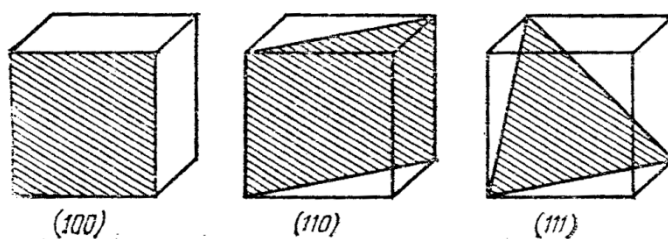
Мұндағы, h, k, l сандары Миллер индекстері деп аталады. Жазықтықтың символын жазғанда Миллер индексі дөңгелек жақшаға алынады. (h, k, l) .

Мысалы, координаталық осьтерде жазықтықтың қиятын кесінділері $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$

және 1 болсын делік. Бұған кері шамалар $2, \frac{3}{2}, 1$. Осы сандарды 2 - ге көбейтсек, Миллер индекстері шығады. $(4 \ 3 \ 2)$. Егер жазықтық координата осьтеріне параллель болып, оның қиятын кесінділері шексіз үлкен болса, индекс нөлге теңеледі.

Кубтық кристалдарда (h, k, l) жазықтығы $[h, k, l]$ түзуіне перпендикуляр. 18.3.1-сызбасында кубтық кристалдың негізгі

жазықтықтары үшін Миллер индекстері келтірілген (x-осі оқырманға, y-осі оңға, z-осі жоғары бағытталған)



18.3.1-сызба. Кубтық кристалдың негізгі жазықтықтары үшін Миллер индексі

Классикалық теорияда N атомнан тұратын кристалл еркіндік дәрежесі $3N$ тең жүйе ретінде қарастырылады. Әрбір еркіндік дәрежесіне kT энергия ($\frac{1}{2}kT$ кинетикалық, $\frac{1}{2}kT$ потенциалдық) сәйкес келеді. Сондықтан тербелетін атомның орташа энергиясы $3kT$ тең. Ал N_A атомы бар қатты дененің энергиясы төмендегі формуламен анықталады:

$$E = 3kTN_A = 3RT \quad (18.3.1)$$

Мұндағы, $R = kN_A$ универсал газ тұрақтысы. (18.3.1) өрнегін температура бойынша дифференциалдасақ, қатты дененің тұрақты көлемдегі C_V жылу сыйымдылығын аламыз:

$$C_V = \frac{\partial E}{\partial T} = 3R \quad (18.3.2)$$

$$R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{град} \cdot \text{кмоль}} \text{ болғандықтан,}$$

$$C_V \approx 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{град} \cdot \text{кмоль}} \quad (18.3.3)$$

Бұл заңдылықты 1819 жылы Дюлонгпен Пти ашқан болатын. Температура абсолют нөлге жақындағанда қатты денелердің жылу сыйымдылықтары нөлге ұмтымдығы тәжірибе жүзінде дәлелденген. Ал классикалық теория бойынша, жылу сыйымдылық температураға тәуелсіз. (үздік сызықтар)

Классикалық теорияның жылу сыйымдылықтың температураға тәуелділігін түсіндіре алмауының екі түрлі себебі бар:

а. Классикалық теорияда қатты денедегі атомдар бір-біріне тәуелсіз бірдей жиілікпен тербеледі деп есептеледі. Шындығында, қатты денелердегі атомдар бір-бірімен берік байланысып, меншікті тербеліс жиілігі кең спектрден тұратын біртұтас жүйені құрайды.

ә. Тербелістеігі атомды классикалық емес, дискретті энергетикалық спектрі бар кванттық осцилятор ретінде қарастыру қажет. Мұндай осцилятордың орташа энергиясы Планк формуласымен өрнектеледі:

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (18.3.4)$$

Еркіндік дәрежесі $3N$ тең атом үшін формула төмендегідей түрленеді:

$$E = 3N\bar{E} = 3N \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = 3Nk \frac{\frac{h\nu}{k}}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (18.3.5)$$

$\theta = \frac{h\nu}{k}$ шамасын Эйнштейн дененің сипатты температурасы деп атады.

Ол атомдардың тербеліс жиілігіне тура пропорционал. (18.3.5) қатынасын сипатты температура арқылы өрнектейік: ($N=N_A$)

$$E = 3R \frac{\theta}{e^{\frac{\theta}{T}} - 1} \quad (18.3.6)$$

Алынған нәтижені температура бойынша дифференциалдасак, тұрақты көлемдегі жылу сыйымдылық шығады:

$$C_V = 3R \frac{\left(\frac{\theta}{T}\right)^2 e^{\frac{\theta}{T}}}{\left(e^{\frac{\theta}{T}} - 1\right)^2} \quad (18.3.7)$$

(18.3.7) формуласының (18.3.2) формуласынан біркатар артықшылықтары бар.

Төменгі температурада ($T \ll \theta$), $e^{\frac{\theta}{T}} \gg 1$ болғандықтан, (18.3.7) қатынасының бөліміндегі бір саны ескерілмейді. Сондықтан формула төмендегідей түрленеді:

$$C_V = 3R \left(\frac{\theta}{T}\right)^2 e^{-\frac{\theta}{T}} \quad (18.3.8)$$

$T \rightarrow 0, \frac{\theta}{T} \rightarrow \infty$ ал $e^{\frac{\theta}{T}} \rightarrow 0$. $e^{\frac{\theta}{T}}$ шамасы $\left(\frac{\theta}{T}\right)^2$ қатынасының өсуінен

кемитіндіктен, мына шекті аламыз:

$$\lim_{T \rightarrow 0} C_V \rightarrow 0 \quad (18.3.9)$$

Жоғары температурада (18.3.7) формуласы (18.3.2) өрнегіне өтеді. Қатты дененің барлық атомдары бірдей жиілікпен тербеледі деп есептелетіндіктен, төменгі температуралар аймағында теория мен тәжірибе нәтижелерінің айырмашылығы бар.

Қатты денелердегі атомдардың араларындағы байланыс берік болғандықтан, оларды бір-бірінен тәуелсіз тербеледі деп қарастыруға болмайды. Саны N мұндай атомдардың еркіндік дәрежесі $3N$ байланысқан жүйені құрайды. Жалпы жағдайда жүйеде әртүрлі жиіліктегі $3N$ тербеліс туындайды. Бұл тербелістер жүйенің меншікті тербелістері, ал жиіліктер жүйенің меншікті жиіліктері деп аталады. Дебай ν -ден кіші жиіліктегі кристалдың меншікті тербелістерінің саны Z мына қатынаспен анықталатынын көрсетті:

$$Z = \frac{4\pi}{3} V \frac{\nu^3}{\nu^3} \quad (18.3.10)$$

Мұндағы, V – кристалдың көлемі, ν - тербелістің таралу жылдамдығы. Еркіндік дәрежесі $3N$ -ге тең жүйенің меншікті тербелісінің жалпы саны $3N$ болғандықтан, тербелістердің максимал жиілігін төмендегі теңдіктен аламыз:

$$Z_{\max} = 3N = \frac{4\pi V}{\nu^3} \nu_m^3$$

Бұдан

$$\nu_m = \nu^3 \sqrt{\frac{3N}{4\pi V}} = \nu^3 \sqrt{\frac{3n}{4\pi}} \quad (18.3.11)$$

Мұндағы, $n = \frac{N}{V}$ бірлік көлемдегі атомдар саны. $\nu - \nu + d\nu$ аралығына келетін кристалдың меншікті тербелісінің dZ санын, (18.3.10) өрнегін ν бойынша дифференциалдау арқылы табамыз:

$$dZ = \frac{4\pi V}{\nu^3} \nu^2 d\nu \quad (18.3.12)$$

Жиілігі ν тербелістердің орташа энергиясы мынаған тең:

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$\nu - \nu + d\nu$ аралығындағы dZ тербелістің энергиясы мына формула арқылы есептеледі:

$$\bar{E}dZ = \frac{4\pi V}{\nu^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \nu^2 d\nu \quad (18.3.13)$$

Қатты дененің барлық энергиясы (18.3.1.3) өрнегін барлық меншікті жиіліктер бойынша интегралдау арқылы анықталады:

$$\bar{E} = \int_0^{\nu_m} \frac{4\pi V}{\nu^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \nu^2 d\nu \quad (18.3.14)$$

Интегралды түрлендірейік:

$$E = 3RT \cdot 3 \left(\frac{T}{\theta} \right)^3 \int_0^{\frac{\theta}{T}} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad (18.3.15)$$

(18.3.15) өрнегін T бойынша дифференциалдасақ, қатты дененің атомдық жылу сыйымдылығын аламыз:

$$C_v = 3R \left[12 \left(\frac{T}{\theta} \right)^3 \int_0^{\frac{\theta}{T}} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3 \left(\frac{\theta}{T} \right)}{e^{\frac{\theta}{T}} - 1} \right] \quad (18.3.16)$$

Мұндағы, $x = \frac{\theta}{T}$ (18.3.16) өрнегі Дебайдың формуласы деп аталады.

Формуланы талдайық:

а. Жоғары температурада ($T \gg \theta$), $e^x = 1 + x + \dots$ және $e^{\frac{\theta}{T}} = 1 + \frac{\theta}{T} + \dots$ жіктеулерінің сызықты мүшелерімен шектелуге болады. Бұл жағдайда:

$$C_v = 3R \left[12 \left(\frac{T}{\theta} \right)^3 \int_0^{\frac{\theta}{T}} x^2 dx - 3 \right] = 3R \left[12 \left(\frac{T}{\theta} \right)^3 \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{T} \right)^3 - 3 \right] = 3R$$

Жоғары температуралар аймағында Дебайдың формуласы Дюлонг-Пти заңын береді.

ә. Төменгі температураларда ($T \ll \theta$) интегралдың шегін шексіздікпен алмастырамыз:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15} ; \quad C_V = 3R \left[12 \left(\frac{T}{\theta} \right)^3 \frac{\pi^4}{15} - \frac{\left(\frac{\theta}{T} \right)}{e^{\frac{\theta}{T}} - 1} \right]$$

$T \rightarrow 0$ $\frac{\theta}{T}$ шамасы $\frac{\theta}{T}$ қатынасынан жылдам өсетіндіктен, екінші мүше нөлге ұмтылады. Сондықтан төмендегі теңдік шығады:

$$C_{V_{T \rightarrow 0}} = \frac{12\pi^4 R}{5\theta^3} T^3 = \beta T^3 \quad (18.3.17)$$

Мұндағы, $\beta = \frac{12\pi^4 R}{5\theta^3}$ әрбір кристалл үшін тұрақты шама. Теориялық тұрғыдан дәлелденген заңдылық ($C_V \sim T^3$) тәжірибеден алынған нәтижелермен сәйкес келеді.

Кристалдың энергиясы торлардың нормальдық тербелістер энергияларының қосындысынан тұрады. Нөлдік тербелістердің энергиясын ескермесек, тербелістің жиілігі кванттық шамалардың қосындысынан тұрады:

$$\varepsilon_i = h\nu_i = 2\pi\hbar\nu_i = \hbar\omega_i \quad (18.3.18)$$

Осы кванттық энергияны фонон деп атайды. Фононның импульсі мына формуламен анықталады:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (18.3.19)$$

Мұндағы, \vec{k} - толқындық вектор.

Фононның электрондардан, протондардан, фонондардан, т.б. бөлшектерден айырмашылығы, вакуумде пайда бола алмайды. Яғни, фонон туындау үшін қандай да бір орта қажет. Осы текті бөлшектер квазибөлшектер деп аталады. Фонондар бір-бірімен әсерлескенде олардың импульстары дискретті түрде кристалдық торға беріліп, сақталмайды. Сондықтан (18.3.19) шамасын импульс емес, квазиимпульс деп атайды. Жылулық тепе-теңдік орнағанда жиілігі ω_i фонондардың орташа $\langle n_i \rangle$ саны төмендегі шарттан анықталады:

$$\langle \left(n_i + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_i \rangle = \frac{1}{2} \hbar \omega_i + \frac{\hbar \omega_i}{e^{\frac{\hbar \omega_i}{kT}} - 1}$$

Бұдан

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega_i}{kT}} - 1} \quad (18.3.20)$$

(18.3.20) қатынасынан кристалда бір мезгілде шексіз бірдей фонндар қоздырыла алатындығы шығады. Демек, Паули принципі фонндарға қолданылмайды. Кристалдық тордың тербелісін, кристалл үлгісінде орналасқан фонндық газ ретінде елестете аламыз. Фонндар мен фотондар бозондарға (нөлдік немесе бүтін спинді бөлшектер) жататындықтан, Бозе-Эйнштейн статистикасына бағынады.

Толқын ұзындығы белгілі сәуленің құрылымы белгісіз кристалдағы диффракцияны бақылап, θ және m өлшеу арқылы жазықтықтардың арақашықтығын d , яғни оның құрылысын Вульф-Брэг формуласын пайдаланып анықтауға болады. $2d \sin \theta = m\lambda$ ($m = 1, 2, 3, \dots$). Бұл әдіс рентгендік құрылымдық анализдің негізін құрайды.

Заттардағы ультрадыбыстың жылдамдығын немесе жылу сыйымдылығын тәжірибе жүзінде өлшеп, олардың молекула-кинетикалық қасиеттері мен құрылымын анықтай аламыз.

§ 18.4. Металдардың электрондық өткізгіштігінің классикалық және кванттық теориясы. Асқын өткізгіштік

Друде, Томсон, Лоренц дамытқан металдардың классикалық теориясында, оның торын толтыратын электрондық газ идеал молекулярлық газбен алмастырылады. Демек, еркін электрондар классикалық механиканың заңдарына, үлестірілуі Максвелл-Больцман статистикасына бағынады. Сыртқы электр өрісі жоқ болғанда, еркін электрондардың ретсіз жылулық қозғалыстарының салдарынан зарядтардың бағытталған тасымалдануы орындалмайды. Е электр өрісінде әрбір электронға өріске қарсы бағытталған $F = -eE$ күш әсер етіп, осы бағытта қозғалатын электрондардың санын арттырып, электр тоғын туғызады.

F күшінің әсерінен электрон $\bar{\lambda}$ еркін жолының аяғында $c = a\bar{v} = \frac{F}{m}\bar{t} = \frac{eE}{m}\bar{t}$ жылдамдықты иеленеді. Мұндағы, m – электронның массасы, a - қозғалыстың үдеуі, \bar{t} , $\bar{\lambda}$ жолды жүруге кеткен уақыт. Тордың

түйінімен соқтығысқаннан кейін с нөлге теңеледі. Сондықтан реттелген қозғалыстың орташа жылдамдығы мынаған тең:

$$\bar{c} = \frac{c}{2} = \frac{eE}{2m} \bar{\tau} = \left| \tau = \frac{\bar{\lambda}}{v} \right| \equiv \frac{eE \bar{\lambda}}{2m \bar{v}}. \text{ Мұндағы, } \bar{v} \text{ электрондардың жылулық}$$

қозғалысының орташа жылдамдығы

$$u = \frac{\bar{c}}{E} = \frac{e\bar{\lambda}}{2m\bar{v}} \text{ қатынасы (18.4.1) электрондардың қозғалғыштығы деп}$$

аталады.

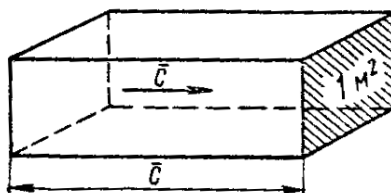
Ағынға перпендикуляр орналастырылған 1 м^2 ауданнан бір секундта қабырғасы электрондардың реттелген қозғалысының орташа \bar{c} жылдамдығына тең параллелепедтің ішіндегі барлық электрондар өтеді.

Параллелепедтің көлемінің шамасы \bar{c} ондағы электрондардың саны $n \cdot \bar{c}$ тең. (18.4.1-сызба) Мұндағы, n металдағы электрондардың концентрациясы. Бұл электрондар сан жағынан $ne\bar{c}$ тең зарядты тасымалдайды. Сондықтан өткізгіштегі тоқтың тығыздығы $i = ne\bar{c} = neuE$ болғандықтан, оның меншікті өткізгіштігі мына қатынаспен өрнектеледі:

$$\sigma = \frac{i}{E} = neu \quad (18.4.2)$$

Тендікке (18.4.1) өрнегін қойсақ, төмендегі қатынас шығады:

$$\sigma = \frac{ne^2 \bar{\lambda}}{2m \bar{v}} \quad (18.4.3)$$



18.4.1-сызба. Өткізгіштігі тоқтың тығыздығын есептеуге арналған параллелепед

Классикалық теорияда $\bar{\lambda}$ -ның шамасы тордың тұрақтысына тең деп алынады. σ -ның абсолют мәнін бағалайық. (18.4.3) формуласына $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, $n = 6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ және $\bar{\lambda} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$

мәндерін қойып, $\bar{v} = \left(\frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2}$ ескерсек, $T = 300^0 \text{ К}$ температурада

өткізгіштің меншікті өткізгіштігі $\sigma = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Шын мәнінде күмістің осы температурадағы өткізгіштігі $6,3 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ тең. Меншікті өткізгіштің осындай мәнін алу үшін, еркін жүру $\bar{\lambda}$ жолының ұзындығы 10^{-12} м болуы қажет. (18.4.3) формуласындағы температураға тәуелді шама жылулық қозғалыстың \bar{v} жылдамдығы. Электрондық газдың концентрациясы мен тордың параметріне тең еркін жүру жолының $\bar{\lambda}$ ұзындығы классикалық теория бойынша температураға тәуелді емес.

$\bar{v} = \left(\frac{8kT}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}}$ деп алсақ, металдың меншікті кедергісі $\rho \sim \sqrt{T}$ пропорционал.

Шындығында, температураның кең диапазонында ρ температураға тәуелділігі сызықты байланыспен өзгереді.

Металдың классикалық электрондық теориясы Дюлонг-Пти заңына бағынбайды. Өйткені электрондық газды кәдімгі молекулярлық газ деп алсақ, оның атомдық жылу сыйымдылығы $C_V \approx \frac{3}{2} R \frac{\text{Дж}}{\text{ккаль} \cdot \text{град}}$ болуы

керек. Сондықтан металдың жалпы жылу сыйымдылығы тордың және электрондық газдың жылу сыйымдылықтарының қосындысынан тұрады.

($C_V = \frac{9}{2} R$). Шындығында, бөлме температурасында жылу сыйымдылықтың

шамасы $3R$ тең. Классикалық теорияның осы және басқа қиыншылықтары металдардағы еркін электрондарды Максвелл-Больцман статистикасына бағынатын идеал газ ретінде алынуынан шығады. Ферми-Дирактың кванттық статистикасына негізделген металдардың меншікті электр өткізгіштігін Зоммерфельд есептеді.

$$\sigma = \frac{ne^2 \bar{\lambda}(\mu)}{m \bar{v}(\mu)} \quad (18.4.4)$$

Мұндағы, $\bar{\lambda}(\mu)$ Ферми энергиясын иеленген электронның еркін жүру жолының ұзындығы, $\bar{v}(\mu)$ - жылдамдығы.

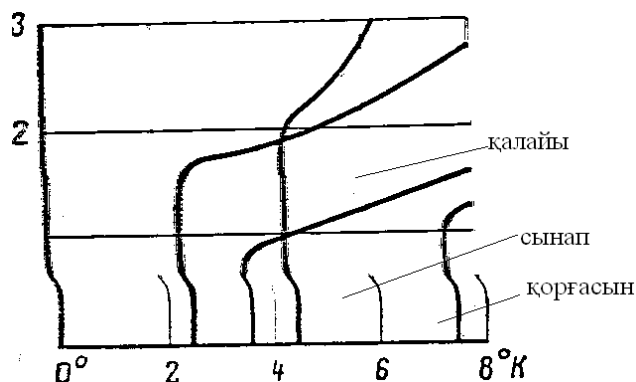
(18.4.4) қатынасы сыртқы түрі бойынша (18.4.3) формуласымен сәйкес келгенімен, мазмұндары әртүрлі.

(18.4.3) формуласындағы $\bar{v} \sim \sqrt{T}$ пропорционал еркін электрондардың жылулық қозғалысының орташа жылдамдығы. Ал Зоммерфельдтің формуласында $\bar{v}(\mu)$ температураға тәуелсіз. (18.4.3) және (18.4.4) формуласының басты айырмашылығы, классикалық және кванттық теорияның еркін жүру жолының ұзындығына қосатын үлестеріне байланысты. Еркін электрондарды идеал газ ретінде қарастыратын классикалық теория, металдардың кедергісі электрондардық тордың

түйіндерімен үздіксіз соқтығысуынан туындайды деп есептейді. (Электрон тордың барлық түйіндерімен соқтығысады және еркін жүрістің $\bar{\lambda}$ ұзындығы тордың переметріне тең). Кванттық теория электронды толқындық қасиеті бар бөлшек деп алып, олардың металдардағы таралуын толқынының ұзындығы Луй-де-Бройль қатынасымен анықталатын электрондық толқын ретінде қарастырады. Температура жоғарылаған сайын тордағы жылулық тербелістегі (фотондардағы) электрондық толқындардың шашырауы артады. Осы құбылысқа байланысты электрондардың еркін жүру жолының орташа ұзындығы кемиді. Бөлме температурасында $\bar{\lambda} \sim T^{-1}$ ескерсек, металдардың кедергісі $\left(R \sim \frac{1}{\sigma} \right)$ тәжірибеден алынған нәтижемен

сәйкес T температураға пропорционал өседі. Металдардың электр өткізгіштігінің кванттық теориясы, классикалық теорияда кездесетін қиыншылықтарды жойып, онда өтетін үрдістерге түсініктеме береді.

Қалдық кедергінің пайда болуына қоспалардың қосатын үлесін анықау мақсатында Камерлинг-Оннес 1911 жылы таза сынаппен тәжірибе жасап, $T_K \approx 4,2^{\circ}K$ температурада оның кедергісінің нөлге дейін төмендейтіндігін анықтады (18.4.2-сызба).



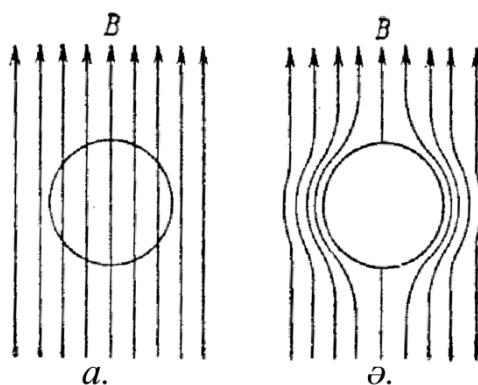
18.4.2-сызба. Асқын өткізгіштік күйге өту кезіндегі металдардың меншікті кедергісінің секіріп өзгеруі

Қандай да бір T_K критикалық температурада заттардың кедергісінің нөлге ұмтылу құбылысы асқын өткізгіштік деп аталады. Қазіргі кезде 22 химиялық элементтің, 100-ден астам қорытпалары мен химиялық қосылыстардың асқын өткізгіштік қасиеттері анықталды. Химиялық элементтердің асқын өткізгіштік күйге өтуі олардың изотоптық құрамына байланысты. Бұл тәуелділік мына қатынаспен жақсы сипатталады:

$$T_K M^{\frac{1}{2}} = const \quad (18.4.5)$$

Мұндағы, M – әртүрлі изотоптардан тұратын элементтің орташа атомдық салмағы. Асқын өткізгіштік қасиеті бар таза металға қоспалар енгізу, оның торын бұрмалау (пластикалық деформациялау) өтудің анықтығына әсерін тигізіп, құбылыстың өзін жоя алмайды. Бұл асқын өткізгіштік күйге өткенде электрондардың металдың торымен әсерлесуі тоқтатылатындығын көрсетеді. Асқын өткізгіштік күй сыртқы немесе өткізгіштегі тоқтан пайда болатын магнит өрісінің H_K критикалық мәнінде бұзылады. Өткізгіштің температурасы кеміген сайын H_K артады.

1933 жылы Мейснер магнит өрісіне орналастырылған өткізгіш, асқын өткізгіштік күйге өту кезінде өзінен магнит индукциясының сызықтарын ығыстырып шығаратынын анықтады (18.4.3-сызба). Бұл құбылыс Мейснер эффектісі деп аталады.



18.4.3-сызба. Магнит индукциясының сызықтарының асқын өткізгіштіктен ығыстырылып шығарылуы
 а – қалыпты жағдайдағы өткізгіштегі магнит индукциясының ағыны
 ә – асқын өткізгіштегі магнит индукциясының сызықтарының ығыстырылып шығарылуы

Заттың асқын өткізгіштікке өту күйі жылу сыйымдылық секіріп өзгертін екінші текті фазалық өтуге жатады. Секіру нүктесінде металда асқынөткізгіштік фаза туындап, температура төмендеген сайын оның көлемі ұлғая түседі. Л. Д. Ландау мұндай аралық күйлердің құрылымы күрделі қабаттардан тұратындығын, олардың қалыпты және асқын өткізгіштік фазалары бір-бірімен ретсіз (хаосты) араласып жататындығын көрсетті. Осы құбылыстың физикалық мағынасына толқылайық. Металдың еркін электрондары Ферми-Дирак статистикасына бағынатын электрондық газдан тұрады. Тордың түйіндерінде орналасқан оң иондардың өрісінің әсерінен электрондардың арасындағы Кулондық тебілу күші едәуір кемиді. Сонымен қатар электрондар абсолют нөл температурада тордың жойылмайтын жылулық тербелісімен (фонондармен) әсерлеседі. Осындай әсерлесулерде

Ферми деңгейіне жақын орналасқан жіңішке жолақтағы электрондар фонондарды сәулелендіруі немесе жұтылуы мүмкін. Яғни, электрондар мен фонондар алмасады. Мұндай алмасу электрондардың арасында тартылыс күшін туғызатындығы теориялық тұрғыдан дәлелденген. Егер бұл күштер тебілу күштерінен артық болса, онда олардың әсерінен спиндері қарсы электрондар қосарланып, төменгі энергияны иеленеді. Қосарлы электрондардың қорытқы спині нөлге тең. U_σ байланыс энергиясы, байланысқан электрондардың бір-бірімен салыстырғандағы импульстарының бағытына тәуелді.

Импульстары антипараллель бағытталған электрондардың байланыс энергиясы максимал мәнді қабылдайды. Абсолют нөл температурада қосарланған электрондар негізгі деңгей деп есептелетін Ферми деңгейінен төменгі деңгейде орналасады. Негізгі күй, металдардағы электрондардың қалыпты жағдайдағы ең жақын орналасқан күйінен, ені U_σ -тең энергетикалық саңылауға қашық орналасқан. Есептеулер мен тәжірибелік өлшеулердің нәтижесі абсолют нөл температурада энергетикалық саңылаудың (U_σ) ені металдың асқын өткізгіштікке өтетін температурадағы жылулық қозғалысының энергиясына kT_K тең екендігін көрсетті. Негізгі деңгейде орналасқан электронның жұтатын минималды энергиясы U_σ . Төменгі температурада электрон тордан энергияның мұндай мөлшерін жұта алмайды. Сондықтан электрондар металда кедергісіз қозғалады. Температура жоғарылағанда энергетикалық саңылаудың ені кеміп, қосарланған жұп электрондардың араларындағы байланыс үзіледі. Яғни, электрондар негізгі күйден қоздырылған күйге алмасады. Критикалық T_K температурада U_σ нөлге айналып, асқын өткізгіштік күй жойылады. Асқын өткізгіштіктің теориясының негізінде ағылшын физигі Б. Джозефсон 1962 жылы екі асқын өткізгіштікті бөлетін диэлектриктің жұқа ~ 1 нм қабатынан өтетін асқын ток құбылысының эффектісін ашты. (1973 жылы Нобель сыйлығын иеленді). Егер Джозефсон түйісуі арқылы өтетін токтың шамасы кейбір критикалық мәндерден артпаса, кернеудің түсуі байқалмайды, (стационарлық эффект) егер артса, кернеудің түсуі пайда болып, түйісуде электромагниттік толқынды сәулелендіреді. (Стационарлы емес эффект). Сәулеленудің ν жиілігі U кернеумен мына қатынаспен байланысқан:

$$\nu = \frac{2eU}{h}. \text{ Сәулеленудің пайда болуы асқын өткізгіштік тоқты туғызатын}$$

қос электрон (Купер жұбы) асқын өткізгіштіктің негізгі күйімен салыстырғанда артық энергияны иеленетіндігімен түсіндіріледі. Негізгі күйге оралғанда олар энергиясы $h\nu = 2eU$ электромагниттік квантты сәулелендіреді. Джозефсон эффектісі өте әлсіз магнит өрісін, ток пен кернеуді өлшеу үшін және жылдам әсер ететін күшейткіштерде қолданылады.

