

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ



СЕРИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES

4 (308)

ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2016 ж.
ИЮЛЬ – АВГУСТ 2016 г.
JULY – AUGUST 2016

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,
Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчечков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 5 – 10

UDC 550.383

STATISTICS OF NIGHTTIME ENHANCEMENTS OF THE ELECTRON DENSITY AT THE MAXIMUM OF THE F_2 -LAYER

A.F. Yakovets¹, G.I. Gordienko¹, B.T. Zhumabayev¹, Yu.G. Litvinov¹, N. Abdrakhmanov²

¹«Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty;

²Korkyt ata's Kysylorda State University, Kysylorda
artyak40@mail.ru

Key words: ionosphere, vertical sounding, nighttime enhancement of the electron density

Abstract. On the basis of the vertical sounding of the ionosphere in Alma-Ata ($76^\circ 55'E$, $43^\circ 15'N$) during 2000-2014, the analysis of the occurrence probability of the nighttime electron concentration enhancements in the maximum of the F_2 -layer (NmF_2) was performed. A comparison of parameters of very large enhancements observed in Irkutsk and Alma-Ata simultaneously was conducted. During the period considered overall 2272 observation sessions were carried out, and in 1430 sessions enhancements of NmF_2 were observed. There is a distinct seasonal dependence of the occurrence probability of enhancement appearance. The same features of the distributions for the high and low solar activity are the high occurrence probability near to 90% in January, February and November, December. In addition, a rapid decrease in the probability occurs from February to March, and a gradual increase from September to December. An evident maximum of the occurrence probability in the summer months takes place for high solar activity, while for the low activity the summer months are characterized by the minimum occurrence.

УДК 550.383

СТАТИСТИКА НОЧНЫХ УВЕЛИЧЕНИЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ В МАКСИМУМЕ F_2 -СЛОЯ

А.Ф. Яковец¹, Г.И. Гордиенко¹, Б.Т. Жумабаев¹, Ю.Г. Литвинов¹, Н. Абдрахманов²

¹ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», Алматы;

²Кызылординский государственный университет им. Коркыт ата, Кызылорда

Ключевые слова: ионосфера, вертикальное зондирование, ночные увеличения электронной концентрации.

Аннотация. По данным учащенного пятиминутного вертикального зондирования ионосферы в Алматы, проведенного в 2000–2014 гг., выполнен анализ частоты возникновения ночных увеличений электронной концентрации в максимуме F_2 -слоя, получены распределения длительностей увеличения. За анализируемый период было проведено 2272 сеанса наблюдений, и в 1430 сеансах наблюдались увеличения NmF_2 . Одинаковыми чертами распределений для высокой и низкой солнечной активности

являются высокие вероятности формирования увеличений в январе, феврале и ноябре, декабре, достигающие 90%. Кроме того, одинаково происходит быстрое уменьшение вероятности от февраля к марту и плавное нарастание от сентября к декабрю. Для высокой солнечной активности характерен отчетливый максимум частоты в летние месяцы, тогда как при низкой активности им соответствует минимум частоты. Показана сезонная зависимость распределений длительности увеличений: длительности распределены в широком диапазоне значений в осенне-зимний сезон и узком диапазоне – в весенне-летний сезон.

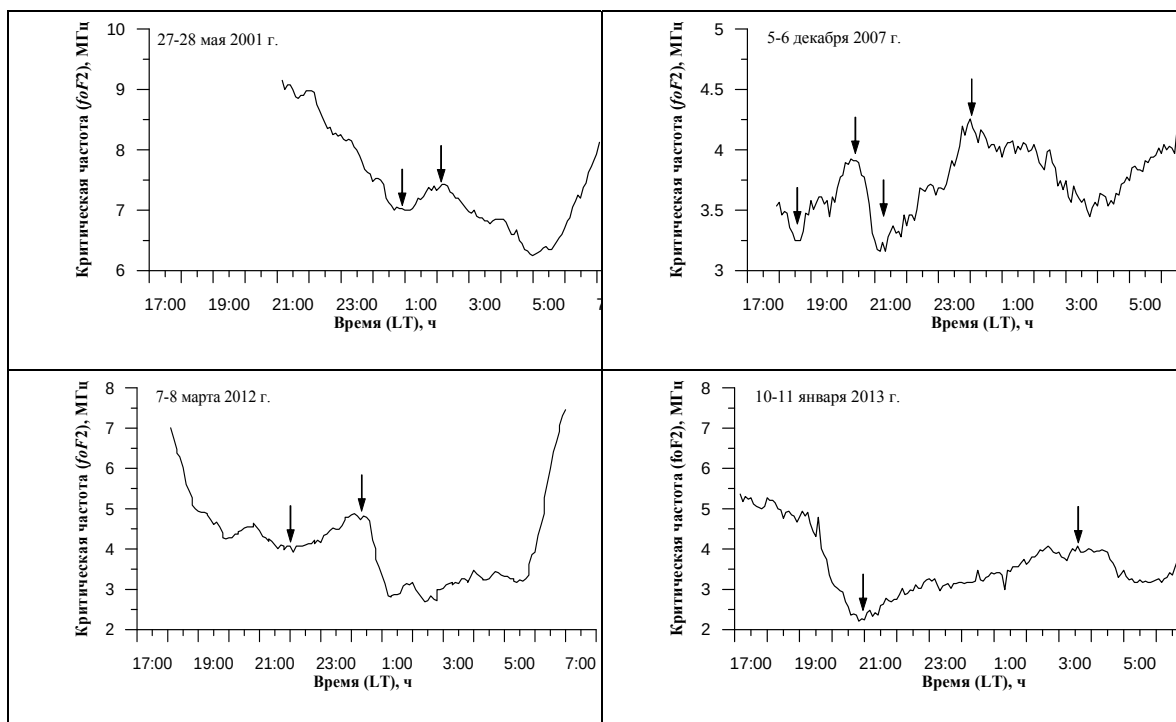
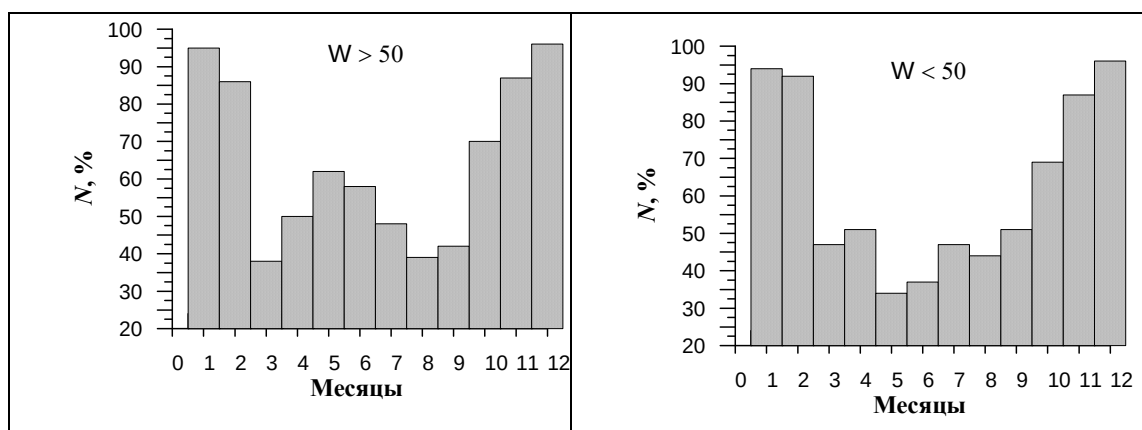
Введение. Экспериментальные и теоретические исследования ночных увеличений электронной концентрации в максимуме $F2$ -слоя ионосферы ($NmF2$) проводятся в течение нескольких десятилетий. Морфология явления, включающая зависимости параметров увеличения $NmF2$ от сезона, фазы солнечного цикла, геомагнитной активности и географического расположения станций наблюдения, описана в работах [1-13]. В работах [2, 3, 14-17] рассматриваются механизмы формирования ночных увеличений, включающие направленный вверх дрейф плазмы, обусловленный меридиональным нейтральным ветром, на высоты с малыми коэффициентами рекомбинации и усиление направленного вниз потока плазмы из протоносферы из-за дополнительного нагрева плазмы протоносферы. В работе [2] говорится о различии механизмов формирования увеличений $NmF2$ в летний и зимний периоды, а также в разные фазы солнечной активности, поэтому исследование зависимости частоты формирования (вероятности событий) и других параметров увеличений от сезона и солнечной активности имеет большое значение для идентификации этих механизмов.

Целью настоящей работы явился статистический анализ параметров ночных увеличений $NmF2$, включающий анализ частоты возникновения увеличений и распределений длительностей фазы развития увеличения (длительности увеличения), по данным ст. Алматы ($76^{\circ}55' \text{ E}$, $43^{\circ}15' \text{ N}$) за 2000–2014 гг.

Методы и результаты исследования. Ночные наблюдения ионосферы проводились в Институте ионосферы (ст. Алматы) на цифровом ионозонде, сопряженном с компьютером, который предназначен для сбора, хранения и обработки ионограмм в цифровом виде. Информация считывалась с ионограмм полуавтоматическим методом. Регистрация ионограмм, осуществлялось в 5-минутном режиме. Учащенное зондирование ионосферы давало возможность четко фиксировать увеличения $NmF2$ с малой длительностью (T), что позволяло при построении распределений длительностей, учитывать и случаи, когда $T < 1$ ч. Статистический анализ ночных увеличений $NmF2$ по данным поведения критических частот был проведен за период 2000–2014 гг., который включал два максимума и длительный минимум солнечной активности. За анализируемый период было проведено 2272 сеанса наблюдений, и в 1430 сеансах наблюдались увеличения $NmF2$. На рисунке 1 показаны основные характерные типы увеличений, встречавшиеся в записях.

В представленных на рис. 1 увеличениях две ночи характеризуются единственным увеличением (27-28 мая 2001 г. и 10-11 января 2013 г.), а две другие – двумя увеличениями (5-6 декабря 2007 г. и 7-8 марта 2012 г.). Стрелками отмечены моменты начала увеличений и их максимумов. Расстояние между стрелками определяет длительность фазы развития увеличения $NmF2$.

Весь массив данных (2000–2014 гг.) был разбит на два подмассива. Первый (2000–2003 гг. и 2011–2014 гг.) соответствовал высокой солнечной активности, когда среднегодовое значение числа Вольфа превышало 50 ($W > 50$). Второй (2004–2010 гг.) соответствовал низкой солнечной активности, когда среднегодовое значение числа Вольфа было меньше 50 ($W < 50$). Статистика параметров увеличений была представлена как для отдельных месяцев, так и сезонов: зимы (декабрь, январь, февраль), весны (март, апрель, май), лета (июнь, июль, август) и осени (сентябрь, октябрь, ноябрь). На рисунке 2 показаны распределения по месяцам частоты.

Рисунок 1 - Основные характерные типы увеличений, встречающиеся в записях $foF2$.Рисунок 2 – Распределения по месяцам частоты возникновения увеличений, выраженной в процентах, для $W > 50$ и $W < 50$.

возникновения увеличений, выраженные в процентах для $W > 50$ и $W < 50$. Существует хорошо выраженная сезонная зависимость частоты возникновения увеличений. Одинаковыми чертами распределений для $W > 50$ и $W < 50$ являются высокие вероятности событий, достигающие 90%, в январе, феврале и ноябре, декабре. Кроме того, одинаково происходит быстрое уменьшение вероятности от февраля к марту и плавное нарастание от сентября к декабрю. При высокой солнечной активности образуется отчетливый максимум в летние месяцы, тогда как при низкой активности им соответствует минимум частоты. Полученные распределения во многом близки к распределениям, полученным в работе [2] для Алматы по данным за 19–22 циклы солнечной активности. В частности, для этих циклов активности вероятность событий была также максимальна в зимние месяцы, а летний максимум был характерен для предполуночных увеличений при высокой солнечной активности. Это говорит о хорошей повторяемости от цикла к циклу зависимости частоты увеличений от сезона и фазы солнечной активности.

На рисунке 3 показаны распределения длительности увеличений, построенные для разных сезонов и уровней солнечной активности. Видно, что независимо от уровня активности

распределения имеют одинаковые черты. Зимой и осенью длительности распределены в широком диапазоне значений, при этом основная часть увеличений заключена в диапазоне 1–5 ч. Весной и летом основная часть увеличений заключена в диапазоне 1-2 ч.

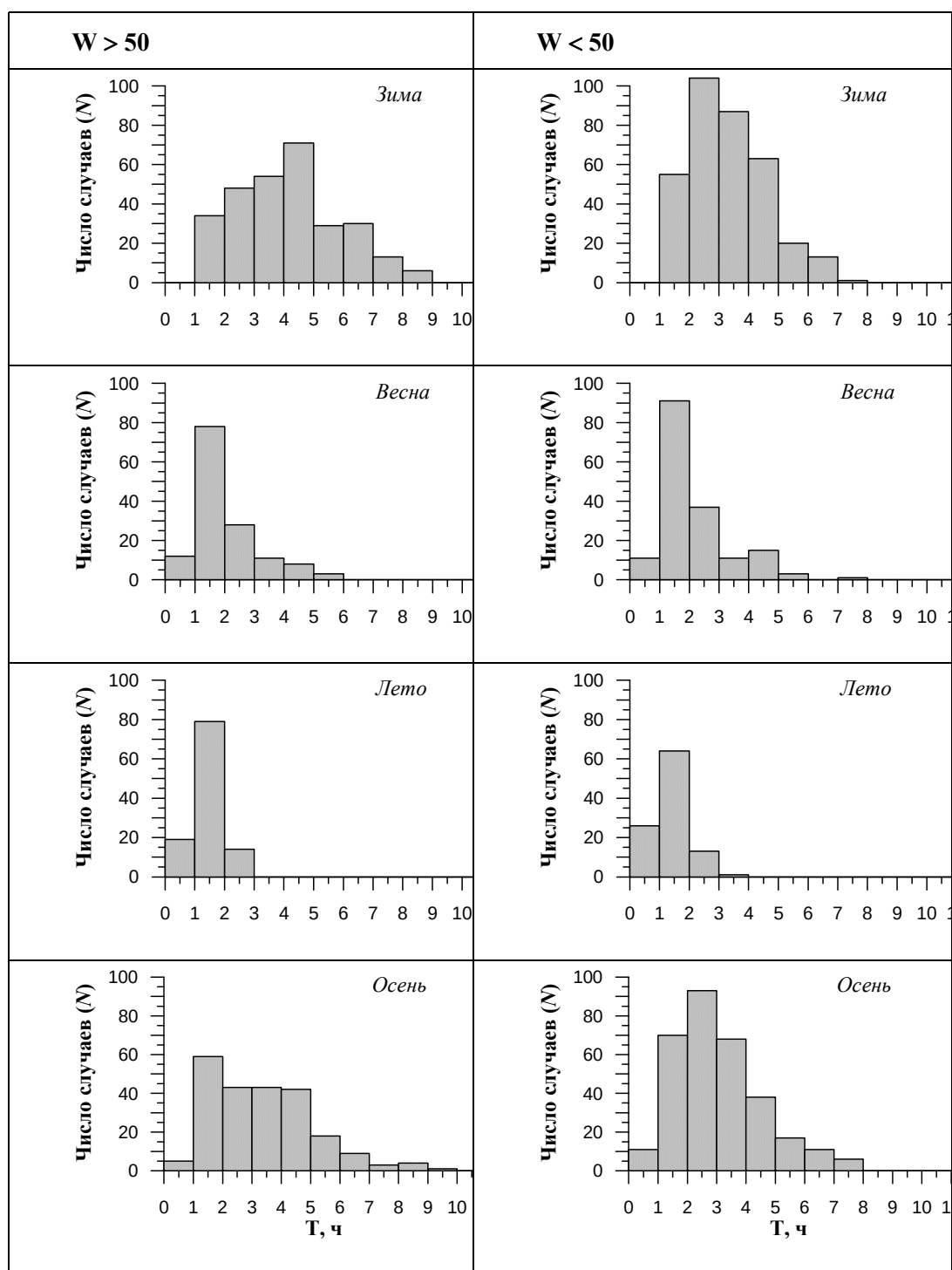


Рисунок 3 - Распределения длительности увеличений (T), построенные для разных сезонов и уровней солнечной активности ($W > 50$ и $W < 50$). По вертикальной оси отложено число увеличений (N)

Выводы. Анализ частоты возникновения ночных увеличений $NmF2$ и распределений длительностей увеличения по данным ст. Алма-Ата за 2000–2014 гг. показал следующее.

1. Существует хорошо выраженная сезонная зависимость частоты возникновения увеличений. Одинаковыми чертами распределений для высокой и низкой солнечной активности являются высокие вероятности формирования увеличений в январе, феврале и ноябре, декабре. Кроме того, одинаково происходит быстрое уменьшение вероятности от февраля к марту и ее плавное нарастание от сентября к декабрю. Для высокой солнечной активности характерен отчетливый максимум частоты в летние месяцы, тогда как при низкой активности лету соответствует минимум частоты.

2. Показано, что распределения длительности увеличений независимо от уровня солнечной активности имеют одинаковые черты. Зимой и осенью длительности распределены в широком диапазоне значений, при этом основная часть увеличений заключена в диапазоне 1–5 ч. Для весенне-летних месяцев (апрель–август) продолжительность основной части увеличений лежит в диапазоне 1–2 ч.

Работа выполнена по РБП-076 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности, транспорта и коммуникаций» в рамках целевой программы «Развитие методов мониторинга и исследований космического пространства на базе современных информационных технологий» (Шифр О.0674), подпрограмма 2. «Развитие методов исследования ближнего космоса с использованием информационных технологий»:

- тема «Изучить структуру и динамику потока космических лучей, геомагнитного поля, ионосферы и атмосферы с целью диагностики и прогноза состояния ближнего космоса», Регистрационный номер (РН) 0115PK01275.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Farello A.F., Herrais M., Mikhailov A.V. Global morphology of night-time NmF2 enhancements, *Ann. Geophysicae*, V. 20, 2002, P. 1795–1806.
- [2] Mikhailov A.V., Leschinskaya T.Yu., Furster M. Morphology of NmF2 nighttime increases in the Eurasian sector, *Ann. Geophysicae*, V. 18, 2000, P. 618–628.
- [3] Mikhailov A.V., Forster M., Leschinskaya T.Y. On the mechanism of the post-midnight winter NmF2 enhancements: dependence on solar activity, *Ann. Geophysicae*, V. 18, 2000, P. 1422–1434.
- [4] Belehaki, A. and Tsaouri, I.: On the occurrence of storm-induced nighttime ionization enhancements at ionospheric middle latitudes, *J. Geophys. Res.*, 107, 1209, doi:10.1029/2001JA005029, 2002.
- [5] Buresova, D. and Lastovichka, J.: Pre-storm enhancements of *f*oF2 above Europe, *Adv. Space Res.*, 39, 1298–1303, 2007.
- [6] Buresova, D. and Lastovichka, J.: Pre-storm electron density enhancements at middle latitudes, *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, 70, 1848–1855, 2008.
- [7] Davies, K., Anderson, D. N., Paul, A. K., Degenhardt, W., Hartman, G. K., and Leitinger, R.: Nighttime increase in total electron content observed with the ATS 6 radio beacon, *J. Geophys. Res.*, 84, 1536–1542, 1979.
- [8] Kane, R. P.: Ionospheric *f*oF2 anomalies during some intense geomagnetic storms, *Ann. Geophys.*, 23, 2487–2499, 2005, <http://www.ann-geophys.net/23/2487/2005/>.
- [9] Liu, L., Wan, W., Zhang, M.-L., Zhao, B., and Ning, B.: Prestorm enhancements in NmF2 and total electron content at low latitudes, *J. Geophys. Res.*, 113, A02311, doi:10.1029/2007JA012832, 2008.
- [10] Mikhailov, A. V. and Schlegel, K.: Geomagnetic storm effects at F1-layer heights from incoherent scatter observations, *Ann. Geophys.*, 21, 583–596, 2003, <http://www.ann-geophys.net/21/583/2003/>.
- [11] Mikhailov, A. V., Depueva, A. H., and Leschinskaya, T. Yu.: Morphology of quiet time F2-layer disturbances: High and lower latitudes, *Int. J. Geomag. Aeronom.*, 1–14, GI1006, doi:10.1029/2003GI000058, 2004.
- [12] Mikhailov, A. V., Depuev, V. H., and Depueva, A. H.: Synchronous NmF2 and NmE daytime variations as a key to the mechanism of quiet-time F2-layer disturbances, *Ann. Geophys.*, 25, 483–493, 2007, <http://www.ann-geophys.net/25/483/2007/>.
- [13] PrEolss, G. W.: Electron temperature enhancement beneath the magnetospheric cusp, *J. Geophys. Res.*, 111, A07304, doi:10.1029/2006JA011618, 2006.
- [14] Bailey G.J., Sellek R., Balan N. The effect of interhemispheric coupling on nighttime enhancement in ionospheric total electron content during winter at solar minimum. *Ann. Geophysicae*, V. 9, 1991, P. 738–747.
- [15] Pavlov A.V., Pavlova N.M. Mechanism of the post-midnight winter night-time enhancement in the NmF2 over Millstone Hill during 14–17 January 1986. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, V. 67, N 4, P. 381–395, 2005.
- [16] Pavlov A.V., Pavlova N.M. Causes of the mid-latitude NmF2 winter anomaly at solar maximum, *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, V. 67, 2005, P. 862–877.
- [17] Павлов А.В., Павлова Н.М., Макаренко С.Ф., Шубин В.Н. Аномальные вариации структуры области F2 ионосферы средних геомагнитных широт южного и северного полушарий при переходе от летних к зимним условиям при высокой солнечной активности, *Геомагнетизм и аэрономия*, Т. 48, 2008, С. 79–92.

REFERENCES

- [1] Farello A.F., Herrais M., Mikhailov A.V. Global morphology of night-time NmF2 enhancements, *Ann. Geophysicae*, V. 20, 2002, P. 1795–1806.
- [2] Mikhailov A.V., Leschinskaya T.Yu., Furster M. Morphology of NmF2 nighttime increases in the Eurasian sector, *Ann. Geophysicae*, V. 18, 2000, P. 618–628.
- [3] Mikhailov A.V., Forster M., Leschinskaya T.Y. On the mechanism of the post-midnight winter NmF2 enhancements: dependence on solar activity, *Ann. Geophysicae*, V. 18, 2000, P. 1422–1434.
- [4] Belehaqi, A. and Tsagouri, I.: On the occurrence of storm-induced nighttime ionization enhancements at ionospheric middle latitudes, *J. Geophys. Res.*, 107, 1209, doi:10.1029/2001JA005029, 2002.
- [5] Buresova, D. and Lastovichka, J.: Pre-storm enhancements of *foF2* above Europe, *Adv. Space Res.*, 39, 1298–1303, 2007.
- [6] Buresova, D. and Lastovichka, J.: Pre-storm electron density enhancements at middle latitudes, *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, 70, 1848–1855, 2008.
- [7] Davies, K., Anderson, D. N., Paul, A. K., Degenhardt, W., Hartman, G. K., and Leitingner, R.: Nighttime increase in total electron content observed with the ATS 6 radio beacon, *J. Geophys. Res.*, 84, 1536–1542, 1979.
- [8] Kane, R. P.: Ionospheric *foF2* anomalies during some intense geomagnetic storms, *Ann. Geophys.*, 23, 2487–2499, 2005, <http://www.ann-geophys.net/23/2487/2005/>.
- [9] Liu, L., Wan, W., Zhang, M.-L., Zhao, B., and Ning, B.: Prestorm enhancements in *NmF2* and total electron content at low latitudes, *J. Geophys. Res.*, 113, A02311, doi:10.1029/2007JA012832, 2008.
- [10] Mikhailov, A. V. and Schlegel, K.: Geomagnetic storm effects at F1-layer heights from incoherent scatter observations, *Ann. Geophys.*, 21, 583–596, 2003, <http://www.ann-geophys.net/21/583/2003/>.
- [11] Mikhailov, A. V., Depueva, A. H., and Leschinskaya, T. Yu.: Morphology of quiet time F2-layer disturbances: High and lower latitudes, *Int. J. Geomag. Aeronom.*, 1–14, GI1006, doi:10.1029/2003GI000058, 2004.
- [12] Mikhailov, A. V., Depuev, V. H., and Depueva, A. H.: Synchronous *NmF2* and *NmE* daytime variations as a key to the mechanism of quiet-time F2-layer disturbances, *Ann. Geophys.*, 25, 483–493, 2007, <http://www.ann-geophys.net/25/483/2007/>.
- [13] PrEolss, G. W.: Electron temperature enhancement beneath the magnetospheric cusp, *J. Geophys. Res.*, 111, A07304, doi:10.1029/2006JA011618, 2006.
- [14] Bailey G.J., Selleg R., Balan N. The effect of interhemispheric coupling on nighttime enhancement in ionospheric total electron content during winter at solar minimum, *Ann. Geophysicae*, V. 9, 1991, P. 738–747.
- [15] Pavlov A.V., Pavlova N.M. Mechanism of the post-midnight winter night-time enhancement in the NmF2 over Millstone Hill during 14–17 January 1986, *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, V. 67, N 4, P. 381–395, 2005.
- [16] Pavlov A.V., Pavlova N.M. Causes of the mid-latitude NmF2 winter anomaly at solar maximum, *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, V. 67, 2005, P. 862–877.
- [17] Pavlov AV, Pavlova NM, Makarenko SF, Shubin V. Abnormal variations in the structure of the F2 region of the ionosphere medium geomagnetic latitudes of the southern and northern hemispheres during the transition from summer to winter conditions with high solar activity, *Geomagnetism and Aeronomy*, V, 48, 2008, P. 79–92.

F2-ҚАБАТ МАКСИМУМДАҒЫ ЭЛЕКТРОНДЫҚ КОНЦЕНТРАЦИЯНЫҢ ТҮНДЕГІ АРТУЫНЫҢ СТАТИСТИКАСЫ

А.Ф. Яковец¹, Г.И. Гордиенко¹, Б.Т. Жумабаев¹, Ю.Г. Литвинов¹, Н. Абдрахманов²

¹ ЕЖШС «Ионосфера институты» «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы;

² Қорқыт ата атындағы Қызылорда мемлекеттік университеті, Қызылорда.

Түйін сөздер: ионосфера, вертикалды барлау, электрондық концентрацияның түндегі артуы.