§ 18.5. Металдардың, диэлектриктердің және шала өткізгіштердің зоналық теориясы

Шредингер тендеуін пайдаланып кристалдардың мүмкін болатын энергияларының мәндерін және сәйкес энергетикалық деңгейлерді анықтай аламыз. Бірақ классикалық және кванттық механикада көп бөлшектерден тұратын жүйенің динамикалық есебін дәл шешудің әдісі жоқ. Сондықтан бұл есеп, көп бөлшекті есепті сыртқы өріске қозғалатын бір электронды есеппен алмастыру арқылы жуықтап шешіледі. Есепті шешудің бұл жолы қатты дененің зоналық теориясына әкеледі. Зоналық теорияның негізін адиабаталық жақындасу құрайды. Кванттық-механикалық жүйе ауыр (ядро) және жеңіл (электрондар) бөлшектерге бөлінеді. Бұл бөлшектердің массалары мен жылдамдықтарының едәуір айырмашылығы болғандықтан, электрондардың қозғалысы тыныштықтағы ядролардың өрісінде, ал баяу қозғалатын ядролар барлық электрондардың орталанған өрісінде орналасқан деп есептеледі. Кристалдық тордың түйінінде орналасқан ядро қозғалмайды деп алсақ, электрондар ядролардың тұрақты периодты өрісінде қозғалады деп қарастырылады. Зоналық теорияның шеңберінде көп электронды есеп сыртқы периодты өрістегі бір электронның қозғалысы туралы есепті шешуге әкеледі. Бөлшектер бір-бірінен қашықта орналасса, (оқшауланса) олардың энергетикалық деңгейлері беттеседі. Егер кристалдық торда орналасқан атомдарды сығып олардың арақашықтығына дейін жақындатсақ, араларындағы әсерлесетін атомдарының энергетикалық деңгейлері ығысып, ыдырап зоналарға ұлғаяды. Яғни, зоналық энергетикалық спектр пайда болады.

Кристалдарда зоналық энергетикалық спектрдің пайда болуы анықталмағандық қатынастан шығатын кванттық-механикалық эффект болып табылады. Қандай да бір күйдегі электронның өмір сүру уақыты оның энергиясының анықталмағандығына $\Delta E \sim \frac{h}{\tau}$ байланысты.

Электрондардың энергетикалық зоналарының теориясы қатты денелердің электрлік қасиеттерін ғылыми тұрғыдан ұғындырудың негізін қалап, оларды металдарға, шала өткізгіштерге және диэлектриктерге бөлді. Саны көп атомдар бір-бірімен жанасқанда, оқшауланған атомдардың энергетикалық деңгейлері бұрмаланады. Оқшауланған атомда деңгейлер қандай да бір энергияға дейін толтырылып жоғарғы деңгейлер бос қалады. Мысалы, негізгі күйдегі натридің (Na) еркін атомында $1s^2, 2s^2, 2s^6, 3s$ деңгейлері толтырылған, $3p, 4s$ және т.б. деңгейлері бос. Ең жоғарғы толтырылған зона валенттілік, ең кішкі толтырылмаған бос зона өткізгіштік зона деп аталады. Осы екі зонаның энергияларының айырымы рұқсат етілмейтін зонаның енін

немесе энергетикалық саңылауды береді. Толтырылған деңгейлерді бос деңгейлерден айыратын энергия Ферми деңгейі деп аталады. Металдарда валенттік және өткізгіштік зоналардан пайда болған зона жарым-жартылай немесе ең жоғарғы зона жартылай толтырылады. (Мысалы, осы құбылыстың салдарынан Na атомындағы электрондардың саны тақ). Шала өткізгіштер мен изоляторларда валенттілік зона толық толтырылып, өткізгіштік зона мүлдем толтырылмай бос болады. Жоғары температурада шала өткізгіштер электр тоғын жақсы өткізсе, температура төмендегенде, өткіш нөлге ұмтылады.

Металдар төменгі температурада жақсы өткізгіш болып табылады. Енгізілген қоспалар шала өткізгіштердің өткізгіштігін арттырып, металдардікінен кемітеді. Егер қатты денеде жарым-жартылай толтырылған зоналар болса, онда ол әрқашан электр тоғын жақсы өткізетін металдарға жатады.

Электрондық күйлерінің энергетикалық спектрі валенттілік және өткізгіштік зоналардан тұратын қатты денелер рұқсат етілмейтін зонаның еніне байланысты диэлектриктерге немесе шалаөткізгіштерге бөлінеді. Мысалы, рұқсат етілмейтін зонаның ені NaCl (диэлектрик) үшін 6эВ, германий (шалаөткізгіш) үшін 0,72 эВ тең. Меншікті шала өткізгіштерде электрондардан туындайтын өткізгіштікті, электрондық немесе n-типті өткізгіштік деп атайды. Сыртқы электр өрісінде электроннан босаған орынға (кемтікке) көрші деңгейдегі электрон келіп, электрон кеткен орында кемтік пайда болады. Кемтіктердің орнын электрондармен толтырылу үрдісін, кемтіктердің электрондардың қозғалысына қарама-қарсы орын ауыстыруымен (егер кемтіктің зарядын электронның оң зарядына тең болса) бірдей деп қарастыра аламыз. Меншікті шала өткізгіштерде квазибөлшектердің (кемтіктер) тасымалдауынан туындайтын өткізгіштік, кемтік немесе n-типті өткізгіштік деп аталады. Өткізгіштік зонадағы электрондардың саны валенттік зонадағы кемтіктердің санына тең. Меншікті шалаөткізгіште Ферми деңгейі рұқсат етілмейтін зонаның ортасында орналасады.

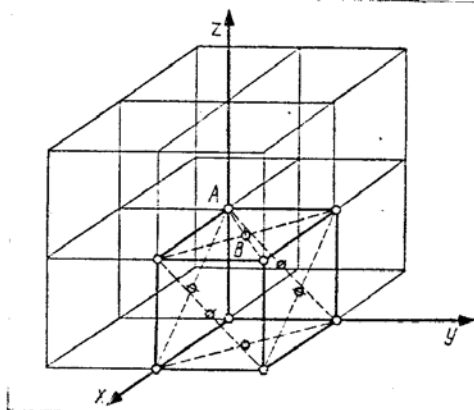
Есептер мен мысалдар.

1. Жағына центрленген кубтық тордың бір элементар ұяшығына келетін түйіннің санын табыңыздар.

Берілгені: Жағына центрленген кубтық тор.

Табу керек: n.

Шешімі: кубтық тордан элементар ұяшықты бөліп алып, оның қанша түйіні көрші элементар ұяшықтарға жататындығы, анықтайық. (1-сызба).



1-сызба. Кубтық тордан бөлініп алынған элементар ұяшық

Бұл ұяшықта екі типті түйін бар А кубтың төбелеріне және В кубтың жағының диагональдарының қиылысқан нүктелерінде орналасқан түйіндер. А түйіні бір мезгілде сегіз элементар ұяшыққа тиесілі болғандықтан, берілген ұяшыққа А түйіні $1/8$ үлесімен енеді. В түйінінде бір мезгілде екі элементар ұяшық жататындықтан, В түйіні элементар ұяшыққа $1/2$ үлесімен енеді. А типтегі түйіндердің ұяшықтағы саны 8, В типтегісі 6 екендігін ескерсек, жағына центрленген бір элементар ұяшықтағы түйіндердің жалпы саны мынаған тең болады:

$$n = \left(\frac{1}{8}\right)8 + \left(\frac{1}{2}\right)6 = 1 + 3 = 4 \text{ түйін}$$

Түйіндер саны атомдар санына тең болғандықтан, элементар ұяшықта 4 атом бар.

2. Жақтауына центрленген кубтың кальций кристалының торының параметрін және ең жақын орналасқан атомдарының арақашықтығын табыңыздар. Кальций кристалының тығыздығы $1,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Берілгені: жағына центрленген кубтық кристалл, $\rho = 1,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

Табу керек: a, d

Шешімі: тордың параметрі элементар ұяшықтың көлемімен мына қатынаспен байланысқан:

$$V = a^3$$

Екінші жағынан элементар ұяшықтың көлемі, кристалдың молярлық көлемін бір модельдегі элементар ұяшықтардың санына бөлгенге тең.

$$V = \frac{V_m}{Z_m} \text{ көлемдерді теңестіріп, тордың параметрін табамыз:}$$

$$a^3 = \frac{V_m}{Z_m} \quad (1)$$

Кальцидің молярлық көлемі $V_m = \frac{M}{\rho}$. Мұндағы, M кальцийдің молярлық массасы. Бір модельдегі элементар ұяшықтың саны мынаған тең:

$$Z_m = \frac{N_A}{n}$$

Мұндағы, n ұяшықтағы атомдар саны. (1) формуладағы Z_m мәнін қойып, төмендегі қатынасты аламыз

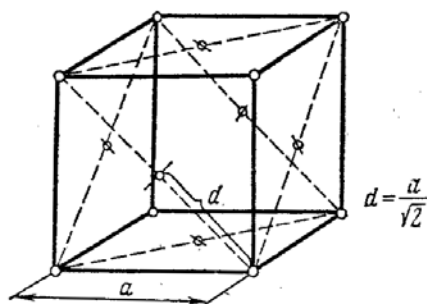
$$a^3 = \frac{nM}{\rho N_A}$$

Бұдан

$$a = \sqrt[3]{\frac{nM}{\rho N_A}}$$

кубтың түбір астындағы шамаларының сан мәндерін қойып есептесек, $a = 556n \cdot m$ шығады. Ең жақын атомдарының арақашықтығы

$$d = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{556}{\sqrt{2}} = 393 \text{ нм} \quad (2\text{-сызба}).$$



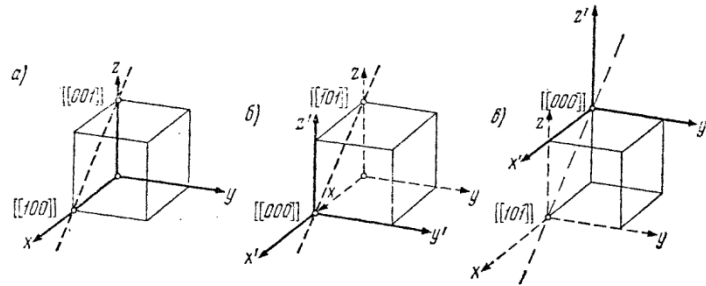
2-сызба. Кальций кристалының жағына центрленген кубтық торы

3. Кубтық элементар тордың $[[100]]$ және $[[001]]$ түйіндері арқылы өтетін түзу бағытының индекстерін жазыңыздар.

Берілгені: $[[100]]$, $[[001]]$

Табу керек: $[mnp]$

Шешімі: кубтық элементар тордың $[[100]]$, $[[001]]$ түйіндері арқылы түзу жүргізейік. (3-сызба)



№3 сызба.

а. Кубтың элементар торының $[[100]]$, $[[001]]$ түйіндері арқылы жүргізілген түзу.

ә. Координата бас нүктесі $[[100]]$ түйініне көшірілген.

б. Координата бас нүктесі $[[001]]$ түйініне көшірілген.

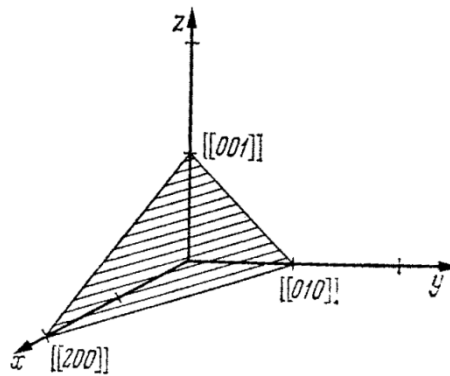
Егер түзу координата бас нүктесінен өтсе, оның бағытының индекстері түйіннің индекстерімен сәйкес келер еді. Берілген түзу координата бас нүктесімен өтпейді. Бұған түзу өтетін бір түйінге бас координатаны көшіру арқылы көз жеткізуге болады. Егер координаталар бас нүктесін $[[100]]$ түйінге көшірсек, (3-сызба б) түзудің бойында жатқан түйіннің индексі $[[101]]$, ал ізделініп отырған бағыт $[101]$ индексімен анықталады. Егер координаталарының бас нүктесін $[[100]]$ түйініне алмастырсақ, (3-сызба ә) ізделініп отырған бағыт $[\bar{1}01]$ индексімен анықталады. $[[001]]$ түйінге ауыстырылса, ізделініп отырған бағытқа $[\bar{1}01]$ индексі сәйкес келеді.

4. Түйіндері $[[200]]$, $[[010]]$ және $[[001]]$ индекстерімен анықталатын кубтық тордың жазықтығы үшін Миллер индексімен жазыңыздар.

Берілгені: кубтық тор түйіндерінің индекстері $[[200]]$, $[[010]]$, $[[001]]$.

Табу керек: (hkl)

Шешімі: берілген жағдайда жазықтықтың түйіндері координата осьтерінде жатады. Жазықтықтың осьтерде қиятын кесінділері 2,1,1. (4-сызба).



4-сызба. Жазықтықтың осьтерді қиюы

Миллердің индекстерін табу мақсатында кесінділерге кері шамалардың қатынастарын алып, $\frac{1}{2} : \frac{1}{1} : \frac{1}{1}$: олардың ең кіші еселі бүтін санға келтіру үшін 2-ге көбейтудің нәтижесінде алынған, сандар (дөңгелек жақшаға қоршалған) ізделініп отырған Миллердің индекстерін (1,2,2) береді.

5. Эйнштейннің кванттық жылу сыйымдылығының формуласын пайдаланып 200К температурадағы алюминийдің тұрақты көлемдегі меншікті жылу сыйымдылығын анықтаңыздар. Эйнштейннің сипатты температурасы 300 К.

Берілгені:

$$T = 200\text{K}, \theta_E = 300\text{K}, R = 8,31\text{Дж} / \text{мольК}, V = 27 \cdot 10^{-3}\text{кг} / \text{моль}$$

Табу керек: C_V

Шешімі: заттың меншікті жылу сыйымдылығын молярлық C_m жылусыйымдылық арқылы өрнектейік:

$$C_V = \frac{C_m}{M} \quad (1)$$

Мұндағы, M – молярлық масса. Тұрақты көлемдегі молярлық жылу сыйымдылық Эйнштейннің теориясы бойынша төмендегі формуламен есептеледі;

$$C_m = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{-\frac{\theta_E}{T}}}{\left(e^{-\frac{\theta_E}{T}} - 1 \right)^2} \quad (2)$$

(1)-ші өрнекке (2) формуладағы жылу сыйымдылық мәнін қойсақ, мына формуланы аламыз:

$$C_v = \frac{3R}{M} \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\frac{\theta_E}{T}}}{\left(e^{\frac{\theta_E}{T}} - 1 \right)^2} = \frac{3 \cdot 8,31}{27 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{300}{200} \right)^2 \frac{e^{\frac{300}{200}}}{\left(e^{\frac{300}{200}} - 1 \right)^2} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 770 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

6. Массасы 200 г, NaCl кристалының температурасын 2К-нен 4К-ге дейін көтеру үшін жұмсалған энергияны табыңыздар. Дебайдың сипатты температурасы 320К және $T \ll \theta_D$ шарты орындалады.

Берілгені: $T_1 = 2\text{К}, T_2 = 4\text{К}, \theta_D = 320\text{К}, T \ll \theta_D$.

Табу керек: ΔQ

Шешімі: дененің температурасын T_1 -ден T_2 -ге дейін көтеруге жұмсалған энергия мына формуламен есептеледі:

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C_g dT \quad (1)$$

Мұндағы, C_g дененің жылу сыйымдылығы. Ол молярлық жылу сыйымдылықпен мына қатынас арқылы байланысқан:

$$C_g = \frac{mC_m}{M} \quad (2)$$

Мұндағы, m – дененің массасы, M – молярлық массасы C_g мәнін (1) формулаға қойсақ, төмендегі формула шығады:

$$\Delta Q = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_m dT \quad (3)$$

$T \ll \theta_D$ шартында, Дебайдың шектік заңын пайдалансақ, жылусыйымдылықтың температурасының кубына пропорционалдығын аламыз:

$$C_m = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \quad (4)$$

(4) теңдіктегі C_m нің мәнін (3) формулаға қойсақ, төмендегі өрнек шығады:

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\theta_D^3} \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\theta_D^3} \left(\frac{T_2^4}{4} - \frac{T_1^4}{4} \right) = \frac{3\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\theta_D^3} (T_2^4 - T_1^4) =$$

$$\frac{3 \cdot (3,14)^4}{5} \frac{2 \cdot 10^{-2}}{58,5 \cdot 10^{-3}} \frac{8,31}{(320)^2} (4^4 - 2^4) Дж = 1,22 \cdot 10^{-3} Дж = 1,22 мДж$$

7. 0° К температурада мыстағы еркін электрондардың максимал Ферми энергиясын анықтаңыздар. Мыстың әрбір атомына бір валенттілік электрон сәйкес келеді.

Берілгені: $T = 0^\circ K, \hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} Дж$

Табу керек: ε_F

Шешімі: ОК температурада электрондардың металдардағы максимал энергиясының еркін электрондардың энергиясымен байланысы мына формуламен өрнектеледі:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 \rho \frac{N_A}{M} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 5,1 \cdot 10^{-31}} \left[3 \cdot (3,14)^2 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \frac{6,02 \cdot 10^{-23}}{64 \cdot 10^{-3}} \right] Дж =$$

$$= 1,18 \cdot 10^{-18} Дж = 7,4 эВ$$

8. Кремнийден жасалған үлгіні 0° С темпратурадан 10° С температураға дейін қыздырғанда оның меншікті өткізгіштігі қанша есе артады?

Берілгені: $T_1 = 273K, T_2 = 283K$

Табу керек: $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$

Шешімі: шалаөткізгіштердің меншікті өткізгіштігі температурамен мына қатынас арқылы байланысқан: $\sigma = \sigma_0 R^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$

Мұндағы, ΔE рұқсат етілмеген зонаның ені, σ_0 тұрақты шама. Демек,

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{e^{-\frac{\Delta E}{2kT_1}}}{e^{-\frac{\Delta E}{2kT_2}}} = \exp \left[\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right] = |\Delta E = 1,1эВ, | =$$

$$= \exp \frac{1,76 \cdot 10^{-19}}{2(1,38 \cdot 10^{-23})} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{283} \right) = 2,28$$

9. Көлемі 20 см^2 металдың температурасы ОК. Импульстары максимал импульстан $0,1p_{\max}$ айырмашылығы бар. Еркін электрондардың санын табыңыздар.

Берілгені: $V = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3, T = \text{ОК}, p = 0,1p_{\max}, \varepsilon_F = 5 \text{ эВ}$

Табу керек: ΔN

Шешімі: $T = \text{ОК}$ температурадағы еркін электрондардың Ферми үлестіруін пайдаланамыз:

$$dn(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right) \varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \quad (1)$$

$dn(\varepsilon)$ бірлік көлемдегі электрондардың саны. Электрондардың энергиялары мен импульстары мына аралықтарда жатады. $\varepsilon - \varepsilon + d\varepsilon$, $p - p + dp$. Яғни;

$$dn(p) = dn(\varepsilon) \quad (2)$$

$d\varepsilon = \frac{p}{m} dp$, $\varepsilon^{\frac{1}{2}} = \frac{p}{(2m)^{\frac{1}{2}}}$ пайдалансақ, мына өрнектер шығады:

$$dn(p) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{p}{(2m)^{\frac{1}{2}}} \frac{p}{m} dp$$

Немесе

$$dn(p) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} p^2 dp$$

$p_{\max} - 0,1p_{\max}$ нан p_{\max} дейінгі импульс аралығында жатқан электрондардың санын ($T=0\text{К}$) интегралды есептеу арқылы табамыз:

$$\Delta n = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \int_{0,9p_{\max}}^{p_{\max}} p^2 dp = \frac{1}{3\pi^2 \hbar^3} p_{\max} [1 - (0,9)^3]$$

немесе $\Delta n = \frac{0,271 p_{\max}}{3\pi^2 \hbar^3}$, $p_{\max}^2 = 2m\varepsilon_F$ ескерсек, металдағы іздеп отырған

еркін электрондардың саны мына формуламен есептеледі:

$$\Delta N = \frac{0,271}{3\pi^2 \hbar^3} (2m\varepsilon_F)^{\frac{3}{2}} V = \frac{0,271}{3\pi^2} \left(\frac{3m\varepsilon_F}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} V =$$

$$= \frac{0,271}{3 \cdot (3,14)^2} \left(\frac{3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 8 \cdot 10^{-19}}{\left(\frac{6,22 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 3,14} \right)^2} \right)^{\frac{3}{2}} = 2,9 \cdot 10^{23}$$

10. NaCl кристалында қоздырылатын фононның максимал энергиясын анықтаңыздар. Дебайдың сипатты температурасы 320К. Толқын ұзындығы қандай фотонның энергиясы осындай болар еді?

Берілген: NaCl, $T_D = 320\text{К}$, $R = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж / К}$.

Табу керек: E, λ

Шешімі: анықтама бойынша, фотонның максимал энергиясы мынаған тең: $E = kT_D = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 320 = 441,6 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} = 4,41 \cdot 10^{-25} \text{ Дж}$

Фотонның энергиясы : $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ бұдан

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,41 \cdot 10^{-25}} \approx 45 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 45 \text{ мкм}$$

Жаттығулар

1. Кубтық тордың элементар ұяшығында қанша атом бар?

Жауабы: 1.

2. Көлемдік центрленген ромбалық тордың элементар ұяшығында неше атом бар?

Жауабы: 2.

3. Жақтарына центрленген кубтық тордың элементар ұяшығында неше атом бар?

Жауабы: 4.

4. 20К температурада неон кристалының тығыздығын табыңыздар. Оның торы кубтың жағына центрленген. Тордың тұрақтысы 0,452нм.

Жауабы: $1,46 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$

5. Ең жақын атомдарының арақашықтығы 0,43нм жақтауына центрленген строчий кристалының тығыздығын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг} / \text{м}^3$$

6. Кубтық тордың $[\bar{1}00]$, $[0\bar{1}0]$, $[00\bar{1}]$ түйіндерінен өтетін жазықтық үшін Миллер индексін табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } (111)$$

7. Кубтық тордағы $[111]$ түзуімен $(1\bar{1}1)$ жазықтығының арасындағы бұрышты табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } \frac{\pi}{2}$$

8. Классикалық теорияны пайдаланып NaCl , CaCl_2 кристалдарының меншікті жылу сыйымдылықтарын есептеңіздер.

$$\text{Жауабы: } 825 \text{ Дж/кгК}, 675 \text{ Дж/кгК}$$

9. Эйнштейннің жылусыйымдылық формуласын пайдаланып, күмістің атомының тербеліс жиілігін анықтаңыздар. Эйнштейннің сипатты температурасы 165К.

$$\text{Жауабы: } 3,44 \text{ ТГц.}$$

10. Эйнштейннің теориясын қолданып, цинк кристалының молярлық нөлдік энергиясын есептеңіздер. Эйнштейннің сипатты температурасы 230К.

$$\text{Жауабы: } 2,87 \text{ МДж/моль}$$

11. Дебай теориясын қолданып мыс кристалының нөлдік энергиясын есептеңіздер. Дебайдың сипатты температурасы 320К.

$$\text{Жауабы: } 2,99 \text{ МДж.}$$

12. Күмістің 20К температурадағы молярлық жылусыйымдылығы 1,7Дж/мольК. Дебайдың максималды тербеліс жиілігін анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 2,75 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$$

13. Эйнштейн мен Дебайдың сипатты температураларын қатынасын табыңыздар.

$$\text{Жауабы: } \frac{3}{4}$$

14. Мінездемелік температурасы 300 К кристалдағы дыбыстың орталанған жылдамдығын табыңыздар. Атомдардың ара қашықтығы 0,25 нм.

Жауабы: 3,13 км/с

15. $T = \theta_D$ температурадағы, мыстағы фононның қысымын анықтаңыздар. ($\theta_D = 320\text{K}$)

Жауабы: 77,7 МПа.

Тест сұрақтары

1. Кристалдың бір моліндегі элементар ұяшықтардың санын көрсетіңіздер. (k бірдей атомдарының саны).

А. kN_A / n

Ә. N_A / n

Б. kN_A

В. $\frac{n}{N_A}$

Г. $\frac{kn}{N_A}$

2. Кристалдың бірлік көлеміндегі элементар ұяшықтардың санын көрсетіңіздер.

А. $\frac{k N_A}{n M}$

Ә. $\rho \frac{k N_A}{n M}$

Б. $\rho k \frac{N_A}{M}$

В. $\rho \frac{N_A}{M}$

Г. $R \frac{N_A}{M}$

3. Атомдары бірдей кристалдың бірлік көлеміндегі ұяшықтар санын көрсетіңіздер.

А. $\frac{N_A}{nM}$

$$\text{Ә. } \frac{N_A}{\rho M}$$

$$\text{Б. } \frac{\rho N_A}{nM}$$

$$\text{В. } \frac{\rho N_A}{M}$$

$$\text{Г. } \frac{\rho N_A}{n}$$

4. Кубтық тордың параметрін көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \sqrt[3]{\frac{nM}{\rho N_A}}$$

$$\text{Ә. } \sqrt[3]{\frac{RNM}{\rho N_A}}$$

$$\text{Б. } \sqrt[3]{\frac{nM}{k\rho N_A}}$$

$$\text{В. } \sqrt[3]{\frac{nM}{kN_A}}$$

$$\text{Г. } \sqrt[3]{\frac{M}{nR}}$$

5. Атомдары бірдей кубтық тордың параметрін көрсетіңіздер.

$$\text{А. } \sqrt[3]{\frac{nM}{N_A}}$$

$$\text{Ә. } \sqrt[3]{\frac{M}{N_A}}$$

$$\text{Б. } \sqrt[3]{\frac{nM}{k\rho N_A}}$$

$$\text{В. } \sqrt[3]{\frac{nM}{\rho N_A}}$$

$$\text{Г. } \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}$$

6. Жақтарына центрленген кубтық тордағы көрші атомдарының арақашықтығын көрсетіңдер.

А. $a\sqrt{2}$

Ә. $a\sqrt{3}$

Б. $\frac{a}{\sqrt{3}}$

В. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

Г. a

7. Көлемдік центрленген кубтық тордың көрші атомдарының арақашықтығын көрсетіңіздер.

А. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

Ә. $\sqrt{3}a$

Б. $\sqrt{2}a$

В. $\frac{a}{2}$

Г. $\frac{a}{\sqrt{3}}$

8. Көлемдік центрленген кубтық тордың ішінде неше атом бар?

А.4

Ә.2

Б.3

В.5

Г.1

9. Көлемдік және жақтық центрленген кубтық тордың ішінде қанша атом бар?

А.4

Ә.2

Б.1

В.3

Г.5

10. Жақтық центрленген кубтық тордың ішінде неше атом бар?

А.2

Ә.3

Б.4

- В.1
- Г.5

11. Осциллятордың циклдік жиілігін 2 есе арттырсақ, Эйнштейннің сипатты температурасы қанша есеше өседі?

- А.4
- Ә.2
- Б.1/4
- В.1/2
- Г.6

12. Дебайдың сипатты температурасы 3 есе артса, кристалдың нөлдік энергиясы қанша есеше ұлғаяды?

- А. $\sqrt{2}$
- Ә.4
- Б.2
- В.1/2
- Г.1/4

13. Дебай бойынша кристалдың молярлық нөлдік энергиясының формуласын көрсетіңіздер.

- А. $\frac{9}{8}R\theta_D$
- Ә. $\frac{3}{4}R\theta_D$
- Б. $\frac{8}{9}R\theta_D$
- В. $\frac{1}{2}R\theta_D$
- Г. $\frac{3}{2}R\theta_D$

14. Төменгі температурада ($T \ll \theta_D$) Дебайдың мінездемелік температурасын екі есе арттырсақ, кристалдың молярлық жылу сыйымдылығы неше есе кемиді?

- А.2
- Ә.4
- Б. $\sqrt{2}$
- В. 1/4
- Г. 8

15. $T \ll \theta_D$ шартында, кристалдың температурасын 3 есе арттырса, оның молярлық жылу сыйымдылығы қанша есеге өседі?

А. 27

Ә. 9

Б. 3

В. 6

Г. 12

16. Төменгі температурада ($T \ll \theta_D$) $\frac{T}{\theta_D}$ қатынасын 2 есе арттырсақ, кристалдың молярлық жылу сыйымдылығы қанша есеге ұлғаяды?

А. 2

Ә. 4

Б. 8

В. 6

Г. 10

17. Фотонның тербеліс жиілігі 3 есе арттырса, энергиясы қанша есеге өседі?

А. 3

Ә. 6

Б. 9

В. $\sqrt{3}$

Г. 1/6

18. Фононның толқын ұзындығын 2 есе арттырса, квазиимпульсі неше есеге кемиді?