Аннотация. 2010–2014 ж. жүргізілген Алматы қаласындағы ионосфераны бес минуттық вертикалды барлауда жиі келіп түскен деректер бойынша F2-қабат максимумдағы электрондық концентрацияның түндегі артуы әсерінің жиілігіне талдау жасалынды, артудың ұзақтығының бөлінуі алынды. Талдау жасау кезеңінде 2272 бақылау сеансы жүргізілді және 1430 бақылау сеансында *NmF2* артуы байқалды. Жоғары және төменгі күн белсенділігі үшін бөлінудің бірдей сипаттамалары қаңтар, ақпан және қараша, желтоқсанда артудың жоғары қалыптастыру ықтималдығы байқалды. Сондай-ақ қаңтардан наурызға дейін бірдей жедел азаю ықтималдығы, ал қыркүйектен желтоқсанға дейін бірқалыпты ұлғаю жүреді. Төменгі жиілікке сәйкес төменгі белсенділік кезінде жазғы уақытта Күн сәулесінің жоғары белсенділігі үшін айқын жиілік максимумы сипатталады. Артудың бөліну ұзақтығы күз бен қыста кең диапазондық және жаз көктем мен жаз мерзімінде жіңішке диапазонға ие екені бөліну ұзақтығының маусымға тәуелді екенін көрсетеді.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 11 – 14

UDK 550.388.2

THE NATURE OF BIFURCATION OF THE DYNAMICAL SYSTEMS

V.M. Somsikov

«Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty
vmsoms@rambler.ru

Key words: bifurcation, dynamics, symmetry breaking, the dynamics equation.

Abstract. A new approach to the description of the bifurcation process is submitted. It is based on the assertion of the infinite divisibility of the matter. According to this statement in the nature there are not material points, and there are only systems. To describe the system it is required to use micro and macro variables. Microvariables describe the internal dynamics of the system, and macro variables describe the dynamics of systems in the space. In this case, the bifurcation from a mathematical point of view is the need to move to micro-descriptions removing features dynamic equations of the system.

УДК 550.388.2

О ПРИРОДЕ БИФУРКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В.М. Сомсиков

ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», Алматы,

Ключевые слова: бифуркация, динамика, нарушение симметрии, уравнения динамики.

Аннотация. Предложен новый подход к описанию бифуркационных процессов. Он опирается на утверждение о бесконечной делимости материи. Согласно этому утверждению в природе нет материальных точек, а существуют только системы. Для описания систем необходимо использование микро- и макропеременных. Микропеременные описывают внутреннюю динамику системы, а макропеременные описывают динамику систем в пространстве. В этом случае бифуркация с математической точки зрения означает необходимость перехода к микроописанию для снятия особенности уравнения динамики системы.

Введение. Бифуркация - одно из ключевых свойств динамических систем. С бифуркацией мы часто сталкиваемся в природе. Это резкое изменение состояния атмосферы в результате нарушения ее равновесия, образование торнадо, лавины, сели, землетрясения. Ею называют явление внезапной перестройки движения при незначительном изменении управляющего параметра системы [1-6]. Она отвечает за нарушение симметрии.

Дадим математическое определение бифуркации. Пусть будет задана динамическая система, динамика которой определяется системой дифференциальных уравнений. Эти уравнения в общем случае могут содержать управляющий параметр. В определенных случаях таким параметром может быть одна из независимых переменных.

Запишем это уравнение так:

$$\dot{x} = f(x, \mu) \quad (1)$$

x - в общем случае вектор.

Предположим, что система (1) имеет стационарное решение x^0 , которое зависит от управляющего параметра μ . Пусть имеется такая точка μ^0 , что если $\mu > \mu^0$, то система (1) неустойчива, а если $\mu < \mu^0$, то система устойчива. Если с ростом μ меняется топологическая картина фазового портрета системы, то говорят, что $\mu = \mu^0$ является точкой бифуркации.

Бифуркация наглядно представляется в задаче с шариком, находящимся на вершине хребта (см. рис.1). То, что шарик может с равной вероятностью скатиться как по его левому склону, так и по правому, и означает бифуркацию.

Сущность бифуркации заключается в том, что в определенных точках фазового пространства решение уравнений, описывающих динамику систем, неустойчиво. Оно раздваивается или меняет свой характер. Понятие бифуркации играет существенную роль для точечных отображений - раздел теории динамических систем с дискретным временем [7].

Для решения бифуркационных задач, как правило, приходится использовать понятие вероятности. Однако, если принять бесконечную делимость материи, которая следует из механики СЧ [8], то можно предложить аналитический путь ее решения в рамках динамических уравнений. Это связано с тем, что при учете иерархичности материи, точка бифуркации приобретает структуру, а особенность в этой точке исчезает в результате введения микроописания. Попросту говоря, на микроуровне точка бифуркации перестает быть точкой и становится некоторой областью пространства микропеременных.

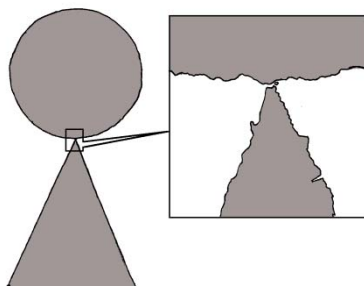


Рисунок 1 – Пояснение к физике бифуркации

Это подобно появлению скрытых микропеременных задачи, которые появляются в особых точках уравнений при переходе к микроописанию.

Действительно, рассмотрим диск на вершине треугольника. Если принять, что диск и сама вершина являются системами из подвижных микроэлементов (см. рис.1), то тогда бифуркационная задача будет сведена к задаче определения уравнения движения диска, как системы микрочастиц, с соответствующей структурной формой микроповерхности диска и с аналогичной микроструктурой вершины треугольника [8]. При переходе к микроописанию бифуркационная особенность, связанная с усреднением по микропеременным, исчезает.

Понятно, что решить бифуркационную задачу при огромном количестве микрочастиц, соответствующих молекулярной структуре, практически нереально. Но с точки зрения физики процесса взаимодействия систем очень важно, что на самом деле подобная задача имеет строгое решение в рамках законов классической механики. Это означает, что статистические методы решения задачи о бифуркации могут быть определены из законов классической механики. Сама природа нарушения симметрии связана с трансформацией внутренней энергии в энергию движения систем.

Аналогичный случай мы имеем в задаче с бросанием монеты. Очевидно, что эта классическая задача становится детерминированной, если задать начальные условия для микроструктуры монеты и внешнего воздействия на нее.

Предложенный путь «снятия бифуркации» может иметь принципиальное значение, например, для понимания механизма спонтанного нарушения симметрии в физике микромира [9]. Спонтанное нарушение симметрии - устоявшийся термин в квантовой механике. Это явление

наблюдается при слабых взаимодействиях вблизи низших уровней энергии доступных состояний квантовой системы. Если в окрестности этих состояний имеются точки бифуркации, то нарушение симметрии связано с тем, что система займет одно из устойчивых состояний. Спонтанное нарушение симметрии также имеет место при сверхтекучести гелия, при сверхпроводимости, в квантовой теории поля, в моделях электрослабого взаимодействия [10].

Трудности объяснения механизма спонтанного нарушения симметрии, как правило, связаны с тем, что все задачи взаимодействия тел традиционно решаются в рамках эмпирически модифицированного канонического гамильтонова формализма, либо в рамках статистических законов. При таком подходе к решению задач, необратимость времени фактически вводится руками, опираясь на статистические законы или какие-либо гипотезы, или эксперименты. Этого можно избежать, если опираться на механику СЧ. Действительно, поскольку материя делится до бесконечности [8], то во всяких эволюционных процессах в той или иной степени всегда проявляется структурность систем. Согласно механике СЧ, наличие структурности тел приводит к диссипации энергии движения в результате ее трансформации во внутреннюю энергию системы. Поэтому в бифуркационных процессах и возникает нарушение симметрии времени. Следовательно, учет структурности систем в точках бифуркации позволяет снимать особенности уравнения динамики в этих точках. Т.е. можно утверждать, что в таких точках следует учитывать диссипативность или непотенциальность взаимодействий, которая связана с необходимостью учета микроструктуры материи.

Таким образом, на примере проблем бифуркации видно, как с помощью перехода на нижний иерархический уровень описания материи, которое возникает в результате учета микроструктуры, можно снимать бифуркационные особенности задачи. Другими словами, **наличие особых точек задачи в определенных случаях требует перехода на микроописание**. Не исключено, что это заключение обладает большой общностью. Оно указывает путь снятия различных физических особенностей в задачах динамики в макро- и микромире.

Отметим, что рассмотренный здесь механизм бифуркации, связанный с нелинейными эффектами, пригоден и для объяснения «баттерфляй эффектов» [7,10]. Действительно, при описании баттерфляй эффектов остро встает вопрос о существовании предельных минимальных масштабов, при которых возможно детерминированное макроописание систем. Если этот минимальный масштаб приближается к масштабам задачи, то тогда возникает необходимость переходить к микроописанию системы, как в случае бифуркации. То есть, в этом случае следует использовать уравнения для микроописания. Как правило, усреднение этих уравнений по микромасштабам приводит к уравнениям макроописания. Это, например, имеет место при переходе от кинетического описания к гидродинамическому описанию. Отсюда понятно, что уравнения гидродинамики должны вытекать из кинетических уравнений примерно так же, как уравнение движения Ньютона вытекает из уравнения движения СЧ при пренебрежении процессами изменения внутренней энергии.

При попытках описать «баттерфляй эффект» на основе уравнения Навье – Стокса, приходится также сталкиваться с проблемой необходимости вывода этого уравнения из уравнений, записанных на уровне микроописания, поскольку на самом деле уравнение Навье–Стокса должно представлять собой предельный случай уравнений микроописания, огрубление масштабов которых и приводит к уравнениям сплошной среды.

Из предложенных механизмов, объясняющих нарушение симметрии [8], следует важный вывод. Скорее всего, проблемы, связанные с нарушением симметрий, например, в физике элементарных частиц, объясняются не тем, что возможно «мы подошли к границе, до которой можно было считать законы природы простейшими из возможных» [9], а тем, что наши модели тел и соответствующие им теории, ограничены. К примеру, задавая идеальными поверхности тел, мы пренебрегаем тем фактом, что любые тела состоят из элементов. В определенных случаях это приводит к существенным искажениям реальности. Действительно, приняв модель тела, движущегося в потенциальном поле сил в виде бесструктурной МТ, мы приходим к обратимой динамике. Но в реальности динамика тел необратима. Обратимость динамики тела исчезает, как только учитывается делимость материи до бесконечности [8]. Тогда, согласно механике СЧ, динамика тела в неоднородном поле сил необратима.

Кроме того, причина многих проблем, возникающих при описании динамики систем, также может быть связана еще и с тем, что пока недостаточно известны законы, определяющие возникновение систем из элементов.

Работа выполнена в рамках проекта РБП-076: «Изучить механизмы взаимосвязи вариаций геофизических параметров на земной поверхности и в верхних слоях атмосферы, обусловленных источниками земного и космического происхождения», Регистрационный номер (РН) 0115РК01274.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Лоскутов Ю.А. Очарование хаоса. УФН, 2010, Т.150, № 12, С. 1305-1329.
- [2] Малинецкий Г.Г., Курдюмов С.П. Нелинейная динамика и проблемы прогноза, Вестник РАН, 2001, Т. 71, № 3, С. 210-232.
- [3] Мун Ф. Хаотические колебания, М.: Мир, 1990, 311 с.
- [4] Ширков Д.В. 60 лет нарушенным симметриям в квантовой механике, УФН, 2009, Т.179, № 6, С. 581-589.
- [5] Закржевский М.В., Смирнова Р.С., Шукин И.Т. и др. Нелинейная динамика и хаос, Бифуркационные группы и хаос, Рига, РТУ, 2012, 181 с.
- [6] Фейгенбаум М. Универсальность в поведении нелинейных систем. // УФН. – 1983. –Т.141, № 2. – С. 343-375.
- [7] Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику, М.: Наука, 1990, 272 с.
- [8] Сомсиков В.М. От механики Ньютона к физике эволюции, Алматы, Наука, 2014, 272 с.
- [9] Nambu Y. Спонтанное нарушение симметрии в физике элементарных частиц: пример плодотворного обмена идеями, УФН, 2009, Т.179, №12, С. 1323-1326.
- [10] Вигнер Е. Нарушение симметрии в физике, УФН, 1966, Т. 89, № 3, С.453-466.

REFERENCES

- [1] Loskutov Yu. Charm of the chaos. UFN, 2010 T.150, number 12, p. 1305-1329.
- [2] Malinetski G.G. Kurdyumov S.P. Nonlinear dynamics and prediction problems, Herald of the RAS, 2001, T. 71, number 3, p. 210-232.
- [3] Moon F. Chaotic oscillations, M.: World, 1990, 311 p.
- [4] Shirkov D.V. 60 years of broken symmetries in quantum mechanics, UFN, 2009 T.179, number 6, p. 581-589.
- [5] Zakrzewski M.V., Smirnova R.S., Shchukin I.T. et al. Non-linear dynamics and chaos, bifurcation and chaos group, Riga, RTU, 2012, 181 p.
- [6] M. Feigenbaum Universality in the behavior of nonlinear systems. // UFN. - -T.141 1983, № 2. - S. 343-375.
- [7] Loskutov A., Yu., Mikhailov A.S. Introduction to synergy, M.: Science, 1990, 272 p.
- [8] Somsikov V.M. From Newton's mechanics to the physics of evolution, Almaty, Science, 2014, 272 p.
- [9] Nambu Y. Spontaneous symmetry breaking in particle physics: the example of the fruitful exchange of ideas, UFN, 2009 T.179, №12, pp 1323-1326.
- [10] Wigner E. Symmetry breaking in physics, UFN, 1966, T. 89, number 3, p.453-466.

ТАБИҒАТТАҒЫ ДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕДЕГІ БИФУРКАЦИЯ ҚАСИЕТІ ТУРАЛЫ

В.М. Сомсиков

ЕЖШС «Ионосфера институты»;

«Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

Түйін сөздер: бифуркация, динамика, симметриялық бұзылу, динамикалық теңестіру.

Аннотация. Бифуркациялық үрдістердің сипаттамасына жаңа анықтамалар ұсынылды. Ол моетрияның шексіз бөлінбейтіні туралы пікірлерге сүйенеді. Осыған байланысты табиғатта материалдық нүктелер жоқ, тек жүйелер ғана бар. Жүйелерді сипаттау үшін микро- және макро- айнымалы шамаларды қолдану керек. Микро- айнымалы шамасы ішкі динамика жүйесін сипаттайды, ал макро- айнымалы шамасы кеңістіктегі динамикалық жүйелерді сипаттайды. Осындай жағдайларда бифуркацияны математикалық жағынан алғанда жүйелерді динамикалық теңестіру ерекшелігін алу үшін микро сипаттамасына ауысу қажеттілігін көрсетеді.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 15 – 19

UDC: 629.78

**CIRCUIT SIMULATION OF PROTECTION ONBOARD ELECTRONICS
FROM ELECTROSTATIC DISCHARGE****Zh. Zhantayev, V. Grichshenko, A. Mukushev**

«Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty
gri@gzi.kz

Keywords: simulation, electrostatic discharge, on-board equipment, spacecraft

Abstract. There were presented and discussed the results of circuit simulation influence of electrostatic discharge (ESD) on the onboard electronics of the different spacecraft (SC) and ways to improve its interference immunity. The paper considered the conditions of formation and influence of electrostatic discharge on the elements and units of the onboard electronics in space.

The technique of circuit simulation, including modeling of ESD generator and its influences on elements of onboard the electronics in ISIS Proteus environment was given. The recommendations for noise immunity of on-board electronics from ESD in the real world are represented.

The results may be used by forecasting of the failures of onboard electronics in real space, the development of interference immunity of microprocessor systems for use in electronics of various spacecrafts.

УДК: 629.78

**СХЕМОТЕХНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАЩИТЫ
ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ
ОТ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА****Ж.Ш. Жантаев, В.Ф. Грищенко, А. Мукушев**

ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ, г.Алматы

Ключевые слова: имитационное моделирование, электростатический разряд, бортовая аппаратура, космический аппарат.

Аннотация. Представлены и обсуждаются результаты схемотехнического моделирования воздействия электростатических разрядов (ЭСР) на электронную бортовую аппаратуру космических аппаратов (КА) различного назначения и пути повышения ее помехозащищенности. В работе рассмотрены условия формирования и влияния электростатического разряда на элементы и узлы бортовой электронной аппаратуры в реальных условиях.

Представлена методика схемотехнического моделирования, включающая моделирование генератора ЭСР и воздействия его на элементы бортовой электронной аппаратуры в среде ISIS Proteus. Разработаны рекомендации по помехозащищенности бортовой аппаратуры от ЭСР в реальных условиях.

Полученные результаты могут быть использованы при прогнозировании отказов бортовой электронной аппаратуры в реальных условиях, разработке помехозащищенных микропроцессорных систем для использования в бортовой электронной аппаратуре КА различного назначения.

Введение. Известно, что во время эксплуатации КА различного назначения в результате комплексного воздействия факторов космического пространства происходят отказы в

автоматизированных системах, приводящие к уменьшению срока эксплуатации на орбите, а в некоторых случаях и их потере. Причины и характер отказов бортовой электронной аппаратуры различны. Большинство авторов связывает отказы бортовой аппаратуры с солнечными вспышками. Однако многочисленными бортовыми экспериментами установлено, что даже при отсутствии солнечных вспышек в магнитоспокойные дни регистрируются отказы бортовой электронной аппаратуры различного характера. Например, возникшие нештатные ситуации с КА «KazSat-1» и «Фобос-грунт» были связаны с отказами в системе управления и с условиями эксплуатации.

В настоящее время созданы и успешно функционируют казахстанские КА различного назначения, в том числе: спутники связи KazSat-2,-3; осуществлен запуск спутников дистанционного зондирования Земли «KazEOSat-1,-2»; разрабатываются космическая система научно-технологического назначения, некоторые узлы и элементы бортовой аппаратуры казахстанских КА.

Поэтому особое внимание уделяется комплектация бортовой электронной аппаратуры компонентами повышенной надежности, устойчивой к условиям эксплуатации и воздействию факторов космического пространства (КП), поиску новых и модернизации используемых схем защиты.

В настоящее время существует тенденция использования современных технологий при создании бортовой радиоэлектронной аппаратуры (РЭА). Минимизируются весогабаритные параметры аппаратуры, увеличивается плотность ее компоновки в объеме КА. При этом обязательно учитывается электромагнитная совместимость приборов и узлов бортовой РЭА.

На работоспособность бортовой РЭА и формирование ЭСР главным образом оказывают воздействия основные факторы КП: солнечное электромагнитное излучение, солнечные (СКЛ) и галактические (ГКЛ) космические лучи, частицы радиационных поясов Земли (РПЗ), магнитосферная плазма, собственная атмосфера КА, микрометеориты и в меньшей степени другие. Элементы бортовой аппаратуры, наиболее подверженные воздействию ЭСР, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Воздействие ЭСР на устройства РЭА

Процессы на поверхности и внутри КА	Результаты воздействия ЭСР	Опасные факторы КП
Электризация на внешней поверхности и внутри КА	ЭСР на поверхности и в объеме диэлектрических элементов, транзисторов и интегральных схем. Электромагнитные помехи (ЭМП) в электронных цепях, разрушение элементов РЭА	Протоны с $E=0,1-10$ МэВ Электроны с $E=0,1-30$ КэВ
Эмиссионные процессы на внешней поверхности КА	Инициирование ЭСР в устройствах РЭА, фоновые сигналы в измерительной аппаратуре	Микрометеоры, магнитосферная плазма, СКЛ, СКЛ, ГКЛ, частицы РПЗ
Электризация РЭА	Радиационные шумы, сбои и отказы, электромагнитные помехи	Протоны с $E=0,1-10$ МэВ Электроны с $E=0,1-30$ КэВ, СКЛ, ГКЛ, частицы РПЗ, Микрометеоры,
Световая помеха в оптических приборах	Ухудшение спектральных характеристик в оптических приборах, астронавигационном оборудовании, ухудшение свойств собственной атмосферы КА	ЭСР, протоны, электроны, солнечное э/м излучение, магнитосферная плазма

В реальных условиях комплексное воздействие факторов КП влияет на процессы электризации КА, вызывающие формирование ЭСР.

Как видно из таблицы 1, особую роль играют процессы электризации поверхности КА, вызывающие электростатические разряды КА. ЭСР являются источниками ЭМП, которые воздействуют на отдельные элементы и устройства и бортовые системы в целом, приводящие к кратковременным отказам.

$$L = 4l \left[\ln \frac{2l}{(W + H)} + 0.224 \left(\frac{W + H}{l} \right) + 0.5 \right] [\text{нГн}] , \quad (2)$$

где L – паразитная индуктивность, нГн; l – длина проводника, мм; W – ширина дорожки, мм; H – толщина дорожки, мм.

Используя формулы (1) и (2), был выполнен расчёт паразитных реактивностей, результаты которого представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Расчетные значения паразитных емкостей

Паразитные реактивности	Начальные условия моделирования			Расчетные номиналы
Паразитная ёмкость	$\varepsilon = 4,5$	$S = 205 \text{ мм}^2$	$d = 1,74 \text{ мм}$	$C = 0,45 \text{ пФ}$
Паразитная индуктивность	$l = 27 \text{ мм}$	$W = 7,62 \text{ мм}$	$H = 1 \text{ мм}$	$L = 280 \text{ нГн}$

Результаты моделирования переходного процесса при воздействии ЭСР на ИМС с элементами защиты представлены на рисунке 2.

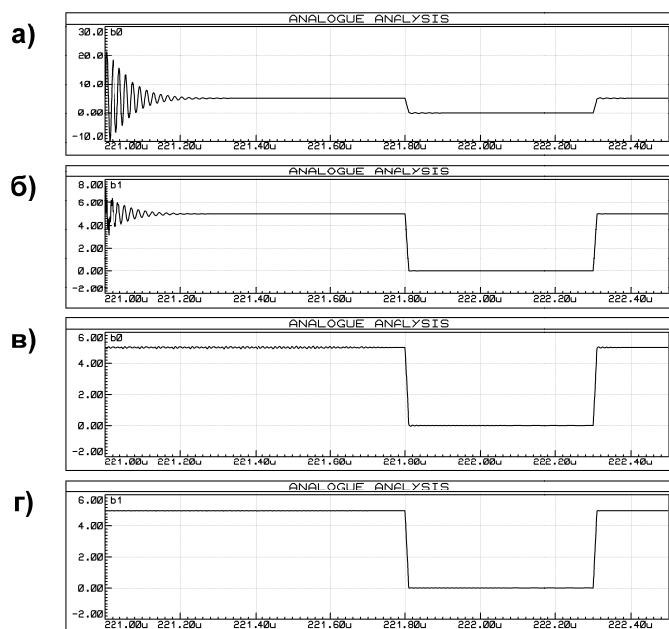


Рисунок 2 – Осциллограммы помех на 2-х линиях шины: а, б) осциллограммы помех от ЭСР на различных шинах; в, г) осциллограммы помех на этих же шинах, соответственно, после использования защиты в схеме моделирования

В качестве элемента защиты использовалась сборка из диодов и КМОП-транзисторов, обеспечивающая быстрый отвод тока и рассеивание тепла. Анализ полученных графических данных показал, что ЭСР наводит ЭМП, уровень которых превышает порог напряжения переключений логического состояния в цифровых и микропроцессорных системах.

Анализ графических данных моделирования ЭМП в результате воздействия ЭСР на микропроцессорную систему показал, что в результате использования защиты уровень электромагнитной помехи, вызванной ЭСР, значительно уменьшился.

Заключение. Разработана методика моделирования воздействия ЭСР на элементы электронной аппаратуры, в которой токопроводящие проводники заменены на эквивалентную схему замещения с использованием схмотехнических средств ISIS Proteus. Разработаны и исследованы схмотехнические модели испытательного генератора, шины данных и воздействия

ЭСР на ИС. Созданные модели позволили получить новые данные по моделированию защиты РЭА при воздействии ЭСР. Предложена схема помехозащищенности электронной аппаратуры от ЭСР.

Работа выполнена в рамках бюджетного грантового финансирования МОН РК на 2013-2015 годы (грант 0130/ГФЗ). Название проекта: «Имитационное моделирование сбоев бортовой электронной аппаратуры космических аппаратов в условиях комплексного воздействия факторов космического пространства» Регистрационный номер (РН) 0113РК00303.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Горлов М. И., Строгонов А. В., Адамян А. Г. Воздействие электростатических разрядов на полупроводниковые изделия, Часть 1, ChipNews, № 1, 2001.
- [2] Медведев А.М. Печатные платы. Конструкции и материалы, М.: Техносфера 2005, 304 с.
- [3] Кечиев Л.Н., Соловьёв А.В., Нисан А.В. Методика анализа влияния конструкции печатных плат на электрофизические параметры проводников. Сборник докладов IX НТК по ЭМС и электробезопасности, СПб.: ВИТУ, 2006, С. 274-277.
- [4] Кечиев Л.Н., Пожидаев Е.Д. Защита электронных средств от воздействия статического электричества, М.: Издательский дом «Технологии», 2005, 352 с.

REFERENCES

- [1] Gorlov M.I., Strogonov A.V., Adamyan A.G. Effects of electrostatic discharge on semiconductor of products. Part 1. ChipNews. № 1, 2001 (Rush).
- [2] Medvedev AM Printed circuit boards. Structures and materials, M.: Technosphere 2005, 304 p. (Rush).
- [3] Kechiev LN, Soloviev AV, AV Nisan. Methods of analyzing the effect of PCB design parameters on the electrical conductors. Proceedings of the IX NTC EMC and electrical safety, SPb.: VITU 2006, pp 274-277, (Rush).
- [4] Kechiev LN, Pozhidaev ED. Protection of electronic from means of static electricity, M.: Publishing House "Technology", 2005, 352 p. (Rush).

ЭЛЕКТРОСТАТИКАЛЫҚ РАЗРЯДТАН ЭЛЕКТРОНДЫҚ АППАРАТТЫ ҚОРҒАУДЫ ҮЛГІЛЕУ ТЕХНИКАЛЫҚ СХЕМАСЫ

Ж.Ш. Жантаев, В.Ф. Грищенко, А. Мукушев

ЕЖШС «Ионосфера институты»;
«Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

Түйін сөздер: имитациялық үлгілеу, электростатикалық разряд, борттық аппаратура.

Аннотация. Түрлі мақсаттағы ғарыштық аппараттарындағы (ҒА) электрондық борт аппаратурасындағы электростатикалық разрядтардың (ЭСР) әсерін үлгілеу техникалық схемасының нәтижелері және олардың бөгеттік қорғау жолдарын арттыру талқыланып ұсынылады. Жұмыста нақты шарттағы борттық электрондық аппаратура тораптары және элементтеріндегі электростатикалық разрядтардың әсері және қалыптасу шарттары қарастырылды.

ISIS Proteus ортасында үлгілеудің техникалық схема құралдарын қолдану арқылы борттық электрондық аппаратура элементтеріндегі әсері және ЭСР генераторын үлгілеуден тұратын, әзірленген имитациялық үлгілеу әдістемесі ұсынылды. Нақты шарттардағы ЭСР-тан борт аппаратураларын бөгеттік қорғау жөніндегі ұсыныстар әзірленді.

Алынған нәтижелер түрлі мақсаттағы ҒА электрондық борт аппаратурасын қолдану үшін бөгеттік қорғау микропроцессорлық жүйені әзірлеуде, нақты шарттарда борт электрондық аппараттарының жұмыстан шығуын болжау кезінде қолданылуы мүмкін.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 20 – 26

UDC 524.1; 551.521.64

EFFECTS OF EARTHQUAKES IN VARIATIONS OF THERMAL NEUTRONS INTENSITY AT THE HIGH ALTITUDE STATION OF NORTHERN TIEN-SHAN

V.P. Antonova¹, S.V. Kryukov¹, V.Yu. Lucenko¹, A.P. Chubenko²

¹Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty;

²P.N. Lebedev Physical Institute, Moscow

valanta@rambler.ru

Key words: cosmic rays, thermal neutrons, seismic activity

Abstract. The results of the study of thermal-energy neutrons variations of the intensity at the high altitude cosmic ray station of Institute of Ionosphere (3340 m above sea level, 43.02 N, 76.56 E), located in mountains of the Northern Tien-Shan near the earth's crust are presented. It is shown that in the absence of seismic activity, variations of thermal neutrons are of the same nature as the high-energy neutrons. Behaviour of the intensity of thermal and fast neutrons during periods of seismic processes activation in the vicinity of Almaty are considered. Increase of thermal neutrons flux per 5-8 % above the average level are observed during earthquakes more than for 60% events. Increase of thermal neutrons flux before earthquakes are observed for ~ 25-30 % events only. The method of separating of thermal neutrons flux of the lithospheric origin from variations of the atmospheric and interplanetary origin is offered.

УДК 524.1; 551.521.64

ЭФФЕКТЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ В ВАРИАЦИЯХ ИНТЕНСИВНОСТИ НЕЙТРОНОВ ТЕПЛОВЫХ ЭНЕРГИЙ НА ВЫСОКОГОРНОЙ СТАНЦИИ СЕВЕРНОГО ТЯНЬ-ШАНЯ

В.П. Антонова¹, С.В. Крюков¹, В.Ю. Луценко¹, А.П. Чубенко²

¹ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», Алматы,

²Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук, Москва

Ключевые слова: космические лучи, тепловые нейтроны, сейсмическая активность.

Аннотация: Представлены результаты исследования вариаций интенсивности нейтронов тепловых энергий на высокогорной станции космических лучей Института ионосферы (3340 м над уровнем моря, 43.02 N, 76.56 E), расположенной в горах Северного Тянь-Шаня вблизи разлома земной коры. Показано, что в отсутствие сейсмической активности вариации тепловых нейтронов имеют ту же природу, что и высокоэнергичные нейтроны. Рассмотрено поведение интенсивности тепловых и быстрых нейтронов в периоды активизации сейсмических процессов в окрестности Алматы. Наблюдается увеличение потока тепловых нейтронов на 5-7% от фона во время землетрясений для более 60% событий. Увеличение потока тепловых нейтронов литосферного происхождения накануне землетрясений происходит в 25-30% событий. Предложен способ выделения вариаций тепловых нейтронов литосферного происхождения от вариаций атмосферного и межпланетного происхождения.

Введение

Регистрация нейтронной компоненты космических лучей на мировой сети станций осуществляется преимущественно нейтронными мониторами на основе пропорциональных счетчиков, в состав газового наполнения которых входит трехфтористый бор, обогащенный изотопом ^{10}B . Эффективность счета определяется вероятностью захвата нейтрона ядрами бора. Она максимальна для нейтронов тепловых энергий. Нейтронные мониторы предназначались, главным образом, для исследования космического пространства за пределами земной атмосферы. Для отражения тепловых и замедления быстрых нейтронов счетчики окружены полиэтиленом, а для увеличения скорости счета за счет локальной генерации нейтронов, - свинцом [1].

Измерения нейтронов тепловых энергий до недавнего времени носили эпизодический характер. Интерес к ним возрос после обнаружения всплесков нейтронов тепловых энергий на Памире во время экстремального гравитационного воздействия на земную кору со стороны Луны и Солнца (новолуние, полнолуние, солнечные затмения, землетрясения) [2-4]. Полагается, что земная кора, испытывая механическое воздействие, вытесняет накопившееся запасы радиоактивных газов изотопов радона. В процессе радиоактивного распада образуются альфа-частицы, которые активно взаимодействуют с ядрами элементов земной коры и воздуха с возникновением нейтронов. В сейсмически активных районах, к которым относится Тянь-Шань, обнаруженное явление можно использовать для разработки методов прогноза землетрясений. Однако сведения о величине вариаций тепловых и медленных нейтронов и источниках, вызывающих их, далеко неоднозначны.

Нами на высокогорной станции космических лучей (3340 м над уровнем моря, 43,2N; 76,6E) вблизи разлома земной коры была создана стационарная установка по регистрации тепловых нейтронов, которая была запущена в эксплуатацию в ноябре 2006 г. В настоящей работе представлены некоторые результаты исследования природы вариаций интенсивности тепловых нейтронов, регистрируемых созданной установкой в различных гелиогеофизических условиях, включая периоды активизации сейсмических процессов на Северном Тянь-Шане.

Экспериментальная установка

Детектор тепловых нейтронов, DTN, состоит из двух модулей. Каждый модуль содержит 6 пропорциональных счетчиков He2 , наполненных смесью газов гелия-3 и аргона под давлением 2 атм. Собственный фон счетчиков составляет не более 0,2 имп/с. Длина счетчиков ~ 1 м, диаметр трубки – 3 см. Рабочее напряжение 1600 В подается на счетчики через высоковольтные фильтры. Счетчики заземлены через корпус модуля, выполненного из листового алюминия толщиной 1мм. Эффективность регистрации тепловых нейтронов $\sim 60\%$. Как показала практика эксплуатации счетчиков, они стабильны в работе. Один модуль, DTN-1, установлен в одном помещении с нейтронным супермонитором 18NM64. Второй модуль, DTN-2, установлен в 10 м от здания в легком фанерном контейнере на высоте ~ 30 см от грунта. Модули разделены по питанию и являются независимыми. Банк данных формировался на жестком диске компьютера с одномоментным временным разрешением отдельно по каждому каналу (счетчику), что позволяло эффективно отслеживать аппаратурные погрешности. Скорость счета модуля, установленного внутри здания, $\sim 6,8 \cdot 10^4$ имп/час, а внешнего $\sim 4,9 \cdot 10^4$ имп/час.

Принципиальное отличие установки по регистрации тепловых нейтронов от нейтронного монитора заключается в отсутствии поглотителя (полиэтилена) и свинца. Размещение установок на одной площадке дает возможность сравнивать изменения потока тепловых нейтронов с хорошо изученными вариациями высокоэнергичных нейтронов, регистрируемых стандартным нейтронным монитором 18NM64. Данные монитора имеют высокую статистическую точность, скорость счета $\sim 5 \cdot 10^6$ имп/час. Вариации интенсивности высокоэнергичных нейтронов отражают главным образом возмущения межпланетного происхождения и изменения атмосферного давления. Рассмотрим последовательно отклик гео- и космофизических событий в вариациях потока тепловых нейтронов и сравним с вариациями данных стандартного нейтронного монитора.

Вариации атмосферного давления

Барометрический коэффициент, применяемый при коррекции данных нейтронного монитора на изменение атмосферного давления, составляет 0,72 %/мб. Такой же коэффициент должен быть и у тепловых нейтронов атмосферного происхождения. На рис. 1 (сверху вниз) представлены часовые значения за период с 16 марта по 13 апреля 2015г атмосферного давления, данных нейтронного монитора 18NM64, интенсивности тепловых нейтронов от детекторов DTN2 и DTN1. На левой панели интенсивность нейтронов не исправлена на изменения давления, а на правой панели исправлена. Интенсивность нейтронов приведена в процентах к среднему значению.

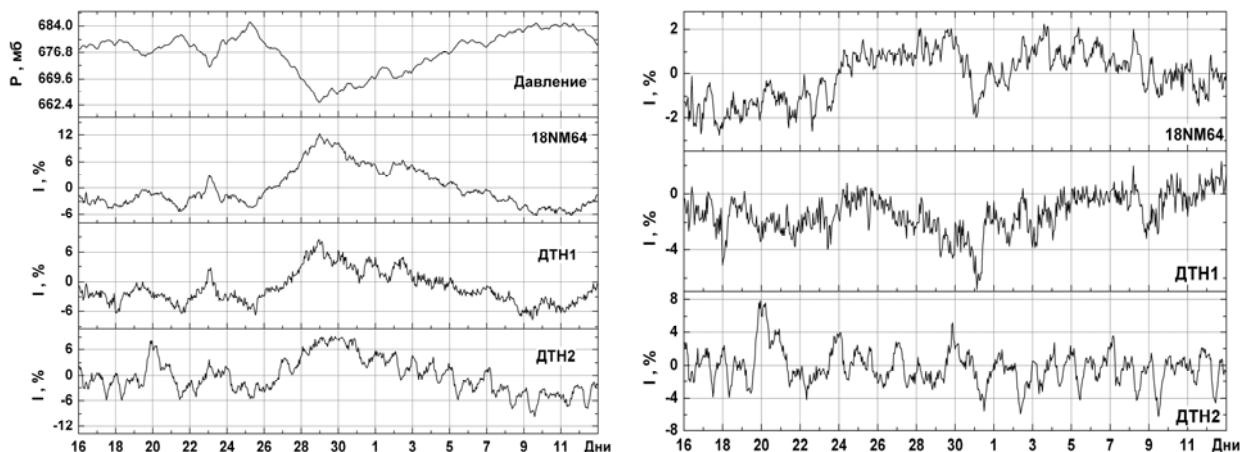


Рисунок 1 – Часовые значения атмосферного давления, нейтронного монитора 18NM64, внутреннего детектора тепловых нейтронов DTN1, наружного детектора тепловых нейтронов DTN2 за период с 16 марта по 13 апреля 2015г.

Явно видно, что вариации интенсивности нейтронов подобны на всех графиках, независимо от регистрируемой энергии. Одинаковым образом все детекторы реагируют на изменение атмосферного давления; рост давления приводит к уменьшению скорости счета как высокоэнергичных нейтронов, так и тепловых нейтронов внутри и снаружи здания. Уменьшение давления приводит к обратному эффекту в интенсивности нейтронов. Нами были рассчитаны коэффициенты корреляции между рядами данных детекторов тепловых нейтронов и нейтронного супермонитора. Для детекторов внутри здания коэффициент корреляции $K = 0,97$ и $K = 0,84$ для наружного модуля DTN2 и нейтронного монитора.

Высокие коэффициенты корреляции и подобие отклика на изменение атмосферного давления дают основания сделать заключение об атмосферном происхождении регистрируемых нейтронов и использовать известную формулу коррекции данных нейтронного монитора на давление также и для данных детекторов тепловых нейтронов.

Вариации межпланетного происхождения

Известно, что выброс солнечной плазмы с вмороженным магнитным полем образует ударную волну в межпланетном пространстве, которая действует как гигантский поршень «выметая» галактические космические лучи. Наземные нейтронные мониторы регистрируют в это время понижение интенсивности космических лучей, форбуш-эффект. На рисунке 2 представлены значения скорости солнечного ветра, межпланетного магнитного поля, нейтронного монитора 18NM64, детектора тепловых нейтронов DTN2, детектора тепловых нейтронов DTN1 в декабре 2006 г (левая панель) и феврале 2011г (правая панель). Значения интенсивности высокоэнергичных нейтронов (18NM64) и тепловых (DTN1, DTN2) откорректированы на изменения атмосферного давления.

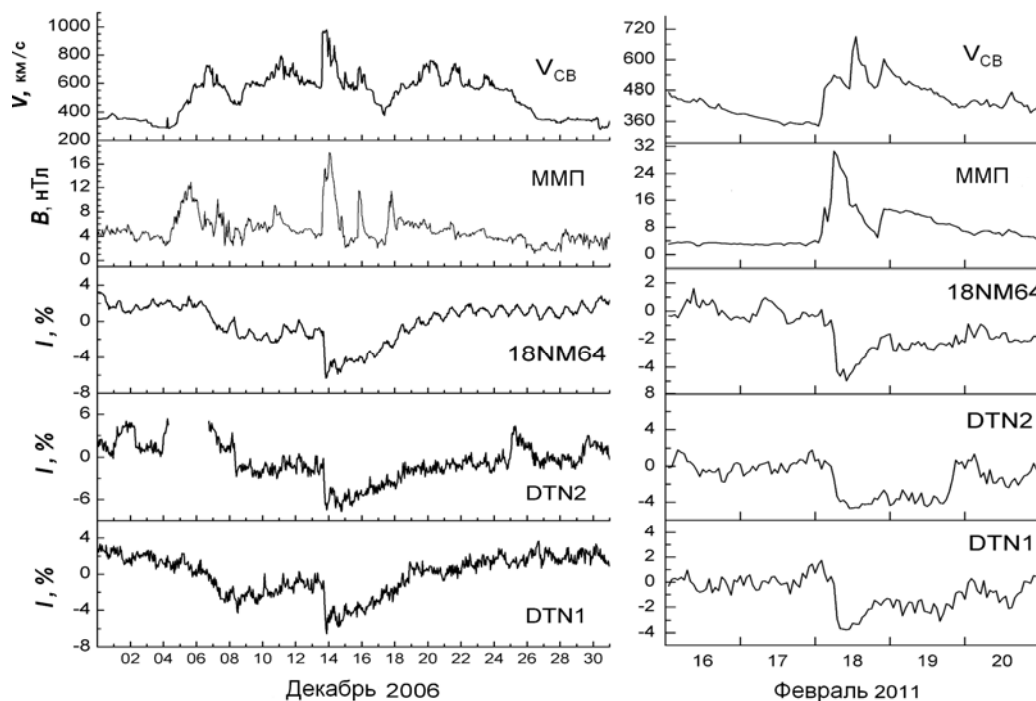


Рисунок 2 – Часовые значения скорости солнечного ветра, межпланетного магнитного поля, нейтронного монитора 18NM64, детекторов тепловых нейтронов DTN2 и DTN1

Вспышка 5 декабря 2006 г. класса X9.0/2N произошла на восточном лимбе в 10:35 UT. Она сопровождалась выбросом корональных масс (ВКМ) и возмущением межпланетного магнитного поля. Понижение интенсивности нейтронной компоненты космических лучей на высокогорной Тянь-Шаньской станции начинается 7-го декабря и наблюдается во всех детекторах, регистрирующих нейтроны разных энергий. Максимальная величина понижения $\sim 3\%$. Вспышка 13 декабря в 02:40 UT с координатами S06W24 класса X3.4/4b произошла на западной части солнечного диска и также сопровождалась выбросом корональных масс типа «полного гало». Ударная волна достигла окрестности Земли 14 декабря. Космическими аппаратами зарегистрированы в это время высокие значения скорости солнечного ветра, ~ 1000 км/с, рис. 2 (верхний на левой панели), а также значительное увеличение (скачком) значений межпланетного магнитного поля. На рисунке наблюдается одинаковый отклик и на это возмущение в межпланетном пространстве во всех представленных детекторах резким падением интенсивности $\sim 6\%$. Медленное восстановление интенсивности происходит также синхронно во всех детекторах. Характер отклика интенсивности нейтронов на возмущение в межпланетном пространстве в феврале 2011, правая панель рис.2, идентичен рассмотренным.

Рассчитаны коэффициенты корреляции между рядами данных детекторов тепловых нейтронов и нейтронного супермонитора за периоды, включающие события ВКМ. Коэффициент корреляции $K = 0,98$ для детекторов внутри здания и $K = 0,89$ для наружного модуля DTN2. Столь высокие значения коэффициента корреляции говорят о том, что источники модуляции интенсивности тепловых нейтронов и интенсивности, регистрируемой нейтронным супермонитором, в этот период одни. Полученный результат подтверждает наше заключение, что тепловые нейтроны, регистрируемые детекторами DTN1 и DTN2, генерированы главным образом в атмосфере галактическими космическими лучами, а не в земной коре. Однако обратим внимание на всплеск интенсивности 25 декабря во внешнем детекторе на рисунке 2 (левая панель), который мы рассмотрим подробнее в следующем разделе.

Анализ результатов измерений во время сейсмической активности

Двадцать пятого декабря 2006 г в 20:01 по Гринвичу (UT) произошло землетрясение в 146 км на юго-запад от Алматы. По данным Казахстанского Национального Центра сейсмических данных (KNDC), магнитуда землетрясения 5.95, энергетический класс $K=14.2$. В Алматы землетрясение

ощущалось с интенсивностью 4-5 баллов. На рис. 3 пунктирной линией на графиках отмечено время землетрясения.

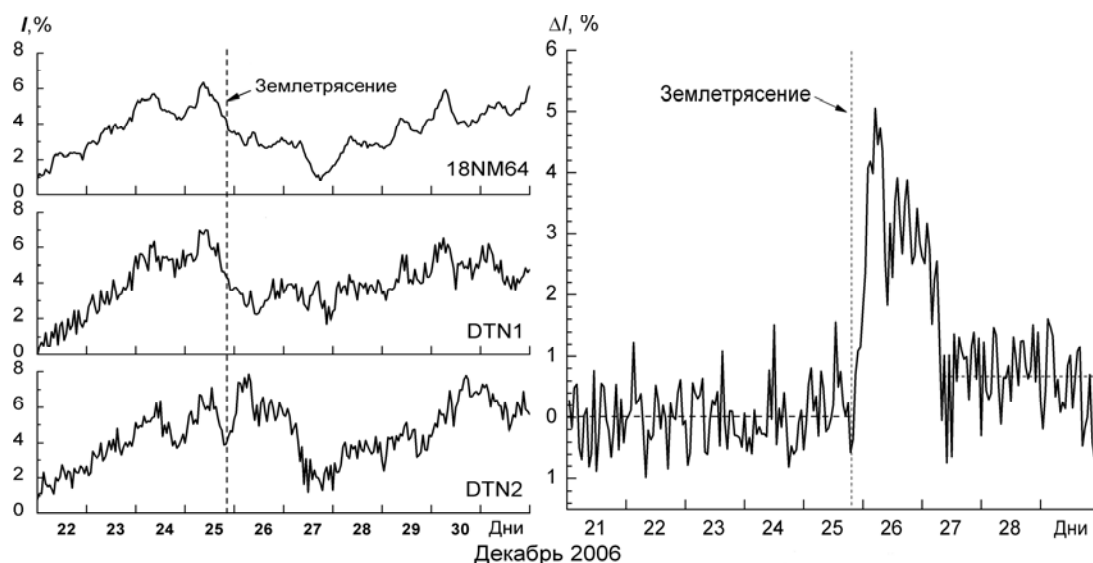


Рисунок 3 – Интенсивность высокоэнергичных (18NM64) и тепловых нейтронов без коррекции на атмосферное давление до и после землетрясения в декабре 2006г (слева), выделенный поток тепловых нейтронов литосферного происхождения (справа)

На всех детекторах до момента землетрясения вариации интенсивности независимо от энергии нейтронов совершенно аналогичны, левая панель рис.3, что подтверждается очень высокими коэффициентами корреляции. Для, DTN1 – 18NM64 он равен **0,98**, а для DTN2 - 18NM64 – **0,97**. В данных нейтронного монитора 25 декабря наблюдается спад интенсивности, который продолжается до 27 декабря. На нижнем графике, где представлены данные наружного детектора тепловых нейтронов, совершенно иная ситуация; точно в момент землетрясения начинается подъем интенсивности на 5-6%. После землетрясения нарушается корреляция данных внешнего детектора с нейтронным монитором, $K = 0,57$. Точное совпадение времени землетрясения с увеличением потока тепловых нейтронов на внешнем детекторе, нарушение корреляции с данными нейтронного монитора, увеличение в фазе с атмосферным давлением при отсутствии возмущений межпланетной среды говорят о принципиальном различии источника дополнительного потока нейтронов в детекторе DTN2 во время землетрясения с источниками вариаций, рассмотренных выше. Нами полагается, что источником дополнительного потока тепловых нейтронов в этом событии является земная кора. Землетрясение вызвало значительный выход радона за счет деформаций разломов в земной коре или образование микротрещин. И то и другое приведет к генерации дополнительного потока тепловых нейтронов литосферного происхождения.

Выделение потока тепловых нейтронов литосферного происхождения от вариаций нейтронов, образованных в атмосфере. Учитывая, что вероятность регистрации нейтронным монитором тепловых нейтронов крайне мала, меньше 0,01, а вариации атмосферного и межпланетного происхождения аналогичны во всех детекторах, вычтем из данных детектора тепловых нейтронов DTN2 данные нейтронного монитора после их нормирования. Таким образом мы исключаем общие вариации. На рис.3 справа представлен результат этой операции. Видно, что в интенсивности отсутствуют низкочастотные тренды, суточные вариации нейтронов, которые видны на рисунке рядом в этот период. Однако очевидно возрастание более чем на 5% потока тепловых нейтронов в первые часы после землетрясения. Дополнительный поток нейтронов поступал в течение ~1,5 суток. На способ выделения тепловых нейтронов литосферного происхождения получен инновационный патент [5].

Рассмотренное событие не уникально. За период работы детекторов тепловых нейтронов, 2006 – 2015гг, на основе наблюдений Казахстанского Национального Центра сейсмических данных (сайт: www.kndc.kz), были выбраны 24 события с землетрясениями в окрестности Алматы интенсивностью ≥ 3.6 . Рассмотрены изменения интенсивности потока тепловых и быстрых нейтронов в эти периоды. Отмечается увеличение потока тепловых нейтронов для более 60% событий.

На рис. 4 представлены вариации потока тепловых нейтронов (ДТН1) и высокоэнергичных (18NM64) для периода активизации сейсмической активности 1-2 ноября 2008 г (левая панель) и серии землетрясений 1-2 мая 2011 г (правая панель). В обоих событиях наблюдается увеличение потока тепловых нейтронов по сравнению с высокоэнергичными нейтронами. В мае 2011г вариации тепловых нейтронов отличные от высокоэнергичных начинаются за 2 суток до серии землетрясений, а в ноябре 2008г, - сразу после первого толчка. Событий с увеличением потока тепловых нейтронов накануне землетрясений гораздо меньше, $\sim 25\text{-}30\%$.

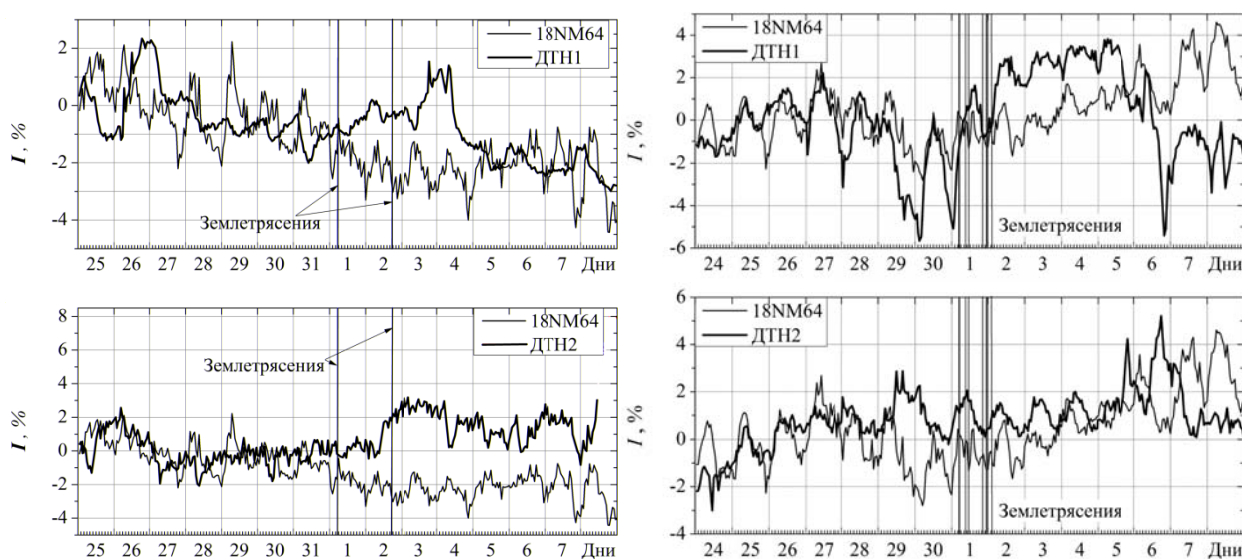


Рисунок 4 – Интенсивность высокоэнергичных (18NM64) и тепловых нейтронов во время сейсмической активности 1-2 ноября 2008 г.(слева), 1-2 мая 2011 г. (справа). Вертикальные линии соответствуют моментам землетрясений

Заключение

Таким образом, установлено, что в отсутствие сейсмической активности вариации тепловых нейтронов, регистрируемые на поверхности земли, имеют ту же природу, что и высокоэнергичные нейтроны. Наблюдается увеличение потока тепловых нейтронов во время землетрясений для более 60% событий. Увеличение потока тепловых нейтронов литосферного происхождения накануне землетрясений происходит в 25-30% событий. Величина потока нейтронов литосферного происхождения не превышает 5-7% от фона. Предложен способ их выделения.

Работа выполнена по РБП-076 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности, транспорта и коммуникаций» в рамках целевой программы «Развитие методов мониторинга и исследований космического пространства на базе современных информационных технологий» (Шифр О.0674), подпрограмма 2. «Развитие методов исследования ближнего космоса с использованием информационных технологий»:

- тема «Изучить механизмы взаимосвязи вариаций геофизических параметров на земной поверхности и в верхних слоях атмосферы, обусловленных источниками земного и космического происхождения», Регистрационный номер (РН) 0115РК01274.

«Изучить механизмы взаимосвязи вариаций геофизических параметров на земной поверхности и в верхних слоях атмосферы, обусловленных источниками земного и космического происхождения».