А. 4

Ә. 6

Б. 2

В. 1/2

Г. 1/4

19. Төменгі температурадағы ($T \ll \theta_D$) кристалдың молярлық жылу сыйымдылығының формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{12\pi^3}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3$

Ә. $\frac{12\pi^3}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^2$

Б. $\frac{12\pi^3}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)$

$$\text{B. } \frac{12\pi^2}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3$$

$$\text{Г. } \frac{12\pi}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3$$

20. Төменгі температурадағы ($T \ll \theta_D$) кристалдың молярлық жылу сыйымдылығының формуласын көрсетіңіздер.

$$\text{A. } 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right) \exp \left(-\frac{\theta_E}{T} \right)$$

$$\text{Ә. } 3R \left(\frac{T}{\theta_E} \right) \exp \left(-\frac{\theta_E}{T} \right)$$

$$\text{Б. } 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right) \exp \left(-\frac{T}{\theta_E} \right)$$

$$\text{В. } \exp \left(-\frac{\theta_E}{T} \right)$$

$$\text{Г. } R \left(\frac{\theta_E}{T} \right) \exp \left(\frac{\theta_E}{T} \right)$$

21. Дебайдың мінездемелік температурасын 3 есе арттырса, фононның энергиясы неше есеге ұлғаяды?

$$\text{A. } 3$$

$$\text{Ә. } 6$$

$$\text{Б. } 9$$

$$\text{В. } \sqrt{3}$$

$$\text{Г. } 1/3$$

22. Фононның квазиимпульсінің формуласын көрсетіңіздер.

$$\text{A. } \frac{\hbar}{\lambda}$$

$$\text{Ә. } \frac{2\pi\hbar}{\lambda}$$

$$\text{Б. } \frac{\pi\hbar}{\lambda}$$

$$\text{В. } \frac{2\hbar}{\lambda}$$

Г. $\frac{3\hbar}{\lambda}$

23. Фоонның толқын ұзындығының формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{2\pi\hbar}{p}$

Ә. $\frac{\pi\hbar}{p}$

Б. $\frac{\hbar}{p}$

В. $\frac{2\hbar}{p}$

Г. $\frac{p}{\hbar}$

24. Осциллятордың нөлдік энергиясының формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{1}{2}\hbar\omega$

Ә. $\hbar\omega$

Б. $\frac{3}{2}\hbar\omega$

В. $\frac{2}{3}\hbar\omega$

Г. $\frac{2}{5}\hbar\omega$

25. Фоонның кристалдағы жылдамдығының формуласын көрсетіңіздер.

А. $\frac{d\varepsilon}{dp}$

Ә. $\frac{dp}{d\varepsilon}$

Б. $\frac{d\varepsilon}{dt}$

В. $\frac{dp}{dt}$

Г. $\frac{dS}{dt}$

VI БӨЛІМ.
АТОМ ЯДРОСЫ ЖӘНЕ ЭЛЕМЕНТАР
БӨЛШЕКТЕР

XIX тарау. Атом ядросы

§ 19.1. Атом ядросының құрылысы. Ядроның массасы мен байланыс энергиясы. Ядроның моделі және ядролық күштер

Қарапайым сутегі атомының ядросы протон деп аталатын бір элементар бөлшектен тұрса, қалған барлық атомдардың ядролары екі түрлі бөлшектерден, яғни протондар мен нейтрондардан тұрады. Протондар мен нейтрондардың кейбір қасиеттері ұқсас болғандықтан, олар нуклондар деп аталады. Протонның (p) заряды оң және шамасы жағынан электронның зарядына тең. Массасы $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1836m_e$. Мұндағы, m_e -

электронның массасы. Протонның спині $S = \frac{1}{2}$, меншікті магнит моменті

$\mu_p = +2,79\mu_n$. Мұндағы, $\mu_n = \frac{e\hbar}{2m_p c}$ - ядролық магнетон. Нейтрон (n)

тыныштық массасы $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1839m_e$ бейтарап бөлшек.

Нейтронның спині $S = \frac{1}{2}$, меншікті магнит моменті $\mu_n = -1,91\mu_n$. Теріс

таңба меншікті механикалық және магниттік моменттердің қарама-қарсы бағытталғандығын көрсетеді.

Зарядтық сан Z атом ядросын сипаттайтын негізгі параметрлердің бірі болып табылады. Ол ядроның құрамына енетін протондардың санын және Ze зарядын анықтайды. Z саны Менделеевтің периодтық кестесіндегі химиялық элементтің реттік номерін береді. Сондықтан оны ядроның атомдық номері деп атайды. Нуклондар саны (протондар мен нейтрондардың сандарының қосындысы) A әрпімен белгіленіп, ядроның массалық саны деп аталады. Демек, ядроғағы нейтрондардың саны мына формуламен $N=A-Z$ есептеледі. Ядроларды белгілеу мақсатында төмендегі символ қолданылады:



Мұндағы, X берілген элементтің химиялық символы.

Химиялық символдың сол жағының жоғары жағына массалық сан, төмендегісіне атомдық номер қойылады. Кей жағдайларда ${}_Z X^A$ арқылы белгіленеді. Зарядтық сандары Z бірдей, массалық сандары A әртүрлі ядролар изотоптар деп аталады. Химиялық элементтердің көпшілігінің бірнеше тұрақты изотоптары бар.

Мысалы, оттегінің ${}^{16}_8O, {}^{17}_8O, {}^{18}_8O$ үш, сутегінің ${}^1_1H (Z=1, N=0)$ протий, ${}^2_1H (Z=1, N=1)$ дейтерий немесе ауыр сутегі, ${}^3_1H (Z=1, N=2)$ тритий үш изотоптары бар. Протий мен дейтерий тұрақты, тритий радиоактивті.

Массалық сандары бірдей ядроларды изобаралар деп атайды. (Мысалы ${}^{40}_{18}Ar, {}^{40}_{20}Ca$). Нейтрондарының сандары $N=A-Z$ тең ядролар изотоптарға (${}^{13}_6C, {}^{14}_7N$), жатады. Z пен A бірдей, жартылай ыдырау периодтарының айырмашылығы бар, радиоактивті ядроларды изомерлер деп атайды. Мысалы ${}^{80}_{35}Br$ ядросының біреуінің жартылай ыдырау периоды 18 минут, екіншісінікі 4,4 сағат екі изомері бар. Ядроның радиусы төменде келтірілген эмпирикалық формуламен беріледі:

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (19.1.1)$$

Мұндағы, $R_0 = (1,3 - 1,7)10^{-15} \text{ м}$. Формуладан ядроның көлемінің нуклондар санына пропорционалдығы шығады. Демек, ядролық материяның тығыздығы барлық ядролар үшін бірдей (шамамен 10^{17} кг/м^3).

Материяны құрайтын бөлшектер бір-бірімен гравитациялық, электромагниттік, әлсіз және ядролық күштер арқылы әсерлеседі. Атомдық құбылыстарда гравитациялық күш (үлкен массалар үшін едәуір болғандықтан) ескерілмейді. Қозғалыстағы зарядтар туғызған магнит өрісінде басқа зарядтар қозғалса, оларға магниттік күштер әсер етеді. Микроәлемде орын алатын барлық әсерлесулерден баяу өтетін әсерлесуді әлсіз әсерлесу деп атайды. Ол нейтриноның немесе антинейтриноның қатысуларымен өтетін әсерлесулерге жатады. Мысалы, β -ыдырау, μ -ыдырау. Ядролық күштер атом ядросының диаметрімен салыстыруға болатын өте кіші (10^{-13} см) арақашықтықтарда туындайды. Ядрода орналасқан протондар Кулонның тебіліс күшінің әсерінен атомдық ядроны бұзуға тырысады. Демек протондар мен нейтрондар ядрода шамасы жағынан өте үлкен ядролық күштің арқасында сақталады. Ядролық әсерлесудің интенсивтілігін бірге тең деп алсақ, сол арақашықтықта электромагниттік әсердің интенсивтілігі 10^{-4} , гравитациялық әсердікіе 10^{-40} шамасындай болады.

10^{-8} см арақашықтықта ядролық күштер мардымсыз болғандықтан, негізгі рөлді атомдар мен молекулалардың тіршілік етуін қамтамасыз ететін электромагниттік күштер атқарады. Тәжірибеде күрделі ядроның массасы, ядроның құрамындағы протондар мен нейтрондардың массаларының

қосындысынан әрқашан кіші екендігін көрсетті. Осы массалардың айырымын массаның ақауы анықтайды:

$$\Delta M = M_0 - {}^A_Z M > 0 \quad (19.1.2)$$

Мұндағы, M_0 ядроның құрамындағы барлық бөлшектердің массаларының қосындысы, ${}^A_Z M$ ядроның массасы

$$M_0 = Zm_p + (A - Z)m_n \quad (19.1.3)$$

$$\text{Болғандықтан,} \quad \Delta M = Zm_p + (A - Z)m_n - {}^A_Z M \quad (19.1.4)$$

теңдігі орындалады. m_p - протонның, m_n - нейтронның массалары.

Массаның ақауы ядроны нуклондарға толық ыдырату үшін жұмсалған энергияны көрсетеді:

$$\Delta E = \Delta M c^2 \quad (19.1.5)$$

ΔE изотоптың ядросының тұрақтылығының өлшемі болып табылатын байланыс энергиясы. Егер массаның ΔM ақауы, массаның атомдық өлшемімен өрнектелсе, байланыс энергиясы мына формуламен есептеледі:

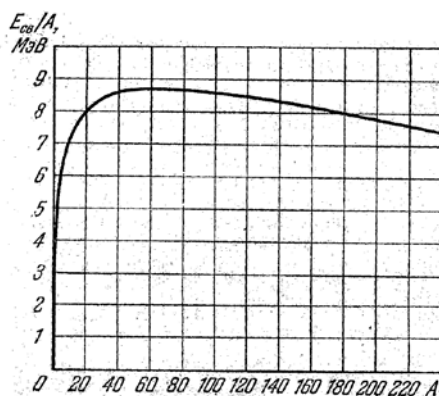
$$\Delta E_{\text{б}} = 931 \Delta M \text{ МэВ} \quad (19.1.6)$$

Мұндағы, 931 пропорционалдық коэффициенті. Ядролық күштің табиғаты электрлік емес. Сондықтан олардың шамалары бөлшектердің зарядтарына тәуелсіз. Нейтрон-нейтрон, протон-протон, нейтрон-протон жұптарының арасындағы ядролық күштердің шамалары бірдей. Атомдық нөмірді арттырған сайын протондардың араларындағы электростатикалық тебіліс күштері үлкен мәндерді иеленеді. Сондықтан Менделеев кестесінің соңында орналасқан элементтердің ядролары (төменнен бастап) табиғи радиоактивті.

Ядроның $\Delta E_{\text{б}}$ байланыс энергиясының, ядроға бөлшектер А санына қатынасы бір бөлшекке келетін байланыс энергиясының орташа мәнін немесе ядроның меншікті байланыс энергиясын анықтайды:

$$\varepsilon = \frac{\Delta E_{\text{б}}}{A} = \frac{\Delta M c^2}{A}$$

19.1.1-сызбасында $\frac{\Delta E_{\text{б}}}{A}$ -ның массалық А санына қатынасына тәуелділігі көрсетілген.



19.1.1-сызба. Меншікті байланыс $\frac{\Delta E_B}{A}$ энергиясының массалық А санына тәуелділігі

Массалық сандары 50-60 (Сг элементінен Zn элементіне дейінгі) нуклондар күшті байланысқан. Бұл ядролар үшін байланыс энергиясы 8,7МэВ/нуклон дейін жетеді. А артқан сайын меншікті байланыс энергиясы кемиді. (Ең ауыр табиғи элемент уран үшін 7,5МэВ/нуклон). Меншікті энергияның массалық санға мұндай тәуелділігі екі үрдістің тууына энергетикалық мүмкіндік жасайды:

- а. Ауыр ядролардың бірнеше жеңіл ядроларға бөлінуі.
- ә. Жеңіл ядролардың бір ядроға бірігуі.

Аталған екі процесс энергияның көп мөлшерде бөлінуі арқылы өтеді. Мысалы, массалық саны $A=240$ бір ядроны массалық сандары $A=120$ екі ядроға бөлгенде 240МэВ энергия шығарылады.

Ауыр сутегінің екі ядросының 2_1H гелий ядросына бірігуі 4_2He 24МэВ энергияның бөлініп шығуына ықпалын тигізеді. Массалық сандарының мәндері 50 мен 60-тың аралығындағы ядролар энергетикалық тиімді деп есептеледі. Ал массалық сандарының басқа мәндерінде ядролар орнықты болады. Өйткені ауыр ядро бірнеше бөліктерге ыдырауы үшін энергиялары ядроның негізгі күйдегі энергияларынан басым бірқатар аралық күйлерден өтуі қажет. Демек, бөлу үрдісіне ядроға қосымша (активациялық энергия) энергия керек. Кәдімгі жағдайда ядро екі жерден активациялық энергияны ала-алмауының салдарынан ауыр ядролар спонтанды ыдырауға ұшырамайды. Ауыр ядроға активациялық энергия, қармалған қосымша нейтрондармен берілуі мүмкін. Уранның немесе плутонидің ядроларының қармалған нейтрондардың әсерінен бөлінуі ядролық реакторлар мен атомдық бомбаның негізін құрайды.

Жеңіл ядролар бір ядроға бірігуі үшін бір-біріне өте кішкентай арақашықтыққа жақындаулары тиіс ($\sim 10^{-13}$ см). Ядролардың мұндай

жақындауына олардың арасындағы Кулондық тебіліс күші кедергі жасайды. Кедергіні жеңу үшін ядролар температурасы бірнеше жүздеген миллион Кельвинге сәйкес келетін температурада үлкен жылдамдықтармен қозғалуы қажет. Осының салдарынан жеңіл ядролардың синтезделуі термоядролық реакция деп аталады. Термоядролық реакциялар Күн мен жұлдыздардың қойнауларында өтеді. Жерде сутегі бомбасын жару арқылы басқарылмайтын термоядролық реакция алынды. Қазіргі кезде ғалымар басқарылатын термоядролық синтезді алудың әдістерін іздестіруде. Жалпы физика курсының шеңберінде ядроның барлық модельдерін сипаттау мүмкін болмағандықтан, біз тамшылық және қабықтық модельдерге тоқталайық. Тамшылық модельді 1939 жылы Я. И. Френкель ұсынып, сұйықтың молекулалары мен ядроның нуклондарының араларындағы күштер жақыннан әсерлесетін күштерге жататындығына көңіл бөлді. Сонымен қатар әртүрлі ядролардағы заттардың тығыздығының бірдей болуы, ядролық материяның сығылғыштығы сұйықтардіке сияқты өте кіші шама екендігін көрсетеді. Келтірілген дәлелдемелер ядроны сұйықтардың зарядталған тамшыларына ұқсастырудың негізі болып табылады. Тамшылық модель ядродағы бөлшектердің байланыс энергиясының жартылай эмпирикалық формуласын қорытып шығарумен бірге көптеген құбылыстарды түсінуге (мысалы, ауыр ядролардың бөлуну үрдісі) көмегін тигізді. Ядроның қабықтық моделін 1949 жылы американдық физик М. Гепперт-Майер ұсынды. Қабықтық модельде ядродағы нуклондар дискретті энергетикалық деңгейлерде үлестіріліп, олардың нуклондар мен толтырылуы Паули принципіне бағынады. Сонымен қатар ядроның орнықтылығын дискретті деңгейлерінің толтырылуымен байланыстырады. Қабықтары толық толтырылған орнықты ядроларды ерекше орнықты ядролар магикалық деп атайды. Тәжірибеден 2,8,20,28,50,82,126 протондар мен нейтрондардан тұратын ядролар ерекше орнықты болатындығы белгілі. (${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{48}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ ерекше орнықты ядролар). Ядроның қабықтық моделі олардың спиндік және магниттік моменттерін, атомдық ядролардың орнықтылығының әртүрлілігін, қасиеттерінің периодтылығын түсінуге мүмкіндік туғызды. Әсіресе, бұл модельді жеңіл, орта және негізгі күйдегі ядроларды сипаттауға қолданған өте қолайлы. Атомдық ядроның қасиеттері туралы тәжірибеден алынған нәтижелерді келтірілген екі модель түсіндіре алмағандықтан, жаңа жалпылама (тамшылық және қабықтық модельдерді синтездеу) оптикалық (ядроның оған қонатын бөлшектерімен әсерлесуін ұғындыратын) модельдер пайда болды.

Ядродағы нуклондардың байланыс энергияларының үлкен болуы, олардың әсерлесулерінің интенсивті екендігін көрсетеді. Протондардың күшті Кулондық тебіліс күшіне қарамастан, әсерлесуі (тартылыс күші) нуклондардың арақашықтығын $\sim 10^{-13}$ см сақтайды. Нуклондардың

арасындағы ядролық әсерлесу ядролық өріспен сипатталатын күшті әсерлесуге жатады. Ядролық күштердің негізгі қасиеттерін қарастырайық:

а. Ядролық күштер тартылыс күшіне жатады.

ә. Ядролық күш – шамамен 10^{-13} см қашықтықта туындайтын жақыннан әсерлесетін күш. 10^{-13} см қашықтықтан едәуір кіші қашықтықта тартылыс күші тебіліс күшімен алмасады. Нуклондардың арақашықтықтарын арттырған сайын (10^{-13} см арақашықтықтан бастап) ядролық күштің шамасы нөлге дейін төмендейді.

б. Күшті әсерлесу нуклондардың зарядтарына тәуелсіз. Екі протонның, протон мен нейтронның және екі нейтронның араларындағы ядролық күштердің шамалары бірдей. Бұл қасиет ядролық күштердің зарядтық тәуелсіздігі деп аталады. Яғни, ядролық күштердің табиғатының электрлік еместігі шығады.

в. Ядролық күштер нуклондардың спиндерінің өзара орналасуларының бағыттарына тәуелді. Мысалы, спиндері параллель нейтрон мен протон ауыр сутегі (дейтрон) ядросын құрап сақталады.

г. Ядролық күш нуклондардың центрлерін қосатын тузудің бойымен бағытталмаған. Яғни, орталықтандырылмаған, өйткені әсерлесу күштері нуклондардың спиндерінің орналасу бағыттарына тәуелді.

д. Ядролық күштердің қанығу қасиеті бар. (Ядроғағы әрбір нуклон, саны шектеулі нуклондармен әсерлеседі).

Қанығудың пайда болуы, ядроғағы нуклондардың байланыс энергиялары олардың сандарын арттырғанмен, орнықты болып қалатындығымен түсіндіріледі.

Ядролық күштердің күрделі сипаттамасы және ядроғағы барлық нуклондардың қозғалыс теңдеулерінің дәл шешімдерін табу қиындығы қазіргі уақытқа дейін атом ядросының біртұтас тізбекті теориясын құруға мүмкіндік бермеді. Сондықтан ядролардың жуықтап алынған модельдері пайдаланылады.

§ 19.2. Радиоактивтілік. Альфа, бета, гамма

сәулеленулерінің тегі мен заңдылықтары.

Олардың заттармен әсерлесуі

Радиоактивтілік құбылысын 1896 жылы француз физигі А. Беккерель ашты. Ол уран мен оның қосылыстарының мөлдір емес ортадан өтетін және фотопластинканы жарқырататын сәулелерді немесе бөлшектерді шығаратынын байқады. Беккерель уран мен оның көптеген тұздарын қатты және ерітінді түрінде зерттеп, сәулеленудің интенсивтіліктері уранның концентрациясына пропорционал болатындығын және пропорционалдық заңдылығы жоғарғы және төменгі температуралар мен қысымдарда, электр, магнит

өрістерінде сақталатындығын анықтады. Демек, элементтің радиоактивтілік қасиеттері оның ядросының құрылымына байланысты туындайды. Бір атомдық ядролардың өздігінен бөлшек шығару арқылы екіншісіне түрленуін радиоактивтілік деп атайды. Мұндай түрленулер орнықсыз ядроларда өтеді.

Радиоактивтілік табиғи (табиғатта кездесетін орнықсыз изотоптарда байқалады) және жасанды (ядролық реакция арқылы алынған изотоптарда байқалады) түрлерге бөлінеді. Екі жағдайда радиоактивтіліктің түрлену заңдары бірдей болғандықтан, олардың бір-бірінен айырмашылығы жоқ. Радиоактивтіліктің құрамы күрделі. Сондықтан магнит өрісіндегі радиоактивтіліктің жеңішке шоғы үш құраушыға ыдырайды:

- а. α -ыдырау (әлсіз ауытқитын оң зарядтар шоғы).
- ә. β -ыдырау (күшті ауытқитын теріс зарядтар шоғы).
- б. γ -сәулелену (ауытқымайтын шоқ).

Магнит және электр өрісінде ауытқитын α - бөлшектердің иондау қабілеттілігі жоғары, өту қабілеттілігі төмен (мысалы, қалыңдығы 0,05мм алюминийдің қабатымен жұтылады). Массасы гелий ${}^4_2\text{He}$ изотопының массасына сәйкес, заряды $+2e$ тең α -бөлшектер гелий ядроларының ағынынан тұрады. β -бөлшектер электр және магнит өрістерінде ауытқиды. α -бөлшектермен салыстырғанда олардың иондау қабілеттілігі едәуір төмен, өту қабілеттілігі едәуір жоғары. β -сәулелену жылдам электрондардың ағынынан тұрады.

γ -сәулелену электр және магнит өрістерінде ауытқымайды. Иондау қабілеттілігі кіші, өту қабілеттілігі өте жоғары (қалыңдығы 5 см қорғасыннан өтеді) және кристалдар арқылы өткенде дифракцияланады. γ -сәулелену қысқа толқынды $\lambda < 10^{-10}$ м электромагниттік сәулеленуге жатады. Демек, γ - кванттар бөлшектерінің (фотондар) ағыны. Радиоактивті ыдырау құбылысы статистика заңдылықтарына бағынатын спонтандық үрдіс. Радиоактивті ыдырау өздігінен өтетін болғандықтан, t уақыт пен $t+dt$ уақыт аралығында ыдырайтын dN ядролар саны, t уақыт мезетінде ыдырамаған N ядролар саны мен dt уақыт аралығына пропорционал:

$$dN = -\lambda N dt \quad (19.2.1)$$

Мұндағы, λ берілген радиоактивті зат үшін ыдыраудың тұрақтысы деп аталады. Теріс таңба ыдырау үрдісінде радиоактивті ядролардың жалпы санының кемитіндігін көрсетеді (19.2.1) теңдігіндегі айнымалыларды бөліп интегралдасақ, төмендегі қатынастар шығады:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt, \quad \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt, \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

Немесе
$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (19.2.2)$$

Мұндағы, $N_0(t=0)$ ыдырамаған ядролардың бастапқы саны, N , t – уақыт мезетіндегі ыдырамаған ядролар саны. (19.2.2) формуласы ыдырамаған ядролар санының уақыт бойынша экспонентамен кемитін көрсететін, радиоактивтіліктің ыдырау заңын береді. Радиоактивті ыдыраудың интенсивтілігін жартылай ыдырау $T_{1/2}$ периоды мен радиоактивті ядроның орташа өмір сүру τ уақыты сипаттайды.

Жартылай ыдырау $T_{1/2}$ периоды ыдырамаған ядролардың санының екі есе кемитін уақыт аралығын көрсетеді. Сондықтан (19.2.2) формуласынан мына қатынасты аламыз:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \text{бұдан} \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

Қазіргі кезде белгілі радиоактивті ядролардың жартылай ыдырау периоды $3 \cdot 10^{-7}$ секунд - $5 \cdot 10^{15}$ жыл аралығында жатыр. dN ядроның өмір сүру уақытының ұзақтылығының қосындысы мына формуламен анықталады: $|dN| = \lambda N dt$. Осы өрнекті t -ның барлық мүмкін болатын мәндері бойынша 0-ден ∞ дейін интегралдасақ, радиоактивті ядроның орташа өмір сүру уақыты шығады:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N dt = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N_0 t e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

Радиоактивті ядроның орташа өмір сүру уақыты, радиоактивті ыдырау тұрақтысының кері шамасына тең. Радиоактивті кездегі ыдыраған ΔN ядролар санының, ыдырауға кеткен Δt уақытқа қатынасы нуклидтердің A активтілігі деп аталады:

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad (19.2.3)$$

(19.2.1) және (19.2.2) өрнектерінен, мына формула алынады;

$$A = -\lambda N$$

Радиоактивті ыдырауға ұшырайтын ядроны аналық, пайда болатыны ұрпақтық деп атайды.

Берілген аналық ядроның ыдырауының нәтижесінде қандай ядроның туындайтыны ығысу ережесімен анықталады:

α ыдырау үшін ығысу ережесі:



β ыдырау үшін



Мұндағы, ${}^A_Z X$ - аналық ядро, Y – ұрпақтық ядроның символы, ${}^4_2 He$ - гелийдің ядросы (α -бөлшек), ${}^0_{-1} e$ - электронның символдық белгіленуі. (Заряды -1-ге, массалық саны нөлге тең). Ығысу ережесі радиоактивті ыдырау кезінде орындалатын электр заряды мен массалық санның сақталуынан шығатын салдар болып табылады. Пайда болатын ядролар мен бөлшектердің зарядтарының (массалық саны) қосындысы алғашқы ядроның зарядына тең. Радиоактивті ыдыраудың нәтижесінде туындайтын ядролар радиоактивті болуы мүмкін. Бұл орнықты элементпен аяқталатын бірқатар (тізбекті) радиоактивті түрлендірулерді туғызады. Осындай тізбекті құрайтын элементтер жиынтығы радиоактивтіліктің үйірі деп аталады. Тәжірибеден алынған нәтижелердің негізінде α бөлшектің бастапқы жылдамдығы (еркін жүру жолының ұзындығы) мен радиоактивті элементтердің жартылай ыдырау периоды мына қатынас арқылы байланысқан:

$$\ln R_\alpha = A \ln \lambda + B \quad (19.2.6)$$

Мұндағы, R_α α -бөлшектің жүретін жолының ұзындығы, (заттағы бөлшектің тоқтағанға дейін жүріп өткен жолының ұзындығы) $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

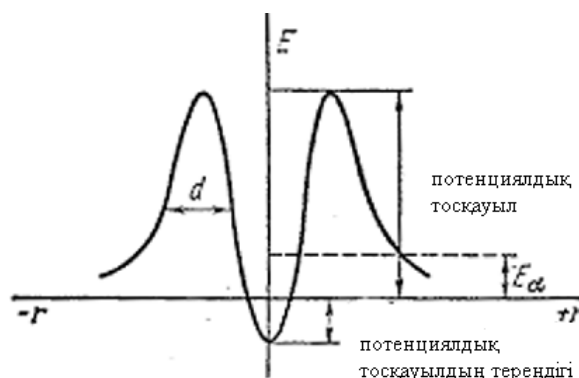
радиоактивті ыдыраудың тұрақтысы, A және B эмпирикалық тұрақтылар. (19.2.6) формуласы Гейгер-Нэттол заңын өрнектейді. Радиоактивті элементтің жартылай ыдырау периоды кеміген сайын ол шығаратын α -бөлшектің жүретін жолы артады. Орташа жылдамдықпен қозғалатын α бөлшектің жүретін жолының ұзындығы жуықтап алғанда оның бастапқы жылдамдығының кубына пропорционал:

$$R \approx a \cdot v^3 \quad (19.2.7)$$

Мұндағы, $a = 9,6 \cdot 10^{-28} \frac{c^3}{cm^2}$. Жылдам қозғалатын α бөлшектің жүретін жолының ұзындығы v^4 пропорционал.

Классикалық көзқарас α -ыдырау үрдісін түсіндіре алмады. α -бөлшекті шашырату тәжірибесі ядроның центрінен α бөлшекке дейінгі қашықтық $r \geq 3 \cdot 10^{-12}$ см болғанда Кулондық тебілу күші туындайтындығын көрсетті. Бұдан кіші арақашықтықтарда тебіліс күші Кулон заңынан ауытқып, ядролық тартылыс күштері пайда болады. Сондықтан α бөлшектің потенциалдық энергиясы оған әсер ететін ядролық күштер мен Кулондық

күштерге тәуелді. α бөлшектің ядродан тебілетін электростатикалық және ядроға тартылатын ядролық күштердің потенциалдық энергияларының қосындысынан, потенциалдық тосқауыл туындайды. Ядроның жалпы потенциалдық өрісі 19.2.1-сызбасында кескінделген.