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дорман Л.И. Вариации галактических космических лучей, М.: Изд-во МГУ, 1975.
- [2] Володичев Н.Н., Кузевский Б.М., Нечаев О.Ю., Панасюк М.И., Шаврин П.И. Явление возникновения всплесков интенсивности нейтронов во время фаз новолуний и полнолуний. Космические исследования, 1977, Т.35, №2, С. 144-154.
- [3] Антонова В.П., Володичев Н.Н., Крюков С.В., Чубенко А.П., Щепетов А.Л. Отклик солнечных затмений в вариациях потока нейтронов на Земле, Известия РАН, Сер. Физическая, 2007, № 7, С. 1082-1085.
- [4] Volodichev N.N., Zakharov V.A., Kuzhevskij B.M., Nechaev O.Yu., Podorolski A.N., Chubenko A.P., Shepetov A.L. and V.P. Antonova. The flows of neutrons of space radiation and from terrestrial crust, Proc. of 27th ICRC, 2001, Germany, Hamburg, P. 4204-4207.
- [5] Антонова В.П., Крюков С.В., Чубенко А.П., Щепетов А.Л. Способ обнаружения и регистрации тепловых нейтронов. Инновационный Патент на изобретение №24139 РК. -2011. (19)KZ, (13)A4, (11)24139.

REFERENCES

- [1] Dorman L.I. Variatsii galakticheskikh kosmicheskikh luchej. M.: Izd-vo MGU, 1975 (in Russ.).
- [2] Volodichev N.N., Kuzhevskii B.M., Nechaev O.Yu., Panasiuk M.I., Shavrin P.I. Iavlenie vozniknoveniia vspleskov intensivnosti neutronov vo vremia faz novolunii i polnolunii. *Kosmicheskie issledovaniia*, 1977, T. 35, №2, S. 144-154 (in Russ.).
- [3] Antonova V.P., Volodichev N.N., Kriukov S.V., Chubenko A.P., Shchepetov A.L. Otklik solnechnykh zatmenii v variatsiiakh potoka neutronov na Zemle. *Izvestiia RAN, Ser. Fizicheskaja*, 2007, № 7, S. 1082-1085 (in Russ.).
- [4] Volodichev N.N., Zakharov V.A., Kuzhevskij B.M., Nechaev O.Yu., Podorolski A.N., Chubenko A.P., Shepetov A.L. and V.P. Antonova. The flows of neutrons of space radiation and from terrestrial crust. *Proc. of 27th ICRC*, 2001, Germany, Hamburg, P. 4204-4207 (in Eng.).
- [5] Antonova V.P., Kryukov S.V., Chubenko A.P., Shepetov A.L. Sposob obnaruzheniia i registratsii teplovykh neutronov. Innovatsionnyi Patent na izobretenie №24139 RK. 2011. (19)KZ, (13)A4, (11)24139.

СОЛТҮСТІК ТЯНЬ-ШАНЬНЫҢ БИІК ТАУЛЫ БЕКЕТТЕРІНДЕГІ ЖЫЛУ ЭНЕРГИЯСЫ НЕЙТРОНДАР ҚАРҚЫНДЫЛЫҒЫНА ЖЕР СІЛКІНІСТЕРІНІҢ ӘСЕРІ

В.П. Антонова¹, С.В. Крюков¹, В.Ю. Луценко¹, А.П. Чубенко²

¹ ЕЖШС «Ионосфера институты» «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы;

² Ресей ғылым академиясы Физика Институты, Ресей, Мәскеу

Түйін сөздер: ғарыштық сәуле, жылу нейтрондары, сейсмикалық белсенділік.

Аннотация. Солтүстік Тянь-Шань тауларындағы (теңіз деңгейінен жоғары 3340 м, 43.02 N, 76.56 E) биік таулы ғарыштық сәулелер бекеттеріндегі жер қыртысы жарықтар аймағындағы **жылу энергиясы нейтрондар қарқындылығын зерттеу нәтижелері ұсынылды.** Сейсмикалық белсенділік болмаған кезде, жылу нейтрондарының вариациясы жоғары энергиялы, мониторлық стандартты нейтрондарды тіркеу табиғатына ие екені көрсетілді. Алматы аймағындағы сейсмикалық үрдістердің жандану кезеңіндегі нейтрондардың жылдамдығы мен жылу ағыны қарқынының өзгерістері қарастырылды. Литосфералық пайда болудағы жылу нейтрондар ағынын тіркеу мүмкіндігі туралы қорытындылар жасалынды. Сейсмикалық белсенділіктің жоғарылау уақытындағы 54% орташа деңгейдегі жылу нейтрондар ағынының артуы бақыланды. Бір уақытта жоғары энергиялық нейтрондарды тіркеуді қолдану арқылы планета аралық пайда болу мен атмосфералық вариациядан литосфералық пайда болудағы жылу нейтрондар ағынын бөлу тәсілі ұсынылды.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 27 – 33

UDK 550.388.2

NEW METHOD FOR DETECTING THE DYNAMICS OF IONIZATION FLASHES IN IONOSPHERE BY A HARD- AND SOFTWARE COMPLEX OF DOPPLER MEASUREMENTS ON INCLINED TRANSMISSION PATH**N.M. Salikhov**

"Institute of Ionosphere" JSC "National Center for Space Research and Technology", Almaty
un5g@rambler.ru

Key words: ionosphere, Doppler shift, ionization flash, helio-geophysical events.

Abstract. A new way for the revealing of disturbances in the ionosphere is designed on the base of modified method of Doppler measurements. A modification of Doppler measurement method allows to carry out the short- and long-term observations of the dynamics of ionization flashes in ionosphere and track disturbances in ionosphere induced by the helio-geophysical events. A specialized program package for selection of ionosphere response to these events is included into designed hardware and software complex. The efficiency of suggested method was confirmed by registration of solar flare effects on ionosphere, by connection found between seismic events and ionosphere disturbances, and by observation of the dynamic of reflected Doppler radio-splashes on the eve of and during an earthquake.

УДК 550.388.2

НОВЫЙ МЕТОД РЕГИСТРАЦИИ ДИНАМИКИ ВСПЫШЕК ИОНИЗАЦИИ В ИОНОСФЕРЕ АППАРАТНО-ПРОГРАММНЫМ КОМПЛЕКСОМ ДОПЛЕРОВСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ НА НАКЛОННОЙ РАДИОТРАССЕ**Н.М. Салихов**

ДТОО «Институт ионосферы» АО НЦКИТ, Алматы

Ключевые слова: ионосфера, доплеровский сдвиг, вспышки ионизации, гелио-геофизические события.

Аннотация. Разработан новый способ выявления возмущений в ионосфере на основе модифицированного метода доплеровских измерений. Модификация метода доплеровских измерений позволяет проводить кратковременные и длительные наблюдения за динамикой вспышек ионизации и отслеживать возмущенность в ионосфере при гелио-геофизических событиях. В аппаратно-программный комплекс доплеровских измерений включен пакет программ, созданный специально для выявления откликов ионосферы на гелио-геофизические события. Эффективность метода подтверждена регистрацией отклика ионосферы на солнечные вспышки, выявлением взаимосвязи между уровнем сейсмичности и возмущенностью ионосферы, а также наблюдениями за динамикой количества доплеровских всплесков радиосигнала, отраженного от ионосферы, накануне и во время землетрясения.

Введение. Одним из эффективных и общепризнанных методов изучения состояния ионосферы является метод регистрации доплеровского сдвига частоты (ДСЧ) коротковолновых радиосигналов с непрерывной квазимонохроматической несущей на слабонаклонных радиотрассах [1,2,3]. Доплеровский метод позволяет эффективно регистрировать в ионосфере волновые возмущения, восходно-заходные эффекты, отклики на воздействие рентгеновского и ультрафиолетового излучения от солнечных вспышек, землетрясения, промышленные и ядерные

взрывы с временными интервалами от единиц-десятков секунд до нескольких часов [4]. В ионосфере, есть процессы более быстрые, связанные со вспышками ионизации [5], которые регистрируются как кратковременные отклонения доплеровской частоты ионосферного сигнала от нескольких герц до десятков герц. Проблема одновременной регистрации кратковременных и длительных процессов в ионосфере является наиболее сложной и актуальной. Существующие в настоящее время доплеровские методы, которые реагируют на скорость изменения электронной концентрации [6], становятся неэффективными для регистрации медленных процессов в ионосфере. Мы предположили, что проводя длительные наблюдения за динамикой вспышек ионизации, можно отслеживать состояние (возмущенность) ионосферы. В связи с этим возникла идея подсчета количества вспышек ионизации во время проведения доплеровских измерений, которая была положена в основу нового метода для исследования откликов ионосферы на гелио-геофизические события.

Метод исследования. Ранее для регистрации ионосферных возмущений в Институте ионосферы был создан аппаратно-программный комплекс (АПК) доплеровских измерений, в основу которого заложен принцип работы петли фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и реализована возможность измерения ДСЧ большого по амплитуде луча в условиях многолучевости [7,8]. Измерение ДСЧ в условиях многолучевости явилось важным преимуществом перед другими методами доплеровских измерений, позволяющим обеспечить круглосуточный режим с высоким уровнем автоматизации измерений. Дальнейшая модификация связана с внесением в функциональную схему АПК доплеровских измерений дополнительных блоков, позволяющих выделять кратковременные всплески ионизации в ионосфере. На рисунке 1 представлена функциональная схема АПК с дополнительными блоками (дополнительные блоки представлены цветными прямоугольниками).

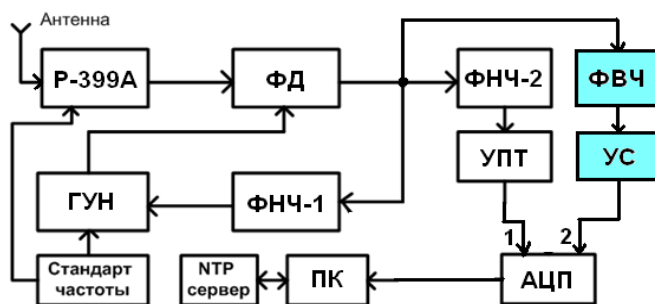


Рисунок 1 - Функциональная схема приемной установки с дополнительными блоками для измерения доплеровского сдвига частоты радиосигнала, отраженного от ионосферы, и кратковременных вспышек ионизации в ионосфере

В состав оборудования аппаратно-программного комплекса доплеровских измерений входят следующие функциональные элементы:

Р-399А - радиоприемное устройство.

ГУН – генератор, управляемый напряжением. В качестве генератора, управляемого напряжением, используется синтезатор частот Ч6-31.

Стандарт частоты - рубидиевый стандарт частоты.

ФД - фазовый детектор.

ФНЧ-1 - аналоговый пропорционально-интегрирующий фильтр нижних частот.

ФНЧ-2 - аналоговый фильтр нижних частот.

УПТ - усилитель постоянного тока с регулируемым коэффициентом усиления.

АЦП - двенадцатиразрядный восьмиканальный аналого-цифровой преобразователь фирмы L-Card типа E-154.

ПК - персональный компьютер.

NTP-сервер - сервер атомного стандарта частоты и времени.

ФВЧ - аналоговый фильтр высоких частот.

УС - усилитель с регулируемым коэффициентом усиления.

Сигнал от радиопередатчика со стабильностью не хуже $10^{-9}f$, отразившись от ионосферы, принимается антенной и поступает на радиоприемное устройство Р-399А и далее на фазовый детектор (ФД). На другой вход ФД подается сигнал от генератора управляемого напряжением (ГУН). Сигнал с выхода ФД в виде напряжения постоянного тока воздействует на ГУН и подстраивает его под частоту принимаемого сигнала, причем изменение напряжения с выхода ФД пропорционально доплеровскому сдвигу частоты. Сигнал, пройдя ФНЧ-2 и усилитель постоянного тока (УПТ), оцифровывается одним из каналов аналого-цифрового преобразователя (АЦП), далее данные сохраняются в файле в памяти персонального компьютера (ПК). Синхронизация бортового времени компьютера осуществляется по сети Интернет от NTP-сервера атомного стандарта частоты и времени. Для регистрации кратковременных доплеровских выбросов в функциональную схему комплекса были введены фильтр высоких частот (ФВЧ) и усилитель (УС).

Из сигнала с выхода ФД отфильтровывается высокочастотная составляющая фильтром ФВЧ и далее после усиления этот сигнал оцифровывается с частотой 25 Гц вторым каналом АЦП, затем сохраняется в файле на диске ПК. Подсчет и построение графика вариаций доплеровских выбросов от времени производятся с помощью специально написанной для этих целей компьютерной программой.

Результаты исследования и их обсуждение. В этом разделе приводятся результаты исследований, выполненные с применением нового метода регистрации всплеск ионизации, на основе АПК доплеровских измерений на наклонной радиотрассе.

На рисунке 2 представлены записи кратковременных выбросов, зарегистрированных АПК доплеровских измерений за 300 секундный интервал времени 30 мая 2014 г.

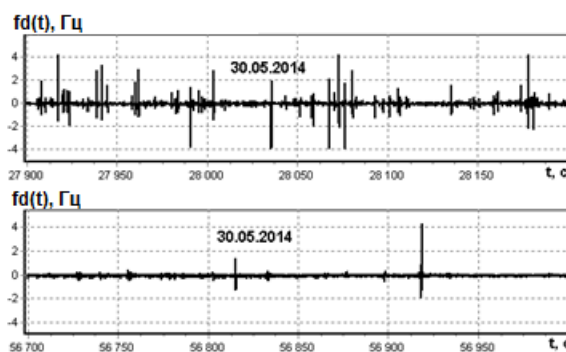


Рисунок 2 - Пример записи доплеровских выбросов в разное время суток 30 мая 2014г.
По оси X - время в секундах от начала суток по времени GMT

На верхнем графике видно, что в интервале 300 секунд зарегистрировано около 20 всплесков. На нижнем графике за такой же период времени зарегистрировано только два всплеска. Установлено, что частота появления этих всплесков (назовем их доплеровскими выбросами) меняется с течением времени. На рисунке 3 представлены результаты одновременного наблюдения текущего спектра ионосферного сигнала (рис.3а) и кратковременных доплеровских выбросов (рис.3б) радиосигнала (11885 кГц) вещательной радиостанции из г.Урумчи (КНР). Наблюдение за ионосферными всплесками провели с помощью спектроанализатора, подключенного на выход радиоприемного устройства и доплеровского комплекса.

В верхнем окне (рис.3а) представлен спектр принимаемого ионосферного сигнала в конкретный момент времени, в нижнем окне - динамика спектра, где хорошо видны два кратковременных уширения полосы спектрального пика до 20 Гц и более. В то же самое время доплеровским комплексом зарегистрированы кратковременные выбросы частоты длительностью от 0,3 до 0,6-0,8 секунд (рис.3б).

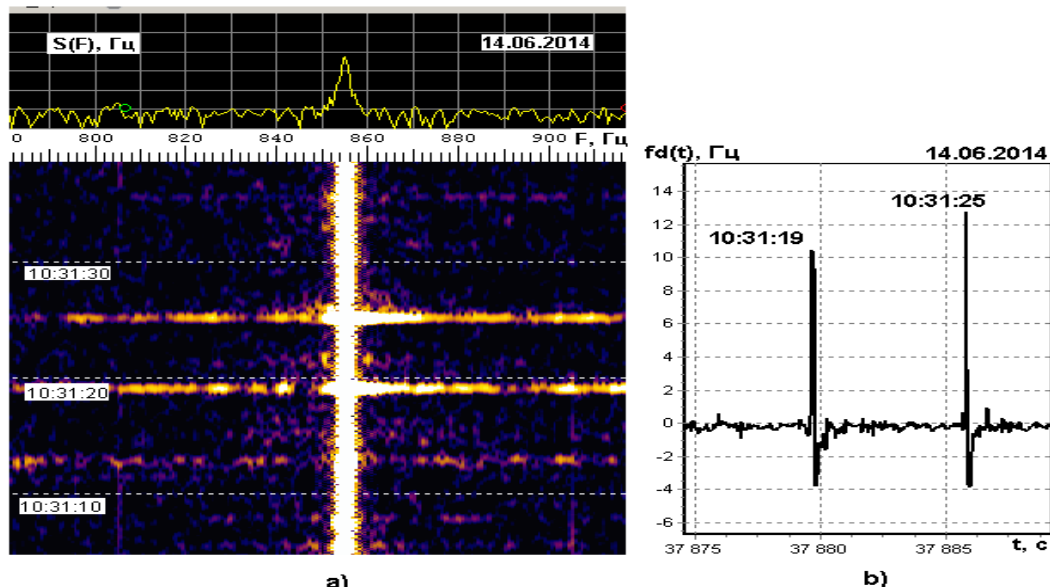


Рисунок 3 - Пример кратковременных выбросов доплеровских частот, зарегистрированных 14 июля 2014 года спектроанализатором (а) и аппаратно-программным комплексом доплеровских частот (б).

По оси X - время в секундах от начала суток по времени GMT.

Проверка работоспособности нового метода регистрации вспышек ионизации АПК доплеровских измерений на наклонной радиотрассе была осуществлена также во время солнечных рентгеновских вспышек. На рисунке 4 приведены данные измерений доплеровских частот во время рентгеновской вспышки на Солнце класса C8.7, произошедшей 10 мая 2014г. Рентгеновская вспышка по данным спутника GOES-15 представлена на графике 1. В это время в ионосфере зарегистрирован отклик на рентгеновскую вспышку как значимое увеличение количества выбросов доплеровской частоты (график 2). Вариации доплеровского сдвига частоты сигнала, отраженного от ионосферы, представлены на графике 3, где желтым цветом выделен сигнал после фильтрации скользящим средним.

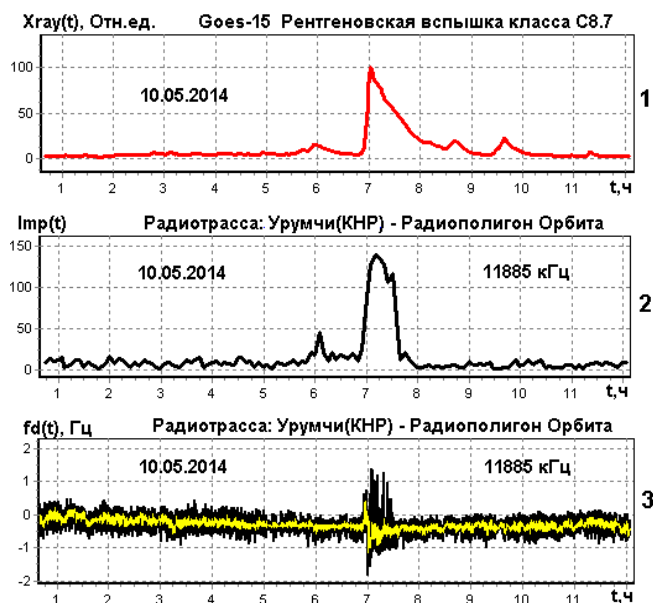


Рисунок 4 - Отклик в ионосфере на солнечную рентгеновскую вспышку класса C8.7 по измерениям доплеровского сдвига частоты на Радиополигоне Орбита 10 мая 2014г. Обозначения: 1 - всплеск рентгеновских лучей по данным спутника Goes-15, 2 - скорость изменения во времени количества импульсов (выбросов доплеровской частоты) за 5-ти минутный интервал, 3 - вариации доплеровского сдвига частоты сигнала, отраженного от ионосферы. По оси X - время в часах от начала суток по времени GMT

Таким образом, метод регистрации всплесков ионизации АПК доплеровских измерений надежно зарегистрировал отклик в ионосфере на рентгеновскую вспышку, как в вариациях доплеровских частот, так и в изменении количества доплеровских выбросов.

Опираясь на указанную методику, мы предприняли попытку выявить взаимосвязь между уровнем сейсмичности (в зоне, контролируемой сейсмической сетью наблюдений Института геофизических исследований НЯЦ РК) и вариациями доплеровских выбросов ионосферных сигналов. Отметим, что подготовка крупных землетрясений происходит в течение длительного времени месяцев-лет. Используемый нами ранее доплеровский метод измерений [7], в основе которого используется принцип работы ФАПЧ, позволяет регистрировать ионосферные возмущения с периодом от единиц-десятков секунд до нескольких часов. Однако к измерениям более длинных периодов он мало пригоден, так как, чем медленнее скорость изменения электронной концентрации в области отражения радиоволны в ионосфере, тем меньше доплеровский сдвиг. Предложенный метод подсчета количества всплесков ионизации в ионосфере существенно дополнил и расширил возможности доплеровских измерений именно в области долговременных эффектов в ионосфере с периодами порядка месяца и более. На рисунке 5а представлены данные доплеровских измерений за март 2014 года на пункте «Радиополигон Орбита» и данные количества землетрясений на сейсмоактивной территории, контролируемой сейсмической сетью наблюдений ИГИ НЯЦ РК за этот же период. Ограниченность анализа по времени одним месяцем объясняется тем, что в 2014 году непрерывные данные по доплеровским измерениям были получены только в марте месяце. Для доплеровских измерений использовали передатчик вещательной радиостанции из п. Красная речка (Киргизия), работающий на частоте 4820 кГц. Суточные данные количества землетрясений на сейсмоактивной территории взяты на сайте kndc.kz. На рисунке 5а видно, что суточные изменения количества землетрясений хорошо отслеживаются в изменении количества ионосферных доплеровских выбросов с задержкой в 2-3 дня. Для удобства сравнительного анализа данные приведены в относительных единицах.

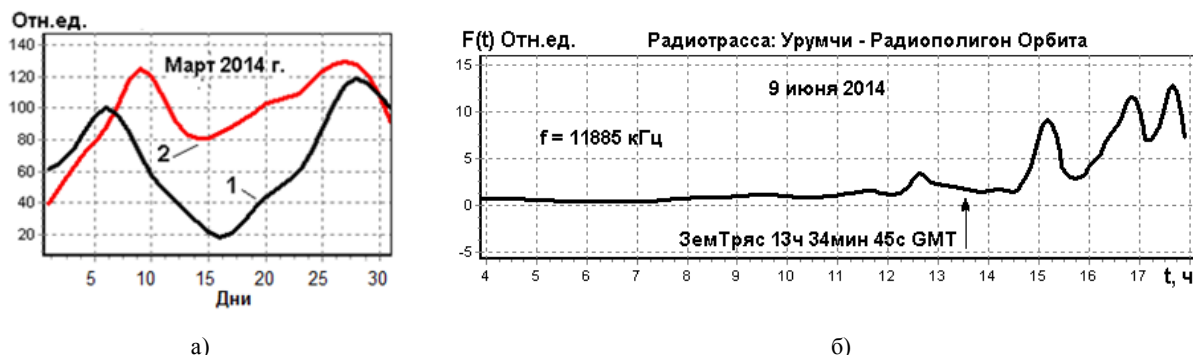


Рисунок 5 - Взаимосвязь между уровнем сейсмичности и количеством доплеровских всплесков радиосигнала, отраженного от ионосферы.

а) - сейсмичность территории, по данным kndc.kz (1), количество доплеровских всплесков радиосигнала (2).
По оси X - время в днях от начала месяца; б) - вариации количества выбросов доплеровских частот по 5-ти минутным интервалам во время землетрясения 9 июня 2014г. Вертикальной стрелкой обозначено время землетрясения.
По оси X - время в часах от начала суток по времени GMT.

На рисунке 5б представлены вариации доплеровских всплесков во время землетрясения, произошедшего 9 июня 2014 года в 13 часов 34 минуты по Гринвичу в приграничном районе Казахстана и Китая, в 335 км к северо-востоку от г. Алматы. Координаты эпицентра землетрясения: 44.86 градуса северной широты, 80.44 градуса восточной долготы, энергетический класс $K=11.1$, магнитуда $m_b=4.8$, глубина $h=3$ км (kndc.kz). Землетрясение произошло в 138 км от проекции на землю точки отражения радиоволны радиотрассы Урумчи (КНР) — Радиополигон Орбита на частоте 11885 кГц.

На рисунке видно, что примерно за 1 час 40 минут до землетрясения произошло увеличение количества выбросов доплеровских частот с последующим нарастающим трендом и значительным ростом вслед за основным сейсмическим толчком. Необходимо отметить, что доплеровский

эффект от землетрясения мог быть скрыт ростом ионосферных возмущений, связанных с заходом Солнца. Поэтому, не умаляя значимости повышения количества выбросов до землетрясения - как возможного предвестника землетрясения, считаем преждевременным обсуждать особенности отсроченного эффекта, зарегистрированного после сейсмического события. Появление возмущений в ионосфере до и во время землетрясений связывают с возникновением сейсмогенной ионосферной перемещающейся неоднородности, характеризующейся положительным отклонением электронной концентрации [9,10]. Выявление таких сейсмогенных ионосферных перемещающихся неоднородностей авторы рассматривают как предвестники землетрясений.

Методика регистрации динамики ионосферных всплесков при доплеровских измерениях может быть рекомендована для мониторинга возмущенности ионосферы при различных гелио-геофизических событиях и для поиска ионосферных аномалий перед готовящимися землетрясениями.

Выводы.

1. Разработан новый способ выявления возмущений в ионосфере на основе модифицированного метода доплеровских измерений.

2. Модификация метода доплеровских измерений позволяет проводить кратковременные и длительные наблюдения за динамикой всплесков ионизации и отслеживать возмущенность в ионосфере при гелио-геофизических событиях:

- зарегистрирован отклик ионосферы на солнечные вспышки;
- выявлена взаимосвязь между уровнем сейсмичности и возмущенностью ионосферы на протяжении марта 2014 г.;
- зарегистрировано повышение количества доплеровских всплесков радиосигнала, отраженного от ионосферы, накануне землетрясения 09.06.2014г., магнитудой $m_b=4.8$.

3. Методика регистрации динамики ионосферных всплесков при доплеровских измерениях может быть рекомендована для мониторинга возмущенности ионосферы при различных гелио-геофизических событиях и для поиска ионосферных аномалий перед готовящимися землетрясениями.

Работа выполнена в рамках проекта: «Изучить структуру и динамику потока космических лучей, геомагнитного поля, ионосферы и атмосферы с целью диагностики и прогноза состояния ближнего космоса», ДТОО «Институт ионосферы» АО НЦКИТ АГКИ МИР Республика Казахстан.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Watts J.M., Davis K. Rapid frequency analysis of fading radio signals. *Journal of Geophysical Research*, **1960**, V.65, pp.2295-2299.
- [2] Davis K., Watts J.M. and Zacharisen. A study of F2 layer effects as observed with a doppler technique. *Journal of Geophysical Research*, **1962**, V.67, №2, pp. 601-609.
- [3] Намазов С.А., Новиков В.Д., Хмельницкий И.А. Доплеровское смещение частоты при ионосферном распространении дециметровых волн. Препринт №2 (87), *ИЗМИРАН СССР*, **1974**, 28 с.
- [4] Краснов В.М., Салихов Н.М., Жумабаев Б.Т. История и перспективы доплеровского метода исследования ионосферы в Казахстане. *Геодинамика и солнечно-земные связи*, Алматы, **2013**, с. 214 – 222.
- [5] Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Изд-во «Мир», **1973**, 501 с.
- [6] Альперт Я.Л. Распространение электромагнитных волн в ионосфере. Изд-2, переработанное и дополненное. М.: Изд-во «Наука», **1972**, 564 с.
- [7] Салихов Н.М., Сомсиков В.М. Аппаратно- программный комплекс для регистрации доплеровского сдвига частоты ионосферных радиосигналов над очагами землетрясений. *Известия НАН РК серия физико-математическая*, **2014**, №4, с. 116-121.
- [8] Салихов Н.М. Отклик ионосферы на акустические источники возмущений естественного и искусственного происхождения. *Канд. дисс.* Алма-Ата, **1984**, 165 с.
- [9] Калинин Ю. К., Сергеев Н. П. Макромасштабные движущиеся неоднородности, возникающие в ионосфере за несколько часов до сильных землетрясений. *Доклады РАН*, **2002**, Т.387, №1, с.105.
- [10] Kalinin Y. K., Sergeenko N. P., Sergeenko N.P., Shubin V.N. The large-scale isolated disturbances dynamics in the main peak of electronic concentration of ionosphere. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, **2003**, v.65, Issue 11-13, pp.1175-1177.

REFERENCES

- [1] Watts J.M., Davis K. Rapid frequency analysis of fading radio signals. *Journal of Geophysical Research*, 1960, V.65, pp.2295-2299 (in Eng.).
- [2] Davis K., Watts J.M. and Zacharisen. A study of F2 layer effects as observed with a doppler technique. *Journal of Geophysical Research*, 1962, V.67, №2, pp. 601-609 (in Eng.).
- [3] Namazov S.A., Novikov V.D., Hmel'nickij I.A. Dopplerovskoe smeshhenie chastoty pri ionosfernom rasprostraneniі dekametrovyh voln. Preprint №2 (87), IZMIRAN SSSR, 1974, 28 s (in Russ.).
- [4] Krasnov V.M., Salikhov N.M., Zhumabaev B.T. Istorija i perspektivy doplerovskogo metoda issledovanija ionosfery v Kazahstane. *Geodinamika i solnechno-zemnye svjazi*, Almaty, 2013, s. 214-222 (in Russ.).
- [5] Djevis K. Radiovolny v ionosfere. M.: Izd-vo «Mir», 1973, 501 s (in Russ.).
- [6] Alpert Ja.L. Rasprostranenie jelektronnym voln v ionosfere. Izd-2, pererabotannoe i dopolnennoe. M.: Izd-vo «Nauka», 1972, 564 s (in Russ.).
- [7] Salikhov N.M., Somsikov V.M. Apparatno- programmnyj kompleks dlja registracii doplerovskogo sdviga chastoty ionosfernyh radiosignalov nad ochagami zemletrjasenij. *Izvestija NAN RK serija fiziko-matematicheskaja*, 2014, №4, s. 116-121 (in Russ.).
- [8] Salikhov N.M. Otklik ionosfery na akusticheskie istochniki vozmushhenij estestvennogo i iskusstvennogo proishozhdenija. *Kand. diss. Alma-Ata*, 1984, 165 s (in Russ.).
- [9] Kalinin Ju. K., Sergeenko N. P. Makromasshtabnye dvizhushiesja neodnorodnosti, vznikajushhie v ionosfere za neskol'ko chasov do sil'nyh zemletrjasenij. *Doklady RAN*, 2002, T.387, №1, s.105 (in Russ.).
- [10] Kalinin Y. K., Sergeenko N. P., Sergeenko N.P., Shubin V.N. The large-scale isolated disturbances dynamics in the main peak of electronic concentration of ionosphere. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 2003, v.65, Issue 11-13, pp.1175-1177 (in Eng.).

**КӨЛБЕУ РАДИОЖОЛЫНДА ИОНОСФЕРА ОШАҚТАРЫН АППАРАТТЫҚ-БАҒДАРЛАМАЛЫҚ
КЕШЕНІНІҢ ДОПЛЕРЛІК ӨЛШЕУ ИОНДАЛУЫНЫҢ ДИНАМИКАСЫН АНЫҚТАУДЫҢ ЖАҢА ӘДІСІ**

Н.М. Салихов

«Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

Түйін сөздер: ионосфера, доплерлік ауысу, ионизациялық жарқыл, гелио-геофизикалық оқиға.

Аннотация. Ионосферада модификациялық әдіспен доплерлік өлшеу арқылы наразылықты анықтаудың жаңа түрі құрылды. Доплерлік өлшеу әдісі гелио-геофизикалық шараларда ионосфера иондалуының соққылары мен трек тәртіпсіздіктің динамикасын қысқа мерзімді және ұзақ мерзімді бақылау өзгертуге мүмкіндік береді. Аппараттық-бағдарламалық кешенде доплерлік өлшеудің арнайы гелио-геофизикалық ортада ионосфералық жауапты анықтау үшін жаңа бағдарламалық қамтамасыз ету пакеті енгізілген. Әдістің тиімділігі күннің жарқылының ионосферада тіркелуі, сейсмикалық литосфера мен ионосфералық наразылықтың қарым-қатынасы және де жер сілкінісің жақындауынды және жер сілкінісі уақытында ионосферада шағылған радиосигналдардың доплерлік жарқылдың динамикалық санын бақылауда расталған

Поступила 17.06.2016 г.

Наземно-космические методы исследования геодинамических процессов в земной коре

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 34 – 39

UDC 551.242.1

THE DYNAMICS OF THE SEASONAL MOVEMENTS OF GPS STATIONS IN THE NORTHERN TIEN SHAN

A.V. Vilyayev, Zh.Sh. Zhantaev, A.P. Stikharnyi

"Institute of Ionosphere" JSC "National Center for Space Research and Technology", Almaty
vilyayev@gmail.com

Keywords: Geodynamics, GPS measurements, seasonal variations

Abstract. In the study of modern movements of the Earth's surface to actively use space geodesy techniques. Linear trend of long time series of observations on the permanent GPS stations was used to determine regional and global tectonic movements and deformations. At the same time it is insufficiently examined seasonal variations in movements that are also practical significance in the study of geodynamic earthquake precursors.

The paper considers the dynamics of the movement of GPS stations in the Northern Tien Shan observational results for the period 2009-2015. Seasonal ingredients identified horizontal and vertical displacement, revealed the characteristic features of their variations. It was established movement of centers points in the horizontal plane of rotation of the ellipse approximated direction of travel counterclockwise. The amplitude displacements along the major axis varies from 2 mm to 14 mm. In the first half of the year it is dominated by north-westerly direction horizontal displacements, the second - the south-east. Dynamic vertical displacement is differentiated to stations.

The question of the physical sources of the observed seasonal variations of movement GPS points determines the direction of future research on the mechanism of formation of modern geodynamic processes on the territory of the Northern Tien Shan.

УДК 551.242.1

ДИНАМИКА СЕЗОННЫХ ДВИЖЕНИЙ GPS СТАНЦИЙ НА ТЕРРИТОРИИ СЕВЕРНОГО ТЯНЬ-ШАНЯ

А.В. Виляев, Ж.Ш.Жантаев, А.П. Стихарный

ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», г.Алматы

Ключевые слова: геодинамика, GPS измерения, сезонные вариации.

Аннотация. В исследовании современных движений земной поверхности активно используются методы космической геодезии. Линейный тренд продолжительных временных рядов GPS наблюдений на перманентных станциях используется для определения региональных и глобальных тектонических движений и деформаций. В то же время не уделяется должного внимания рассмотрению сезонных вариаций

движений, имеющих также практическую значимость в изучении геодинамических предвестников землетрясений.

В работе рассмотрена динамика движения GPS станций на территории Северного Тянь-Шаня по результатам наблюдений за период 2009-2015 гг. Определены сезонные компоненты планового и высотного смещения, выявлены характерные особенности их вариаций. Установлено движение центров пунктов в горизонтальной плоскости, аппроксимируемое эллипсом с направлением движения против часовой стрелки. Амплитуда перемещений по главной оси изменяется от 2 мм до 14 мм. В первой половине года преобладают северо-западные направления горизонтальных смещений, во второй - юго-восточные. Динамика вертикальных смещений имеет дифференцированный характер для различных станций.

Вопрос о физических источниках наблюдаемых сезонных вариаций движения GPS пунктов определяет направление дальнейших исследований по изучению механизма формирования современных геодинамических процессов на территории Северного Тянь-Шаня.

Введение

В изучении современных движений земной поверхности активно используются методы космической геодезии. Определение скорости движения отдельных блоков земной коры и целых континентов по дискретным наблюдениям на сети постоянно действующих опорных станций Международной GPS службы стало рутинной операцией. После процедур удаления ошибок и помех из измеряемого сигнала, определяются с высокой точностью координаты GPS станции и компоненты планового и высотного смещения. Линейный тренд продолжительных временных рядов этих измерений считается прямым индикатором региональных и глобальных тектонических движений и деформаций.

В технологии получения информации о координатах GPS станции вопрос фильтрации действительных геодинамических движений от вариаций физического состояния среды по трассе прохождения сигнала остается невыясненным. Исключая ошибки аппаратуры и математической обработки, наиболее весомыми считаются изменения атмосферной нагрузки [1], гидрологическое воздействие уровня подземных вод [2], сезонные температурные эффекты [3].

Считается, что при продолжительном геодинамическом мониторинге движений поверхности периодом более 4.5 лет сезонные вариации GPS сигнала не оказывают влияния на точность линейного тренда [4]. Однако, как показывают последние исследования, годовые циклы вносят значительный вклад в оценку линейного тренда [5] и в формирование деформационных процессов, имеющих практическое значение при изучении региональных тектонических движений и геодинамических предвестников землетрясений [6].

В настоящее время для территории Северного Тянь-Шаня накоплены значительные научные данные и материалы по результатам исследований природы современных движений методами космической геодезии [7-10]. Анализ опубликованных материалов показывает неоднозначность в определении физических процессов, контролируемых наблюдаемые изменения координат GPS станций. Так, априорно, мировым GPS сообществом единственная доминирующая роль в изменении координат GPS станций отводится эндогенным литосферным и мантийным геодинамическим процессам. С другой стороны, вопрос определения источника наблюдаемых вариаций без рассмотрения влияния как внешних сил планетарного масштаба, так и локальных неоднородностей физической среды околоземного пространства не может быть решен положительно [7,8].

Цель настоящей работы заключалась в изучении закономерностей сезонных вариаций движения GPS пунктов как экспериментальной основы современных геодинамических процессов на территории Северного Тянь-Шаня.

Методы исследования

Исходными данными являются результаты наблюдений на 9 пунктах локальной сети стационарных GPS приемников Института Ионосферы (4 станции) и Института Сейсмологии (5 станций) за период 2009-2015 гг.. Станции расположены в сейсмически опасной зоне с возможной сотрясаемостью до 9-ти баллов в районе хребта Заилийский Алатау, а также в переходной области к асейсмичной части Казахского щита. Для автоматизированных измерений использовались двухфазные GPS приемники LEICA GPS1200, TRIMBLE 4000SST, ROGUE SNR-8000. Дискретность взятия отсчетов составляла 30 сек.

Обработка сигналов осуществлялась программным комплексом GAMIT/GLOBK, разработанным в Массачусетском технологическом институте, Гарвард-Смитсонском Астрофизическом Центре (CfA) и Океанографическом институте имени Скриппса (SIO) [11,12]. Координаты пунктов рассчитывались на основе дифференциальных фазовых и кодовых наблюдений, параметров орбит движения спутников, ионосферной и тропосферной задержек, фазовых неоднозначностей. Ежедневные решения объединялись в системе отсчета ITRF2008 с результатами измерений 23 станций всемирной IGSS сети. В результате вычислены абсолютные значения смещений по долготе, широте и высоте в каждом пункте наблюдений относительно Евразийского континента.

Полученные данные использованы для анализа сезонных вариаций движения GPS пунктов.

Результаты исследования

По результатам непрерывных измерений определены вектора скоростей современных движений, как линейные тренды приращений соответствующих координат пункта за нормированное время (Табл.1). Точность определения координат составила в плане 4,3 мм, по высоте 9.9 мм.

Компоненты смещений и их линейный тренд показаны на примере пункта TURG на рис. 1. Сезонная декомпозиция осуществлялась для соответствующих направлений вычетом линейных трендов. Дальнейшая обработка заключалась в вычислении среднесуточного значения сезонной составляющей смещения GPS пункта по долготе, широте и вертикали на каждый день года за весь цикл наблюдений.

Таблица 1 – Характеристики движения GPS пунктов на период 2015г. относительно Евразии

ID	долгота	широта	юг-север	запад-восток	вертикаль	Азимут
CHLK	78.373	43.529	3.531	1.395	0.125	22
CHSH	76.998	43.854	0.832	0.166	2.374	11
IZVS	76.610	43.038	2.609	-0.376	3.068	352
KAAT	75.967	43.045	2.098	0.727	1.169	19
KURY	76.338	43.893	0.810	-0.140	1.388	350
MATB	76.427	43.130	2.233	-0.666	4.007	343
SATY	78.408	43.057	5.273	1.869	-0.210	20
TSHN	76.944	43.042	2.928	-0.340	3.844	353
TURG	77.633	43.309	3.294	1.229	0.613	20

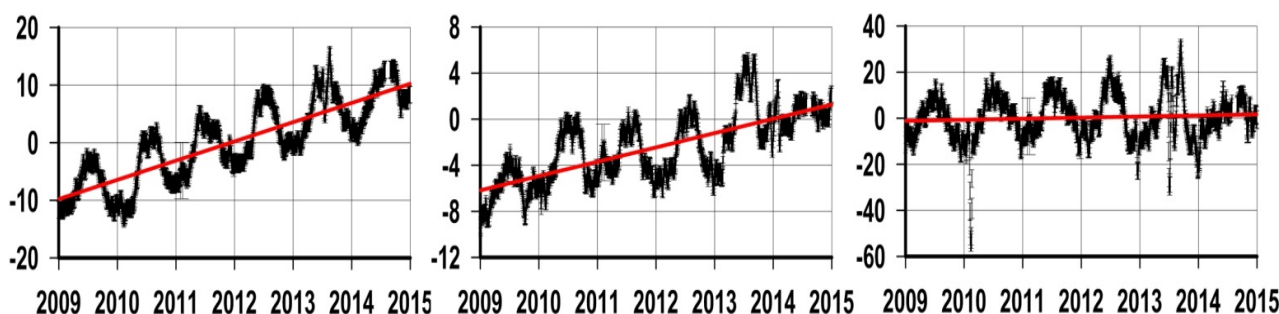


Рисунок 1 – Временной ряд смещений пункта TURG по широте, долготе и вертикали (слева-направо) за период 2009-2015 гг.

Установлено ежегодное устойчиво-направленное вращательное движение центров пунктов. На рис. 2 представлены графики смещения некоторых GPS пунктов в горизонтальной плоскости. Движение пунктов может быть аппроксимировано эллипсом с направлением движения против

часовой стрелки. Амплитуда перемещений по главной оси эллипса изменяется от 3 мм до 14 мм в сезон. Данный результат получен как для пунктов Северного Тянь-Шаня, так и для некоторых рассмотренных международных станций IGSS. Аналогичная сезонная динамика движений наблюдалась также в области Алданского щита [6] и территории Южной Якутии [13].

Пространственно-временное распределение векторов горизонтальных смещений показано на рис.3. Для большинства рассматриваемых GPS станций выявлено противоположное направление движение в зависимости от сезона года весна-осень или зима-лето.

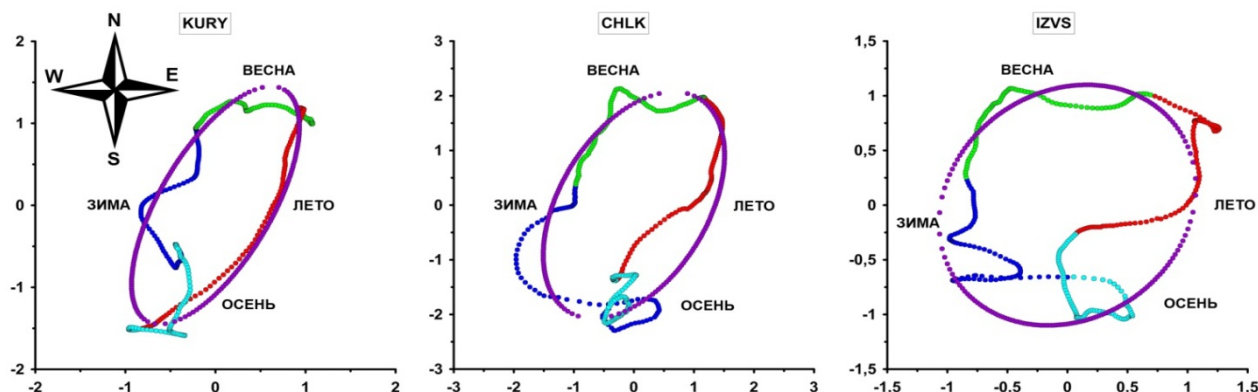


Рисунок 2 – Сезонная динамика смещений центров приемных антенн GPS пунктов KURY, CHLK, IZVS в горизонтальной плоскости (ед. измерений мм)

В первой половине года преобладают северо-западные направления горизонтальных смещений, во второй - юго-восточные. Максимальная сезонная амплитуда горизонтальных компонент перемещений достигает 11.5 мм (TURG) на фоне линейных трендовых не более 5.3 мм/год.

Амплитуда среднесуточных движений станций в вертикальном направлении в течение года не превышает 30 мм. Динамика вертикальных смещений имеет дифференцированный характер. Для некоторых GPS станций определены поднятия в зимние месяцы года и опускания в летние, для другой части станций процесс имеет противоположное направление в этот же сезон (рис.4). Процесс вертикальных движений, скорее всего, определяется различным гидрологическим режимом подземных вод.

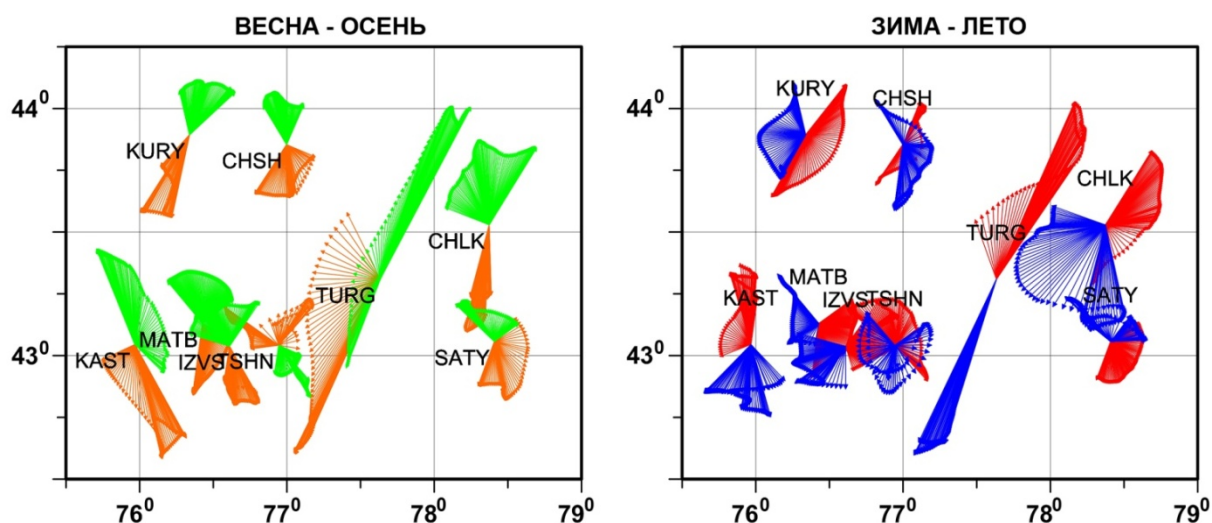


Рисунок 3 – Сезонные вариации направления вектора горизонтальных смещений GPS станций

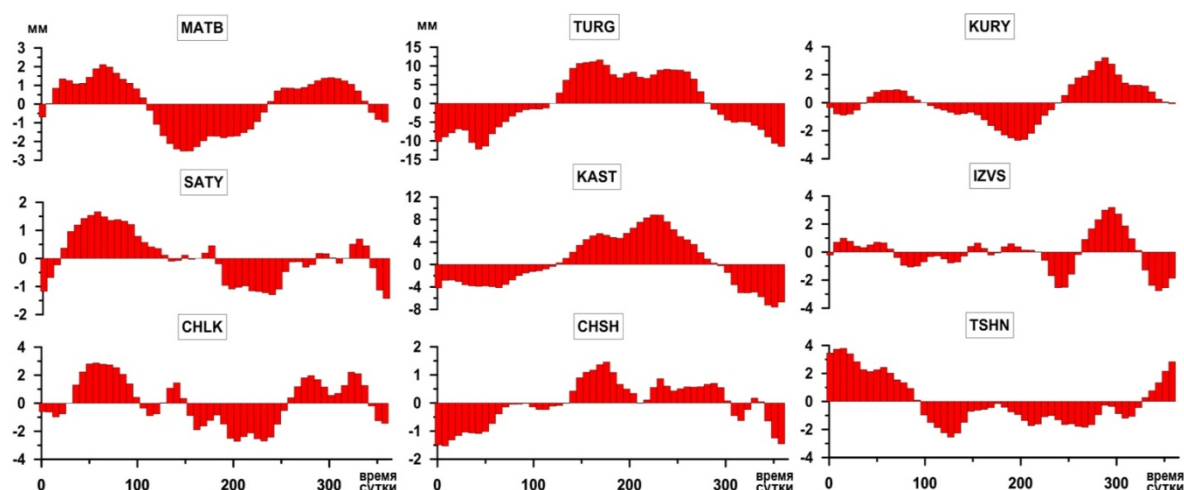


Рисунок 4 – Графики сезонных вертикальных движений GPS станций

Комплексное воздействие физических полей эндогенной и экзогенной природы обуславливает особенности выделенных сезонных движений GPS станций. Установление корреляционной связи между компонентами движений и процессами в атмосфере, ионосфере, лунно-солнечными силами гравитационного воздействия, гидродинамическим режимом позволит изучить источник этих вариаций и особенности механизма передачи энергии в фиксируемые геодинимические процессы.

Заключение. По результатам наблюдений в период 2009-2015 гг. определены сезонные компоненты планового и высотного смещения GPS станций, расположенных в северо-Тянь-Шаньском регионе и выявлены характерные особенности их вариаций.

Установлено движение центров пунктов в горизонтальной плоскости, аппроксимируемое эллипсом с направлением движения против часовой стрелки. Амплитуда перемещений по главной оси изменяется от 2 мм до 14 мм. В первой половине года преобладают северо-западные направления горизонтальных смещений, во второй - юго-восточные. Динамика вертикальных смещений имеет дифференцированный характер для различных станций.

Вопрос о физических источниках наблюдаемых сезонных вариаций движения GPS пунктов определяет направление дальнейших исследований по изучению механизма формирования современных геодинимических процессов на территории Северного Тянь-Шаня.

Работа выполнена по проекту «Разработать методологию исследования геомеханического состояния земной коры кризисных территорий с использованием спутниковых технологий и математического моделирования» в рамках научной программы: «Развитие космических технологий мониторинга процессов на земной поверхности и в литосфере, создание элементной базы и аппаратуры для его проведения, разработка приборов, аппаратно-программных средств и подсистем космической техники». Исполнитель – ДТО «Институт ионосферы» АО «Национальный центр космических исследований и технологий»

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Van Dam, T.M., Wahr, J., Chao, Y., Leuliette, E. Predictions of crustal deformation and of geoid and sea-level variability caused by oceanic and atmospheric loading. *Geophys. J.*, 1997, Int. 129, 507–517.
- [2] Van Dam, T., Wahr, J., Milly, P.C.D., Shmakin, A.B., Blewitt, G., Lavallée, D., Larson, K.M. Crustal displacements due to continental water loading. *Geophys. Res. Lett.*, 2001, 28, 651–654.
- [3] Romagnoli, C., Zerbini, S., Lago, L., Richter, B., Simon, D., Domenichini, F., Elmi, C., Ghirotti, M. Influence of soil consolidation and thermal expansion effects on height and gravity variations. *J. Geodyn.*, 2003, 35 (4–5), 521–539.
- [4] Blewitt, G., Lavallée, D. Effect of annual signals on geodetic velocity. *J. Geophys. Res.*, 2002, 107, 2145.
- [5] M.S. Bos, L. Bastos, R.M.S. Fernandes The influence of seasonal signals on the estimation of the tectonic motion in short continuous GPS time-series, 2010, *J. of Geodynamics*. 49, 205–209.
- [6] Трофименко С.В., Гриб Н.Н., Колодезников И.И., Маршалов А.Я. Инерционная модель взаимодействия блоков земной коры по данным GPS-геодезии, *Фундаментальные исследования Геолого-минералогические науки*, 2013, №6, 111–115.
- [7] Надиров Н.К., Курскеев А.К., Жантаев Ж.Ш. Дифференцированный отклик структур Тянь-Шаня на воздействие космических сил как основа современных геодинимических и сейсмических процессов в литосфере. *Известия НАН РК, серия геологии и технических наук*, 2014, №2, С.56–69.
- [8] Курскеев А.К. Современная геодинимика Тянь-Шаня по данным космической геодезии. *Известия НАН РК, серия геологии и технических наук*, 2011, №2, С.5–17.

- [9] Зубович А.В., Трапезников Ю.А., Брагин В.Д. и др. Поле деформаций, глубинное строение земной коры и пространственное распределение сейсмичности Тянь-Шаня. Геология и геофизика. 2001, Т.42. №10. С.1634-1640.
- [10] Жантаев Ж.Ш., Вилыев А.В., Бибосинов А., Садыков К.А., Асанкулов Н.А. Изучение современных медленных движений земной поверхности Казахстана по данным глобальных навигационных спутниковых систем (GNSS). Прикладные космические исследования в Казахстане. Алматы, 2013, Т. 9. С.94-105.
- [11] Herring T., King B., McClusky S., Documentation for the GAMIT GPS analysis software Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences. Release 10.3, Cambridge: Massachusetts Institute of Technology. 2006, 105 p.
- [12] Herring T., GLOBK: Global Kalman filter VLBI and GPS analysis program Version 10.3, Cambridge: Massachusetts Institute of Technology. 2001, – 87 p.
- [13] Трофименко С.В., Гриб Н.Н. Годичная динамика движения GPS пункта «Нерюнгри», Современная геодинамика Центральной Азии, Иркутск, 2012, 189-192.