19.2.1-сызба. Ядроның потенциалдық өрісі

Классикалық механиканың көзқарасы бойынша, α бөлшек ядродан шығарылуы үшін оның энергиясы кемінде потенциалдық тосқауылдың еніне тең болуы қажет. Бірақ тәжірибеде бұл құбылыс байқалмайды. Энергиясы 8,8МэВ жылдам қозғалатын α -бөлшектер Кулон заңына сәйкес уранның ядросынан шашырайды. Демек, уран ядросының потенциалдық тосқауылының максимумы 8.8МэВ жоғары жатыр. Уран атомының ядросын тастап кететін α бөлшектің энергиясы 8,8МэВ артық болуы керек. Шын мәнінде, уран шығаратын α бөлшектің энергиясы 4,18МэВ тең. Тәжірибе жүргізу арқылы ядродан ұшып шығатын α -бөлшектің энергиясы E_α потенциалдық тосқауылдың E_{\max} шамасынан кіші болатындығы дәлелденген. Мысалы, уран ядросынан ${}^{238}_{92}\text{U}$ ұшып шығатын α бөлшектің энергиясы 4,2МэВ, ал ол үшін потенциалдық тосқауылдың биіктігі 28,1МэВ, яғни оның потенциалдық энергиясы α бөлшектің энергиясынан мынандай шамаға артық:

$$E_{\max} - E_\alpha = 23,9 \text{ МэВ}$$

Бұл құбылысты кванттық-механикалық теория α -ыдырауды, α -бөлшектің ядроның потенциалдық тосқауылынан «сіңіп өтуі» арқылы немесе бөлшектің потенциалдық энергиясы оның толық энергиясынан артық кеңістік облысынан өтетіндігімен түсіндірді. α -бөлшектің потенциалдық тосқауылдан өтуін оның корпускулалық-толқындық қасиеттерімен ұғындыратын эффектін туннельдік деп атайды. Кванттық-механикалық теория бойынша, α -бөлшек атом ядросында едәуір үлкен

жылдамдықпен қозғалатындықтан, оның ядроны тастап кетуінің анықталған ықтималдылығы бар. Яғни, α -бөлшектің атом ядросынан шығып кетуі потенциалдық тосқауылдың d еніне және биіктігіне тәуелді ықтималды үрдіс. Егер бөлшек уақытының оннан бір бөлігін ядроның бетінде өткізсе, ол бір секундта 10^{19} рет ядроны тастап кетуге әрекет жасайды. Уран – 238-дің жартылай ыдырау периоды $T_{1/2}=4,5$ млрд. жыл (10^{17} с) болғандықтан, α -

бөлшектің ядроны 10^{36} рет тастап кету әрекетінің біреуі ғана орындалуы мүмкін. α ыдырауда аналық ядро ең ықтимал өзінің негізгі күйінен ұрпақтық ядроның негізгі күйіне көшеді. Сондықтан α -сәулеленудің 97-98% энергиялары үлкен бөлшектер мен энергиялары кіші α бөлшектердің бірнеше тобынан тұрады. α бөлшек қозғалатын ортасындағы молекулалар мен атомдарды иондауға энергиясын интенсивті беретіндіктен, өту қабілеттілігі төмен. Мысалы, қалыңдығы 0,05мм алюминийде α -сәулелену толығымен жұтылады. α радиоактивті заттармен жұмыс істегенде, радиоактивті ластанудың ішкі құрылыс мүшелеріне тиуінен абай болған жөн. Өйткені α бөлшектің иондау эффектісі ішкі организмдерге күшті әсер етіп ауруға шалдықтырады. Барлық α -бөлшектер киіммен немесе терінің клеткаларымен жұтылады.

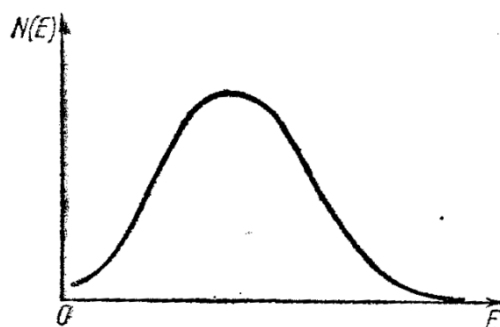
β -ыдыраудың үш түрі бар. Біріншісінде түрленген ядро электронды, екіншісінде позитронды шығарса, электронды қармау (е-қармау) деп аталатын үшінші жағдайда ядро К қабығының электрондарының біреуін, едәуір жиі L немесе M қабықтарының электрондарын жұтады. (е қармауының орнына K,L,M қармаулары пайдаланылады). Ыдыраудың бірінші түрі (β^- немесе электрондық ыдырау) мына схема бойынша өтеді:



β -ыдырау үрдісінде зарядпен нуклондар сандарының сақталуының орындалуы үшін электронның зарядтық санын $Z = -1$, массалық санды $A = 0$ деп аламыз.

(19.2.8) схемасынан ұрпақтық ядроның атомдық нөмірі аналықтықенен 1-ге артық, ал массалық сандары бірдей екендігі байқалады. β -сәулеленудің спектрін зерттеу барысында физиктердің алдында қиын проблема туындады. Бета ыдырауда, β бөлшекті жоғалтуының салдарынан бастапқы ядро белгілі бір энергияны жоғалтуы керек. Демек, β бөлшектер шамалары анықталған бір немесе бірнеше энергияларды иеленеді. Бірақ бета бөлшектердің энергияларын тәжірибе жүзінде анықтаудың нәтижелері келтірілген болжаммен келіспейді. Бета сәулеленудің спектрі тұтас, ядро β ыдыраудың әрбір әрекетінде E_{\max} тең энергияны жоғалтқанымен

шығарылатын бөлшектер 0-ден бастап E_{\max} аралығындағы барлық энергияларды қабылдайды. (19.2.2-сызба).



19.2.2-сызба. Бета сәулеленудің спектрі

Бұл парадоксальді деректі Паули β -ыдырауда өзімен бірге E_ν энергияны алып кететін тағы бір бөлшектің (нейтронның) пайда болатындығымен түсіндірді:

$$E_{\max} = E_\beta + E_\nu \quad (19.2.9)$$

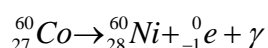
Нейтронның заряды жоқ және заттармен әсерлеспейді. Теория бойынша ядроның β -ыдырауы, оның құрамына кіретін нейтронның біреуінің протонға айналуынан (электрондық β -ыдырауда)



немесе протонның біреуінің нейтронға айналуынан (позитрондық β -ырырауда) туындайды:

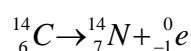


Мысалы, ${}^{60}_{27}\text{Co}$ кобальттың изотопы гамма-кванттардың үлкен энергиясының көзі болып табылады. Бұл үрдіс төмендегідей түрде жазылады:



Кобальт ядросынан бір электрон кетіп қалуының нәтижесінде ядроның оң заряды 27-ден 28-ге артты, ал зарядтық саны $Z = 28$ басқа химиялық элементке (никельге) сәйкес келеді. Бұл жағдайда екі изотоп үшін массалық сан ($A = 60$) өзгермейді.

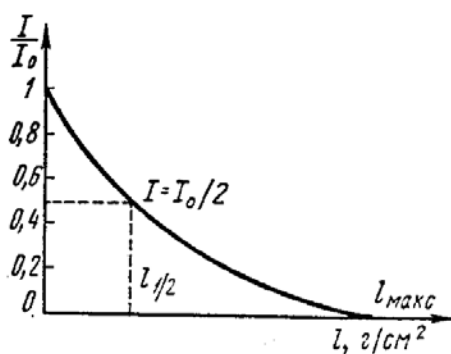
Мысалы, көміртегінің изотопы энергиясы кіші ($E_{\max} = 0,155 \text{ МэВ}$) бета-бөлшекті шығарып, азоттың ${}^{14}_7\text{N}$ изотопына айналады:



Зат арқылы өткен β -бөлшек энергиясын жоғалтып тежеледі. β -бөлшектің массасы кіші болғандықтан, оның тежелу үрдісінің α бөлшектің тежелу үрдісінен айырмашылығы бар. β -бөлшектер ортаның электрондары және ядроларымен соқтығысуының нәтижесінде өздерінің қозғалыс бағыттарын өзгертіп, түзусызықты траекториямен қозғалмайтындықтан, олардың қандайда бір ортадағы қозғалысын бағалау мүмкін емес. Бір көзден шығатын β -бөлшектердің энергиялары әртүрлі болуы және олардың заттардағы қозғалысы ілгерілеген сайын санының экспоненталық заңмен кемуі жолын бағалауды күрделендіреді (19.2.3-сызба).

$$I = I_0 e^{-\mu l} \quad (19.2.12)$$

Мұндағы, I_0 қалыңдығы $l = 0$ жұтқыштың сәулелену интенсивтілігі, I - қалыңдығы l жұтқыш арқылы өткен сәулеленудің интенсивтілігі, μ - берілген заттың жұту коэффициенті.



19.2.3-сызба. β бөлшектің заттағы интенсивтілігінің кемуі

Гамма сәулелену немесе γ -кванттар толқын ұзындығы өте қысқа электромагниттік сәулелену болып табылады. Әртүрлі ядролық үрдістерде ядроларды бөлуде, нейтрондардың қармалауында, электрон – позитрон жұбының аннигиляциясында немесе атомдардың радиоактивті ыдырауында электромагниттік сәулеленудің ену қабілеттілігі байқалады. Электромагниттік сәулелену энергиялары электрондардың тежелуінен туындайды. Гамма сәулелер, қоздырылған ядро негізгі немесе энергиясы қоздыру энергиясынан кіші күйге өткенде туынайды. γ -кванттың сәулелену

ықтималдылығы ядроның бастапқы және соңғы күйлерінің энергияларының айырымына тәуелді. Егер α -сәулелену энергиялары бірдей бөлшектерден тұрса, β -сәулеленудің энергетикалық спектрі тұтас, ал бірнеше энергетикалық компоненттері бар γ -сәулеленудің спектрі сызықты болады. γ -сәулеленудің заттармен әсерлесу үрдісінің оннан аса түрлері бар. Энергиялары (0,01-10) МэВ табиғи және жасанды радиоактивті изотоптардың кванттарды шығару ықтималдылығы үш үрдіске бөлінеді: фотоэлектрлік жұтылу, комптондық шашырау және электронды-позитрондық жұптың пайда болуы. Осы үрдістердің нәтижесінде γ -кванттың барлық энергиясы немесе оның бөлігі фотоэлектрондарға, комптондық электронға немесе электрон-позитрон жұбына беріледі. Электрон γ -кванттан алған энергиясын, γ -сәуле таралатын ортаға береді. Фотоэффект құбылысында кванттың энергиясы атомның электрондарының біреуіне беріліп, оның атомнан ұшып шығатын кинетикалық энергиясы Эйнштейннің формуласымен анықталады:

$$\frac{mv^2}{2} = hv - A$$

γ -кванттардың энергиясы артқан сайын фотоэффектінің ықтималдылығы кеміп, энергиялары (2-3) МэВ фотондар үшін шамалы болады. Бірақ бұл ереже фотоэлектрлік эффект γ -кванттардың энергиясына ғана емес, сонымен қатар жұтатын элементтердің Z санына тәуелді болғандықтан, барлық элементтер үшін орындалмайды. Мысалы, азоттағы γ -кванттың энергиясы 0,02МэВ болғанда өтетін екі үрдістің энергияны жұту ықтималдылығы бірдей. (Фотоэффект және Комптон эффектісі). Қорғасында осы құбылыс фотонның энергиясы 0,5МэВ теңелгенде байқалады. Азотта энергиясы 0,04МэВ γ -кванттар тарағанда Комптон эффектісінің ықтималдылығы фотоэффектінің ықтималдылығынан 5 есе артық. γ -сәулеленудің енгіштік қабілеттілігінің жоғарылығы гамма-дефектоскопиясында қолданылады.

γ сәулеленудің заттарға әсері, сәулеленудің төменде келтірілген иондау дозаларымен сипатталады:

а. Сәулелену энергиясының заттың сәулелендірілген массасына қатынасы жұтылған сәуленің дозасын береді.

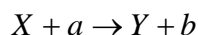
ә. Сәулеленудің экспозициялық дозасы деп электрондар туғызатын таңбалары бірдей барлық иондардың электр зарядтарының қосындысының ауаның массасына қатынасын айтады.

б. Биологиялық доза-сәулеленудің организмге әсерін анықтайтын шама.

Сәулелендіру дозасының қуаттылығы – сәулелену дозасының сәулелендіру уақытына қатынасына тең шама.

§ 19.3. Ядролық реакциялар. Бөлінудің тізбекті реакциясы. Ядролық реакторлар. Термоядролық реакция

Атомдық ядролардың элементар бөлшектермен сонымен қатар γ -кванттарымен немесе бір-бірімен әсерлесулерінің нәтижесінде түрленуін ядролық реакция деп атайды. Көп тараған ядролық реакцияға жеңіл а бөлшектің X ядромен әсерлесуінің салдарынан жеңіл b бөлшегі мен Y ядросының пайда болуы жатады:



Мұндай реакцияның теңдеуі қысқартылып, төмендегідей түрде жазылады:



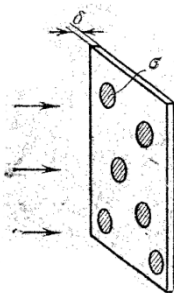
Жақшаның ішінде реакцияға қатысатын бастапқы (a) және соңғы (b) жеңіл бөлшектер көрсетілген. a және b жеңіл бөлшектер ретінде нейтронды (n), протонды (p), дейтронды (d), α -бөлшекті және γ фотонды алуға болады. Ядролық реакциялар мен бірге жылудың бөлінуі немесе жұтылуы ере жүреді. Бөлінген жылудың мөлшері реакцияның энергиясы деп аталады. Ол энергетикалық өлшеммен өрнектелген бастапқы және соңғы ядролардың массаларының айырымымен анықталады. Егер пайда болатын ядролардың массаларының қосындысы алғашқы ядролардың массаларының қосындысынан артық болса, реакция энергия жұтылу арқылы өтіп, оның шамасы теріс мәнді иеленеді. 1936 жылы Н. Бор өте жылдам бөлшектерден туындайтын реакцияларды екі кезеңге бөлді. Бірінші кезеңде X ядросына жақындаған a бөлшектің қармауымен құрамдық ядро деп аталатын аралық A ядросы пайда болады. a бөлшектің енгізетін энергиясы (бөлшектің кинетикалық энергиясы мен оның ядромен байланыс энергиясынан тұрады) өте қысқа уақыт ішінде құрамдық ядроның барлық нуклондарының араларында қайта үлестірілетіндіктен, ядро қоздырылған күйде болады. Екінші кезеңде құрамдық ядро b бөлшегін шығарады. Мұндай екі сатылы өтетін реакцияның символдық түрі төмендегідей жазылады:



Егер шығарылған бөлшек қармалған бөлшекпен бірдей болса, ($b \equiv a$) оны шашырау үрдісі деп атайды. b бөлшектің энергиясы a бөлшектің энергиясына тең болса, ($E_b \equiv E_a$) шашырау серпімді, кері жағдайда ($E_b \neq E_a$) серпімсіз деп аталады. Энергиясы 1МэВ нуклонның ядроның диаметріне тең арақашықтықты жүруге кеткен ядролық уақыты мына формуламен есептеледі:

$$\tau_{\text{я}} \sim \frac{10^{-12} \text{ см}}{10^9 \text{ см/с}} = 10^{-21} \text{ с} \quad (19.3.3)$$

Құрамыдық ядроның орташа өмір сүру уақыты (10^{-14} - 10^{-12})с, $\tau_{\text{я}}$ уақыттан бірнеше есе артық. Демек, құрамыдық ядроның ыдырауы (b бөлшекті шығаруы) a бөлшекті қармайтын бірінші кезеңге тәуелсіз. Жылдам нуклондар мен дейтрондардан туындайтын реакцияларда аралық ядро туындамайды. Мұндай реакциялар тікелей ядролық әсерлесу деп аталады. Ол мынадай (d,p) немесе (d,n) символикалық түрде жазылады. Ядролық физикада әсерлесу ықтималдылығын эффективтік қима арқылы сипаттайды. Осы шаманың мағынасын қарастырайық. Нейтрондардың ағыны ядролары бір-бірін жаппайтын қалыңдығы өте жұқа нысанаға тисін (19.3.1-сызба).



19.3.1-сызба. Нейтрондар ағыны түсетін нысана

Егер ядроларды көлденең қимасы σ тең қатты шарлар, ал түсетін бөлшектерді көлденең қимасы өте аз шамалар деп алсақ, түсетін бөлшектердің ядролардың біреуіне тию ықтималдылығы мына өрнекпен анықталады:

$$P = \sigma n \delta$$

Мұндағы, n – ядролардың концентрациясы, δ - нысананың қалыңдығы. $\sigma n \delta$ нысаның ядролармен жабылған ауданының салыстырмалы үлесін анықтайды. Нысананың бетіне перпендикуляр бағытта N бөлшектердің ағыны түссін делік. Онда бірлік уақытта нысананың ядросымен соқтығысатын бөлшектердің саны мына формуламен есептеледі:

$$\Delta N = NP = N\sigma n \delta \quad (19.3.4)$$

Яғни, соқтығысқан бөлшектердің салыстырмалы санын $\frac{\Delta N}{N}$ анықтау

арқылы ядроның көлденең қимасының $\sigma = \pi r^2$ ауданын төмендегі формуламен есептеуге болады:

$$\sigma = \frac{\Delta N}{Nn\delta} \quad (19.3.5)$$

Шын мәнінде нысаның ядросын, оған түсетін бөлшектерді қатты шарлар ретінде қарастыруға болмайды. Бірақ әсерлесу ықтималдылығын сипаттау үшін соқтығысатын шарлардың моделіне ұқсастық бойынша (19.3.5) формуласымен анықталатын σ шамасы пайдаланылады. Бұл шама берілген реакцияның эффективті қимасы деп аталады.

Нысана қалың болған жағдайда одан өтетін бөлшектер саны біртіндеп кемитіндіктен, оны жұқа қабаттарға бөліп, (19.3.4) формуласын беттен x тереңдікте орналасқан қалыңдығы dx қабат үшін жазайық:

$$dN = -N(x)\sigma n dx$$

Мұндағы, $N(x)$, x тереңдіктегі бөлшектер ағыны. Теріс таңба dN ағынын dx жолындағы өсімше ретінде қарастыру үшін жазылған. Келтірілген қатынасты интегралдасақ, мына формуланы аламыз:

$$N(\delta) = N_0 \exp(-\sigma n \delta)$$

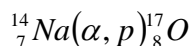
N_0 алғашқы ағын, $N(\delta)$. δ - тереңдіктегі ағын. Сонымен қалыңдығы δ нысанадан өтетін бөлшектер ағынының әлсіреуін өлшеп, қимасының адуанын анықтай аламыз:

$$\sigma = \frac{1}{n\delta} \ln \frac{N_0}{N(\delta)} \quad (19.3.6)$$

Ядролық үрдістердің эффективті қимасын барн арқылы өлшеу қабылданған:

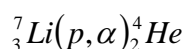
$$1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2$$

1919 жылы алғаш рет ядролық реакцияны Резерфорд алды. Ол азотты радиоактивті көзден шығатын α -бөлшектермен сәулелендіріп, протонды шығару арқылы азоттың кейбір ядроларын оттегінің ядросына айналдырды. Бұл реакцияның теңдеуінің түрі мынандай:



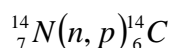
Атомдық ядроны жіктеу үшін Резерфорд α -бөлшекті пайдаланды.

1932 жылы Кокрофт және Уолтон кернеуді көбейкішті қолданып, протондарды 0,8МэВ энергияға дейін үдетіп, төмендегідей реакцияны бақылады:



Нейтрондар туғызатын реакцияның маңызы үлкен. (p, d, α) бөлшектерден нейтронның айырмашылығы олар кулондық тебіліс күшімен

әсерлеспейтіндіктен, ядроға аз энергиямен ене алады. Реакцияның эффективті қимасы нейтрондардың энергиясы кемігенде артады. Бұл құбылыс нейтрондардың жылдамдықтары неғұрлым кіші болған сайын, оның ядролық күштердің әсер ету шеңберінде өткізілетін уақыты ұзақ болады. Ғарыштық сәулелердің туғызатын, яғни нейтрондардың әсерінен атмосферада өтетін реакцияны қарастырайық:



Бұл жағдайда пайда болатын көміртегі ${}^{14}_6C$ радиокөміртегі деп аталады. Өйткені β^- радиоактивті және оның жартылай ыдырау периоды 5730 жыл.

Радиокөміртегі табиғаттағы заттардың айналымына қатысады. Атмосферада бірлік уақытта туындайтын радиокөміртегінің ядросының ΔN_+ саны, орташа алғанда тұрақты болып қалады. Ыдырайтын ядролар ΔN_- саны барлық ядролардың N санына пропорционал:

$$\Delta N_- = kN$$

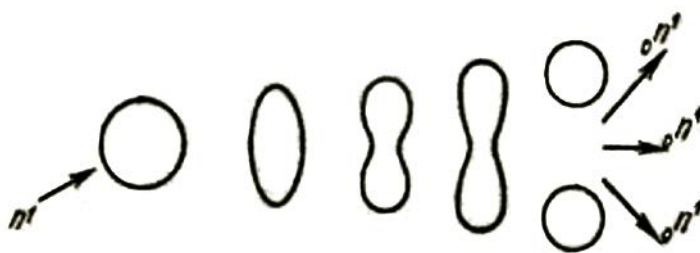
Жартылай ыдырау периоды өте үлкен болғандықтан, ${}^{14}C$ ядросының тепе-теңдік концентрациясы мына шартты қанағаттандырады:

$$\Delta N_+ = \Delta N_- \quad \text{немесе} \quad \Delta N_+ = kN$$

Арнайы бақылаулар жел және мұхит ағындарының әсерінен ${}^{14}C$ тепе-теңдік концентрациясы Жер шарының әртүрлі нүктелерінде бірдей екендігін және минутына көміртегінің әрбір грамына шамалап 14 ыдырау сәйкес келетіндігін көрсетті. Организм тірі кезде ондағы ${}^{14}C$ -нің радиоактивтіліктің әсерінен кемуі, заттың табиғаттағы айналуының есебінен толтырылады. Организм өлген мезетте игеріп кету үрдісі бірден тоқтап, ${}^{14}C$ концентрациясы көміртегінде радиоактивті ыдырау заңымен кемиді. Демек, организмнің қалдықтарындағы (сүйекте, т.б.) ${}^{14}C$ концентрациясын өлшеу арқылы оның күнін, жасын анықтайды.

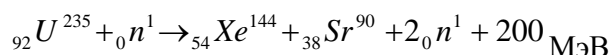
1939 жылдың басында көптеген ғалымдар Ирен Жолио-Кюри, П. Савич (Франция), О. Гана, Ф. Штрассман (Германия), Л. Майтнер (Австрия), Э. Ферми (Италия) уранның ядросын нейтрондармен атқылағанда ол периодты кестенің орта бөлігіндегі элементтердің радиоактивті изотоптардан тұратын сынықтарға ыдырайтындығын көрсетті. Гана мен Штрассманның тәжірибелерінде уранның ыдырау өнімі Барни ($Z=56$) және молибден ($Z=42$) болды. Тәжірибелерден алынған нәтижелерді талдап, Н. Бор, Л. Майтнер, О. Фриш уран ядросының жіктелуі энергияның бөлінуі арқылы іске асырылады

деген болжам жасады. Бұл болжам тез арада тәжірибе жүзінде дәлелденді. Уран ядросының тізбектей бөліну кезеңдері 19.3.2-сызбасында келтірілген.



19.3.2-сызба. Уран ядросының тізбектей бөліну кезеңдері

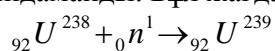
Нейтрон қармалғанда ядро деформацияланып оң зарядталған сынықтардың Кулондық тебілу күштері ядролық тартылыс күштерінен артық болғандықтан, тасымалдаулар туындап, нәтижесінде сынақтар үлкен жылдамдықтармен бөлінеді. Бұл жағдайда бір-үш нейтрон лақтырылады. Реттік нөмірі артқан сайын протондардың саны Z , 1-ден бастап (сутегі) 92-ге (уран) дейін, ал массалық сан A , 1-ден (сутегі) 238ге (уран) өседі. Демек, реттік нөмір артса, ядродағы нейтрондардың салыстырмалы ұсталуы ұлғаяды. ${}_{92}U^{238}$ ядросында 92 протонға 146 нейтрон сәйкес келеді. Яғни, нейтрондардың саны протондыкенен 1,5 есе көп. ${}_{42}Mo^{96}$ молибден ядросында 42 протонға 54 нейтрон сәйкес келеді. Демек, нейтрондардың саны протондардың санынан 1,3 есе артық. Уран ядросы жеңіл сынықтарға ыдырағанда протондардың жалпы саны сақталып, артық нейтрондар лақтырылады. Мысал ретінде ${}_{92}U^{235}$ изотопының ядросының ыдырау реакциясын көрсетейік:



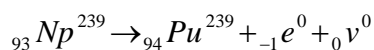
Бөліну реакциясы кезінде шығарылатын нейтрондардың энергиялары әртүрлі. Энергиялары кіші нейтрондар баяу (энергиясы 1эВ кішілері жылулық нейтрондар деп аталады), сынықтар жылдам нейтрондарға жатады. Радиоактивті сынықтар β бөлшектер мен нейтрондарды шығарады. Бөліну реакциясы кезінде бірден шығарылатын нейтрондарды лездік, ал ыдырау өнімдерінің бірнеше минут бойы шығаратын нейтрондарын кешігетін нейтрондар деп атайды.

Табиғи уран үш изотоптан тұрады: ${}_{92}U^{238}$ -99,282%, ${}_{92}U^{235}$ -0,712% (актиноуран) және ${}_{92}U^{234}$ -0,006%. Жылдам нейтрондар уранның барлық изотоптарындағы ядроларды бөлсе, баяулары ${}_{92}U^{235}$ ядроларын ғана бөледі.

Энергиясы 1МэВ кіші нейтронды ${}_{92}U^{235}$ ядросы қармағанда бөліну туындамайды. Бұл жағдайлардағы реакцияның схемасы төмендегідей өтеді:



Пайда болған ${}_{92}U^{239}$ изотопы радиоактивті ($T_{1/2} = 25$ мин) нептуниге айналады. Нептунидің изотопы β -радиоактивті ($T_{1/2} = 2,346$ күн)



Реакцияның нәтижесінде алынған екінші трансурандық элемент едәуір орнықты. ($T_{1/2} = 24410$ жыл).

Э. Ферми және Жолио-Кюри өте маңызды жағдайларға көңіл аударды. Уран ядросын жіктеуге бір нейтрон қажет, ал жіктелудің нәтижесінде бірнеше жаңа нейтрондар туындайды, яғни нейтрондар қайта өндіріледі. Егер жаңа нейтрондар уранның ядросына түссе, қайтадан жіктейтін бірнеше нейтрондар пайда болады. Демек, нейтрондардың әсерінен және қандайда бір трансурандық элементтердің (мысалы, ${}^{239}Pu$) жіктелу реакциясынан ядролық тізбекті реакция туындайды. Тізбекті реакцияның сипаты нейтрондарды қайта өндіру коэффициентімен анықталады:

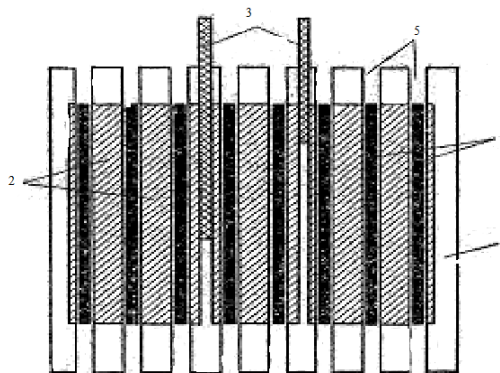
$$k = \frac{N_1}{N_i - 1}$$

Мұндағы, N_i -реакцияның бір кезеңіндегі ядроларды бөлетін нейтрондар саны, N_{i-1} -келесі кезеңдерде ядроларды бөлетін нейтрондар саны. k коэффициенті бөлетін заттың табиғатына, көлеміне, көлем шектейтін бетке тәуелді. Берілген көлемде ең кіші бетті шар иеленетікідіктен, k коэффициенті ең үлкен мәнді қабылдайды. (Жанғыштың формасы шар тәріздес болса). Егер $k < 1$ болса, үрдіс өтеді, $k > 1$ болса үрдіс көшкіндік сипатты иеленіп жарылысқа әкелуі мүмкін. (Атомдық бомба). Ядролық реакторларда тұрақты интенсивтілікпен $k = 1$ жүретін реакция қолданылады. Уранның ядросын бөлгенде шамамен 200МэВ энергия (осы энергияның 80% сынықтардың кинетикалық энергиясы, 20% сынықтардың радиоактивтік сәулеленуінің энергиясы және пайда болған нейтрондардың кинетикалық энергиясы). 1 кг урандағы барлық ядроларды ыдыратқанда $2,3 \cdot 10^8$ квт сағ энергия бөлінеді.

Осындай энергияның мөлшері $2 \cdot 10^6$ кг бензин, $2,5 \cdot 10^6$ кг көмір жанғанда немесе $2,5 \cdot 10^8$ тротил жарылғанда бөлінеді. Ядролық энергияны алудың және оны практикада қолданудың үлкен мәні бар. Ядроның бөліну реакциясын басқаратын қондырғы ядролық реакторлар деп аталады. Бірінші реакторларда отын ретінде табиғи уран пайдаланылады. Ядроның нейтронды қармау ықтималдылығы нейтронның кинетикалық энергиясына

тәуелді. Кіші энергияларда қармау ықтималдылығы артады. Өйткені нейтронның энергиясы азайған сайын оның жылдамдығы кеміп, ядроның әсер ету радиусында бөлу уақытысы артады. Яғни, оның қармау ықтималдылығы өседі.

Табиғи уранның негізгі ${}_{92}\text{U}^{238}$ изотопының ядросы тек жылдам нейтрондармен, ал уран мен ${}_{92}\text{U}^{235}$ плутонийдің ${}_{94}\text{Pu}^{239}$ ядролары жылдам және баяу нейтрондармен бөлінеді. Табиғи уранның массасында қандай да бір себеппен жылдам нейтрон пайда болсын делік. Осы жылдам нейтронның қармалу ықтималдылығы өт аз және ол ядромен соқтығысып энергиясын біртіндеп жоғалтады. Бірақ бұл жағдайда мынадай құбылысты ескеру керек. ${}_{92}\text{U}^{238}$ ядролары үшін энергиясы 7эВ нейтрондардың қармалу ықтималдылығы жылдам артады. (Резонанстық қармалу). Нейтронның жылдамдығы жылулық жылдамдыққа жетпей жатып ${}_{92}\text{U}^{238}$ ядросымен қармалады. Демек, ол тізбекті реакцияны қолдай алмайды. Сондықтан кез келген көлемдегі табиғи уранда тізбекті реакцияны алу мүмкін емес. Тізбекті реакцияны алу үшін жылдам нейтрондарды жоғалтпай баяулату қажет. Яғни, ол баяулатқыш жеңіл ядролардан тұруы және олар нейтрондарды әлсіз жұтуы керек. (Жеңіл ядролармен соқтығысқан нейтрон едәуір баяулайды). Бұл талаптарды ауыр су, графит, бериллий және бериллий тотығы қанағаттандырады. Егер ядролық отынның массасына баяулатқыш енгізсек, (мысалы, графит өзекшелерін) нейтрондардың графит ядросымен соқтығысуының нәтижесінде энергиясы кеміп, соңғы жылдамдығы жылулық жылдамдықтың шамасына теңеледі. Ядролық реакторлардың белсенді аймағы нейтрондардың кемімеуі үшін шағылдырғышпен қоршалған. Тізбекті реакцияны басқару мақсатында нейтронды жақсы жұтатын бор, кадмий, т.б. материалдар қолданылады. Ядролық отынның массасына бордан немесе кадмийден жасалған өзекшелер енгізіледі. Өзекшелерді алу жұтатын нейтрондардың санын кемітіп, реакторлардың қуаттылығын арттырады. 19.3.3-сызбасында ядролық реакторлардың принципиалды схемасы келтірілген.



19.3.3-сызба. Ядролық реакторлардың принципиалды схемасы

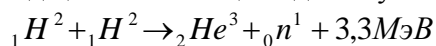
1 – ядролық отын, 2 – баяулатқыш, 3 – реттегіш және апаттан қорғау өзекшелері, 4 – нейтрондарды шағылдырғыш, 5 – жылу тасымалданатын арна.

Реакторлардың құрылымдық ерекшеліктері атқаратын міндеттеріне байланысты. Алғашқы реакторлар плутониді алу үшін жасалса, кейінгі зерттеу реакторлары нейтрондар шоғын алу мақсатында құрастырылған. Энергетикалық реакторларды құрастырудың ең басты проблемасы бөлініп шыққан энергияны пайдалану және оны электр энергиясына айналдыру болып табылады. Ядролық энергияның есебінен урандық өзекшелер қатты қыздырылып, реакторларға енетін түтікше арқылы циркуляция жасайтын жылутасығышқа беріледі. Жылутасығыш ретінде газдар, су (кәдімгі және ауыр), сұйық металдар, органикалық сұйықтар пайдаланылады. Осы жылу ары қарай суды жылыту және оны буға айналдыру мақсатында қолданылады. Бұдың электрогенератор жалғанған турбинаны айналдыруының нәтижесінде тоқ алынады.

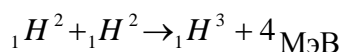
Атомдық энергетиканы дамытудың ең тиімді жолы жылдам нейтрондарда жұмыс істейтін реакторларды құрастыру болып табылады. Мұндай реактор ядролық отынды тұтынғаннан артық шығарады Реакция жылдам нейтрондар арқылы өтеді. Сондықтан онда ${}_{92}\text{U}^{235}$, ${}_{94}\text{Pu}^{239}$ басқа ${}_{92}\text{U}^{238}$ қатысады. Белсенді аймаққа ${}_{92}\text{U}^{235}$ немесе ${}_{94}\text{Pu}^{239}$ байтылған ядролық отын жүктеледі.

Шағылдырғыш аймақ, белсенді аймақ ${}_{92}\text{U}^{238}$ жүктелген өнім беретін аймақпен алмастырылады. Осылай жылдам нейтронды реакторлар, барлық уранды ${}_{92}\text{U}^{238}$, ${}_{92}\text{U}^{235}$ және ториді ${}_{94}\text{Th}^{232}$ қолдануға мүмкіндік береді.

Ядролық энергия жеңіл ядроларды синтездегенде бөлінеді. Жеңіл ядроларды синтездеу реакциясына дейтерийдің екі ядросы қосылып, гелийдің изотопының пайда болуын жатқыза аламыз:

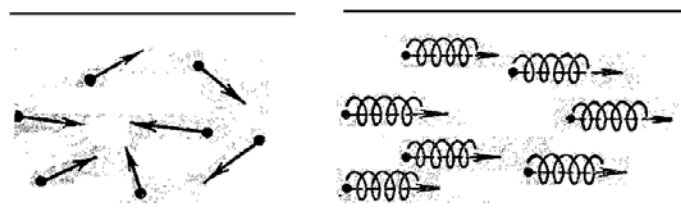


Мұндай қосылудың нәтижесінде тритидің ядросы мен протон пайда болуы мүмкін:



Синтездің өтуі үшін әсерлесетін ядролар оң зарядтардың Кулондық тебіліс күшін жеңіп, бір-біріне өте жақын келулері (10^{-15} м) керек. Бұлт шарт тек ядролар үлкен жылдамдықпен қозғалғанда орындалады. Демек, заттың температурасы жоғары болуы қажет. Яғни, синтездің реакциясын алу үшін зат қатты қыздырылады. Сондықтан синтездің реакциясын термоядролық реакция деп атайды. Мұндай энергияның негізгі көзі болып табылатын реакциялар табиғатта Күн мен жұлдыздардың қойнауында өтеді. Басқарылмайтын термоядролық реакцияны адам баласы сутегі бомбасын жару арқылы алды. Қазіргі таңда ғалымдардың жұмыстары басқарылатын термоядролық реакцияларды алуға бағытталған. Егер теңіздер мен мұхиттардағы дейтерий

қорының таусылмайтындығын, кәдімгі (H_2O) судың әрбір 6000 молекуласына ауыр судың (D_2O) бір молекуласы сәйкес келетіндігін және одан дейтерий алынатындығын ескерсек, басқарылатын термоядролық реакцияны алу әлімге қуатты энергия көзін әкелу мүмкіндігін туғызады. Есептеулер ядролық энергияны алу үшін дейтерийдің температурасы бірнеше миллион градусқа жетуі керектігін көрсетті. Мұндай температураларда заттардың атомдары бейтарап болмайды. Электрондар өзінің атомдарынан ұшып шығып, иондалу өтеді. Бұл жағдайда газдың электр зарядтарының қосындысы нөлге тең. Атомдар мен молекулаларының басым бөлігі иондалған газды плазма деп атайды. $10\ 000^0$ С температурадан жоғары температураларда барлық заттар плазма күйіне өтеді. Басқарылатын термоядролық реакцияны алудың басты проблемасы, плазманы қондырғының қабырғасынан оқшаулардыру болып табылады. Себебі плазма қабырғамен жанасқанда бірден суып өзінің күйін жоғалтады. Сонымен қатар қабырға плазмамен жанасқанда қатты күйін сақтай алмайды. Демек, плазма барлық жағынан вакууммен қоршалуы керек. Оны қабырғаға тигізбей ұстап тұру мақсатында магниттік жылу изоляторы қолданылады. Магнит өрісі жоқ кезде плазманың құрамындағы иондармен электрондар хаосты қозғалыста болады. (19.3.4. а-сызба) тіл арқылы жылдамдықтың қандай да бір уақыт мезетіндегі векторлары көрсетілген.

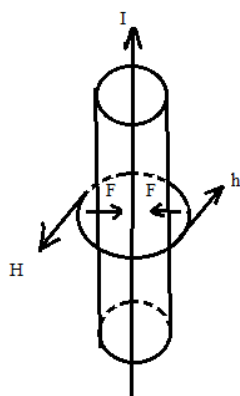


19.3.4-сызба. а. Магнит өрісі жоқ кездегі иондармен электрондардың хаосты қозғалысы. ә. Иондар мен электрондардың магнит өрісіндегі қозғалысы.

Күшті магнит өрісінде қозғалыстағы әрбір зарядталған бөлшек Лоренц күшінің әсерінен спиральдің бойымен қозғалады. (19.3.4 ә-сызба). Зарядталған бөлшек магнит өрісіне перпендикуляр бағытта қозғала алмайтындықтан, өріс плазманының ол орналасқан көлемнің қабырғаларымен жанасуына кедергі жасайды. Магнит өрісін және жоғары температураны плазма арқылы қуатты электр разрядын өткізу арқылы алуға болады. Магнит өрісінің векторлық кернеулігінің күш сызықтары, бағыты бұранда ережесімен анықталатын концентрлік шеңберді құрайды. Магнит өрісінің плазмаға әсер ету бағытын сол қол ережесімен анықтаймыз. (19.3.5-сызба). Магнит өрісінің плазмалық цилиндрді сығуының нәтижесінде ол ыдыстың қабырғасынан үзіледі. Бірінші жүргізілген тәжірибелерде плазмадан өтетін тоқ күші (10^5 - 10^6) А жетті. Уақыттың алғашқы мезетінде плазма разрядтық түтікшенің бойымен тез сығылады. Сығылудың соңғы кезеңінде температура бірнеше миллион

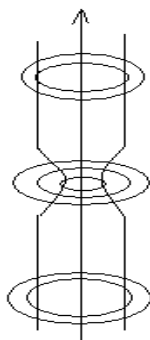
градуска көтеріледі. Осындай әдіспен алынған плазмалық бау бірнеше микросекунд қана өмір сүреді, яғни орнықты емес.

Сығылу мезетіндегі соғысудан және кездейсоқ флуктуацияның нәтижесінде плазмалық шар деформацияланады.



19.3.5-сызба. Магнит өрісінің плазмалық цилиндрді сығуы

Қарапайым деформация 19.3.6-сызбасында келтірілген.



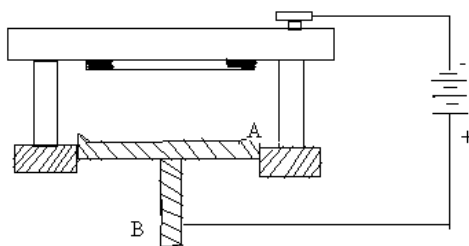
19.3.6-сызба. Плазмалық баудың деформациялануы

Учаскенің деформацияланған жерінде бауға түсірілген қысым артып деформация ұлғаяды. Бау оның диаметрінің өзгеруімен салыстырғанда орнықты емес. Қазіргі таңда плазмалық өткізгішті тұрақтандыру мақсатында әртүрлі қадамдар жасалуда.

§ 19.4. Ядролық бөлшектреді тіркеу әдістері

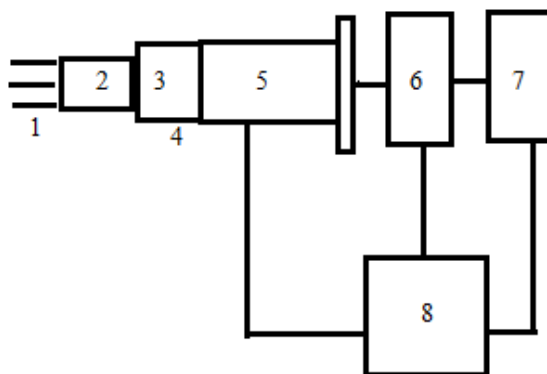
Ядролық бөлшектер мен сәулеленуді тіркеудің Вильсон камерасына, фотографияға, иондалу камерасына, Гейгер-Мюллер санауышына, сцинтилляциялық санауыштарға негізделген әдістердің кейбіреуін қарастырайық.

Вильсон камерасы. Вильсон камерасының схемасы 19.4.1-сызбасында кескінделген.



19.4.1-сызба. Вильсон камерасының схемасы

Камераның жұмыс істейтін көлемі А құрамында судың немесе спирттің қаныққан буы бар ауамен немесе басқа газбен толтырылған. В поршенін жылдам төмен қарай қозғасақ, А көлеміндегі бу немесе газ адиабаталық ұлғайып, температурасы төмендеп, аса қаныққан бу пайда болады. Осы кеңістік арқылы өтетін бөлшек туғызатын иондарда будың конденсацияланған тамшылары туындап, камерадағы бөлшектің ізі тұманның жеңішке жолақшасының пішінін қабылдайды. Камераны қыр жағынан қатты жарықтандырсақ, ізді көзбен көре аламыз. α -бөлшектер газды күшті иондайтындығынан Вильсон камерасындағы ізі қалыңдау, ал β -бөлшектердікі жіңішкеуе болады. Вильсон камерасына бөлшектрдің траекториясының қисықтығын пайдаланып, олардың энергиясын және зарядының таңбасын, іздің қалыңдығы бойынша бөлшектердің массасы мен зарядын анықтау үшін күшті магнит өрісі орналастырылады. Сцинтилляциялық санауыштар бөлшектерді тіркеу. α -бөлшектердің, электрондардың, (β -бөлшектер) және γ -кванттардың энергияларын анықтау, уақыт аралығын өлшеу үшін пайдаланылады. 19.4.2-сызбасында сцинтилляциялық санауыштың блок схемасы келтірілген.



19.4.2-сызба. Сцинтилляциялық санауыштың блок схемасы

1 – тіркелетін бөлшектердің ағыны, 2 – сцинтиллятор, 3 – жарық өткізетін орта, 4 – фотокатод, 5 – фотоэлектрондық көбейткіш, 6 – импульстарды күшейткіш, 7 – қайта санайтын құрал, 8 – тұтыну көзі.

Сцинтиллятор (2) иондалған сәулеленудің энергиясын көрінетін жарықтың квантына түрлендіреді. Көрінетін жарықтың кванты фотокатодқа 4 түсіп, одан электрондарды ұрып шығарады. Электрондардың саны фотоэлектрондық көбейткіш арқылы көбейтіледі. Осының нәтижесінде фотокөбейткіштен 5 едәуір тоқ импульсі шығады. Тоқ импульсі 6 құрал арқылы күшейтіліп, 7 қондырғымен импульстар тіркеледі. β бөлшектердің, γ -кванттардың немесе басқа ядролық бөлшектердің энергиясының есебінен сцинтилляторда жарқыл пайда болады. Жарқыл фотоэлектрондарды көбейткіштің көмегімен тоқтың импульсына түрленіп тіркеледі.

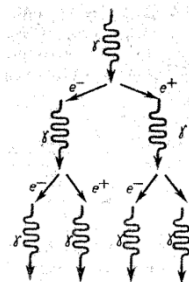
Жоғарыда келтірілген тіркеу әдістерінен басқа химиялық, калориметриялық, Черенков эффектісіне негізделген, нейтрондарды санауыш әдістер бар.

§ 19.5. Элементар бөлшектер. Күшті, электромагниттік және әлсіз әсерлесулер. Лептондар, адрондар, кварктар. Элементар бөлшектердің классификациясы

Элементар бөлшектер физикасының дамуы Жерге ғарыштық кеңістіктен келетін сәулеленуге тікелей байланысты. Ғарыштық сәулеленудің интенсивтілігін өлшеу оның биіктікке байланысты жылдам арттырып максимум мәнді иеленген соң қайтадан кемитіндігін, 50 км биіктікте өзгермейтіндігін дәлелдеді. Ғарыштық сәулелену бірінші және екінші ретті түрлерге бөлінеді. Тікелей ғарыштан келетін сәулеленуді бірінші ғарыштық сәулелену деп атайды. Оның құрамын зерттеудің нәтижелері, бірінші сәулелену энергиялары жоғары элементар бөлшектерден тұратындығын анықтады. Оның 90% артығын энергиясы (10^9 - 10^{13}) эВ протонға, 7% α - бөлшектерге, шамамен 1% ауыр элементтердің ядроларына ($Z > 20$) келетіндігін көрсетті. Астрофизикалық және радиоастрономиялық көріністер бойынша, бірінші ғарыштық сәулелену негізінен галактикадан шығады. $h \geq 50$ км биіктікте ғарыштық сәулеленудің интенсивтілігі тұрақты. Бұл биіктіктерде бірінші ғарыштық сәулелену байқалады. Жерге жақындаған сайын ғарыштық сәулеленудің интенсивтілігі арта түседі. Өйткені екінші реттік ғарыштық сәулелену туындайды. Жердің атмосферасындағы бірінші ғарыштық сәулеленудің ауаның атомдық ядроларымен әсерлесуінен туындайтын өнімді, екінші ретті ғарыштық сәулелену деп атайды. Екінші ғарыштық сәулеленуде барлық элементар

бөлшектер кездеседі. $h \ll 20$ км биіктіктердегі ғарыштық сәулелену екінші ретті. Биіктік h кеміген сайын оның интенсивтілігі төмендейді. Себебі, екінші ретті бөлшектердің Жер бетіне жақындаған сайын жұтылуы артады. Екінші ретті ғарыштық сәулеленудің құрамынан екі компонентаны бөліп алуға болады; жұмсақ (қорғасында жақсы жұтылады) және қатқыл (қорғасыннан өту қабілеттілігі жоғары).

Ғарыштық кеңістіктегі атомдық ядролардың өрісіндегі энергиясы $E > 2m_e c^2$ γ -кванттар электрондық-позитрондық жұпқа айналады. Осылай пайда болған электрондар мен позитрондар тежеліп, энергиясы жаңа электрондық-позитрондық жұпты туғызуға жеткілікті γ -кванттарды олардың энергиясы $2m_e c^2$ кіші болғанша туындатады. Жұмсақ компонентаның жоғарыда келтірілген шығу үрдісін электрондық-позитрондық-фотондық нөсер деп атайды. (19.5.1-сызба).



19.5.1-сызба. Электрондық-позитрондық-фотондық нөсер

Ғарыштық сәулелерге анализ жасау элементар бөлшектерді сипаттайтын негізгі параметрлерді алуға және жасанды жолмен алынбайтын энергиялары өте жоғары (10^{21} эВ дейін) бөлшектерді зерттеуге мүмкіндік туғызады. В. Андерсон және С. Неддермейер магнит өрісінде орналасқан қорғасын сүзгісіндегі екінші ретті ғарыштық сәулеленудің қатқыл компонентасын зерттеп, массасы $207m_e$ тең мюондар деп аталатын бөлшектерді ашты. Екінші ретті ғарыштық сәулеленудің қатқыл компонентасы едәуір ауыр зарядталған бөлшектердің ыдырауынан (π - және K мезондар) пайда болатындығы дәлелденген. Мюондарың массалары үлкен болғандықтан, радиациялық шығыны ескерілмейтіндей кіші шаманы иеленеді. Оң (μ^+) және теріс (μ^-) зарядты мюондар бар. Мюонның заряды элементар e зарядқа, массасы $206,8m_e$, өмір сүру уақыты $2,2 \cdot 10^{-6}$ с тең. Тәжірибелік зерттеулер Жер бетінен есептегенде кіші биіктіктерде мюондардың интенсивтіліктері кемитіндігін көрсетті. Бұл құбылыс мюондар өздігінен ыдырайтын айнымалы бөлшектер екендігін дәлелдейді. Ыдырау төмендегі схемамен өтеді:

$$\mu^+ \rightarrow {}^0_{+1}e + {}^0_0\nu_e + {}^0_0\tilde{\nu}_\mu \quad (19.5.1)$$

$$\mu^- \rightarrow {}^0_{+1}e + {}^0_0\tilde{\nu}_e + {}^0_0\nu_\mu \quad (19.5.2)$$

Мұдағы, ${}^0_0\nu_\mu$ және ${}^0_0\tilde{\nu}_\mu$ «мюондық» нейтрино және антинейтрино, ${}^0_0\nu_e$, ${}^0_0\tilde{\nu}_e$ «электрондық» нейтрино және антинейтрино. Ыдыраудың схемаларынан мюондардың спиндері электрондардыкіндей $\frac{1}{2}$ тең болуы

керетігін көреміз. Нейтриноның спині $\frac{1}{2}$, антинейтрондіке - $\frac{1}{2}$.

Тәжірибеден алынған нәтижелер мюондардың атомдық ядромен әсерлеспейтіктігін немесе әлсіз әсерлесетіндігін көрсетті. Яғни, мюондар ядролық белсенді емес бөлшектер болып табылады. Сонымен қатар тәжірибе арқылы жинақталған нәтижелердің қорытындылары ыдырауынан мюондар туындайтын ядролық-белсенді бөлшектердің бар екендігін болжамдайды.

Х. Юкава болжамдаған мюон мен нейтриноға ыдырайтын π -мезон немесе пион 1947 жылы ашылды. Оң (π^+) және теріс (π^-) зарядты (заряды элементар е зарядына тең) және бейтарап (π^0) мезондар бар. Оң және теріс зарядты мезондардың массалары $273,1 m_e$, ал бейтарап мезондыке $264,1 m_e$ тең. Барлық мезондар тұрақсыз және өмір сүру уақыттары $2,6 \cdot 10^{-8}$ с (зарядталғандар), $0,8 \cdot 10^{-16}$ с (бейтараптыкі) теңеледі. Зарядталған пиондардың ыдырауы мына схемамен өтеді:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + {}^0_0\nu_\mu \quad (19.5.3)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + {}^0_0\tilde{\nu}_\mu \quad (19.5.4)$$

Бейтарап пион екі γ -квантқа ыдырайды:

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad (19.5.5)$$

π^0 мезонның спині π^+ мезондыке сияқты нөлге тең.

Табиғатта күшті, электромагниттік, әлсіз және гравитациялық әсерлесулер кездеседі. Күшті және ядролық әсерлесулер, атом ядросындағы протондар мен нейтрондардың араларындағы байланысты туғызып, олардың пайда болуының мықтылығын қамтамасыз етеді.

Электромагниттік әсердің негізі электромагниттік өріспен байланысты сипатталады. Ол нейтрино мен антинейтрино және фотоннан басқа бөлшектердің бәріне тән. Әлсіз әсерлесу нейтронының немесе антинейтриноның қатысуымен өтетін әсерлесу. (Мысалы, β -ыдырау, μ -ыды-

рау). Сонымен қатар ыдырайтын бөлшектердің өмір сүру уақыты үлкен болғандықтан ($\tau \geq 10^{-10} \text{ c}$) оған нейтринсіз ыдырау үрдістер жатады.

Гравитациялық әсерлесу элементар бөлшектердің массалары аз болғандықтан, микроәлемде ескерілмейді.

Элементар бөлшектер төрт топқа бөлінеді:

1. Фотондар, γ (электромагниттік сәулеленудің кванттары) күшті және әлсіз электромагниттік әсерлесу қабілеттілігі жоқ.

2. Лептондар. Лептон гректің «лептос» деген сөзінен шыққан «жеңіл» деген мағынаны білдіреді. Лептондардың қатарына күшті әсерлесуге қабілетті емес электрондар (e^-, e^+), мюондар (μ^-, μ^+), ауыр таулептондар

(τ^-, τ^+), электрондық нейтрино ($\nu_e, \tilde{\nu}_e$), мюондық нейтрино ($\nu_\mu, \tilde{\nu}_\mu$) және

тау-нейтрино ($\nu_\tau, \tilde{\nu}_\tau$) жатады. Барлық лептондардың спиндері $\frac{1}{2}$ тең

болғандықтан, фермиондар болып табылады. Олар әлсіз әсерлесуге қатысады. Электр зарядтары бар бөлшектер (мюондар мен электрондар) электромагниттік әсерлесулерге қабілетті.

3. Мезондар-бариондық заряды жоқ күшті әсерлесу қабілеттілігі бар орнықсыз бөлшектер. Олардың қатарына π -мезондар немесе пиондар

(π^+, π^-, π^0), К-мезондар немесе каондар ($K^+, K^-, K^0, \tilde{K}^0$) және эта-мезон

(η) жатады. К-мезондардың массасы $\sim 970 m_e$ құрайды. (494 МэВ зарядталған және 498 МэВ бейтарап К-мезондар үшін) Өмір сүру уақыты 10^{-8} c . Олар π -мезондар немесе тек лептондардың пайда болу кезінде ыдырайды. Эта-мезонның массасы $1074 m_e$ (594 МэВ), өмір сүру уақыты 10^{-19} c . Эта-мезондар π -мезондар мен γ -фотондар пайда болғанда ыдырайды. Мезондардың лептондардан айырмашылығы, олар әлсіз және күшті әсерлесуге қабілетті. Барлық мезондардың спині нөлге тең. Демек, олар бозондар болып табылады.

4. Бариондар тобына нуклондар (n, p) және массасы нуклондардың массаларынан үлкен гиперондар деп аталатын орнықсыз бөлшектер жатады. Барлық бариондар күшті әсерлесуге қатысады. Яғни, атом ядроларымен

белсенді әсерлеседі. Барлық бариондардың спиндері ($\frac{1}{2}$) тең болғандықтан,

олар фермиондарға жатады.

Барионның ыдырау кезінде басқа бөлшектермен қатар, міндетті түрде барион туындайды. Бұл заңдылық бариондар зарядтың сақталу заңын білдіреді.

Жоғарыда келтірілген бөлшектерден басқа өмір сүру уақыты қысқа күшті әсерлесетін резонанстар деп аталатын бөлшектер табылды. Бұл бөлшектер екі немесе көп элементар бөлшектерден туындап, резонанстық күйде болады. Олардың өмір сүру уақыты $\sim 10^{-23} - 10^{-22}$ с.

Резонанстардың кейбіреуі бозандар болғандықтан, мезондар тобына, ал басқалары фермиондар болғандықтан, гиперондар тобына жатады. Болжам бойынша, бөлшектердің гравитондар (гравитациялық өрістің кванттары) деп аталатын тағы бір тобы бар. Тәжірибе жүзінде гравитондар табылған жоқ.

§ 19.6. Бөлшектер және антибөлшектер

Антибөлшек туралы гипотезаны 1928 жылы П. Дирак релятивисті толқындық теңдеудің негізінде позитронның бар екендігін болжамдады. Төрт жыл өткеннен соң В. Андерсон ғарыштық сәулеленудің құрамынан позитронды тапты. Электрон мен позитрон бөлшекпен антибөлшектің жалғыз жұбы емес. Релятивисті кванттық теория әрбір бөлшектің антибөлшегі бар деп қорытынды жасады. Кванттық теорияның жалпылама принципінен бөлшек пен антибөлшектің массаларының бірдей болатындығы, вакуумдегі өмір сүру уақытының және зарядтарының модулі жағынан теңдігі, таңбасы бойынша қарама-қарсы спиндерінің қалған кванттық сандарының теңдігі шығады. Дирактың теориясы бойынша, бөлшек пен антибөлшектің соқтығысуы, олардың басқа элементар бөлшектердің немесе фотондардың туындауына әкеледі. Есептеулер бөлшек пен антибөлшектің жұбын алу үшін олардың тыныштық энергиясын екі есе арттыру керектігін көрсетті. Мысалы, $p - \tilde{p}$ жұбын алуға 4,4ГэВ энергиясының қажет екендігін дәлелденген. Антипротонның протоннан электр зарядының таңбалары және меншікті магнит моменті бойынша айырмашылығы бар. Антипротон аннигиляцияны тек протонмен ғана емес, сонымен қатар нейтронмен жасайды:

$$\tilde{p} \rightarrow p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \quad (19.6.1)$$

$$\tilde{p} + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 + \pi^0 + \pi^0 \quad (19.6.2)$$

$$\tilde{p} + n \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^0 + \pi^0 \quad (19.6.3)$$

Кейінірек π^+ мезонның, гиперонның антибөлшектері табылды. Тек бейтарап (фотон, π^0 -мезон, η -мезон) бөлшектердің антибөлшектері жоқ. Элементар бөлшектер үш топқа (фотондар, лептондар, адрондар) бөлініп, зарядына, массаларына, спиндеріне, изоспиндеріне, лептондық және бариондық зарядына, өмір сүру уақыттарына байланысты классификацияланады.