REFERENCES

- [1] Van Dam, T.M., Wahr, J., Chao, Y., Leuliette, E. Predictions of crustal deformation and of geoid and sea-level variability caused by oceanic and atmospheric loading. Geophys. J., **1997**, Int. 129, 507–517 (in Eng.).
- [2] Van Dam, T., Wahr, J., Milly, P.C.D., Shmakin, A.B., Blewitt, G., Lavallée, D., Larson, K.M. Crustal displacements due to continental water loading. Geophys. Res. Lett., **2001**, 28, 651–654. (in Eng.).
- [3] Romagnoli, C., Zerbini, S., Lago, L., Richter, B., Simon, D., Domenichini, F., Elmi, C., Ghirotti, M. Influence of soil consolidation and thermal expansion effects on height and gravity variations. J. Geodyn., **2003**, 35 (4–5), 521–539. (in Eng.).
- [4] Blewitt, G., Lavallée, D. Effect of annual signals on geodetic velocity. J. Geophys. Res., **2002**, 107, 2145. (in Eng.).
- [5] M.S. Bos, L. Bastos, R.M.S. Fernandes The influence of seasonal signals on the estimation of the tectonic motion in short continuous GPS time-series, 2010, J. of Geodynamics. 49, 205–209. (in Eng.).
- [6] Трофименко С.В., Гриб Н.Н., Коледзников И.И., Маршалов А.И. Inertionnaya model vzaimodeystviya blokov zemnoi kory po dannym GPS -geodezii, Fundamentalnye issledovaniya Geologo-mineralogicheskoe nauki, **2013**, №6, 111-115 (in Rus.).
- [7] Nadirov N.K., Kurskeev A.K., Zhantaev ZH.Sh. Differentirovannyi otlik struktur Tian-Shania na vozdeystvie kosmicheskikh sil kak osnova sovremennykh geodinamicheskikh i seismicheskikh protsessov v litosfere. Izvestiya NAN RK, seriya geologii i tekhnicheskikh nauk, **2014**, №2, S.56-69 (in Rus.).
- [8] Kurskeev A.K. Sovremennaya geodinamika Tian-Shania po dannym kosmicheskoi geodezii. Izvestiya NAN RK, seriya geologii i tekhnicheskikh nauk, **2011**, №2, S.5-17 (in Rus.).
- [9] Zubovich A.V., Trapeznikov Yu.A., Bragin V.D. i dr. Pole deformatsii, glubinnoe stroenie zemnoi kory i prostranstvennoe raspredelenie seismichnosti Tian-Shania. Geologiya i geofizika. **2001**, Т.42. №10. С.1634-1640. (in Rus.).
- [10] Zhantaev ZH.Sh., Vilyayev A.V., Bibosinov A., Sadykov K.A., Asankulov N.A. Izuchenie sovremennykh medlennykh dvizhenii' zemnoi poverkhnosti Kazakhstana po dannym globalnykh navigatsionnykh sputnykovykh sistem (GNSS). Prikladnye kosmicheskie issledovaniya v Kazakhstane. Almaty, **2013**, Т. 9. С.94-105. (in Rus.).
- [11] Herring T., King B., McClusky S., Documentation for the GAMIT GPS analysis software Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences. Release 10.3, Cambridge: Massachusetts Institute of Technology. **2006**, – 105 p. (in Eng.).
- [12] Herring T., GLOBK: Global Kalman filter VLBI and GPS analysis program Version 10.3, Cambridge: Massachusetts Institute of Technology. **2001**, – 87 p. (in Eng.).
- [13] Trofimenko S.V., Grib N.N. Godichnaya dinamika dvizheniya GPS punkta «Nerjungri», Sovremennaya geodinamika Centralnoi Azii, Irkutsk, **2012**, 189-192. (in Rus.).

СОЛТҮСТІК ТЯНЬ-ШАНЬ АЙМАҒЫНДА GPS БЕКЕТТЕРІНІҢ МАУСЫМДЫҚ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ӨЗГЕРУІ

А.В. Вилыев, Ж.Ш. Жантаев, А.П. Стихарный

ЕЖШС «Ионосфера институты» «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

Түйін сөздер: геодинамика, GPS өлшемдері, маусымдық түрленуі.

Аннотация. Жер бедерінің қазіргі заманғы қозғалысын зерттеуде ғарыштық геодезия әдістері белсенді қолданылуда. Үздіксіз станциялардағы GPS бақылауының ұзаққа созылған уақыттық қатарының желілік тренді, аймақтық және ғаламдық тектоникалық қозғалыстар мен деформацияны анықтау үшін қолданылады. Сонымен қатар жер сілкінісінің геодинамикалық тұрғыдағы хабаршысы және де тәжірибелік маңызы зор қозғалыстың маусымдық өзгерісіне де үлкен назар бөлінеді.

Жұмыста 2009-2015 жж. аралығындағы Солтүстік Тянь-Шань аумағындағы бақылау нәтижелері бойынша, GPS бекетінің динамикалық қозғалысы қарастырылған. Жоспарлық және биіктік жылжудың маусымдық құраушысы анықталған, олардың өзіндік ерекшеліктері анықталды. Сағат бағытына қарсы бағытта қозғалатын эллипс қозғалысына жуық келетін, көлденең жазықтықта бекеттердің орталығының қозғалысы тіркелді. Негізгі белдік бойынша ығысу амплитудасы 2 мм-ден 14 мм-ге дейін өзгереді. Жылдың бірінші жартысында солтүстік-батыс бағытындағы көлденең ығысуы басыңқы, екінші жартысында оңтүстік-шығыс бағыты. Биіктік ығысудың қозғалысы әр түрлі бекеттер үшін сараланған сипатқа ие.

GPS бекеттерінің маусымдық өзгерістерінің қозғалысын бақылауының физикалық көзі бойынша сұрақтар Солтүстік Тянь-Шань аймағында қазіргі заманғы геодинамикалық үдерістердің қалыптасуының механизмін зерттеу бойынша алдағы зерттеу бағыттарын анықтайды.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 40 – 45

UDK 550.348

**VARIATIONS OF SOLAR ACTIVITY AND SPATIAL-TEMPORAL
DISTRIBUTION OF STRONG EARTHQUAKES ($M \geq 7.0$)
IN THE AREA OF EURASIA IN 1973-2014**

G. Hachikyan, B. Zhumabayev, N. Toyshiev, A. Kaldybayev, S. Nurakynov

"Institute of Ionosphere" JSC "National Center for Space Research and Technology", Almaty
galina.khachikyan@gmail.com

Key words: variations of solar activity, earthquakes, solar-lithosphere relationships.

Abstract. The spatial and temporal variations of the strong ($M \geq 7.0$) earthquakes that occurred in 1973-2014 in the area of Eurasia restricted by the coordinates: 30°N - 45°N , 0°E - 110°E are investigated. It is shown that from 32 occurred here strong earthquakes, 16 events occurred in the time of decreased solar activity, while another 16 events occurred in the time of increased solar activity. The spatial analysis of distribution of the epicenters showed that for decreased solar activity the strong earthquakes occurred mainly in the Asian part of the territory (13 events out of 16, i.e. 81.3%), while for increased solar activity the strong earthquakes occurred mainly in the European part (14 events out of 16, 87.5%). This result supports the idea of solar influence on the Earth's seismic activity and shows that the nature of this influence may be different for geological regions with different both the structural and material composition that should be taken into account in the design of the physical mechanism of solar-lithospheric relations.

УДК 550.348

**ВАРИАЦИИ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ И ПРОСТРАНСТВЕННО-
ВРЕМЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ
($M \geq 7.0$) НА ТЕРРИТОРИИ ЕВРАЗИИ В 1973-2014 ГГ.**

Г. Я. Хачикян, Б.Т. Жумабаев, Н.С. Тойшие, А.А. Калдыбаев, С.М. Нуракинов

ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», г. Алматы

Ключевые слова: вариации солнечной активности, землетрясения, солнечно-литосферные связи

Аннотация. Исследованы пространственно-временные вариации сильных ($M \geq 7.0$) землетрясений, произошедших в 1973-2014 гг. на территории Евразии, ограниченной координатами: 30°N - 45°N , 0°E - 110°E . Показано, что из 32 произошедших здесь сильных землетрясений, 16 событий произошло при пониженном уровне солнечной активности и 16 - при повышенном. При этом, при пониженной солнечной активности сильные землетрясения происходили в основном на азиатской части территории (13 событий из 16, т.е. 81.3%), а при повышенной солнечной активности сильные землетрясения происходили в основном на европейской части (14 событий из 16, т.е. 87.5%). Этот результат поддерживает идею о влиянии солнечной активности на сейсмическую активность Земли и показывает, что характер этого влияния может быть разным для геологических районов с различным структурно-вещественным составом, что должно быть принято во внимание при разработке физического механизма солнечно-литосферных связей.

Введение. Вопрос о связи сейсмической активности Земли с вариациями солнечной активности обсуждается уже более 150 лет [1-15], но все еще носит дискуссионный характер [16] и физический механизм солнечно-литосферных связей пока не разработан. Анализ экспериментальных данных показывает, что долговременные тренды в вариациях солнечной и сейсмической активности находятся в противофазе [2-7], внутри 11-ти летних солнечных циклов сейсмическая активность возрастает, в основном, на фазе спада и минимума солнечной активности [8, 9], но может несколько повышаться в периоды солнечных максимумов [6, 10, 11] и во время солнечных протонных событий [2, 3]. Следует обратить внимание, что одновременно с изучением связи сейсмичности с солнечной активностью, проводится и изучение связи вулканической деятельности планеты с солнечной активностью. Так, в работе [17] изучалась периодичность извержения вулканов в Японии в течение 306 лет (с 1700 по 2005 гг) и было показано, что вулканы с магмой, перенасыщенной силикатами, имеют тенденцию извергаться в основном при спокойном состоянии Солнца. В течение рассмотренных 306 лет в Японии было 11 извержений четырех вулканов с обогащенным силикатным составом магмы, при этом, девять извержений, то есть ~82%, произошло при низком уровне солнечной активности. Такой закономерности не наблюдалось для извержения вулканов, магма которых слабо насыщена силикатами. Этот экспериментальный факт позволяет предположить, что вариации солнечной активности могут по-разному влиять на земные породы с разным вещественным составом. Результаты данной работы, полученные при анализе землетрясений, поддерживают такое предположение, показывая, что в 1973-2014гг на территории сейсмоактивных районов Евразии сильные землетрясения ($M \geq 7.0$) происходили в основном при повышенной солнечной активности на европейской части, но при пониженной солнечной активности на азиатской части.

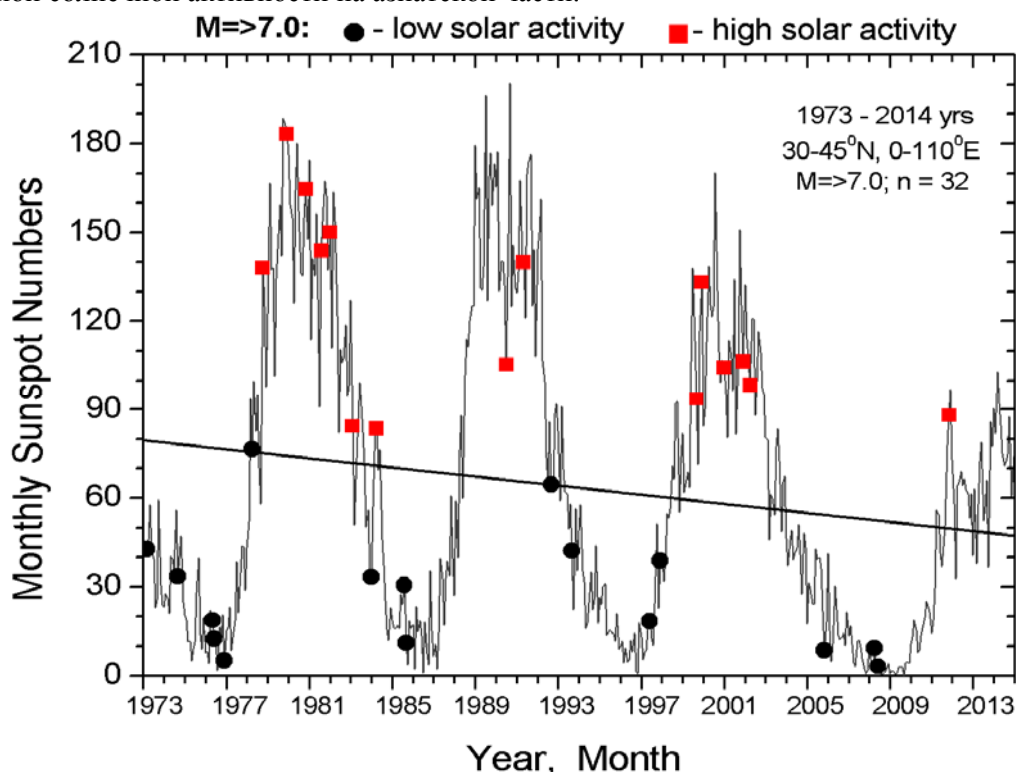


Рисунок 1 – Среднемесячные числа солнечных пятен (черная кривая) и их долговременный линейный тренд (черная прямая линия); черные круги и красные квадраты - даты землетрясений с $M \geq 7.0$ на территории $30^{\circ}\text{N}-45^{\circ}\text{N}$, $0^{\circ}\text{E}-110^{\circ}\text{E}$, приуроченные к пониженному и повышенному уровню солнечной активности, соответственно

Экспериментальные данные. Для анализа использованы данные о сильнейших землетрясениях ($M \geq 7.0$), произошедших в 1973-2014гг в зоне внутриконтинентальной сейсмичности на территории Альпийско-Гималайского орогенного пояса, ограниченной координатами $30^{\circ}\text{N}-45^{\circ}\text{N}$, $0^{\circ}\text{E}-110^{\circ}\text{E}$. Согласно глобальному сейсмологическому каталогу NEIC

геологической службы США, в эти годы на этой территории произошло 32 землетрясения с магнитудой 7.0 и более.

Результаты. На рис.1 черной кривой показаны вариации среднемесячного числа солнечных пятен за период 1973-2014гг, а черной сплошной линией - долговременный линейный тренд. Черные круги и красные квадраты маркируют даты возникновения землетрясений с магнитудой ($M \geq 7.0$) на изучаемой территории. При этом черными кругами помечены даты землетрясений, которые произошли при пониженной солнечной активности (2 круга на линии тренда и 14 - ниже линии тренда), а красными квадратами помечены даты землетрясений, которые произошли при повышенной солнечной активности (16 квадратов выше линии тренда).

На основании рис. 1 можно заключить, что половина сильных землетрясений произошла при пониженной солнечной активности и половина при повышенной, то есть создается впечатление, что связь между вариациями солнечной и сейсмической активности отсутствует. Однако впечатление изменится если проанализировать пространственное распределение эпицентров этих событий. На рис.2 показаны эпицентры землетрясений (черные круги и красные квадраты) на карте рельефа. Эпицентры некоторых землетрясений были расположены так близко, что слились на рис.2, поэтому визуальное количество символов кажется меньше, чем 32.

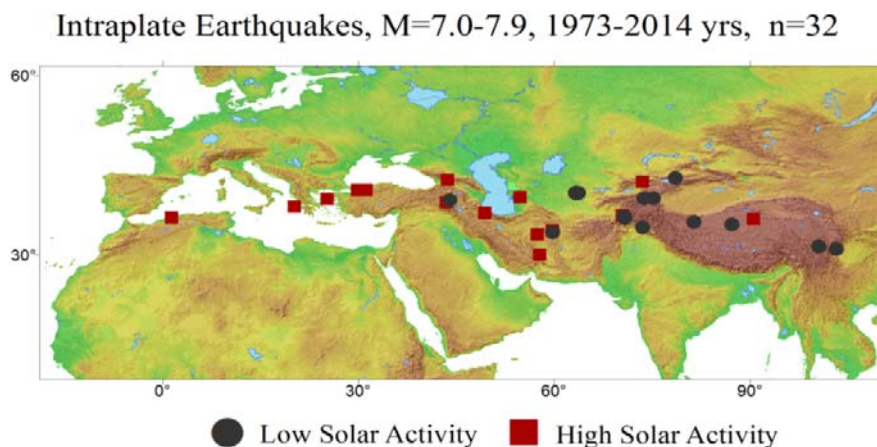


Рисунок 2 – Распределение эпицентров сильных землетрясений ($M \geq 7.0$), произошедших в 1973-2014гг на территории с координатами $30^{\circ}\text{N}-45^{\circ}\text{N}$, $0^{\circ}\text{E}-110^{\circ}\text{E}$: черные круги – эпицентры событий, произошедших при пониженной солнечной активности, красные квадраты – при повышенной солнечной активности.

Анализируя рис. 2, нетрудно заметить, что на европейской части Альпийско-Гималайского орогенного пояса землетрясения с $M \geq 7.0$ происходили, в основном, при повышенной солнечной активности (14 событий из 16, т.е. 87.5% - красные квадраты), а на азиатской части этого пояса сильные землетрясения происходили в основном при пониженной солнечной активности (13 событий из 16, т.е. 81.3% - черные круги). Тенденция приуроченности сильных землетрясений в Азии к периодам низкой солнечной активности поддерживается данными о трех сильнейших землетрясениях недалекого прошлого, произошедших на территории Северного Тянь-Шаня (таблица). Видно, что каждое из этих событий произошло при низком уровне солнечной активности. К этому можно также добавить, что из рассмотренных 32 землетрясений, самым сильным было землетрясение в провинции Сычуань в Азии с магнитудой $M=7.9$, которое произошло 5 мая 2008г в период экстремально низкого уровня солнечной активности при среднегодовом числе солнечных пятен $SSN=3.2$.

Таблица. Крупнейшие тектонические землетрясения на Северном Тянь-Шане [18]

№	Название	Координаты	Год, день, месяц, время	Магнитуда	Число солнечных пятен
1	Верненское	43.1N, 76.8E	1887г., 8 июня, 23ч 35м	7.3	13,1
2	Чиликское	43.2N, 78.7E	1889г., 11 июля, 22ч 14м	8.3	6,3
3	Кеминское,	42.9N, 76.9E	1911г., 3 января, 23ч. 25м	8.2	5,7

Обсуждение результатов. Исследованы закономерности пространственно-временного распределения сильных землетрясений на территории Евразии, ограниченной координатами 30°N - 45°N , 0°E - 110°E в связи с вариациями солнечной активности. Для анализа выбраны только сильные землетрясения ($M \geq 7.0$) по той причине, что в работе [21] показано, что частота повторяемости на планете землетрясений с магнитудой менее 7.0 не показывает систематических изменений со временем, поскольку землетрясения с магнитудой менее 7.0 могут быть лишь афтершоками более сильных событий. В течение 42 лет (1973-2014 гг.) на этой территории произошло 32 землетрясения с $M \geq 7.0$. Даты их возникновения не показывают приуроченности к какому-то определенному уровню солнечной активности, а распределены практически равномерно на кривой среднемесячных чисел солнечных пятен: 16 событий произошло при повышенном уровне солнечной активности, и 16 событий произошло при пониженном уровне солнечной активности (рис.1). При анализе пространственного распределения эпицентров этих землетрясений оказалось, что во время повышенной солнечной активности сильные землетрясения происходили в основном на европейской части анализируемой территории (14 событий из 16, т.е. 87.5%) а во время пониженной солнечной активности они происходили в основном на азиатской части территории (13 событий из 16, т.е. 81.3%), что демонстрирует рис.2. Этот результат говорит о том, что сейсмоактивная среда с различным структурно-вещественным составом может по-разному реагировать на изменение уровня солнечной активности. Рис. 2 показывает, что в районе высокой Азии (Гималаи, Тибет, Тянь-Шань) сильные землетрясения имеют тенденцию возникать в основном при пониженной солнечной активности. Ярким свидетельством этому является Сычуаньское землетрясение в Китае с магнитудой $M=7.9$ (самое сильное событие из 32 рассмотренных), которое произошло в 2008г во время затяжного минимума солнечной активности, когда среднегодовое число солнечных пятен было равно $SSN=3.2$. Подтверждением приуроченности сильнейших землетрясений в Азии к периодам минимальной солнечной активности являются и землетрясения на Северном Тянь-Шане: Верненское $M=7.3$, Чиликское $M=8.3$ и Кеминское $M=8.2$, произошедшие в периоды низкой солнечной активности, когда среднегодовые числа солнечных пятен были равны 13.1, 6.3 и 5.7, соответственно. Рассмотренная в статье территория ограничена на востоке долготой 110°E , однако, по результатам исследований других авторов можно заключить, что тенденция приуроченности сильных землетрясений в Азии к периодам низкой солнечной активности сохраняется и для более восточных районов. Так, в работе [17] показано, что в течение 306 лет (с 1700 по 2005 гг.) в районе Японских островов произошло 12 сильнейших землетрясений с магнитудой $M \geq 7.5$. При этом 9 событий (75 %) произошло в периоды пониженной солнечной активности, когда среднегодовые числа солнечных пятен были менее 40.

Заключение. По данным о сильных ($M \geq 7.0$) землетрясениях, произошедших в 1973-2014 гг. на территории Альпийско-Гималайского орогенного пояса, ограниченной координатами: 30°N - 45°N , 0°E - 110°E (32 события), показано, что 16 землетрясений произошло при пониженном уровне солнечной активности и 16 - при повышенном. Однако, при пониженной солнечной активности сильные землетрясения происходили в основном на азиатской части Альпийско-Гималайского пояса (13 событий из 16, т.е. 81.3%), а при повышенной солнечной активности сильные землетрясения происходили в основном на европейской части Альпийско-Гималайского пояса (14 событий из 16, т.е. 87.5%). Этот результат поддерживает идею о влиянии солнечной активности на сейсмическую активность Земли и показывает, что характер влияния может быть разным для геологических районов с различным структурно-вещественным составом, что должно быть принято во внимание при разработке физического механизма солнечно-литосферных связей.

Работа выполнена в рамках проекта РБП-076: «Разработать методические основы оценки сейсмической опасности на основе данных о вариациях солнечной активности, геомагнитного поля и скорости вращения Земли». Регистрационный номер (РН) 0115PK01276.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Wolf R. On the periodic return of the minimum of sun-spots: The agreement between those periods and the variations of magnetic declination. Philos. Magazine. 1853, № 5, 67p.

- [2] Zhang, Gui-Qing. Relationship between global seismicity and solar activities, *Acta Seismologica Sinica*, 1998, V. 11, Issue 4, p.495-500.
- [3] Shestopalov I.P., Kharin E.P. Secular variations of solar activity and seismicity of the earth, *Geophysical Journal*, 2006, V. 28, N. 4, p.59-70.
- [4] Рогожин Ю.А., Шестопалов И.П. Вековые циклы сейсмичности Земли и сейсмическая безопасность АЭС, *Атомная стратегия*, 2007, № 29.
- [5] Белов С.В., Шестопалов Л.П., Харин Е.П. О взаимосвязях эндогенной активности Земли с солнечной и геомагнитной активностью, *Доклады Академии наук*, 2009, Т. 428, № 1, с. 104–108.
- [6] Хачикян Г.Я., Садыкова А.Б., Джанабилова С. Связь частоты повторяемости землетрясений и сейсмической энергии Земли с вариациями солнечной активности, *Научный журнал-приложение международного журнала «Высшая школа Казахстана»*, Поиск-Izdenis, 2014, № 2, с. 55-61.
- [7] Жантаев Ж.Ш., Жумабаев Б.Т., Хачикян Г.Я., Тойшиев Н., Кайраткызы Д. Вариации солнечной и глобальной сейсмической активности в 21-24 солнечных циклах, *Известия НАН РК, Серия физическая*, 2015, №4, с. 63-70.
- [8] Simpson J. F. Solar activity as a triggering mechanism for earthquakes, *Earth Planet. Sci. Lett.* 1967, Vol. 3, p. 417–425.
- [9] Huzaimy, J. M., and Yumoto K. Possible correlation between solar activity and global seismicity, *Proc. 2011 IEEE Int. Conf. Space Sci. Comm. Penang Malaysia*, 2011, P. 138–141.
- [10] Сытинский А.Д. О влиянии солнечной активности на сейсмичность Земли. *ДАН СССР*, т.208. 1973, № 5. с. 1078-1081.
- [11] Odintsov S. , K. Boyarchuk, K. Georgiva, B. Kirov and D. Atanasov Long-period trends in global seismic and geomagnetic activity and their relation to solar activity, *Physics and Chemistry of the Earth*, 2006, p. 88-93.
- [12] Соболев Г.А., Шестопалов И.П., Харин Е.П. Геоэффективные солнечные вспышки и сейсмическая активность Земли, *Физика Земли*, 1998, № 7, с. 85-90.
- [13] Khain V.E and Khalilov E.N About Possible influence of solar activity upon seismic and volcanic activities: long-term forecast, *Transactions of the International Academy of Science H&E*, 2007/2008, p. 217-240.
- [14] Лурсманашвили О.В. О возможности влияния активности Солнца на распределение землетрясений Кавказа. *Сообщения Академии наук Грузии*, 1972, т.65, №2, С.309-312.
- [15] Han Yanben, Guo Zengjian, Wu Jinbing and Ma Lihua Possible triggering of solar activity to big earthquakes ($MS \geq 8$) in faults with near west-east strike in China, *Science in China Ser. G Physics, Mechanics and Astronomy*, 2004, p. 173-181.
- [16] Love J.J., Thomas J.N. Insignificant solar-terrestrial triggering of earthquakes. *Geophys. Res. Lett.*, doi:10.1002/grl.50211, 2013, Vol. 40, p. 1165–1170.
- [17] Ebisuzaki T., Miyahara H., Kataoka R., Sato T., Ishimine Y. Explosive volcanic eruption triggered by cosmic rays: volcano as a bubble chamber. *Gondwana Research*, 2011, p.1054-1061.
- [18] Кальметьева З.А., Миколайчук А.В., Молдобеков Б.Д., Мелешко А.В., Жантаев М.М. и Зубович А.В. Атлас Землетрясений Кыргызстана, Бишкек: ЦАИИЗ, 2009, ISBN 978-9967-25-829-7, 74с.
- [19] Pallister, J.S., Hoblitt, R.P., Reyes, A.G. A basalt trigger for the 1991 eruptions of Pinatubo volcano? *Nature*, 1992, 356, p.426–428.
- [20] Aglietta, M., Alessandro, B., Antonioli, P., Arneodo, F., Bergamasco, L., Bertaina, M.E., Briatore, L., Castellina, A., Chiavassa, A., Piazzoli, B.D. Temperature variations in the low stratosphere (50–200 hpa) monitored by means of the atmospheric muon flux. *Nuovo Cimento Della Societa Italiana Di Fisica C-Geophysics and Space Physics*, 2008, 31, p.175–189. doi10.1393/ncc/i2008-10294-4.
- [21] Pacheco J. F., and L. R. Sykes. Seismic moment catalog of large shallow earthquakes, 1900 to 1989. *Bulletin Seismic Society America*, 1992, 82, p. 1306–1349.