Фотондардың тобына электромагниттік әсерді тасымалдайтын фотондар, лептондар тобына электрон, мюон, оларға сәйкес нейтрино және антибөлшектер жатады. Лептондардың қыңырлығы нөлге тең. (Қыңырлық күшті және электромагниттік әсерлерде сақталмайтын ерекше S кванттық сан). Элементар бөлшектердің негізгі бөлігін, адрондар құрайды. Адрондарға пиондар, каондар, η -мезон, нуклондар, гиперондар сонымен қатар антибөлшектер жатады. Соңғы жылдары элементар бөлшектердің санының артуы адрондардың тобының кеңеюінің есебінен туындап отыр. Сондықтан олардың классификациясын дамыту жұмыстарына барлық адрондарды құрудың базасы болатын іргелі жаңа бөлшектерді іздестіріп табу жатады. Кварктер деп аталатын мұндай бөлшектердің бар екендігі туралы болжамды 1967 жылы Дж.Цвейг және Гелл-Ман айтты.

Есептер мен мысалдар.

1. ${}^{12}_6\text{C}$ нейтрал атомының қандай бөлігін оның электрондық қабығының массасы құрайтындығын табыңыздар.

Берілгені: ${}^{12}_6\text{C}$, $m = 19,9272 \cdot 10^{-27}$ кг, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Табу керек: $\frac{Zm_e}{m}$

Шешімі: атомның зарядтық саны $Z = 6$. Сондықтан

$$\frac{Zm_e}{m} = \frac{6 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}{19,9272 \cdot 10^{-27} \text{ кг}} = 2,74 \cdot 10^{-4}$$

Менделеев кестесін пайдаланып платина және уран атомдарындағы нейтрондар мен протондардың санын анықтаңыздар.

Берілгені: ${}^{195}_{78}\text{Pt}$, $Z = 78$, ${}^{238}_{92}\text{U}$, $Z = 92$

Табу керек: N

Шешімі: анықтама бойынша ядролардағы нейтрондар саны мына формуламен анықталады:

$$N = A - Z = 195 - 78 = 117$$

$$N = A - Z = 238 - 92 = 146$$

Ядросында массалық саны A барлық нуклондары тығыз орналастырылған 1см^3 нуклондар санымен өрнектелетін ядролық заттың тығыздығын анықтаңыздар.

Берілгені: A, $V = 10^{-6} \text{ м}^3$, $R_0 = 1,4 \cdot 10^{15} \text{ м}$

Табу керек: N

Шешімі: V көлемдегі нуклондар санымен өрнектелетін ядролық заттың тығыздығы мына қатынаспен есептеледі:

$$N = \frac{A}{V} \quad \text{ядролық заттың көлемін радиусы } R \text{ шар деп алсақ}$$

$$V = VR^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \text{немесе}$$

$$R = R_0 A^{1/3},$$

$$N = \frac{A}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R_0^3 A} = \frac{3}{4\pi R_0^3} = \frac{3}{4 \cdot 3,14 \cdot (1,4 \cdot 10^{-15})^3} = 8,7 \cdot 10^{37} \text{ см}^{-3}$$

4. ${}^4_2\text{He}$ атомының ядросының байланыс энергиясын анықтаңыздар.
Гелийдің бейтарап атомының массасы $6,6467 \cdot 10^{-27}$ кг.

Берілгені: ${}^4_2\text{He}$,

$$m_{\text{He}} = 6,6467 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, m_{\text{H}} = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Табу керек: $E_{\text{байл}}$

Шешімі: байланыс энергиясының формуласын жазайық:

$$E_{\text{байл}} = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{He}}]c^2 = \left[\begin{array}{l} Z = 2, A = 4 \\ N = A - Z = 2 \end{array} \right] =$$

$$[2 \cdot 1,6736 \cdot 10^{-27} + 2 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} - 6,6467 \cdot 10^{-27}] \text{ Дж} = 28,4 \text{ МэВ}$$

5. ${}^4_2\text{He}$, ${}^{12}_6\text{C}$ ядроларының меншікті байланыс энергиясын анықтаңыздар.
Гелий мен көміртегінің бейтарап атомының массалары $6,6467 \cdot 10^{-27}$ кг,
 $19,9272 \cdot 10^{-27}$ кг.

Берілгені: ${}^4_2\text{He}$, ${}^{12}_6\text{C}$,

$$m_{\text{He}} = 6,6467 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, m_{\text{H}} = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг},$$

$$m_{\text{C}} = 19,9272 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Табу керек: $\Delta E_{\text{байл}}$

Шешімі: байланыс энергиясы мына формуламен өрнектеледі:

$$E_{\text{байл}} = \Delta mc^2, E_{\text{байл}} = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m]c^2$$

Анықтама бойынша меншікті байланыс энергиясы төмендегі қатынаспен есептеледі:

$$\delta E_{\text{байл}} = \frac{[Zm_H + (A - Z)m_n - m]c^2}{A} =$$

$$\frac{[2 \cdot 1,6736 \cdot 10^{-27} + 2 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} - 1,6736 \cdot 10^{-27}](3 \cdot 10^8)^2}{4} \text{ Дж} = 7,1 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$$

6. Радиоактивті атомдардың бастапқы санын N_0 деп алып, радиоактивті ыдыраудың жылдамдығын жартылай ыдырау периоды арқылы өрнектеңіздер.

Берілгені: $N_0, T_{1/2}$

Табу керек: A

Шешімі: dt уақытта ыдырайтын ядролар саны мына формуламен

өрнектеледі: $dN = -\lambda N dt$ немесе анықтама бойынша $A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N$

$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ қатынасынан $N = N_0 e^{-\lambda t}$ формуласы шығады. Радиоактивтілік

ыдыраудың тұрақтысы мынаған тең: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$. Сондықтан;

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 e^{-\frac{\ln 2 t}{T_{1/2}}}$$

7. Қандай да бір радиоактивті изотоптың жартылай ыдырау периоды анықтаңыздар. Оның активтілігі 5 сәткеде 2,2 есе кемиді.

Берілгені: $\frac{A_0}{A} = 2,2, t = 5 \text{ сәтке}$

Табу керек: $T_{1/2}$

Шешімі: радиоактивтіліктің тұрақтысы мен жартылай ыдырау және активтілігінің формулаларын жазайық:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}, \quad A = A_0 e^{-\lambda t}, \quad \lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{A_0}{A} \quad \text{немесе}$$

$$T_{1/2} = t \cdot \frac{\ln 2}{\ln 2,2} = 5 \text{ сәтке} \frac{\ln 2}{\ln 2,2} = 4,4 \text{ сәтке}$$

8. ${}^7_3 \text{Li} + {}^1_1 \text{H} \rightarrow {}^7_4 \text{Be} + {}^1_0 \text{n}$ ядролық реакцияның энергиясын анықтаңыздар.

Берілгені: $m_{Li} = 11,65079 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, m_H = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг},$

$m_{Be} = 11,65231 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Табу керек: ΔE

Шешімі: ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + {}^1_0\text{n}$ реакциясының энергиясы мына формуламен анықталады:

$$\Delta E = (m_{Li} + m_H - m_{Be} - m_n)c^2 =$$

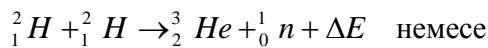
$$(11,65079 + 1,6736 - 11,65231 - 1,675) \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж} = -1,64 \text{ МэВ}$$

9. ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ ядролық реакциясында 3,27 МэВ энергия бөлінеді. ${}^2_1\text{H}$ атомының массасы $3,34461 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ тең. ${}^3_2\text{He}$ атомының массасын анықтаңыздар.

Берілгені: ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n}, \Delta E = 1,0032 \cdot 10^{-18} \text{ Дж},$
 $m_{{}^3_2\text{H}} = 3,3461 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$

Табу керек: $m_{{}^3_2\text{He}}$

Шешімі: ${}^3_2\text{He}$ атомының массасын анықтау үшін төмендегі реакцияны пайдаланамыз:



$$m_{{}^3_2\text{He}} = 2m_{{}^2_1\text{H}} - m_n - \frac{\Delta E}{c^2} \text{ орындарына сан мәндерін қойып есептесек,}$$

массаны табамыз: $m_{{}^3_2\text{He}} = 5,00841 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$

10. Жылулық нейтронның кинетикалық энергиясы мен жылдамдығын табыңыздар. Қоршаған ортаның температурасы 17^0C .

Берілгені: $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}, T = 290\text{K}, k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{град}}$

Табу керек: E, v

Шешімі: молекулалық физикадан және механикадан белгілі энергиялардың формулаларын пайдаланамыз:

$$E = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} = 6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

$$E = \frac{m_n v^2}{2} \text{ бұдан } v = \sqrt{\frac{2E}{m_n}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 10^{-21}}{1,675 \cdot 10^{-27}}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2,68 \text{ км/с}.$$

Жаттығулар

1. Авагадро тұрақтысын белгілі деп алып, бейтарап ^{12}C көміртегі атомының массасын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 19,9 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

2. Плутонидің нейтраль атомының массасының қандай бөлігін оның электрондық қабығының массасы құрайды?

$$\text{Жауабы: } 2,16 \cdot 10^{-4}$$

3. Сутегі изотоптарының ядроларының символикалық белгілерін жазыңыздар.

$$\text{Жауабы: } {}^1_1\text{H}, {}^1_2\text{H}, {}^3_1\text{H}$$

4. Қандай изотоптардың екі нейтроны бар?

$$\text{Жауабы: } {}^3_1\text{H}, {}^4_2\text{He}$$

5. Ядродағы нуклондардың концентрациясын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 8,7 \cdot 10^{47} \frac{\text{нукл}}{\text{м}^3}$$

6. Кобальт атомының көлемінің қанша бөлігін оның ядросының көлемі құрайды? Кобальттың тығыздығы $4,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

$$\text{Жауабы: } 3 \cdot 10^{-17}$$

7. $Z = \frac{A}{2}$ қатынасын пайдаланып, ядро зарядының орташа көлемдік тығыздығын анықтаңыздар.

$$\text{Жауабы: } 6,96 \cdot 10^{24} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$$

8. ${}^{27}_{14}\text{Si}$ кремний изотобының бір протоны нейтронға айналды (β^+ -ыдырау). Нәтижесінде қандай ядро алынады?

$$\text{Жауабы: } {}^{27}_{13}\text{Al}$$

9. Жартылай ыдырау периоды 24 сағат. Радиоактивті изотоп қанша уақытта бастапқы ядроның $\frac{1}{4}$ бөлігіне ыдырайды?

$$\text{Жауабы: } 10,5 \text{ сағ.}$$

10. Препараттың активтілігі 250 есе кемиді. Өтілген уақыт аралығы қанша жартылай ыдырау периодына тең?

Жауабы: 8

11. 30 соткеде иридий ^{192}Ir изотобының активтілігі қанша пайызға кемиді?

Жауабы: 24%

12. Массасы 1 кг ^{32}P фосфордың активтілігін анықтаңыздар.

Жауабы: 10,5ТБк

13. Кобальттің ^{60}Co меншікті активтілігін табыңыздар.

Жауабы: 40,7 Тбк/2

14. $^{210}_{84}\text{Po}$ полоний ядросының α -ыдырауының энергиясын анықтаңыздар.

Жауабы: 5,41МэВ

15. $^{16}_6\text{C}$ көміртегінің ядросы теріс зарядталған β -бөлшегі мен антинейтриноны лақтырады. Ядроның β ыдырауының толық энергиясын табыңыздар.

Жауабы: 0,156МэВ.

Тест сұрақтары

Нуклондардың санын 27 есе арттырсақ, ядроның радиусы неше есе ұлғаяды?

- А. 3
- Ә. 27
- Б. 9
- В. 6
- Г. 1/3

2. ^9_5B бор изотопының ядросындағы протондар мен нейтрондардың санын көрсетіңіздер.

- А. 5,9
- Ә. 5,4
- Б. 9,5

В. 5,6

Г. 4,5

3. ${}^{10}_5\text{B}$ бор изотопының ядросындағы протондар мен нейтрондардың санын көрсетіңіздер.

А. 10,5

Ә. 5,10

Б. 5,5

В. 15,10

Г. 15,5

4. ${}^{11}_5\text{B}$ бор изотопының протондар мен нейтрондардың санын көрсетіңіздер.

А. 5,11

Ә. 5,16

Б. 5,6

В. 16,11

Г. 11,16

5. ${}^{16}_8\text{O}$ оттегі изотопының ядросындағы протондар мен нейтрондардың санын көрсетіңіздер.

А. 8,8

Ә. 16,8

Б. 8,16

В. 24,16

Г. 16,24

6. ${}^{17}_8\text{O}$ оттегі изотопының ядросындағы протондар мен нейтрондардың санын көрсетіңіздер.

А. 8,17

Ә. 8,9

Б. 17,25

В. 25,17

Г. 17,8

7. ${}^{18}_8\text{O}$ оттегі изотопының ядросындағы нейтрондардың санын көрсетіңіздер.

А. 18

Ә. 8

Б. 10

В. 26

Г. 20

8. ${}^{54}_{24}\text{Cr}$ бейтарап атомының массасы неге тең?

А. $8,64 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$

Ә. $8,60 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$

Б. $8,50 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$

В. $8,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Г. $8,60 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

9. $3 \cdot 10^{-20} \text{ мг}$ масса ақауына электрон-вольтпен қандай энергия сәйкес келеді?

А. 16,9ГэВ

Ә. 16,9МэВ

Б. 16,9эВ

В. 1,69ГэВ

Г. 1,69МэВ

10. Радиоактивті ыдыраудың негізгі теңдеуі?

А. $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$

Ә. $\frac{N_0}{N} = e^{-\lambda t}$

Б. $\frac{N}{N_0} = e^{\lambda t}$

В. $\frac{N_0}{N} = e^{\lambda t}$

Г. $N_0 = Ne^{-\lambda t}$

11. ${}^{229}_{90}\text{Th}$ торий изотопы үшін радиоактивті ыдыраудың тұрақтысын көрсетіңіздер. Жартылай ыдырау периоды $7 \cdot 10^3 \text{ жыл}$.

А. $3 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}$

Ә. $3,5 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}$

Б. $3,13 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}$

В. $2,5 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}$

Г. $2,5 \cdot 10^{-13} \text{ с}^{-1}$

12. ${}_{92}^{238}\text{U}$ уран изотопы үшін радиоактивті ыдыраудың тұрақтысын көрсетіңіздер. Жартылай ыдырау периоды $4,5 \cdot 10^9$ жыл.

А. $4,87 \cdot 10^{-18} \text{ c}^{-1}$

Ә. $4 \cdot 10^{-18} \text{ c}^{-1}$

Б. $4,60 \cdot 10^{-18} \text{ c}^{-1}$

В. $4,90 \cdot 10^{-18} \text{ c}^{-1}$

Г. $5 \cdot 10^{-19} \text{ c}^{-1}$

13. Жартылай ыдырау периоды 8 сәтке, ${}_{53}^{131}\text{I}$ иодының изотобы үшін радиоактивті ыдыраудың тұрақтысын көрсетіңіздер.

А. 10^{-6} c^{-1}

Ә. 10^{-7} c^{-1}

Б. $2,6 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-1}$

В. $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-1}$

Г. $3 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-1}$

14. Жартылай ыдырау периодын екі есе арттырсақ, радиоактивті тұрақты шама неше есеге кемиді?

А. 4

Ә. 2

Б. 8

В. 6

Г. $\frac{1}{4}$

15. Ыдырамаған атомдардың санын 3-есе арттырсақ, изотобының белсенділігі неше есеге артады?

А. 2

Ә. 4

Б. $\frac{1}{2}$

В. $\frac{1}{4}$

Г. 16

16. t уақыт ішінде ыдырайтын атомдар санын көрсетіңіздер.

А. $N_0 (1 - e^{-\lambda t})$

Ә. $N_0 e^{-\lambda t}$

Б. $N_0 (1 + e^{-\lambda t})$

В. $N_0 (1 + e^{\lambda t})$

Г. $N_0 e^{\lambda t}$

17. Ядролық реакциясының энергиясын көрсетіңіздер.

А. $c^2[(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)]$

Ә. $c^2[(m_1 - m_2) + (m_3 - m_4)]$

Б. $(m_1 - m_2)c^2$

В. $(m_1 + m_2)c^2$

Г. $\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}c^2$

18. Нуклондардың сақталу заңының формуласын көрсетіңіздер.

А. $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$

Ә. $A_1 - A_2 = A_3 - A_4$

Б. $A_1 + A_2 = A_3 - A_4$

В. $A_1 = A_2 + A_3 + A_4$

Г. $A_1 = A_2 - A_3 - A_4$

19. Зарядтардың сақталу заңын көрсетіңіздер.

А. $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$

Ә. $Z_1 - Z_2 = Z_3 - Z_4$

Б. $Z_1 = Z_2 - Z_3 - Z_4$

В. $Z_1 = Z_2 + Z_3 + Z_4$

Г. $Z_1 = Z_3 - Z_4$

20. Экзотермиялық реакцияның шартын көрсетіңіздер.

А. $T_3 + T_4 > T_1 + T_2$

Ә. $T_3 + T_4 < T_1 + T_2$

Б. $T_3 + T_4 = T_1 + T_2$

В. $T_3 = T_1 + T_2$

Г. $T_3 = T_1 + T_2 + T_3$

21. Эндотермиялық реакцияның шартын көрсетіңіздер.

А. $T_3 + T_4 < T_1 + T_2$

Ә. $T_3 + T_4 > T_1 + T_2$

Б. $T_3 + T_4 = T_1 + T_2$

В. $T_3 = T_1 + T_2$

Г. $T_4 = T_1 + T_2$

22. Ядроның төменгі кванттық деңгейінде қанша нуклон орналаса алады?

- А. 4
- Ә. 2
- Б. 8
- В. 10
- Г. 6

23. Байланыс энергиясының формуласын көрсетіңіздер.

- А. Δmc^2
- Ә. mc^2
- Б. Δmv^2
- В. mv^2
- Г. $\frac{mv^2}{2}$

24. Ядроның релятивистік толық энергиясының формуласын көрсетіңіздер.

- А. $mc^2 + T$
- Ә. $mc^2 - T$
- Б. mc^2
- В. $mc^2 - 2T$
- Г. $mc^2 + 2T$

25. ${}_{84}^{210}\text{Po}$ полоний ядросындағы α -ыдыраудың энергиясын көрсетіңіздер.

- А. 5,41МэВ
- Ә. 5МэВ
- Б. 6,3МэВ
- В. 4,5МэВ
- Г. 3,9МэВ

ҚОСЫМША

I. Физикалық шамалардың кестелері

1. Кейбір астрономиялық шамалар

Жердің радиусы	$6,37 \cdot 10^6$ м
Жердің массасы	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Күннің радиусы	$6,95 \cdot 10^8$ м
Күннің массасы	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Айдың радиусы	$1,74 \cdot 10^6$ м
Айдың массасы	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Жердің центрінен Күннің центріне дейінгі арақашықтық	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Жердің центрінен Айдың центріне дейінгі арақашықтық	$3,84 \cdot 10^8$ м
Айдың Жерді айналу периоды	$27,3 \text{ сәт} = 2,36 \cdot 10^6$ с

2. Қатты денелермен сұйықтардың ρ тығыздықтары

($\frac{Mg}{m^3}$ немесе $\frac{Г}{см^3}$)

Қатты денелер

Алюминий	2,70
Қалайы	9,80
Вольфрам	19,3
Темір (шойын, құрыш)	7,87
Алтын	19,3
Тасты тұз	2,20
Жез	8,55
Марганец	7,40
Мыс	8,93
Никель	8,80
Платина(ақ алтын)	21,4
Қорғасын	11,3
Күміс	10,5
Уран	18,7

Сұйықтар (15^0 C)

Су (дистилляцияланған, 4^0 C)	1,00
Глицерин	1,26

Керосин	0,8
Май (зәйтүн ағашының майы, майлайтын)	0,9
Касторлық май	0,96
Сынап	13,6
Күкіртті көміртегі	1,26
Спирт	0,8
Эфир	0,7

3. Газдардың қалыпты жағдайдағы ρ тығыздықтары (кг/м³)

Азот	1,25	
Аргон		1,78
Сутегі		0,09
Ауа		1,29
Гелий		0,18
Оттегі		1,43

4. Қатты денелердің серпімділік қасиеттері

Зат	Юнг модулі E, ГПа	Ығысу модулі G, ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Темір	200	76
Мыс	98	44
Күміс	74	27

5. Молекулалардың эффективті диаметрі, газдардың қалыпты жағдайдағы динамикалық тұтқырлығы мен жылуөткізгіштігі

Зат	Эффективті диаметрі d, н·м	Динамикалық тұтқырлық η , мкПа·с	Жылуөткізгіштік λ , мВт/м·К
Азот	0,38	16,6	24,3
Аргон	0,35	21,5	16,2
Сутегі	0,28	8,66	168
Ауа	-	17,2	24,1
Гелий	0,22	-	-
Оттегі	0,36	19,8	24,4
Су буы	-	8,32	15,8

6. Критикалық параметрлер және Ван-дер-Ваальс түзетулері

Газ	Критикалық температура T_k, K	Критикалық қысым $P_k,$ мПа	Ван-дер-Ваальс түзетулері	
			$a, н \cdot м^4 /$ моль ²	$b, 10^{-5}$ м ³ /моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Су буы	647	22,1	0,545	3,04
Оттегі	155	5,08	0,136	3,17
Неон	44,4	2,72	0,209	1,70
Көмірқышқыл газы	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62

7. 20⁰ С температурадағы сұйықтардың динамикалық тұтқырлығы η (мПа·с)

Су	1,00
Глицерин	1480
Кастор майы	987
Машина майы	100
Сынап	1,58

8. 20⁰ С температурадағы сұйықтардың беттік керілу коэффициенті σ (мН/м)

Су	73
Глицерин	62
Сабын суы	40
Сынап	$5,0 \cdot 10^2$
Спирт	22

9. Дыбыстың жылдамдығы v (м/с)

Су	1450
Құрғақ ауа (қалыпты жағдайдағы)	332

10. Диэлектрлік өтімділік ϵ

Су	81
Май (трансформаторлық)	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Шыны	7,0
Фарфор	5,0
Эбонит	3,0

11. Өткізгіштердің меншікті кедергісі мен температуралық коэффициенті

Зат	20 ⁰ C температурадағы ρ нОм·м	α^0 C ⁻¹
Темір	98	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Мыс	17	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Алюминий	26	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Графит	$3,9 \cdot 10^3$	$-0,8 \cdot 10^{-3}$

12. Сыну көрсеткіштіктер n

Алмаз	2,42
Су	1,33
Май (қоңыр түсті)	1,60
Күкіртті көміртегі	1,63
Шыны	1,50

13. Электрондардың металдардан шығу жұмысы

Металл	A, эВ	A·10 ⁻¹⁹ , Дж
Калий	2,2	3,5
Литий	2,3	3,7
Натрий	2,5	4,0
Платина	6,3	10,1
Күміс	4,7	7,5
Цинк	4,0	6,4

14. Бейтарап атомдардың массалары

Элемент	Реттік номері	Изотоп	Массасы, м.а.ө
(Нейтрон)	0	n	1,00867
Сутегі	1	¹ H	1,00783
		² H	2,01410
Гелий	2	³ H	3,01605
Литий	3	³ He	3,01603
Бериллий	4	⁴ He	4,00260
Бор	5	⁶ Li	6,01513
Көміртегі	6	⁷ Li	7,01693
Азот	7	⁷ Be	9,01219
Оттегі	8	⁹ Be	10,01354
Фтор	9		

Натрий	11	^{10}Be	9,01333
Магний	12	^9B	10,01294
Алюминий	13	^{10}B	11,00931
Кремний	14	^{11}B	10,00168
Фосфор	15	^{10}C	12,00000
Калий	19	^{12}C	13,00335
Кальций	20	^{13}C	14,00324
Қорғасын	82	^{14}C	13,00574
Полоний	84	^{13}N	14,00307
		^{14}N	15,00011
		^{15}N	15,99491
		^{16}O	16,99913
		^{17}O	17,99916
		^{18}O	18,99840
		^{19}F	21,99441
		^{22}Na	22,98977
		^{23}Na	22,99414
		^{23}Mg	29,99817
		^{30}Al	30,97535
		^{31}Si	30,97376
		^{31}P	40,96184
		^{41}K	43,95549
		^{44}Ca	205,97446
		^{206}Pb	209,98297
		^{210}Po	

15. Кейбір элементар және жеңіл ядролардың тыныштық массасымен энергиясы.

Бөлшек	Массасы		Энергиясы	
	m_0 , кг	m_0 , м.а.ө	E_0 , Дж	E_0 , МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-10}$	0,511
Бейтарап мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14526	-	135
Протон	$1,67 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,68 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α -бөлшек	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733

16. Радиоактивті изотоптардың жартылай ыдырау периоды

Изотоп	Изотоптың символы	Ыдыраудың түрі	Жартылай ыдырау периоды
Актиний	$^{225}_{89}Ac$	α	10 сәт
Йод	$^{131}_{53}I$	β^{-}, γ	8 сәт
Иридий	$^{192}_{77}Ir$	β^{-}, γ	75 сәт
Кобальт	$^{60}_{27}Co$	β^{-}, γ	5,3 жыл
Магний	$^{27}_{12}Mg$	β^{-}	10 мин
Радий	$^{226}_{88}Ra$	α	$10^{-3}c$
Радий	$^{219}_{88}Ra$	α, γ	$1,62 \cdot 10^3$ жыл
Радон	$^{222}_{86}Rn$	α	3,8 сәт
Стронций	$^{90}_{38}Sr$	α, γ	28 жыл
Торий	$^{232}_{90}Th$	α	$7 \cdot 10^3$ жыл
Уран	$^{238}_{92}U$	β^{-}	$4,5 \cdot 10^9$ жыл
Фосфор	$^{32}_{15}P$	α, γ	14,3 сәт
Натрий	$^{22}_{11}Na$	α, γ	2,6 жыл

17. Негізгі физикалық тұрақты шамалар

Еркін түсу үдеуі	$g=9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитациялық тұрақты шама	$G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$
Авогадро тұрақтысы	$N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Әмбебап газ тұрақтысы	$R=8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$
Идеал газдың молярлық көлемі	$V_m=22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Больцман тұрақтысы	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Фарадей тұрақтысы	$F=9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Элементар заряд	$e=1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Электронның массасы	$m_e=9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Электронның меншікті заряды	$e/m_e=1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Жарықтың вакуумдағы жылдамдығы	$c=3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стефан-Больцман тұрақтысы	$\delta=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$
Вин ығысуының тұрақтысы	$C=2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Планк тұрақтысы	$h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	$h = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Ридберг тұрақтысы	$R' = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
	$R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$

Бордың бірінші орбитасының радиусы	$a = 5,29 \cdot 10^{-11}$ м
Электронның комптондық толқын ұзындығы	$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м
Бор магнетоны	$\mu_A = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл
Сутегі атомының ионизациялық энергиясы	$E_L = 2,16 \cdot 10^{-18}$ Дж
Массаның атомдық өлшемі	1 м.а.ө = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Ядролық магнетон	$\mu_N = 5,05 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл

Математикадан кейбір мәліметтер.

а. Алгебра мен тригонометрияның формулалары.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{P}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{P}{2}\right)^2 - q}$$

$$Z = a + ib$$

$$Z^* = a - ib$$

$$Z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$Z^* = \rho(\cos \varphi - i \sin \varphi)$$

$$Z = \rho e^{i\varphi}$$

$$Z^* = \rho e^{-i\varphi}$$

$$|Z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$ZZ^* = |Z|^2$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$\sin ax \cdot \sin bx = \frac{1}{2} \cos(a-b)x - \frac{1}{2} \cos(a+b)x$$

$$\sin ax \cdot \cos bx = \frac{1}{2} \sin(a+b)x + \frac{1}{2} \sin(a-b)x$$

б. Дифференциалдық және интегралдық есептеу формулалары

$$\frac{d(uv)}{dx} = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx} \qquad \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1} \qquad \frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$$

$$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x$$

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x$$

$$\frac{d(\operatorname{ctgx})}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{d(\operatorname{tgx})}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1} (m \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int \cos x dx = \sin x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$$

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} a^{-2}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-\frac{5}{2}}$$

$$\int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}} e^{-ax} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a^{-3/2}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^{\infty} x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} a^{-\frac{5}{2}}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = 2,405$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0,225$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4} a^{-3/2}$$

$$\int_0^2 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 1,18$$

Жуықтап есептейтін формулалар.

егер $a \ll 1$ болса, онда бірінші жуықтауда мыналар қабылданады:

$$\frac{1}{1 \pm a} = 1 \pm a$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \pm \frac{1}{2} a$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a$$

$$e^a = 1 + a$$

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2} a$$

$$\ln(1 + a) = a$$

Егер α бұрышы кіші ($\alpha < 5$ немесе $\alpha < 0,1$ рад) болып, радианмен өрнектелсе, бірінші жуықтауда төмендегі теңдіктер орындалады:

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha$$

$$\cos \alpha = 1$$

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-5/2}$$

Пәннің оқу-әдістемелік кешені

«Жалпы физика курсы» пәнінің білімгерлерге арналған оқу-әдістемелік кешені (силлабус).