REFERENCES

- [1] Wolf R. On the periodic return of the minimum of sun-spots: The agreement between those periods and the variations of magnetic declination. *Philos. Magazine*. 1853, № 5, 67p.
- [2] Zhang, Gui-Qing. Relationship between global seismicity and solar activities, *Acta Seismologica Sinica*, 1998, V. 11, Issue 4, p.495-500.
- [3] Shestopalov I.P., Kharin E.P. Secular variations of solar activity and seismicity of the earth, *Geophysical Journal*, 2006, V. 28, N. 4, p.59-70.
- [4] Rogozhin Y.A., Shestopalov I.P. The age-old cycles of the Earth's seismicity and seismic safety of nuclear power plants, *Nuclear strategy*, 2007, № 29. P. 1-7.
- [5] Belov S.V., Shestopalov L.P., E.P. Harin. On the relationship of endogenous activity of the Earth with solar and geomagnetic activity, reports the Academy of Sciences, 2009 T. 428, № 1, p. 104-108.
- [6] Khachikyan G.Y., Sadykova A.B., Dzhanelilova C. Communication recurrence frequency of earthquakes and seismic energy of the Earth and variations in solar activity. The scientific journal application of the international journal "Higher School of Kazakhstan" Search-Izdenis, 2014, № 2, p 55-61.
- [7] Zhantayev Zh. Sh., B.T. Zhumabayev, G. Ya. Khachikyan, N. Toishiev, D. Kairatkyzy. Variations of solar and global seismic activity in 21-24 solar cycles, *Bulletene of NAS KR, physical series*, 2015, №4, с. 63-70.
- [8] Simpson J.F. Solar activity as a triggering mechanism for earthquakes, *Earth Planet. Sci. Lett.* 1967, Vol. 3, p. 417–425.
- [9] Huzaimy, J.M., and Yumoto K. Possible correlation between solar activity and global seismicity, *Proc. 2011 IEEE Int. Conf. Space Sci. Comm. Penang Malaysia*, 2011, P. 138–141.
- [10] Sytinskyi A.D. On the influence of solar activity on the Earth's seismic activity. *Reports of Academy Science, USSR*, 1973, v.208, № 5, p. 1078-1081.

- [11] Odintsov S., K. Boyarchuk, K. Georgiva, B. Kirov and D. Atanasov Long-period trends in global seismic and geomagnetic activity and their relation to solar activity, *Physics and Chemistry of the Earth*, 2006, p. 88-93.
- [12] Sobolev G.A., Shestopalov I.P., Harin E.P. Geoeffectiveness solar flares and seismic activity of the Earth *Physics of the Earth*, 1998, № 7, p. 85-90.
- [13] Khain V.E and Khalilov E.N About Possible influence of solar activity upon seismic and volcanic activities: long-term forecast, *Transactions of the International Academy of Science H&E*, 2007/2008, p. 217-240.
- [14] Lursmanashvili O.V. On the possibility of the effect of solar activity on the distribution of Caucasian earthquakes. *Posts Georgian Academy of Sciences*, 1972, v.65, №2, p.309-312.
- [15] Han Yanben, Guo Zengjian, Wu Jinbing and Ma Lihua Possible triggering of solar activity to big earthquakes ($M \geq 8$) in faults with near west-east strike in China, *Science in China Ser. G Physics, Mechanics and Astronomy*, 2004, p. 173-181.
- [16] Love J.J., Thomas J.N. Insignificant solar-terrestrial triggering of earthquakes. *Geophys. Res. Lett.*, doi:10.1002/grl.50211, 2013, Vol. 40, p. 1165–1170.
- [17] Ebisuzaki T., Miyahara H., Kataoka R., Sato T., Ishimine Y. Explosive volcanic eruption triggered by cosmic rays: volcano as a bubble chamber. *Gondwana Research*, 2011, p.1054-1061.
- [18] Kalmetieva Z.A, Mikolaichuk A.V. Moldobekov B.D, Myaleshka A.V. Jantaev M.M. Zubovich A.V. Atlas of Earthquakes in Kyrgyzstan, 2009, ISBN 978-9967-25-829-7, 74p.
- [19] Pallister, J.S., Hoblitt, R.P., Reyes, A.G. A basalt trigger for the 1991 eruptions of Pinatubo volcano? *Nature*, 1992, 356, p.426–428.
- [20] Aglietta, M., Alessandro, B., Antonioli, P., Arneodo, F., Bergamasco, L., Bertaina, M.E., Briatore, L., Castellina, A., Chiavassa, A., Piazzoli, B.D. Temperature variations in the low stratosphere (50–200 hpa) monitored by means of the atmospheric muon flux. *Nuovo Cimento Della Societa Italiana Di Fisica C-Geophysics and Space Physics*, 2008, 31, p.175–189. doi:10.1393/ncc/i2008-10294-4.
- [21] Pacheco J. F., and L. R. Sykes. Seismic moment catalog of large shallow earthquakes, 1900 to 1989. *Bulletin Seismic Society America*, 1992, 82, p. 1306–1349.

ЕУРАЗИЯ АЙМАҒЫНДАҒЫ 1973-2014 ЖЫЛДАР АРАЛЫҒЫНДАҒЫ КҮШТІ ЖЕР СІЛКІНІСТЕРІНІҢ ($M \geq 7.0$) КЕҢІСТІК-УАҚЫТТЫҚ ТАРАЛУЫ ЖӘНЕ КҮН БЕЛСЕНДІЛІГІНІҢ ВАРИАЦИЯСЫ

Г.Я. Хачикян, Б.Т. Жумабаев, Н.С. Тойшиев, А.А. Калдыбаев, С.М. Нуракинов

ЕЖШС «Ионосфера институты», «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

Түйін сөздер: күн белсенділігінің вариациялары, жер сілкінісі, күн-литосфералық байланыс.

Аннотация. Координаттары шектеулі 300N-450N, 00E -1100E Еуразия аймағы бойынша, 1994-2014 жылдар аралығында болған күшті ($M \geq 7.0$) жер сілкіністерінің кеңістіктегі және уақыт аралығындағы вариациялары зерттелген. Осы аумақта 32 күшті жер сілкінісінің 16-сы күн белсенділігінің төмендетілген деңгейінде және 16-сы жоғары деңгейінде орын алғандығы көрсетілген. Сонымен қатар, күшті жер сілкіністері күн белсенділігінің төмендеген деңгейінде (16-ның 13-і, яғни 81,3%) азиялық аумағында орналасқан, ал күн белсенділігінің жоғарғы деңгейінде (16-ның 14-і, яғни 87,5%) Еуропалық бөлігінде орын алған. Бұл нәтижелер күн белсенділігінің жердің сейсмикалық белсенділігіне ықпал ету идеясын қолдайды, және бұл ықпал ету мінездемесі геологиялық аймақтар үшін заттық құрылымы әр түрлі болуы мүмкін, оны күн-литосфералық байланыстардың физикалық механизмін жобалау кезінде ескеру керек.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 46 – 49

UDK 550.8

RESEARCH OF SHARDARA HYDRAULIC COMPLEX BY GPR

A. Zh. Bibossinov, D.T. Shigayev, A.A. Kaldybayev,
S. M. Nurakynov, N.G. Breusov, G.B. Mamyrbek

«Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty
gmb_79@mail.ru

Key words: GPR, hydraulic complex

Abstract. Georadar surveys of technical condition of Shardara hydraulic complex were presented.

This article describes the principles and advantages of GPR, as well as the technique of diagnostics and evaluation of technical condition waterworks of GPR survey shows waterworks as nondestructive testing devices.

Purpose of the survey of the technical condition of hydraulic structures is to identify the degree the physical deterioration, the reasons that lead them to state the actual elements of performance and development the action to ensure their operational parameters, as well as the technical condition. The technical condition of waterworks during the operational monitoring instruments is determined using not destructive testing “GPR OKO-2”.

УДК 550.8

ИССЛЕДОВАНИЕ ШАРДАРИНСКОГО ГИДРОКОМПЛЕКСА МЕТОДОМ ГЕОРАДИОЛОКАЦИИ

А.Ж. Бибосинов, Д.Т. Шигаев, А.А. Калдыбаев,
С.М. Нуракинов, Н.Г. Бреусов, Г.Б. Мамырбек

ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», Алматы

Ключевые слова: георадар, гидротехнические сооружения.

Аннотация. Приведены георадарные обследования технического состояния Шардаринского гидрокомплекса.

Описаны принципы работы и преимущество применения георадара, а также показаны методика диагностирования и оценки технического состояния гидротехнических сооружений методом георадиолокации.

Целью обследования технического состояния гидротехнических сооружений являются выявление степени физического износа, причин, обуславливающих их состояние, фактической работоспособности элементов и разработка мероприятий по обеспечению их эксплуатационных параметров, а также определение технического состояния с применением приборов неразрушающего контроля «Георадар OKO-2».

Введение. Необходимость изучения свойств основания гидротехнических сооружений, разработка методов контроля и прогноза физического состояния водохранилищ, вызвано многолетним использованием водохранилищ, что приводит к возможным аварийным ситуациям, наносящим экологический и экономический ущерб и представляющим опасность для жизни населения. В связи с этим социальные последствия и материальный ущерб от их повреждения или разрушений, главным образом за счет воздействия волны прорыва, более значительны, чем при авариях других инженерных сооружений. Человеческие жертвы и материальный ущерб при авариях современных плотин сопоставимы с последствиями природных катаклизмов. Одной из основных причин разрушения плотин, часто является несвоевременное выполнение ремонтно-восстановительных работ [1].

Исследование состояния грунтов, залегающие в основании гидротехнических сооружений, в том числе динамические изменения свойств грунтов в процессе многолетней эксплуатации, представляет собой актуальную и весьма важную задачу. Изменение свойств грунтов,

постилающих на основания плотины, может привести к возникновению осадок и разрушению гидротехнического сооружения и, если такие изменения не были учтены проектными решениями при строительстве, возникает опасность перенапряжения аномальных зон, что может привести к смещению тела и элементов строения плотины. При выходе величины таких напряжений и перемещений за предельно допустимые значения установленных критериев безопасности, состояние гидротехнических сооружений в целом может стать аварийным [2].

Метод. Георадиолокационное обследование на Шардаринском гидрокомплексе на реке Сырдария выполнялась методом профильного зондирования с помощью георадара ОКО-2 АБ 400. От других георадаров отличается большим энергетическим потенциалом, позволяющий работать в средах с высокой проводимостью. Обработка первичных данных проводилась с использованием программы «GeoScan32» [7].

Георадарное исследование решает множество задач:

- 1) определение пустот в обследуемом сооружении;
- 2) определение толщины отдельных слоев грунта и границ между различными участками;
- 3) определение свойств и структур различных отложений.

Принцип действия аппаратуры поверхностного радиолокационного зондирования (в общей принятой терминологии - георадара) основан на излучении сверхширокополосных (наносекундных) импульсов метрового и дециметрового диапазона электромагнитных волн и приеме сигналов, отраженных от границ раздела слоев зондированной среды, имеющих различные электрофизические свойства. Такими границами раздела в исследуемых средах являются, например, контакт между сухими и влагонасыщенными грунтами - уровень грунтовых вод, контакты между породами различного литологического состава, между породой и материалом искусственного сооружения, между мерзлыми и тальми грунтами, между коренными и осадочными породами и т.д. Помимо грунтов, георадиолокационное обследование проводится на несущих конструкциях здания и позволяет определить их состояние, наличие трещин, пустот и ослабленных участков элементов конструкций [3].

Необходимость проведения такого обследования было обусловлено длительной эксплуатацией земляных плотин обоих водохранилищ, выполненных из суглинка и местного гравийного-галечникового материала. Со временем, фильтрационный поток и изменения кривой депрессии влагонасыщения вызывают возникновение опасности перенапряжения аномальных зон, что может привести к смещению тела и элементов строения плотины [10].

Результаты.

При георадарном обследовании плотины Шардаринского гидрокомплекса были проведены следующие основные этапы зондирования:

- построение георадарных профилирований по оси плотины, где показана более общая картина структуры плотины;
- построение георадиолокационных профилей вдоль верхнего бьефа плотины, где наиболее видны фильтрационные потоки и зоны разуплотнения в теле плотины [11].

Результаты. При выполнении георадарного профилирования на Шардаринском гидрокомплексе были проведены более 30 продольных профилей длиной 500 метров и поперечных профилей по 50 метров глубиной зондирования до 7-ми метров от гребню плотины (рис. 1).



Рисунок 1 – Расположение георадарных профилей на Шардаринском гидрокомплексе.

В статье приводятся несколько результатов обработки и интерпретации георадарных профилей. Результаты георадарных продольных профилей №0001, 0002 приведены ниже (рис. 2-3) [12].

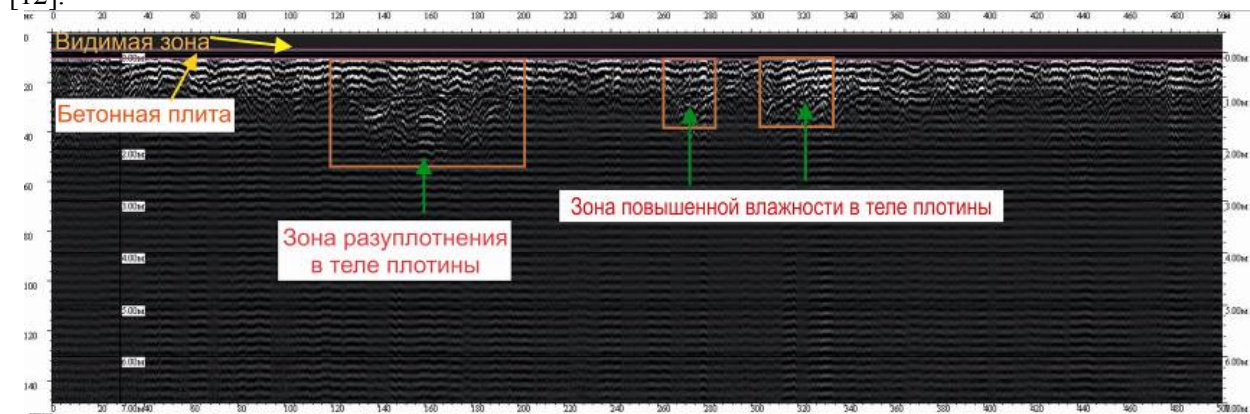


Рисунок 2 - Продольный профиль 0001 верхнего бьефа Шардаринского водохранилища

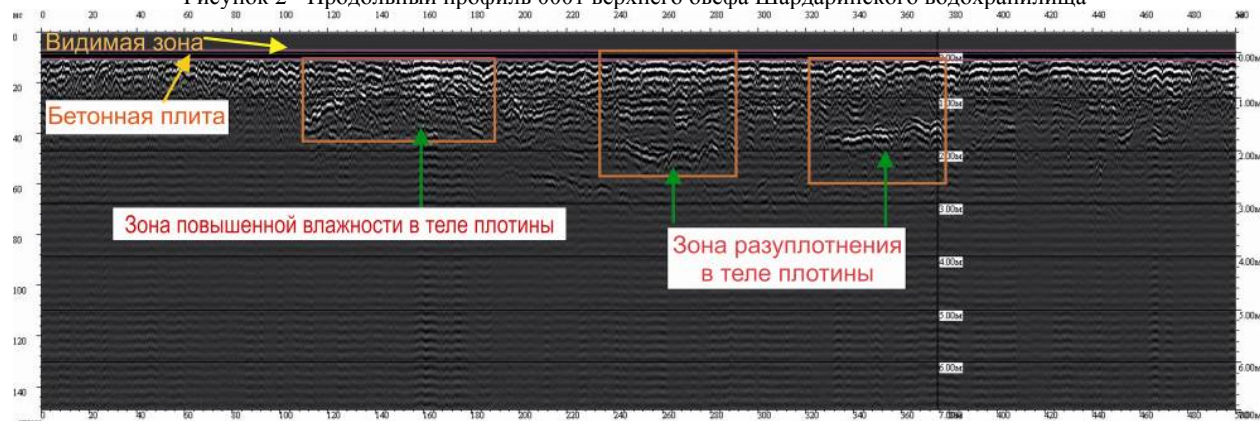


Рисунок 3 - Продольный профиль 0002 верхнего бьефа Шардаринского водохранилища

Заключение. В результате обработки и интерпретации георадарных профилей 0001 и 0002 (см.рис.2,3) были обнаружены зоны разуплотнения и зоны повышенной влажности в теле плотины. На профилях четко проявляются геологические слои и границы разуплотнения в точках от 230 до 290 и 320-380 метров (для профиля 0001) и в точках от 120 до 210 метров (для профиля 0002) на глубине до 3 метров от уровня бетонного откоса верхнего бьефа. Зафиксирована граница зоны распределения, при котором в грунтах происходит перераспределение напряженного состояния, что приводит к развитию трещин разрыва в поперечном направлении относительно продольной оси плотины. Также зафиксирована особо повышенная зона влажности в теле плотины на отметках 110-190 метров (см.рис.2) и 265-285 и 305-335 метрах (см.рис.3) глубиной проницаемости свыше 1 метра, что может также привести к образованию аномальных зон в теле плотины.

Анализ георадарных профилей подтвердил возможность применения методов георадиолокации с достаточной достоверностью получения данных и их количественной и качественной интерпретации. О динамике процесса деформирования массивов пород исследуемых участков можно судить по результатам мониторинга в течение нескольких лет.

Работа выполнена по РБП-076 «Разработать методы математического моделирования деформационных процессов верхней части разреза земной коры урбанизированных территорий на основе данных дистанционного зондирования Земли»:

- тема «Разработать методологию выполнения комплексных мониторинговых наблюдений для предупреждений техногенных и геоэкологических катастроф на гидротехнических сооружениях с использованием спутниковых данных и методов математического моделирования».

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Саламов А.М., Габиров Ф.Г. Изучение оползневых процессов на Баилловском склоне в г. Баку методом вертикального электрического зондирования. А.М. Саламов, Ф.Г. Габиров, Инженерные изыскания. - 2010 - №11. - С. 36-41.
- [2] Колосов М.А., Моргунов К.П., Коган Г.В. Использование георадарных методов исследования грунтов в основании камеры шлюза, Журнал университета водных коммуникаций. - 2009 - №4. - С. 29-33.
- [3] Белозеров А.А., Кулижников А.М. Применение георадаров для обследования оползневых участков автомобильных дорог, Георадары-дороги - 2002. Материалы Межд. научн.-практ. конф., АГТУ, г. Архангельск, 2002, с. 67-73.
- [4] Анур А., Старовойтов А.В., Владов М.Л. Опыт применения георадиолокации для выявления зон развития провалов в городе. Вестник МГУ, сер.Геология, 1999.
- [5] Василенко Е.В., Глазовский А.Ф., Мачерет Ю.Я., Наварро Ф.Х., Токарев М.Ю., Калашников А.Ю., Мирошниченко Д.Е., Резников Д.Е. Радиофизические исследования ледника Альдегонда на Шпицбергене в 1999 году. Матер. гляциолог. исслед., вып. 90.
- [6] Владов М.Л., Старовойтов А.В. Георадиолокационные исследования верхней части разреза. 2002, Изд-во МГУ.
- [7] Фимова Н.Н. Применение георадиолокации при решении задач инженерной геофизики. Автореферат дисс.канд.техн.наук, 1999, Санкт-Петербург.
- [8] Зыков Ю.Д. Геофизические методы исследования криолитозоны. 1999, Изд-во МГУ.
- [9] Калинин А.В., Владов М.Л., Старовойтов А.В., Шалаева Н.В. Выходоразрешающие волновые методы в современной геофизике. Разведка и охрана недр, 2002, №1.
- [10] Калинин А.В., Владов М.Л., Шалаева Н.В. Оценка глубинности георадиолокационных исследований на основе классической теории. Вестник МГУ, сер.Геология, №3.
- [11] Омеляненко А.В. Георадиолокация мерзлых рыхлых отложений. Автореферат дисс.канд.техн.наук, М., 1989.
- [12] Старовойтов А.В., Владов М.Л. Интерпретация данных георадиолокационных наблюдений.

REFERENCES

- [1] Salamov AM, Gabibov FG The study of landslide processes Bail slope in Baku by vertical electrical sounding. AM Salaam, FG Gabibov, Surveying. - 2010 - № 11. - P. 36-41.
- [2] Belosero A.A., Kulizhnikov A.M., Application of ground penetrating radar survey for landslide road sections, GPR-road - 2002. Proceedings of Int. nauchn. Conf. conf., ASTU, Arkhangelsk, 2002, P. 67-73.
- [3] Bandurin M.A., Survey of irrigation channels launder Azov irrigation system by non-destructive methods. KubGAU scientific journal, № 24 (8), 2006, P. 17-20.
- [4] Anhur A., Starovoytov A.V., Vlad M.L., Experience of using GPR to detect failures of development zones in the city. Bulletin of the Moscow State University, ser.Geologiya, 1999, P. 18-22.
- [5] Vasilenko E.V., Glazov A.F., Macheret Y.Y., Navarro F.H., Tokarev M.Y., Kalashnikov A.Y., Miroshnichenko D.E., Reznikov D.E., Radiophysical study Aldegonda glacier on Spitsbergen in 1999. Mater. glaciologist. Issled., vol. 90. , P. 37-40.
- [6] Vladov M.L., Starovoytov A.V. GPR study the upper section. 2002 MGU., , P. 67-71.
- [7] Fimova N.N. Application of GPR in solving engineering geophysics. Abstract of diss.kand.tehn.nauk, 1999, St. Petersburg., P. 17-20.
- [8] Zykov Y.D., Geophysical methods of research permafrost zone. 1999 MGU., P. 90-95.
- [9] Kalinin A.V., Vlad M.L., Starovoytov A.V., Shalaeva N.V., High-resolution wave techniques in modern geophysics. Exploration and conservation of mineral resources, 2002, №1. , P. 88-93.
- [10] Kalinin A.V., Vlad M.L., Shalaev N.V. Evaluation GPR depth research on the basis of the classical theory. Bulletin of the Moscow State University, ser.Geologiya, №3. , P. 56-60.
- [11] Omelyanenko A.V. GPR frozen unconsolidated sediments. Abstract of, M., 1989. , P. 17-20.
- [12] Starovoytov A.V., Vlad M.L. Interpretation of GPR observation. Exploration and conservation of mineral resources, 2001, vol.№3. , P. 66-70.

ШАРДАРА СУ КЕШЕНІН ГИДРОРАДИОЛОКАЦИЯ ТӘСІЛІМЕН ЗЕРТТЕУ

А.Ж. Бибосинов, Д.Т. Шығайев, А.А. Қалдыбаев, С.М. Нұрақынов, Н.Г. Бреусов, Ғ.Б. Мамырбек

ЕЖШС «Ионосфера институты», «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

Түйін сөздер: георадар, гидротехникалық құрылыстар.

Аннотация. Шардара гидрокешенінің георадар арқылы техникалық жағдайының зерттеуі көрсетілген.

Георадардың жұмыс істеу ұстанымдары мен артықшылықтары қарастырылған, георадиолокациялау тәсілімен диагностикалаудың әдістемесі мен гидротехникалық ғимараттың техникалық қалпын бақылау тәсілі көрсетілген.

Гидротехникалық ғимараттың техникалық жағдайын зерттеу мақсаты олардың табиғи тозуын, оның болу шарттарын, элементтердің қабілеттілігі және жұмыс параметрлерінің қамтамасыз ету іс-шараларын жасау, сондай-ақ тікелей жерді қазбай бетінен «Георадар ОКО-2» аспабымен техникалық жағдайын анықтау.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 50 – 55

UDC 550.383

**EFFECTIVENESS OF GPR METHOD FOR INVESTIGATION
OF GEOTECHNICAL CONDITIONS ON THE SITES OF ALMATY
SUBWAY IN SURFACE OCCURRENCE**

A.Zh. Bibossinov, S.M. Nurakynov, A.A. Kaldybayev, D.T. Shigayev

«Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty,
dashigaev@gmail.com

Keywords: Ground penetrating radar (GPR), heterogeneity, underground, near-surface bedding, non-destructive method.

Abstract. The results of the practical application of GPR soundings at the site of the Almaty subway "Alatau" station were given. GPR survey was conducted for the study of the surface layers of the presence of various anomalies and irregularities, as well as geological mapping and layering them on the depth of occurrence. We concluded that the non-invasive method of monitoring is necessary when the design work transport infrastructure. This method can also be used to solve specific engineering and geological problems in the construction of new near-surface underground lines, as well as regular monitoring of engineering geological environment in areas already existing subway lines.

УДК 550.383

**ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ГЕОРАДИОЛОКАЦИОННОГО
МЕТОДА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ
УСЛОВИЙ НА УЧАСТКАХ АЛМАТИНСКОГО МЕТРОПОЛИТЕНА
ПРИ ПОВЕРХНОСТНОМ ЗАЛЕГАНИИ**

А.Ж. Бибосинов, С.М. Нуракинов, А.А. Калдыбаев, Д.Т. Шигаев

ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», Алматы,

Ключевые слова: георадар, неоднородность, метрополитен, приповерхностное залегание, неразрушающий метод.

Анотация. В статье приведены результаты практического применения георадарного зондирования на участке Алматинского метрополитена станции «Алатау». Георадарное обследование проводилось для изучения приповерхностного залегания на наличии неоднородностей и различных аномалий, а также картирования геологической слоистости и их залегания по глубине. Мы заключили, что неразрушающий метод мониторинга необходимо при выполнении проектных работ объектов транспортной инфраструктуры. Этот метод также может быть использован для решения конкретных инженерно-геологических задач при строительстве новых приповерхностных подземных линий, а также для регулярного мониторинга инженерно-геологического состояния окружающей среды в районах уже действующих линий метро.