Пәннің пререквизиттері: физика, математика, химия, биологияның мектептегі курсы

Пәннің постреквизиттері: жалпы физика курсын сапалы игерген білімгерлердің одан әрі арнайы курстармен практикумдарда, сонымен қатар курстық, дипломдық және магистрлік жұмыстарды орындау барысында пайдалануға болады.

Оқу-әдістемелік кешенде «Жалпы физика курсы» пәнін техникалық жоғарғы оқу-орындарда 050702, 050708, 050710, 050712, 050713, 050724,

050732 мамандықтары үшін кредиттік технологияның негізінде оқытудың әдістемелік нұсқауы жасалынып, силабусының жобасы көрсетілген. Оқу-жұмыс бағдарламасына сәйкестендіріліп лекция, практика және лабораториялық сабақтары мен білімгерлердің өз бетінше оқып талқылайтын тақырыптары, орындайтын тапсырмалары нақтылы көрсетіліп, оларды оқытушыға тапсырудың мерзімдері бекітілген.

Пәннің мақсаттары мен міндеттері

Физика курсы инженер және инженер технологтардың теориялық және практикалық дайындықтарының негізін құрайды және кез келген мамандықтар саласында үздік үлгерімдерге жету үшін іргелі базаның ролін атқаратын болып табылады.

Білімгерлер физика курсы менгеру арқылы қазіргі заман техникасын және технологиялық жетістіктерін игере алады. Ғылыми техникалық, техникалық ақпараттар ағынын өз мамандықтарында кеңінен пайдалана алады.

Физика курсы оқытудың негізгі мақсаты маман жоғары дәрежелі сипаттама алу үшін әдістердің қалыптасуы ретінде қарастырады.

Білімгерлерге классикалық және қазіргі кездегі физиканың арасындағы өзара байланысын, заңдар мен заңдылықтардың теорияларын қолдану шектерін үйретеді

Жоғарғы оқу орындарындағы физика курсының негізгі қарастырылатын міндеттері:

1. Білімгерлерге өздері таңдаған мамандықтарына керек негізгі физикалық принциптерді, заңдарды және заңдылықтарды қолдана алатындай кең теориялық білім беру. Физика курсы білімгерлердің қазіргі заман Ғылыми техникалық жаңалықтарын, техникалық ақпараттар ағынын өз мамандықтарында пайдалануға жағдай жасайды.

2. Білімгерлердің әртүрлі заңдар мен заңдылықтардың, теориялардың, ағымдардың қолдану шектерін дұрыс түсінуін, эксперименттік және теориялық әдістермен зерттеу нәтижесінде алынған нәтижелердің дұрыстығын бағалай білуін, ғылыми ойлауын қалыптастырады.

3. Классикалық және қазіргі заман физикасының негізгі физикалық құбылыстары мен заңдарын білу – түрлі Ғылыми-инженерлік зерттеулердің іргетасы болып табылады.

4. Физика пәні білімгерлердің ой-өрісін кеңейтіп, физиканың және техниканың барлық салаларынан есептер шығаруға дағдыландырады. Болашақта инженерлік есептер шығаруға және оларды пайдалануға үйретеді.

5. Білімгерлердің қазіргі заман Ғылыми-техникалық аппаратураларымен, есептеу техникаларымен танысуға, эксперименттік зерттеулер өткізуге және эксперименттердің нәтижелерін бағалауға дағдыландырады.

Білімгерлердің алатын білімі мен біліктілігі

Курсты оқу нәтижесінде білімгерлер:

негізгі ғылыми жетістіктерді, физикалық құбылыстарды, заңдарды, теорияларды, теориялық әдістерді және оларды қолдануды

материяның құрылысын және оның бірлігін, физикадағы мәні зор сақталу заңдарының универсалдығын, физикалық құбылыстардың диалектикалық сипатын, теорияның салыстырмалдылығының ролін және физиканың дамуындағы тәжірибелерді танымның практикалық ролі туралы нақты мағлұмат алуы.

Ғылыми-техникалық басты бағыттардың:

энергетика, электронды есептеу техникасы, автоматизация және механизация, қажетті техникалық қасиеттері бар материалдардың жасалуының, техника мен технология өндірістеріндегі физикалық заңдардың қолданылуының физикалық негіздерін білуі қажет.

физикалық және техникалық құрал-жабдықтарды қолдануды, өлшеу нәтижелерін өңдеу және эксперименттік өлшеулер негізінде қорытынды жасай білу, техника қауіпсіздігі ережесін сақтай білу, эксперименталды біліктілік қалыптасуы керек.

физикалық құбылыстарды бақылау және түсіндіре білу, анықтамалық және хрестоматиялық әдебиеттерді және есептегіш техникаларын пайдалана білу, өз бетінше ғылыми тәжірибелер өткізу және оны қолдана алуы керек.

экологиялық және экономикалық пікір қалыптасуы патриоттық, еңбеккерлік, отансүйгіштік сезім пайда болуы керек.

Физика – 1

Лекция, практика және лаборатория сабақтарының күнтізбелік-тақырыптық жоспары

1-кесте. Пәннің мазмұны

Сабақтың №	Апта №	Сабақтың тақырыбы	Әдебиеттер
1	2	3	4
1	1	Лекция №1. Материялық нүктенің ілгерлемелі, айнаымалы қозғалысының кинематикасы	[1], §1.2- §1.4
2	1	№1 лекция тақырыбы бойынша практикалық сабақ ЖКЖ №1	[1], Мысалдар мен есептер, Жаттығулар Тес сұрақтары
3	2	Лекция №2. Материялық нүктенің динамикасы. Жұмыс және энергия. Тақырыптық сұрақ №1	[1], §2.1- §2.3 Мысалдар мен есептер
4	2	«Механика» бөлімі бойынша лабораториялық сабақ	[8], №1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 Кесте бойынша
5	3	Лекция №3. Қатты денелер миханикасы. Тартылыс. Гравитациялық өріс. Тақырыптық сұрау №1	[1], §2.4 - §2.10 Жаттығулар Есептер мен мысалдар
6	3	№ 2-3 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ ЖКЖ №2	[1], Есептер мен мысалдар Жаттығулар Тест сұрақтары
1	2	3	4
7	3	Лекция №4. Сұйықтықтар мен газдардың механикасы.	[1], §5.1- §5.6 Есептер мен мысалдар Жаттығулар Тест сұрақтары
8	4	«Механика» бөлімі бойынша лабораториялық сабақ	[8], №1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 Кесте бойынша

9	5	Лекция №5. Арнайы салыстырмалық теорияның элементтері (АСТ). Тақырыптық сұрау №2	[1], §4.1- §4.5 Есептер мен мысалдар
10	5	№ 4-5 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ ЖКЖ №3	Жаттығулар Тест сұрақтары Жаттығулар Тест сұрақтары
11	6	Лекция №6. Молекулалық кинетика теорияның негізі. Аралық бақылау №1	[1], §7.1- §7.3 Есептер мен мысалдар Жаттығулар Тест сұрақтары
12	6	«Молекулалық физика» бөлімі бойынша лабораториялық жұмыстар	[8], №№10,11,12, 13,14, 15, 16 Кесте бойынша
13	7	Лекция №7. Термодинамиканың негіздері.	[1], §9.1- §9.5
14	7	№№ 6-7 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ ЖКЖ №4	[1], Есептер мен мысалдар. Жаттығулар. Тест сұрақтары
15	8	Лекция №8. Реал газдар сұйықтар және қатты денелер. Тақырыптық сұрау №3	[1], §10.1- §10.5 Есептер мен мысалдар Жаттығулар. Тест сұрақтары
16	8	«Молекулалық физика» бөлімі бойынша лабораториялық сабақтар.	[8], №№10,11, 12, 13, 14, 15, 16 Кесте бойынша
17	9	Лекция №9. Электростатика	[1], §11.1- §11.3
18	9	№№ 8-9 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ ЖКЖ №5	[1], Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары.
1	2	3	4
19	10	Лекция №10. Тұрақты электр тоғы Тақырыптық сұрау №4	[1], §12.4 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар. Тест сұрақтары.
20	10	«Электр және тұрақты ток» бөлімі бойынша лабораториялық сабақтар	[8], №№ 1, 3, 5, 7, 11, 13 Кесте бойынша

21	11	Лекция №11. Металдардағы, вакуумдағы және газдардағы электр тоғы. Аралық бақылау №2	[1], §12.5- §13.1 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар. Тест сұрақтары
22	11	Лекция №10-11 лекциялары бойынша практикалық сабақтар. ЖКЖ №6	[1], Жаттығулар. Тест сұрақтары
23	12	Лекция №12 Тоқтың магнит өрісі. Тақырыптық сұрақ №5	[1], §13.2- §13.6 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар. Тест сұрақтары
24	12	«Электростатика және тұрақты ток» бөлімі бойынша лабораториялық сабақтар	[8], №№ 1, 3, 5, 7, 11, 13 Кесте бойынша
25	13	Лекция №13 Элетромагниттік индукция құбылысы	[1], §14.1- §14.2
26	13	№ 12-13 лекциялары бойынша прктикалық сабақтар ЖКЖ №7	[1], Есептер мен мысалдар. Жаттығулар. Тест сұрақтары
27	14	Лекция №14 Заттардың магниттік қасиеттері. Тақырыптық сұрақ №6	[1], §13.3- §13.6 Есептер мен мысалдар Тест сұрақтары
28	14	«Электромагнетизм» бөлімі бойынша лабораториялық жұмыстар	[8], №№ 2, 4, 6, 8, 12 Кесте бойынша
29	15	Лекция №15 Электромагниттік өріс үшін Максвелл теориясы. Аралық бақылау №3	[1], §14.3- §14.7 Есептер мен мысалдар Жаттығулар Тест сұрақтары
30	15	Лекция №14-15 лекциялары бойынша практикалық сабақтар ЖКЖ №8	[8], №№ 11.1 - 11.132 Есептер мен мысалдар Жаттығулар Тест сұрақтары

Кесте №2. Бағалау саясаты

Курстың құрамдас бөліктері	Тапсырмалар саны	1-тапсырмаға қойылатын ең жоғарғы балл	Жалпы ең жоғарғы балл , %
Тақырыптық сұрау (Т.С.)	6	1,5	9
Практикалық сабақ (ЖКЖ)	8	2	16
Зертханалық сабақ (ЗС)	7	2	14
Студенттің өздік жұмысы (СӨЖ)	3	4	12
Аралық бақылау (А.Б.)	3	2	6
Белсенділік	15	0,2	3
Қорытынды емтихан (тест)			40
Барлығы			100

2-кесте. 1 Сырттай оқу бөлімі үшін бағалау саясаты

Курстың құрамдас бөліктері	Тапсырмалар саны	1-тапсырмаға қойылатын ең жоғарғы балл	Жалпы ең жоғарғы балл , %
Тақырыптық сұрау (Т.С.)	4	2	8
Лабораториялық сабақ (Лаб.)	3	4	12
Студенттің өздік жұмысы (СӨЖ)	2	10	20
Қорытынды емтихан (тест)			60
Барлығы			100

3-кесте. Білімгерлердің өзіндік жұмыстары

№	БӨЖ аты	Тапсырманы беру уақыты (апта)	Тапсырманы қабылдау уақыты (апта)	Орындау шарттары және көлемі
1	ЕГТ №1 (лекция тақырыптары 1-5)	1	5	Әрбір ЕГТ жеке берілетін бес есептен тұрады. Әдебиеттерде көрсетілген есептер жинағындағы есептер номерлерін білімгерлерге оқытушы береді. Есептің шығарылу жолы жалпы графиктер, сызбалар т.б. арқылы толығымен жазбаша түрде талқылануы қажет.
2	ЕГТ №2 (лекция тақырыптары 6-10)	5	9	
3	ЕГТ №3 (лекция тақырыптары 11-15)	9	14	

4-кесте. Пән бойынша негізгі және қосымша әдебиеттер

№	Оқулық, оқу құралдарының авторы	Оқулықтың аты	Баспа, шығарылған жылы	Кітапхана аты
1	2	3	4	5
1	Бижігітов Т.	Жалпы физика курсы	Алматы «Дәуір» 2013ж	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
2	Трофимова Т.И.	Курс физики	М.: Высшая школа, 1972, том 1-3	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы

3	Яворский Б.М. Детлаф А.А.	Курс физики	М.: Высшая школа, 1972, том 1-3	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
4	Волькенштейн В.С.	Жалпы физика курсынан есептер жинағы	«Мектеп» Алматы, 1985	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
1	2	3	4	5
5	Зисман Г.А. Тодес О.М.	Курс общей физики	М.: Наука, 1977	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
6	Савельев И.В.	Курс общей физики	М.: Наука, 1978, Том 1-3	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
7	Сивухин Д.В.	Общий курс физики	М.: Высшая школа, 1977, том 1-3	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
8	Гурский И.П.	Элементарная физика	М.: Наука, 1977,	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
9	Жоғарғы оқу-орнындағы физика кафедрасының ұжымы	Лабораториялық жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқау	Тараз, 2006	Жоғарғы оқу орнындағы физика кафедрасы

Білімгерлердің өз білімін тексеруге арналған сұрақтар

Лекция №1

Материалдық нүкте

Санақ жүйесі

Материалдық нүкте траекториясы

Материалдық нүкте жылдамдығы

Материалдық нүкте үдеуі

Тангенциальдық және нормальдық үдеулер

Бұрыштық жылдамдық, период, айналу жиілігі

Бұрыштық үдеу

Бұрыштық және сызықтық шамалардың байланысы

Лекция №2

Ньютонның 1-ші заңы

Масса, күш

Ньютонның 2-ші заңы

Күш әсерлерінің тәуелсіздік принциптері

Масса центрі және оның қозғалысының заңы

Импульстің сақталу заңы және оның кеңістік біртектілігіне байланысы

Энергия

Күш жұмысы

Қуат

Кинетикалық энергия

Потенциалдық энергия

Консервативті күштер

Механикалық энергияның сақталу заңы

Энергияның сақталу және айналу заңы

Абсолют серпімді соқтығысу

Абсолют серпімсіз соқтығысу

Ньютон заңдарын қолдану шегі және импульстің сақтау заңы,
механикалық энергия

Лекция №3

Инерция моменті

Айналмалы қозғалыстың кинетикалық энергиясы

Күш моменті

Айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі теңдеуі

Импульс моменті

Импульс моментінің сақталу заңы және оның кеңістік изотроптығына
байланысы

Бүкіл әлемдік тартылыс заңы

Ауырлық күші

Салмақ, салмақсыздық

Тартылыс өрісі

Тартылыс өрісінің кернеулігі

Тартылыс өрісіндегі жұмыс

Тартылыс өрісінің потенциалы

Космостық жылдамдықтар

Инерциалды емес сынақ жүйесі

Инерция күші

Лекция №4

Сұйықтар мен газдардағы қысым

Үздіксіз теңдеуі

Бернулли теңдеуі

Бернулли теңдеуінің салдары

Тұтқырлық
Сұйықтардың ламинар ағысы
Сұйықтардың турбулентті ағысы
Денелердің сұйықтар мен газдардағы қозғалысы

Лекция №5

Галилей түрлендіруі
Салыстырмалылықтың механикалық принципі
Арнайы салыстырмалылық теориясының постулаттары
Лоренц түрлендіруі
Лоренц түрлендіруінің салдары
Жылдамдықтарды қосудың релятивистік заңы
Оқиғалар арасындағы интервал
Материалдық нүктенің релятивисттік динамикасының негізгі заңы
Масса мен энергияның өзара байланыс заңы

Лекция №6

Зерттеудің статистикалық және термодинамикалық әдістері
Термодинамикалық параметрлер
Идеал газ
Идеал газ заңдары
Менделеев-Клапейрон теңдеуі
Газдардың молекулалық-кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі
Идеал газ молекулаларының жылулық қозғалысының жылдамдықтары және энергиялары бойынша үлестірілу заңы
Барометрлік формула
Газ молекулаларының орташа соқтығысу саны
Идеал газ молекулаларының еркін жолының орташа ұзындығы
Тепе-тең емес жүйеде тасымалдау құбылысы

Лекция №7

Молекулалардың еркіндік дәрежесі
Молекулалардың еркіндік дәрежесі бойынша энергияның бірқалыпты таралу заңы
Ішкі энергия
Термодинамиканың бірінші бастамасы
Газ көлемі өзгергенде орындалатын жұмыс
Жылу сыйымдылық
Изопрцесстерге термодинамиканың бірінші бастамасын қолдану
Адиабаталық үрдіс
Айналмалы үрдіс
Қайтымды үрдіс
Қайтымсыз үрдіс
Жылу машиналарының қозғағыштары
Термодинамиканың екінші бастамасы

Карно циклі
Идеал газдар үшін Карно циклінің пайдалы әсер коэффициенті (ПЭК)
Энтропия

Лекция №8

Молекулалардың өзара әсерлесу күші
Молекулалардың өзара әсерлесуінің потенциалдық энергиясы
Ван-дер-Ваальс теңдеуі
Реал газдың ішкі энергиясы
Джоуль-Томсон эффектісі
Қатты денелердің жылу сыйымдылығы
1-ші және 2-ші түрдегі фазалар өтуі

Лекция №9

Элементар заряд
Электр зарядының сақталу заңы
Кулон заңы
Электр өрісі
Электр өрісінің кернеулігі
Электр өрістерінің суперпозиция принципі
Дипольдің өрісі
Остроградский-Гаусс теоремасы және оны қолдану
Кернеулік векторының циркуляциясы
Электростатикалық өріс потенциалы
Өріс потенциалы және кернеулігі арасындағы байланыс
Эквипотенциал беттер
Диэлектриктер түрі және олардың үйектелуі
Үйектелу
Диэлектриктердегі өріс кернеулігі
Сегнетоэлектриктер
Электр өрісіндегі өткізгіштер
Оқшауланған өткізгіштің электр сыйымдылығы
Конденсаторлар
Зарядтар жүйесінің, оқшауланған өткізгіштің және конденсатордың энергиясы
Электростатикалық өріс энергиясы

Лекция №10

Электр тогы, токтың күші және тығыздығы
Сыртқы күштер
Ток көзінің электр қозғаушы күші (ЭҚК)
Тізбектің бөлігі үшін Ом заңы
Өткізгіш кедергісі

Ток жұмысы
Ток қуаты
Джоуль-Ленц заңы
Толық тізбек үшін Ом заңы
Тармақталған тізбек үшін Кирхгоф ережесі

Лекция №11

Металдардың (өткізгіштердің) қарапайым классикалық теориясы
Металдардың классикалық теориясынан электр тогының негізгі заңдарын қорытып шығару
Электрондардың металдардан шығу жұмысы
Контактлік (түйістік) потенциал айрымы
Термоэлектрлік құбылыс
Термоэлектрлік құбылысты қолдану
Эмиссиялық құбылыс және оларды қолдану
Вакуумдағы электр тоғы
Газдардағы электр тоғы
Сұйықтардағы электр тоғы

Лекция №12

Магнит өрісі және оның сипаттамасы
Био-Савар-Лаплас заңы
Био-Савар-Лаплас заңын қолдану
Ампер заңы
Параллель токтардың әсерлесуі
Қозғалыстағы зарядтың магнит өрісі
Лоренц күші
Циклдік тездеткіштің зарядталған бөлшектерді тездету принципі
Холл эффектісі
Вакуумдағы магнит өрісі үшін толық ток заңы
Толық токты қолдану
Магнит индукциясы векторының ағыны
Гаусс теоремасы
Магнит өрісінде өткізгіштің және тогы бар контурды қозғалысқа келтіргенде орындалатын жұмыс

Лекция №13

Фарадей тәжірибесі
Электромагниттік индукция үшін Фарадей заңы
Магнит өрісінде тогы бар кәсекті айналдыру
Ток генераторы
Контурдың индуктивтілігі
Өзіндік индукция құбылысы

Тізбекті қосу және ажырату кезіндегі токтар
 Өзара индукция
 Трансформаторлар
 Магнит өрісінің энергиясы

Лекция №14

Электрондар мен атомдардың магнит моменттері
 Диамагнетизм
 Парамагнетизм
 Магниттелу
 Заттардағы магнит өрісі
 Ферромагнетиктер
 Ферромагнетиктердің қасиеттері, гистерезис

Лекция №15

Құйынды электр өрісі
 Ығысу тоғы
 Электромагнит өрісі үшін Максвелл теңдеуі

Физика – 2

Лекция, практика және лаборатория сабақтарының күнтізбелік-тақырыптық жоспары

1-кесте. Пәннің мазмұны

№	Апта №	Сабақтың тақырыбы	Әдебиеттер
1	2	3	4
1	1	Лекция №1. Тербелмелі қозғалыстар. Еркін тербелістер (механикалық және электромагниттік)	[1], §6.1- §6.3
2	1	№1 лекция тақырыбы бойынша практикалық сабақ <i>ЖКЖ №1</i>	[1], Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
3	2	Лекция №2. Өшетін және еріксіз (механикалық және электромагнит-тік) тербелістер	[1], §6,4 – §6,5 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
4	2	«Тербелістер мен	[8], №№ 13, 16, 20, 21,

		толқындар» бөлімі бойынша лабораториялық сабақ	22 Кесте бойынша
5	3	Лекция №3. Серпімді толқындар. Электромагниттік толқындар <i>Тақырыптық сұрау №1</i>	[1], §6.5 – §6.8, §14.5 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
6	3	№№ 2-3 Лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақтар <i>ЖКЖ №2</i>	[1], Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
1	2	3	4
7	4	Лекция №4. Жарық интерференциясы <i>Тақырыптық сұрау №2</i>	[1], §15,3 – §15,4 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
8	4	«Толқындық оптика» бөлімі бойынша лабораториялық сабақ	[8], №№ 1,2,4,5,7 Кесте бойынша
9	5	Лекция №5. Жарықтың дифракциясы <i>Тақырыптық сұрау №2</i>	[1], §15,5 – §16,2 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
10	5	№№ 4-5 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ <i>ЖКЖ №3</i>	[1], есептер, мысалдар, жаттығулар
11	6	Лекция №6. Электромагниттік толқындардың заттармен әсерлесуі <i>Аралық бақылау №1</i>	[1], §16,1 – §16,2 Жаттығулар Тест сұрақтары
12	6	«Толқындық оптика» бөлімі бойынша лабораториялық сабақ	[8], №№ 1,2,4,5,7 кесте бойынша
13	7	Лекция №7. Жарықтың полярилануы. Жылулық сәулелену	[1], §15,8
14	7	№№ 6-7 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ <i>ЖКЖ №4</i>	[1], есептер, мысалдар, жаттығулар

15	8	Лекция №8. Кванттық оптиканың негізі <i>Тақырыптық сұрау №3</i>	[1], §17,1 – §17,2 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
16	8	«Толқындық оптика» бөлімі бойынша лабораториялық сабақ	[8], №№ 1,2,4,5,7 кесте бойынша
17	9	Лекция №9. Бор бойынша сутегі атомының теориясы	[1], §16,4 – §16,5
1	2	3	4
18	9	№№ 8-9 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ <i>ЖКЖ №5</i>	[1], Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
19	10	Лекция №10. Кванттық механиканың элементтері <i>Тақырыптық сұрау №4</i>	[1], 375-414 бет Жаттығулар Тест сұрақтары
20	10	«Кванттық оптика» бөлімі бойынша лабораториялық сабақ	[2], №№9,10,11,14 Кесте бойынша
21	11	Лекция №11 Атомдар мен молекуллардың физикалық элементтері <i>Аралық бақылау №2</i>	[1], §17,2 – §17.5 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
22	11	№№ 10-11 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ <i>ЖКЖ №6</i>	Жаттығулар Тест сұрақтары
23	12	Қатты денелердің физикалық элементтері <i>Тақырыптық сұрау №5</i>	
24	12	«Кванттық оптика» бөлімі бойынша лабораториялық сабақ	[8], №№ 9,10,11,14 кесте бойынша
25	13	Атом ядросының құрылымы мен қасиеттері	[1], §19.1– §19.2

26	13	№№ 12 – 13 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ ЖКЖ №7	[3], §21.1 – §21.36 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
27	14	Ядролық реакциялар және олардың негізгі түрлері Тақырыптық сұрау №5	[1], §19.3 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
28	14	«Кванттық оптика» бөлімі бойынша лабораториялық сабақ	[2], №№9,10,11,14 Кесте бойынша
29	15	Элементар бөлшектердің физикалық элементтері Аралық бақылау №3	[1], §19.5 – §19.6 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары
30	15	№№ 14 – 15 лекциялар тақырыбы бойынша практикалық сабақ ЖКЖ №8	[3], №№§22.1 – §22.43 Есептер мен мысалдар. Жаттығулар Тест сұрақтары

2-кесте. Бағалау саясаты

Курстың құрамдас бөліктері	Тапсырмалар саны	1-тапсырмаға қойылатын ең жоғарғы балл	Жалпы ең жоғарғы балл, %
Тақырыптық сұрау (Т.С.)	6	1,5	9
Практикалық сабақ (ЖКЖ)	8	2	16
Зертханалық сабақ (ЗС)	7	2	14
Студенттің өздік жұмысы (СӨЖ)	3	4	12
Аралық бақылау (А.Б.)	3	2	6
Белсенділік	15	0,2	3
Қорытынды емтихан (тест)			40
Барлығы			100

2-кесте. 1 Сырттай оқу бөлімі үшін бағалау саясаты

Курстың құрамдас бөліктері	Тапсырмалар саны	1-тапсырмаға қойылатын ең жоғарғы балл	Жалпы ең жоғарғы балл, %
Тақырыптық сұрау (Т.С.)	4	2	8
Лабораториялық сабақ (Лаб.)	3	4	12
Студенттің өздік жұмысы (СӨЖ)	2	10	20
Қорытынды емтихан (тест)			60
Барлығы			100

3-кесте. Білімгерлердің өзіндік жұмыстары

№	БӨЖ аты	Тапсырманы беру уақыты (апта)	Тапсырманы қабылдау уақыты (апта)	Орындау шарттары және көлемі
1	ЕГТ №1 (лекция тақырыптары 1-5)	1	5	Әрбір ЕГТ жеке берілетін бес есептен тұрады. Әдебиеттерде көрсетілген есептер жинағындағы есептер номерлерін білімгерлерге оқытушы береді. Есептің шығарылу жолы жалпы графиктер, сызбалар т.б. арқылы толығымен жазбаша түрде талқылануы қажет.
2	ЕГТ №2 (лекция тақырыптары 6-10)	5	9	
3	ЕГТ №3 (лекция тақырыптары 11-15)	9	14	

4-кесте. Пән бойынша негізгі және қосымша әдебиеттер

№	Оқулық, оқу құралдарының авторы	Оқулықтың аты	Баспа, шығарылған жылы	Кітапхана аты
1	2	3	4	5
1	Бижігітов Т.	Жалпы физика курсы	Алматы «Дәуір» 2013 ж	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
2	Трофимова Т.И.	Курс физики	М.: Высшая школа, 1972, том 1-3	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
3	Яворский Б.М. Детлаф А.А.	Курс физики	М.: Высшая школа, 1972, том 1-3	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
4	Волькенштейн В.С.	Жалпы физика курсынан есептер жинағы	«Мектеп» Алматы, 1985	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
1	2	3	4	5
5	Зисман Г.А. Тодес О.М.	Курс общей физики	М.: Наука, 1977	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
6	Савельев И.В.	Курс общей физики	М.: Наука, 1978, Том 1-3	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
7	Сивухин Д.В.	Общий курс физики	М.: Высшая школа, 1977, том 1-3	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
8	Гурский И.П.	Элементарная физика	М.: Наука, 1977,	Жоғарғы оқу орнының кітапханасы
9	Жоғарғы оқу-орнындағы физика кафедрасының ұжымы	Лабораториялық жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқау	Тараз, 2006	Жоғарғы оқу орнындағы физика кафедрасы

Білімгерлердің өз білімін тексеруге арналған сұрақтар

Лекция №1

Гармоникалық тербеліс
Гармоникалық тербелістердің сыйпаттамасы
Механикалық гармоникалық тербелістер
Гармоникалық осциллятор
Физикалық, математикалық және серіппелі маятниктер
Тербеліс контурындағы еркін гармоникалық тербелістер
Бірдей жиіліктегі және бірдей бағыттағы гармоникалық тербелістерді қосу
Соғу (биение)
Өзара перпендикуляр тербелістерді қосу, Лиссаж фигурасы

Лекция №2

Еркін өшетін механикалық тербелістердің дифференциалдық теңдеуі
Еркін өшетін электромагниттік тербелістің дифференциалдық теңдеуі
Автотербеліс
Еріксіз механикалық тербелістің дифференциалдық теңдеуі
Еріксіз электромагниттік тербелістің дифференциалдық теңдеуі
Еріксіз тербелістің фазасы және амплитудасы
Резонанс

Лекция №3

Толқындық үрдістер
Қума және көлденең толқындар
Қума толқынның теңдеуі
Фазалық жылдамдық
Толқындардың суперпозиция принципі
Топтық жылдамдықтар
Толқын интерференциясы
Тұрғын толқын
Электромагниттік толқындардың дифференциалдық теңдеуі
Электромагниттік толқын энергиясы
Дипольдің сәуле шығаруы
Электромагниттік толқынды қолдану

Лекция №4

Жарық табиғаты түсінігінің дамуы
Жарық толқынының когеренттілігі және монохроматтылығы
Жарық интерференциясы
Жарық интерференциясын бақылау әдістері
Жұқа қабыршақтардағы жарық интерференциясы
Бірдей көлбеулік және бірдей қалыңдық сызықтары

Ньютон сақинасы

Лекция №5

Жарық интерференциясын қолдану

Жарық дифракциясы құбылысы

Гюйгенс-Френель принципі

Френельдің зоналар (аймақтар) әдісі

Жарықтың түзу сызықты таралуы

Дөңгелек саңлаудағы Френель дифракциясы

Дискідегі Френель дифракциясы

Бір саңлаудағы Фраунгофер дифракциясы

Дифракциялық тордағы дифракция

Кеңістіктегі тор

Вульф-Брег формуласы

Жарықтың шашырауы

Оптикалық приборлардың ажырату қабілеті

Дифракциялық тордың ажырату қабілеті

Голография туралы түсінік

Лекция №6

Жарық дисперсиясы

Жарық дисперциясының электрондық теориясы

Жарықтың жұтылуы

Доплер эффектісі

Вавилов-Черенков сәулеленуі

Лекция №7

Табиғи және полярланған жарық

Малюс заңы

Екі диэлектриктер шекарасында шағылу және сыну кезінде жарықтың полярлануы

Брюстер заңы

Жарықтың қосарланып сынуы

Поляроидтар және полярлайтын призмалары

Жасанды оптикалық анизотропия

Полярлану жазықтығының айналуы

Жылулық сәулелену

Жылулық сәулеленудің сипаттамалары

Кирхгоф заңы

Стефан-Больцман заңы

Вин заңы

Релей-Джинс формуласы

Планк формуласы

Оптикалық пирометрия

Лекция №8

Фотоэффекттің түрлері

Сыртқы фотоэффект заңдары

Сыртқы фотоэффект үшін Эйнштейн теңдеуі

Фотоэффекті қолдану

Фотонның массасы және импульсі

Комптон эффектісі.

Электромагниттік сәулеленудің корпускулярлық және толқындық қасиеттерінің диалектикалық тұтастығы.

Лекция №9

Томсонның атом моделі

Резерфордтың атом моделі

Сутегі атомының сызықты спектрі

Бор постулаттары

Франк-Герц тәжірибесі

Бор бойынша сутегі атомының спектрі

Лекция №10

Бөлшектің корпускулярлық-толқындық қосарлы (дуализм) қасиеті

Де-Бройль толқыны

Де-Бройль толқынының қасиеті

Гейзенбергің анықталмағандық принципі

Толқындық функция және оның статистикалық мағанасы

Шредингердің жалпы теңдеуі

Стационарлық күй үшін Шредингер теңдеуі

Кванттық механикадағы себептілік принципі

Еркін бөлшектің қозғалысы

Бір өлшемді тікбұрышты потенциал шұңқырдағы бөлшек

Бөлшектердің потенциал шұңқырдан өтуі

Туннельдік эффекті

Кванттық механикадағы сызықты гармоникалық осциллятор

Лекция №11

Кванттық механикасындағы сутегі атомы

Электрон спині, спиндік квант саны

Бірдей бөлшектерді ажырата алмаулық принципі

Фермиондар мен бозондар

Паули принципі

Атомда электрондардың энергетикалық күйлері бойынша таралуы

Рентген спектрлері

Химиялық байланыс және молекулалардың энергетикалық деңгейі

Молекулалық спектр

Жарықтың комбинациялық шашырауы
Жұтылу, спонтандық және еріксіз сәулелену
Лазерлер және оптикалық кванттық генераторлар

Лекция №12

Қатты денелердің зоналық теориясы туралы түсінік
Зоналық теория бойынша металдар, диэлектриктер, шалаөткізгіштер
Шалаөткізгіштердің меншікті өткізгіштігі
Қоспасы бар шалаөткізгіштердің өткізгіштігі
Шалаөткізгіштердің фотоөткізгіштігі
Қатты денелердің люминесциясы
Зоналық теория бойынша екі металдың түйісуі
Металл – шалаөткізгіш шекарасындағы түзету
 $p - n$ өту
Шалаөткізгіштегі диод

Лекция №13

Заряд, атом ядролық құралымен өлшем
Массалық және зарядтық сан
Байланыс энергиясы және ядролардың массасы
Ядролық спині мен магниттік моменті
Ядролық күштер
Ядроның моделі
Радиоактивті сәулелену және оның түрлері
Радиоактивті ыдыраудың заңы
Ығысу ережесі
Альфа ыдыраудың заңы
Бета ыдырау
Нейтрино
Гамма сәулелену және оның қасиеттері
Резонанстық жұтылу, гамма сәулелену
Радиоактивті сәулеленуді болжау және тіркеу әдістері

Лекция №14

Ядролық реакциялар және оның негізгі қасиеттері
Позитрон, бета ыдырау, электрондық қармалу
Нейтронның әсерінен өтетін ядролық реакциялар
Ядролардың бөліну реакциясы
Тізбектегі реакция, ядролық тербеліс туралы түсінік
Синтезді реакция, термоядролық реакцияны басқару проблемалары

Лекция №15

Космостық сәулелену

Мюндар және олардың қасиеттері

Мезондар және олардың қасиеттері

Элементар бөлшектердің әсерленулерінің түрлері

Гиперондар, элементар бөлшектердің ерекшелігі мен жұптылығы

Бөлшек және антибөлшек

Элементар бөлшектердің классификациясы, кварктар

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Курс физики. Том 3.
2. Волновые процессы. Оптика. Атомная и ядерная физика М., «Высшая школа». 1972
3. Китайгородский А. И. Введение в физику. М., «Наука», 1973
4. Волькенштейн В. С. Жалпы физика курсынан есептер жинағы. Алматы, «Мектеп». 1974
5. Рымкевич П. А. Курс физики. М., «Высшая школа». 1975
6. Шубин А. С. Курс общей физики М., «Высшая школа». 1976
7. Калашников С. Г. Электричество. М., «Наука». 1977
8. Савельев И. В. Курс общей физики. Том 1. Механика. Молекулярная физика. М., «Наука» 1982
9. Савельев И. В. Курс общей физики. Том 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. М., «Наука» 1988.
10. Sirota N. N., Bizhigitov N. N. Polymorphic Transitions of Ice at a Pressure up to 2500 MPa in the Temperature Range 90-300 K. Cryst. Res.Technol.23.1988.5.595-603
11. Матвеев А. Н. Атомная физика. М., «Высшая школа» 1989
12. Трофимова Т. И. Курс физики. М., «Высшая школа» 1990
13. Трофимова Т. И., Павлова З.Г. Сборник задач по общему курсу физики с решениями. М., «Высшая школа». 2005
14. Бижігітов Т. Статистикалық физика және физикалық кинетика негіздері. Алматы, «Дәуір» 2011
15. Бижігітов Т. Электродинамика және салыстырмалылықтың арнайы теориясы. Алматы, «Дәуір» 2012
16. Бижігітов Т. Математикалық физика әдістері. Алматы, «Дәуір» 2012.
17. Бижігітов Т, Жапарқұлова Г.Б «Судың және мұз түрлерінің физикалық қасиеттері» Алматы, 2013 Экономика ЖШС
18. Бижігітов.Т, Жапарқұлова Г.Б «Жоғары қысым және төменгі температура физикасы» Алматы, 2013 Экономика ЖШС

Электрондық оқулықтар

- 19.Фейнман Р., Леймон Р., Сендс М. Фейнмановские лекции по физике. М., «Мир», 1965
20. Зисман Г. А., Тодес О.М . Курс общей физики. Т.1-3. М., «Наука», 1974
- 21.Хидеки Юкава. Лекции по физике. М., «Энергоиздат». 1981
- 22.Типлер П. А., Ллуэллин Р. А. Современная физика. Том 1-2. М., «Мир», 2007.

МАЗМҰНЫ

Алғы сөз.....	3
Кіріспе.....	4
I Бөлім. Классикалық механиканың физикалық негіздері	6
I-тарау. Кинематика	-
§ 1.1 Механика және оның құрылымы. Кеңістік және уақыт	-
§ 1.2 Материалдық нүкте туралы түсінік. Қозғалыстың салыстырмалылығы. Санақ жүйесі. Траектория, жол және орын ауыстыру векторы.....	8
§ 1.3 Жылдамдық және үдеу. Радиус-вектордың уақыт бойынша туындысы. Бірқалыпты және бірқалыпты емес қозғалыстар Қисық сызықты қозғалыс	11
§ 1.4 Дененің шеңбер бойымен қозғалысы. Бұрыштық жылдамдық және үдеу. Шеңбер бойымен айналымы қозғалыстар.....	21
Мысалдар мен есептер	25
Жаттығулар	36
Тест сұрақтары.....	39
II-тарау. Материалдық нүктенің және қатты дененің динамикасы.	47
§ 2.1 Ньютонның заңдары. Масса. Күш	-
§ 2.2 Механикалық күштердің түрі. Құрғақ үйкеліс заңдары. Үйкелістің табиғаттағы және техникадағы маңызы	52
§ 2.3. Серпімді күштер. Гук заңы. Серпімділіктің шегі. Серпімді деформациялардың түрлері.....	59
§ 2.4 Кеплер заңдары. Бүкіләлемдік тартылыс заңы және оның қолданылуы. Гравитациялық өріс туралы түсінік. Ауырлық күші және салмақ. Салмақсыздық.....	65
§ 2.5 Гравитациялық өрістегі жұмыс. Тартылыс өрісінің потенциалы. Эквипотенциалды беттер. Потенциалдық энергия.....	72
§ 2.6 Тартылыс өрісіндегі қозғалыс. Ғарыштық жылдамдық	76
§ 2.7 Планеталардың жасанды серіктері. Ғарыштық жылдамдықтар	80
§ 2.8 Инерциалды емес санақ жүйесі. Инерциялық күштер.....	83
§ 2.9 Абсолют қатты дене түсінігі. Қатты дененің инерция моменті Штейнер теоремасы. Айналымы қозғалыстағы дененің кинетикалық энергиясы	90
§ 2.10 Қатты дененің айналымы қозғалысының динамикасының теңдеуі.....	94
Есептер мен мысалдар	95
Жаттығулар	106
Тест сұрақтары.....	108

III-тарау. Сақталу заңдары	115
§ 3.1 Кеңістік пен уақыттың симметриялы екендігінің салдарлары. Материалдық нүктелер жүйесі. Сыртқы және ішкі күштер	-
§ 3.2 Массалар центрі. Механикалық жүйенің массалар центрі (инерция центрі) және оның қозғалыс заңы	116
§ 3.3 Абсолют серпімді және серпімсіз соқтығысулар. Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы. Реактивті қозғалыс. Массасы айнымалы дененің қозғалыс теңдеуі	119
§ 3.4 Энергия – әртүрлі формалы қозғалыстар мен өзара әсерлесудің универсал өлшемі. Күш жұмысы және оның қисықсыздықты интеграл арқылы берілген өлшемі. Қуат	123
§ 3.5 Механикалық жүйенің кинематикалық энергиясы және оның жүйеге түсірілетін сыртқы және ішкі күштерінің жұмысымен байланысы	127
§ 3.6 Сыртқы күш өрісіндегі материалдық нүктенің потенциалдық энергиясы және оның материалдық нүктеге әсер ететін күшпен байланысы. Консервативті және консервативті емес күштер	129
§ 3.7 Механикадағы энергияның сақталу және түрлену заңдары	133
§ 3.8 Қозғалыс мөлшерінің моменті және оның сақталу заңы. Гироскоптық эффект	138
Есептер мен мысалдар	148
Жаттығулар	157
Тест сұрақтары	158
IV-тарау. Арнайы салыстырмалылық теорияның элементтері	166
§ 4.1 Галилей түрлендірулері. Салыстырмалылықтың механикалық принципі	-
§ 4.2 Эйнштейннің постулаттары. Лоренц түрлендірулері. Түрлендірудің инварианттары	168
§ 4.3 Лоренц түрлендірулерінен шығатын салдарлар	173
§ 4.4 Жылдамдықтарды қосудың релятивистік заңы	178
§ 4.5 Релятивисті динамиканың негізгі заңы	179
Есептер мен мысалдар	184
Жаттығулар	190
Тест сұрақтары	192
V-тарау. Тұтас орталар механикасының элементтері	200
§ 5.1 Тұтас орта түсінігі. Сұйықтар мен газдардың жалпы қасиеттері. Қысым	-
§ 5.2 Идеал сұйықтың стационарлық және турбуленттік ағыстары. Уздіксіз және Бернулли теңдеуі	204
§ 5.3 Тұтқырлық және оны анықтаудың әдістері	211

§ 5.4 Денелердің сұйықтар мен газдардағы қозғалысы.	
Магнус эффектісі	217
§ 5.5 Беттік керілу күші және коэффициенті	223
§ 5.6 Дөңес сұйықтың астындағы қысым. Жұғу, жұқпау.	
Капиллярлық құбылыстар	226
Есептер мен мысалдар	231
Жаттығулар	235
Тест сұрақтары.....	236

VI-тарау. Тербелістер мен толқындар..... 243

§ 6.1 Гармоникалық тербелістердің жалпы сипаттамалары.	
Серіппедегі жүктің тербелісі, маятниктер	-
§ 6.2 Тербелістерді қосу. Векторлық диаграмма	249
§ 6.3 Өзара перпендикуляр тербелістерді қосу.....	253
§ 6.4 Еркін өшетін тербелістер. Өшу коэффициенті.	
Өшудің логарифмдік декременті	258
§ 6.5 Периодты күштің әсерінен пайда болатын еріксіз тербелістер.	
Еріксіз тербелістердің амплитудасы мен фазасы. Резонанс.	
Автотербелістер.....	262
§ 6.6 Толқындық қозғалыстардың негізгі сипаттамалары.....	267
§ 6.7 Қума толқынның теңдеуі. Фазалық жылдамдық.	
Толқынның теңдеуі. Топтық жылдамдық. Тұрғын	
толқынның теңдеуі	269
§ 6.8 Доплер эффектісі. Дыбыс толқындары. Ультрадыбыс	
және оның қолданылуы	275
Есептер мен мысалдар	279
Жаттығулар	288
Тест сұрақтары.....	290

II Бөлім. Молекулалық физика мен термодинамиканың негіздері ... 296

VII-тарау. Статистикалық физика және термодинамика

§ 7.1 Молекула-кинетикалық теорияның негіздері.	
Молекула-кинетикалық көзқарас тұрғысынан газдың	
қысымы, температураның мағынасы. Термодинамикалық жүйе	
және тепе-теңдік	-
§ 7.2 Молекула-кинетикалық теорияның негізгі қағидалары.	
Газдардың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі	299
§ 7.3 Газ заңдары. Идеал газ күйінің теңдеуі.	
Универсал газ тұрақтысы.....	303
§ 7.4. Молекулалардың орташа квадраттық жылдамдығы.	
Бір молекуланың кинетикалық энергиясы және Больцман тұрақтысы	307
Есептер мен мысалдар	309
Жаттығулар	313
Тест сұрақтары.....	314

VIII-тарау. Статистикалық үлестірілу	321
§ 8.1 Ықтималдылық және флуктуация. Максвелл үлестірілуі	-
§ 8.2 Молекулалардың жылдамдықтарының Максвелл бойынша үлестірілуі. Ең ықтимал жылдамдық. Молекулалардың орташа арифметикалық жылдамдығы	323
§ 8.3 Сыртқы потенциалдық өрістегі бөлшектер үшін Больцман үлестірілуі. Максвелл-Больцман формуласы.....	329
§ 8.4 Молекулалардың еркіндік дәрежесі. Еркіндік дәреже бойынша энергияның үлестірілуі. Идеал газдың ішкі энергиясы. Молекулалардың соқтығысуларының орташа саны және еркін жүру жолының ұзындығы	333
Есептер мен мысалдар	337
Жаттығулар	342
Тест сұрақтары.....	344
IX-тарау. Термодинамика	352
§ 9.1 Термодинамиканың бірінші заңы. Жылу сыйымдылықтары.....	392
§ 9.2 Изоүрдістер мен адиабаталық және политропты үрдістердің термодинамиканың бірінші заңының қолданылуы.....	358
§ 9.3 Қайтымды және қайтымсыз жылулық үрдістер. Айналмалы үрдіс немесе циклдер	364
§ 9.4 Термодинамиканың екінші заңы және оның физикалық мағынасы. Карно циклінің пайдалы әсер коэффициенті. Жылытқыш және суытқыш машиналар. Карно теоремасы	366
§ 9.5 Келтірілген жылу. Клаузиус теоремасы. Энтропия. Термодинамиканың екінші заңының статистикалық сипаттамасы. Энтропияның күй ықтималдылығымен байланысы.....	370
Есептер мен мысалдар	377
Жаттығулар	386
Тест сұрақтары.....	388
X тарау. Тасымалдау құбылысы. Реал газдар	397
§ 10.1 Тасымалдау құбылысының жалпы сипаттамасы. Термодинамикалық тепе-теңдіктегі емес күйлердегі тасымалдау құбылысы	-
§ 10.2 Ішкі үйкеліс. Диффузия құбылысы.....	401
§ 10.3 Газдардың жылуөткізгіштік, диффузия және ішкі үйкеліс коэффициенттерінің арасындағы қатынастар. Тасымалдау тендеуі	
§ 10.4 Молекулааралық өзара әсер күштері. Ван-дер-Ваальс тендеуі	408
§ 10.5 Ван-дер-Ваальс изотермалары. Реал газдың ішкі энергиясы	413
§ 10.6 Қатты дененің жылу сыйымдылығы	415
§ 10.7 Фазалық тепе-теңдік. Булану және конденсациялану. Балқу және кристалдану	417

§ 10.8 Клапейрен-Клаузиус теңдеуі.....	420
Есептер мен мысалдар	423
Жаттығулар	430
Тест сұрақтары.....	432
III Бөлім. Электр және магнетизм	440
XI тарау. Электростатика	-
§ 11.1 Электр заряды және оның сақталу заңы. Зарядтардың өзара әсерлері	-
§ 11.2 Электр өрісі және оның кернеулігі. Суперпозиция принципі. Дипольдің электр өрісі. Вектор ағыны.....	442
§ 11.3 Остроградский-Гаусс теоремасы және оны электр өрісінің кернеулігін есептеу үшін қолдану	447
§ 11.4 Зарядты тасымалдаудағы өріс күшінің жұмысы. Электростатикалық өрістің циркуляциясы. Потенциал. Потенциалдар айырымы. Эквипотенциалдық беттер. Потенциалдың электростатикалық өріс кернеулігімен байланысы	449
§ 11.5 Электростатикалық өрістегі өткізгіштер. Өткізгіштегі және өткізгіш бетіне жақын жердегі электр өрісі. Өткізгіш-вакуум шекарасындағы шекаралық шарттар	455
§ 11.6 Электр сыйымдылық. Конденсаторлар. Өртүрлі геометриялық пішіндегі конденсаторлардың сыйымдылығы.....	458
§ 11.7 Электр өрісінің өзара әсерлесу энергиясы. Зарядталған конденсаторлар және өткізгіштер жүйесінің энергиясы. Электр өрісінің энергиясының көлемдік тығыздығы	461
§ 11.8 Электростатикалық өрістегі диэлектриктер. Үйектелген зарядтар.....	464
§ 11.9 Диэлектриктің түрлері. Диэлектриктік өтімділігі және оның температураға тәуелділігі. Электрлік ығысу. Екі диэлектриктің шекараларындағы шарттар	466
Есептер мен мысалдар	474
Жаттығулар	482
Тест сұрақтары.....	484
XII тарау. Тұрақты электр тоғы.....	491
§ 12.1 Зарядтардың электр өрісіндегі қозғалысы. Электр тоғының пайда болу шарттары және оның сипаттамасы	-
§ 12.2 Металдардың электр өткізгіштігінің классикалық электрондық теориясы	495
§ 12.3 Ом және Джоуль-Ленц заңдарының дифференциалдық түрі. Бөгде күштер. Электр қозғаушы күш. Гальваникалық элементтің электр қозғаушы күші. Гальваникалық элементі бар тізбек бөлігі үшін жалпы Ом заңы	497

§ 12.4 Тармақталған тізбектер. Кирхгоф ережелері	503
§ 12.5 Газдар мен плазмадағы электр тоғы. Металдардағы, ерітінділердегі тоқтың табиғаты. Электролиз құбылысы. Фарадей заңдары. Кедергінің температураға тәуелділігі	506
Есептер мен мысалдар	512
Жаттығулар	518
Тест сұрақтары.....	520

XIII тарау. Вакуумдегі және заттағы магнит өрісі..... 527

§ 13.1 Электр тоғының магнит өрісі және оның қасиеттері. Магнит өрісінің индукциясы және кернеулігі. Суперпозиция принципі. Био-Савар-Лаплас заңы. Қарапайым жүйелердің магнит өрістерін есептеу	-
§ 13.2 Ампер күші. Параллель тоқтардың әсерлесуі. Лоренц күші. Магнит өрісіндегі зарядталған бөлшектердің қозғалысы	530
§ 13.3 Холл эффектісі. Магнит өрісіндегі В векторының циркуляциясы. Біртекті магнит өрісіндегі тоғы бар орам және кәсек. Кәсекке әсер етуші күш моменті	535
§ 13.4 Магниттік ағыны. Магниттік өрісі үшін Гаусс теоремасы. Тоғы бар өткізгішті магнит өрісінде орын ауыстырғанда істелінетін жұмыс	540
§ 13.5 Электрондар мен атомдардың магниттік моменттері. Заттардағы магнит өрісі. Магнетиктер және олардың түрлері мен табиғаты. Магниттік гистерезис. Кюри температурасы	543
§ 13.6 Екі ортаның шекаралық шарттары. Заттағы магнит өрісі үшін толық тоқ заңы.....	550
Есептер мен мысалдар	553
Жаттығулар	562
Тест сұрақтары.....	563

XIV-тарау. Электромагниттік индукция құбылысы.

Максвелл теңдеулері. Электромагниттік тербелістер	571
§ 14.1 Ленц ережесі. Электромагниттік индукцияның негізгі заңы. Өзара және өзіндік индукция. Индуктивтілік. Өзіндік индукция коэффициенті	-
§ 14.2 Трансформаторлар, электр қозғағыштар және генераторлар. Магнит өрісінің энергиясының тығыздығы.....	578
§ 14.3 Электромагниттік индукция құбылысының Фарадейлік және Максвелдік түсініктемесі. Ығысу заңы	585
§ 14.4 Максвелл теңдеулерінің жүйесі. Электрлік және магниттік өрістің салыстырмалылығы	589

§ 14.5 Электромагниттік өрістің толқындық теңдеулері, қозудың таралу жылдамдығы және сақталу заңы. Электромагниттік толқынның шкаласы.....	591
§ 14.6 Тербелмелі контур. Еркін және еріксіз электромагниттік тербелістер. Резонанс	596
§ 14.7 Айнымалы элетр тоғы және оның негізгі сипаттамалары. Айнымалы тоқ үшін Ом заңы және тізбекте бөлінетін қуат	603
Есептер мен мысалдар	607
Жаттығулар	613
Тест сұрақтары.....	615
IV-Бөлім. Оптика. Сәулеленудің кванттық табиғаты	622
XV тарау. Геометриялық (сәулелік) оптиканың және фотометрияның элементтері. Жарықтың толқындық қасиеттері	-
§ 15.1 Геометриялық (сәулелік) оптика туралы түсінік. Шағылу және сыну заңдары. Толық шағылу.....	-
§ 15.2 Оптикалық құралдар. Фотометрия	626
§ 15.3 Жарықтың толқындық қасиеттері.....	632
§ 15.4 Жарықтың интерференциясы	634
§ 15.5 Жарықтың дифракциясы. Гюйгенс-Френель принципі. Френельдің зоналық әдісі	642
§ 15.6 Френель және Фраунгофер дифракциялары	645
§ 15.7 Дифракциялық тор және көп саңылаудағы дифракция. Голография	648
§ 15.8 Жарықтың полярлануы. Поляризаторлар. Малюс және Брюстер заңдары	652
Есептер мен мысалдар	657
Жаттығулар	663
Тест сұрақтары.....	664
XVI тарау. Заттағы электромагниттік толқындар.....	672
§ 16.1 Заттағы жарықтың таралуы. Жарықтың дисперсиясы және жұтылуы.....	-
§ 16.2 Фотоэлектрлік эффект және оның заңдары. Эйнштейннің теңдеуі. Жарықтың кванттық қасиеттері. Фотоэлементтер	676
§ 16.3 Комптон эффектісі. Жарықтың қысымы. Люминесценция.....	679
§ 16.4 Атомның ядролық моделі және сызықтық спектрлері	684
§ 16.5 Бор постулаттары. Франк және Герц тәжірибелері. Сутегі атомының Бор бойынша спектрі.....	688
Есептер мен мысалдар	693
Жаттығулар	698
Тест сұрақтары.....	699

V Бөлім. Кванттық физика элементтері.	706
XVII тарау. Сәулеленудің кванттық табиғаты. Микробөлшектердің күйлік сипаттамасы	-
§ 17.1 Жылулық сәулелену. Кирхгоф заңы. Релей-Джинс формуласы. Кванттық гипотеза және Планк өрнегі. Жарық кванттарының энергиясы мен козғалыс мөлшері	-
§ 17.2 Луй-де-Бройль гипотезасы. Электрондық дифракция, толқындық функция және оның статистикалық мағынасы. Микробөлшектердің толқындық қасиеттері және анықталмаушылық қатынасы.	714
§ 17.3 Толқындық функция және оның статистикалық мағынасы. Шредингер теңдеуі	720
§ 17.4 Шредингер теңдеуінің қолданылуы	725
§ 17.5 Кванттық сандар. Элементтердің периодтық жүйесі	735
§ 17.6 Рентген сәулесі. Мозли заңы	740
§ 17.7 Сутегі атомы үшін Шредингер теңдеуі. Сутегіге ұқсас атомдар. Энергетикалық деңгейлер	744
Есептер мен мысалдар	747
Жаттығулар	754
Тест сұрақтары	755
XVIII тарау. Кванттық статистиканың элементтері.	
Конденсацияланған ортаның физикасы	764
§ 18.1 Фазалық кеңістік және элементар ұяшық. Күйлердің тығыздығы Ферми-Дирак және Бозе-Эйнштейннің кванттық статистикасы	764
§ 18.2 Лиувиль теориясы және одан шығатын салдарлар	773
§ 18.3 Құрылымдық кристаллографияның элементтері. Қатты денелердің жылу сыйымдылығы. Фонондық газ. Кристалдық құрылымдарды зерттеу әдістері	776
§ 18.4 Металдардың электрондық өткізгіштігінің классикалық және кванттық теориясы. Асқын өткізгіштік	783
§ 18.5 Металдардың, диэлектриктердің және шала өткізгіштердің зоналық теориясы	789
Есептер мен мысалдар	790
Жаттығулар	798
Тест сұрақтары	800
VI Бөлім. Атом ядросы және элементар бөлшектер	807
XIX тарау. Атом ядросы	-
§ 19.1 Атом ядросының құрылысы. Ядроның массасы мен байланыс энергиясы. Ядроның моделі және ядролық күштер	-
§ 19.2 Радиоактивтілік. Альфа, бета, гамма сәулелерінің тегі мен заңдылықтары. Олардың заттармен әсерлесуі	812

§ 19.3 Ядролық реакциялар. Бөлінудің тізбекті реакциясы. Ядролық реакторлар. Термоядролық реакция	821
§ 19.4 Ядролық бөлшектерді тіркеу әдістері	830
§ 19.5 Элементар бөлшектер. Күшті электромагниттік және әлсіз әсерлесулер. Лептондар, адрондар, кварктар. Элементар бөлшектердің классификациясы	832
§ 19.6 Бөлшектер және антибөлшектер	836
Есептер мен мысалдар	837
Жаттығулар	841
Тест сұрақтары.....	842
Қосымша.....	848
Пәннің оқу-әдістемелік кешені	856
Пайдаланған әдебиеттер	880
Мазмұны.....	881

ТЕМІРХАН БИЖІГІТОВ

ЖАЛПЫ ФИЗИКА КУРСЫ

Оқулық

Басуға 04.10.2013 ж. қол қойылды. Пішімі $70 \times 100^{1/16}$.

Офсеттік басылым. Баспа табағы 55,6.

Шартты баспа табағы 42,2.

Есептік баспа табағы 51,7. Таралымы мемлекеттік
тапсырыс 700 дана + баспа есебінен 300 дана.

Тапсырыс № 3/130-13. Еркін баға

ISBN 978-601-225-586-7