Введение. В настоящее время академические (научные) учреждения, производственные организации и сервисные компании геолого-геофизического профиля уделяют повышенное внимание вопросам разработки эффективных методов (технологий) решения разнообразных практических задач приповерхностной геофизики – экологических, гидрологических, гидрогеологических, инженерно-геологических, геолого-геофизических. Такого рода технологии

создаются и предлагаются для использования как на базе отдельных геофизических методов, так и путем комплексирования нескольких методов различной физической природы. В частности, следует отметить достаточно активное применение в практической деятельности различных геоэлектрических (георадиолокационных) методов полевых геофизических исследований. Возможности современных георадиолокационных и электромагнитных технологий при решении разнообразных задач приповерхностной геофизики, а также перспективы их дальнейшего совершенствования и расширения областей применения всесторонне анализируются в серии зарубежных журнальных публикаций обзорного и научно-описательного характера. В актуальной по этой проблеме монографии описывается новая методология геофизического изучения негативного влияния активных геологических процессов, протекающих в верхней части разреза, на здания и инженерные сооружения. Ее суть – проведение высокоточных геофизических измерений в режиме мониторинга с целью регистрации не только физических полей, но и их изменений во времени. Данная методология позволяет решать следующий круг задач: изучать влияние подземных вод на основания строений; устанавливать особенности влияния современных тектонических движений на строения; трассировать подошву антропогенного слоя; прогнозировать сохранившиеся остатки древних строений в антропогенном слое; выявлять зоны разрывных нарушений, участки утечек подземных водных коммуникаций и др. Приведенные примеры демонстрируют возможности метода при решении актуальных задач изучения источников техногенного воздействия на природную среду (контроль и экологическая оценка загрязненности почв нефтепродуктами на промышленных объектах, термокарст, исследование аварий на подземных коммуникациях, картирование пустот, природного карста, оползней, изыскания для организации водозаборов, изучение археологических объектов и т. д.) [1-4].

Для оперативного решения инженерно-геологических задач, связанных с природными и техногенными процессами разрушительного характера, в последнее время используются также экспресс-технологии геофизических исследований, которые позволяют оперативно проводить полевые геофизические измерения, а следовательно, получать необходимую экспериментальную информацию для решения конкретных практических задач своевременно, эффективно и в достаточном объеме. На протяжении последних пяти лет этот комплекс оперативных геофизических методов активно использовался для изучения инженерно-геологических условий на участках строительства новых линий метро приповерхностного залегания в развитых городах, а также над уже построенными и работающими его участками. Некоторые результаты выполненных работ экспериментально-исследовательского характера представлены в публикациях [5-7].

Методы полевых исследований и методика проведения работ. Георадиолокационный метод или георадарный метод зондирования сплошных сред – технологически новый метод изучения приповерхностной (в интервале первых десятков метров) структуры геологических разрезов и отдельных объектов. Общий принцип действия георадарных систем основан на излучении сверхширокополосных (наносекундных) импульсов электромагнитных волн метрового и дециметрового диапазонов и приеме сигналов, отраженных от границ разделов между пластами зондируемой среды с различными электрофизическими свойствами [8]. Такими границами раздела являются контакты между сухими и водонасыщенными грунтами, границы пород разного литологического состава, контакты между породами и объектами искусственного происхождения и т. д. При проведении георадарной съемки осуществляются запись и построение на экране компьютера волновой картины отраженных сигналов (радарограммы), которая формируется из набора единичных трасс. Горизонтальная ось радарограммы (расстояние) представляется в метрах, вертикальная – в наносекундах (время) или в метрах (глубина). Глубина расположения неоднородностей разреза вычисляется с учетом скорости распространения электромагнитных волн в среде. Глубина зондирования георадаром повышается при уменьшении центральной частоты возбуждаемых электромагнитных колебаний и увеличении удельного сопротивления разреза. Съемка обычно проводится вдоль отдельных маршрутов, шаг съемки выбирается для каждой конкретной задачи отдельно. Зондирование практически повсеместно осуществляется по профилям, шаг измерений вдоль профилей выбирается с учетом особенностей конкретной решаемой задачи [9]. Георадарное зондирование выполняется георадаром "ОКО-2" с антенны м

блоком АБ-90 МГц. Глубина зондирования в этом случае составляет около 20,0 м. Шаг по профилю равен 0,2 м.

Краткая характеристика результатов работ. Для формирования целостного представления о процессе становления геофизической технологии оперативного решения практических задач инженерно-геологического характера на существующих и строящихся объектах Алматинского метрополитена целесообразно остановиться на материалах ранее выполненных работ. Для исследования и апробации георадиолокационного метода была выбрана Станция «Алатау» Алматинского метрополитена. Станция «Алатау» - самая близко- расположенная к поверхности земли, глубиной до 20 метров. Данная глубина оказалась приемлемой для возможности георадара «ОКО-2» АБ-90.

В статье представлены результаты первых экспериментальных работ по контролю геофизическими методами качества залегания слоёв дорожной одежды и уплотнения грунтов, прилегающих к туннелям метрополитена. Эта процедура выполняется с целью предотвращения проседания отдельных участков тоннелей под воздействием постоянных динамических нагрузок, которые создают регулярно курсирующие поезда метрополитена. Проведенные геофизические исследования позволили оценить характер закрепления грунта в районе строительства подземного тоннеля метрополитена. Определены контуры зоны заполнения грунта цементирующими растворами по площади. Картина заполнения неоднородна как по вертикали, так и в горизонтальном направлении [10].

Станция «Алатау» расположена между проспектом Гагарина и улицей Жарокова, по улице Абая. На исследуемом участке были пройдены в сумме 8 георадарных продольных и поперечных профилей относительно станции метрополитена (рис. 1-4).



Рисунок 1 – Станция «Алатау» Алматинского метрополитена

Наиболее интересными георадарными профилями, где определяется туннель метрополитена показаны на рисунках 2,3,4.

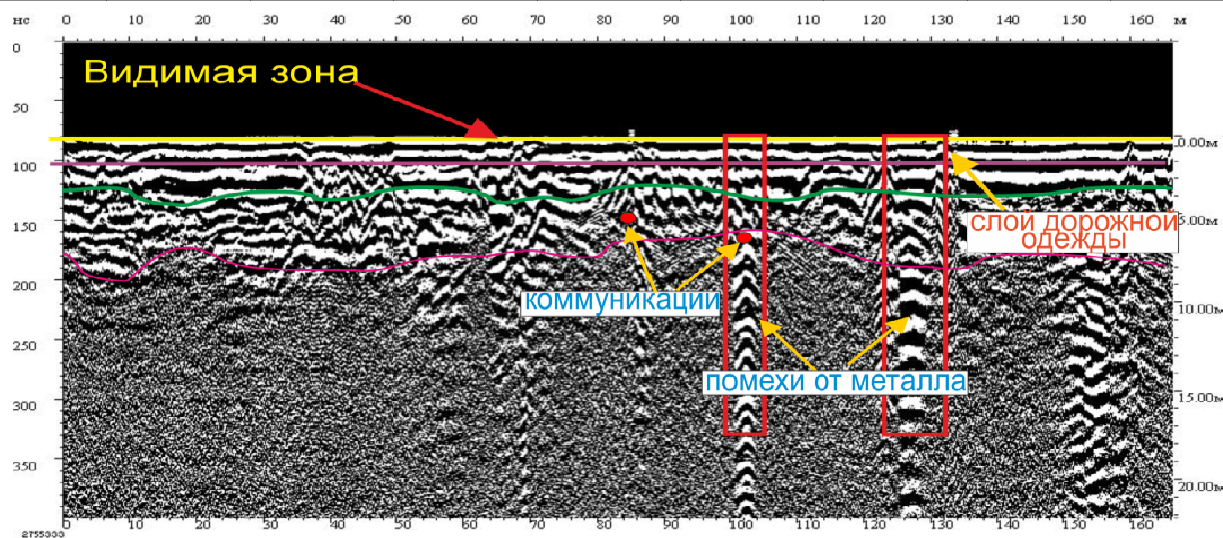


Рисунок 2 – Продольный профиль №005

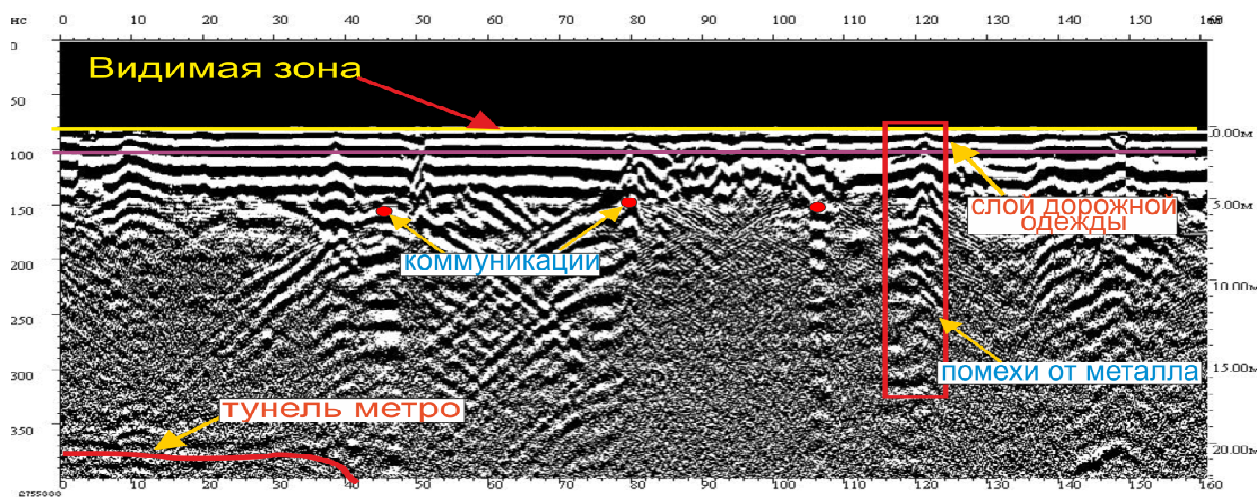


Рисунок 3 – Продольный профиль №007

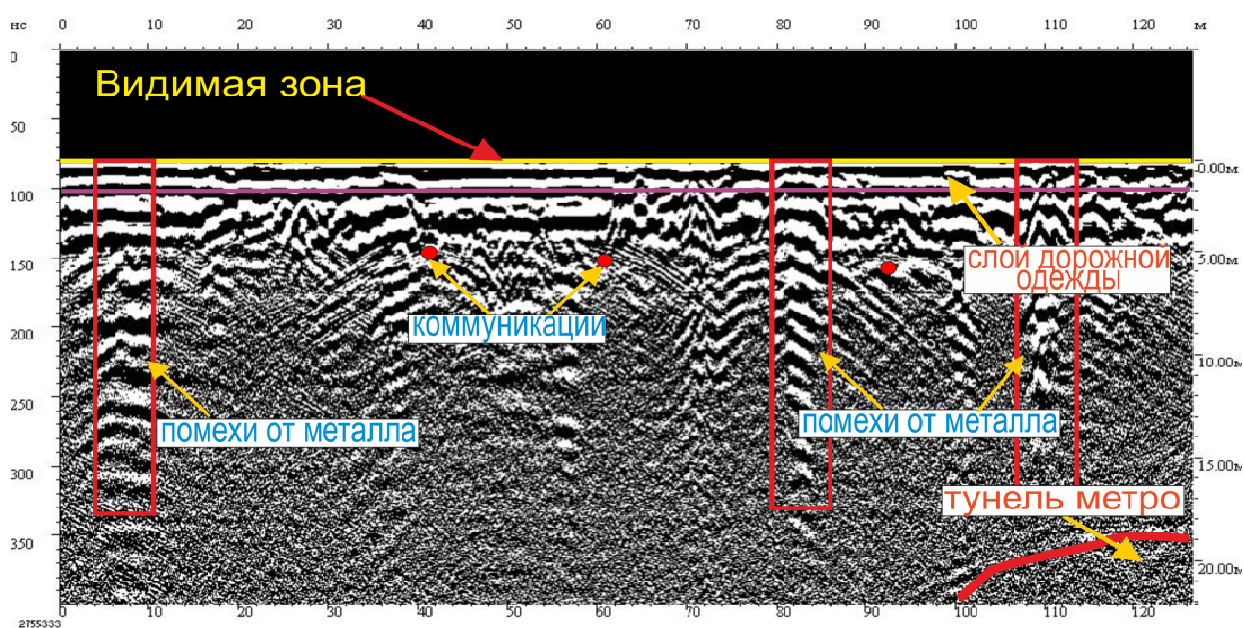


Рисунок 4 – Продольный профиль №008

Выводы. Вышеуказанных георадарных профилях показана слоистость дорожной одежды, коммуникации (вероятнее всего, трубы) и отражен туннель метрополитена, также на георадарном профиле можно заметить помехи от металла, вызванные от люков канализации.

В связи с изложенным, укажем на один из главных выводов выполненных многочисленных геофизических исследований на объектах Алматинского метрополитена: при проведении проектных работ под строительство зданий, промышленных сооружений и объектов транспортной инфраструктуры необходимо в обязательном порядке учитывать влияние подземных водных потоков. Особо следует подчеркнуть то обстоятельство, что данная методология в целом дает возможность оперативно и эффективно решать широкий спектр задач приповерхностной геофизики при существенных естественных и техногенных помехах. Этим комплексом геофизических экспресс-методов могут также эффективно и оперативно решаться специфические инженерно-геологические задачи при строительстве новых линий метрополитена приповерхностного залегания, а также осуществляться регулярный мониторинг инженерно-геологического состояния среды в районах уже действующих линий. Многолетний опыт практического применения георадарного зондирования позволяет сделать следующие обоснованные выводы [11].

Результаты экспериментов и выполненных работ свидетельствуют об эффективности метода георадарного зондирования и целесообразности его применения для оценки качества закрепления туннелей цементирующими растворами в вертикальном разрезе. Он оказался именно тем инструментом, который позволяет без бурения дополнительных скважин уверенно контролировать качество закрепления туннелей метро цементирующими растворами как при прокладке новых линий метрополитена приповерхностного залегания, так и на уже действующих его участках. В методическом плане целесообразно акцентировать внимание и на тот факт, что, приступая к геофизическим исследованиям на участках строительства новой ветки метрополитена, авторы не имели никакого практического опыта проведения такого рода работ (в том числе по литературным источникам) и не были уверены в успешном решении поставленных перед ними конкретных инженерно-геологических задач. В такой ситуации был избран многократно проверенный и единственно верный путь - проведение полевого эксперимента для изучения возможностей различных геофизических методов при решении конкретной практической задачи. Подобного рода экспериментальные работы показали бы потенциальному заказчику принципиальную возможность решения поставленных им задач, что, в конечном счете, и привело к последующему выполнению определенных объемов геофизических работ. Методические и технические вопросы решения каждой конкретной задачи отрабатывались детально в процессе ее выполнения. Этот положительный опыт еще раз подчеркивает важность полевого эксперимента для оценки возможности решения той или другой новой инженерно-геологической задачи и указывает на то, что такого рода эксперименты необходимо проводить более активно [12].

Работа выполнена по РБП-076 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности, транспорта и коммуникаций» в рамках программы «Развитие космических технологий мониторинга процессов на земной поверхности и в литосфере, создание элементной базы и аппаратуры для его проведения, разработка приборов, аппаратно-программных средств и подсистем космической техники», подпрограмма «Развитие технологий наземно-космического геодинамического мониторинга территории Казахстана»:

- тема «Разработать методы математического моделирования деформационных процессов верхней части разреза земной коры урбанизированных территорий на основе данных дистанционного зондирования Земли».

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Саламов А.М., Габибов Ф.Г. Изучение оползневых процессов на Баилловском склоне в г. Баку методом вертикального электрического зондирования. А.М. Саламов, Ф.Г. Габибов, Инженерные изыскания, 2010, №11, С. 36-41.
- [2] Колосов М.А., Моргунов К.П., Коган Г.В. Использование георадарных методов исследования грунтов в основании камеры шлюза, Журнал университета водных коммуникаций, 2009, №4, С. 29-33.
- [3] Белозеров А.А., Кулижников А.М. Применение георадаров для обследования оползневых участков автомобильных дорог, Георадары-дороги 2002. Материалы Межд. научн.-практ. конф., АГТУ, г. Архангельск - 2002, с. 67-73.

- [4] Анур А., Старовойтов А.В., Владов М.Л. Опыт применения георадиолокации для выявления зон развития провалов в городе. Вестник МГУ, сер.Геология, 1999.
- [5] Василенко Е.В., Глазовский А.Ф., Мачерет Ю.Я., Наварро Ф.Х., Токарев М.Ю., Калашников А.Ю., Мирошниченко Д.Е., Резников Д.Е. Радиофизические исследования ледника Альдегонда на Шпицбергене в 1999 году. Матер. гляциолог. исслед., вып. 90.
- [6] Владов М.Л., Старовойтов А.В. Георадиолокационные исследования верхней части разреза. 2002, Изд-во МГУ.
- [7] Фимова Н.Н. Применение георадиолокации при решении задач инженерной геофизики. Автореферат дисс.канд.техн.наук, 1999, Санкт-Петербург.
- [8] Зыков Ю.Д. Геофизические методы исследования криолитозоны. 1999, Изд-во МГУ.
- [9] Калинин А.В., Владов М.Л., Старовойтов А.В., Шалаева Н.В. Выходоразрешающие волновые методы в современной геофизике. Разведка и охрана недр, 2002, №1.
- [10] Калинин А.В., Владов М.Л., Шалаева Н.В. Оценка глубинности георадиолокационных исследований на основе классической теории. Вестник МГУ, сер.Геология, №3.
- [11] Омеляненко А.В. Георадиолокация мерзлых рыхлых отложений. Автореферат дисс.канд.техн.наук, М., 1989.
- [12] Старовойтов А.В., Владов М.Л. Интерпретация данных георадиолокационных наблюдений.

REFERENCES

- [1] Salamov AM, Gabibov FG The study of landslide processes Bail slope in Baku by vertical electrical sounding. AM Salaam, FG Gabibov, Surveying, 2010, № 11, P. 36-41.
- [2] Beloserev A.A., Kulizhnikov A.M., Application of ground penetrating radar survey for landslide road sections, GPR-road - 2002. Proceedings of Int. nauchn. Conf. conf., ASTU, Arkhangelsk, 2002, P. 67-73.
- [3] Bandurin M.A., Survey of irrigation channels launder Azov irrigation system by non-destructive methods. KubGAU scientific journal, № 24 (8), 2006, P. 17-20.
- [4] Anhur A., Starovoytov A.V., Vlad M.L., Experience of using GPR to detect failures of development zones in the city. Bulletin of the Moscow State University, ser.Geologiya, 1999, P. 18-22.
- [5] Vasilenko E.V., Glazov A.F., Macheret Y.Y., Navarro F.H., Tokarev M.Y., Kalashnikov A.Y., Miroshnichenko D.E., Reznikov D.E., Radiophysical study Aldegonda glacier on Spitsbergen in 1999. Mater. glaciologist. Issled., vol. 90. , P. 37-40.
- [6] Vladov M.L., Starovoytov A.V. GPR study the upper section. 2002 MGU., P. 67-71.
- [7] Fimova N.N. Application of GPR in solving engineering geophysics. Abstract of diss.kand.tehn.nauk, 1999, St. Petersburg., P. 17-20.
- [8] Zykov Y.D., Geophysical methods of research permafrost zone. 1999 MGU., P. 90-95.
- [9] Kalinin A.V., Vlad M.L., Starovoytov A.V., Shalaeva N.V., High-resolution wave techniques in modern geophysics. Exploration and conservation of mineral resources, 2002, №1, P. 88-93.
- [10] Kalinin A.V., Vlad M.L., Shalaev N.V. Evaluation GPR depth research on the basis of the classical theory. Bulletin of the Moscow State University, ser.Geologiya, №3, P. 56-60.
- [11] Omelyanenko A.V. GPR frozen unconsolidated sediments. Abstract of, M., 1989, P. 17-20.
- [12] Starovoytov A.V., Vlad M.L. Interpretation of GPR observation. Exploration and conservation of mineral resources, 2001, vol.№3., P. 66-70.

**АЛМАТЫ МЕТРОПОЛИТЕНІНІҢ ЖЕР БЕТІНЕ ЖАҚЫН
ТАУ ЖЫНЫСТАРЫНЫҢ ОРНЫНДАҒЫ АЙМАҚТАРЫНЫҢ ИНЖЕНЕРЛІ ГЕОЛОГИЯЛЫҚ ЖАҒДАЙЫН
ЗЕРТТЕУДЕ ГЕОРАДИОЛОКАЦИОНДЫ ӘДІС ҚОЛДАНУДЫҢ ТИІМДІЛІГІ**

А.Ж. Бибосинов, С.М. Нуракинов, А.А. Калдыбаев, Д.Т. Шигаев

ЕЖШС «Ионосфера институты»,
«Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

Түйін сөздер: Георадар, бір тексіздік, метрополитен, жербеттік жердің қабаты, бұзбайтын әдіс.

Аннотация. Бұл мақалада Алматы метрополитенінің «Алатау» бекеті аймағын георадарлық зондпен тексеруінің қолдану тәжірибесінің нәтижелері көрсетілген. Тау жыныстары қатпарларында әр түрлі ауытқулар мен біртекті еместігін анықтауда георадарлық зерттеу және геологиялық картографиялау жұмыстары жүргізілді. Транспорттық инфрақұрылым нысандарын жобалау жұмыстары кезінде бұзылуға алып келмейтін мониторинг әдісін қолдану қажеттілігі қорытындыланды. Сонымен қатар бұл әдіс жер бетіне жақын жерасты сызықты нысандардың құрылыс жұмыстарындағы нақты инженерлі-геологиялық мәселелерді шешуде қолдануға болады. Оған қоса, аталған әдісті салынған метро нысандары аймақтарындағы қоршаған ортаның инженерлі-геологиялық жағдайының жүйелі мониторинг жұмысында қолдану мүмкіншілігі бар.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 56 – 61

UDC 550.383

A LOW-POWER SOLAR THERMAL POWER STATION WITH THE MAXIMUM USE OF SOLAR ENERGY

D.T. Shigayev¹, T.M. Munsyzbay²

¹«Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty;

²Kazakh National Research Technical University named after K.I. Satpayev, Almaty,

dashigaev@gmail.com

Keywords: A low-power solar thermal power station, energy usage coefficient, collector, turbine, heat exchanger, electricity.

Abstract. This article is based on the physical and mathematical description of the energy conversion process, the Sun, the study of physical and mathematical model of the power converter and the description on the model low-power solar thermal power stations (PECC) with maximum use of solar energy.

In developed low-power design it allows to use STPS coefficient energy usage (CEU) the sun to 50%. STPS solves the problems associated with the shortage, the high cost of energy and the lack of energy resources in remote parts of the country, and will have no negative impact on the environment that is relevant at the moment.

УДК 550.383

МАЛОМОЩНАЯ СОЛНЕЧНАЯ ТЕПЛОЭЛЕКТРОСТАНЦИЯ С МАКСИМАЛЬНЫМ ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭНЕРГИИ СОЛНЦА

Д.Т. Шигаев¹, Т.М. Мунсызбай²

¹ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», Алматы;

²Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, Алматы.

Ключевые слова: солнечная теплоэлектростанция, коэффициент использования энергии, коллектор, турбина, теплообменник, электричество.

Анотация. Данная статья основана на физико-математическом описании процесса преобразования энергии Солнца, исследование физико-математической модели преобразователя энергии и описании на самой модели маломощной солнечной теплоэлектростанций (СТЭС) с максимальным использованием энергии Солнца.

В разрабатываемой конструкции маломощной СТЭС позволит использовать коэффициент использования энергии (КИЭ) Солнца до 50%. СТЭС разрешит проблемы, связанные с дефицитом, высокой стоимостью энергоресурсов и отсутствием энергоресурсов в отдаленных местах страны, а также не окажет негативное воздействие на окружающую среду, что является актуальным на данный момент.

Введение. Маломощная солнечная теплоэлектростанция с максимальным использованием энергии Солнца является коллекторного образца. В настоящее время существуют солнечные электростанции башенного или модульного типа, которые используют оптические концентраторы солнечных лучей для нагрева рабочего тела. В этих установках лучи фокусируются на котлах, в которых полученный пар рабочего тела под давлением передается на турбину, которая вращает электрический генератор.

Принцип действия этих электрических станций основывается на термодинамических циклах, в которых работа совершается за счёт увеличения объема рабочего тела при повышении температуры и давления. Это не даёт максимально использовать полученную от Солнца тепловую энергию, так как, давление и температура являются результатом хаотического движения молекулы

газа. Кроме того, в этих установках конструкция турбины разработанные в соответствии с турбореактивными двигателями, используемых в авиации, создающими реактивную силу, а 10-12% энергии используется для вращения вала турбины.

Предполагается, что в результате выполнения данной работы КИЭ Солнца может увеличиться до 50%. Это достигается благодаря пара, образующегося непосредственно в гелиоколлекторе, проходящей через специальное сопло, организовывающей направленное ламинарное движение молекул пара. Это позволяет достижение высокой скорости молекул пара, обладающих значительной кинетической энергией и попадающих на лопасти турбины, вращающей электрический генератор. Так же планируется выбрать специальный материал, который эффективно поглощающего энергию Солнца.

Существующие проблемы в электроэнергетике связаны с себестоимостью получаемой электроэнергии, конструктивными сложностями, низким коэффициентом использования энергии энергоносителя и коэффициентом полезного действия (КПД) преобразователей энергии, а также проблемы поставки электроэнергии. Так, например, для малонаселённых мест южного региона Республики строительство линий электропередач (ЛЭП) и подстанций (ПС), а также существующих стационарных ветроэнергетических и гелиоэнергетических установок не выгодно из-за потерь электроэнергии в электрических сетях, большого расхода черных и цветных металлов, а также значительных трудозатрат в обслуживании.

Главное преимущество автономной системы электроснабжения - независимость от сетей. Потребитель не зависит от повышения цен на электроэнергию, аварии в сетях, обрывы в линиях электропередач, ухудшение качества электроэнергии из-за перегрузок в сетях. Еще одним плюсом данной системы является то, что автономная генерация стимулирует использовать энергию максимально эффективно. Несоединенные с сетью системы не загрязняют окружающую среду, что в современных условиях является очень важным критерием при проектировании объектов электроэнергетики.

Поэтому для малонаселенных пунктов, занимающих значительную часть территории Республики, желательно использование маломощных СТЭС с повышенной энергоэффективностью, основанной на использовании энергии Солнца.

Настоящая статья посвящена краткому обзору имеющихся в настоящее время предложений по преобразованию солнечной энергии в тепло и электричество и тех физических принципов, на которых эти предложения базируются. Основное внимание уделяется возможности реализовать максимального использования энергии Солнца при создании маломощных тепловых энергоустановок.

Методы. Температура нагрева солнечным излучением T ограничивается двумя процессами – тепловым излучением нагреваемого тела и теплоотдачей в окружающую среду. В условиях равновесия

$$S\alpha P_c = S'(\varepsilon\sigma T^4 + h\Delta T), \quad (1)$$

где P_c – поток солнечного излучения, α – поглощательная способность, ε – излучательная способность, $\sigma=5,67\cdot 10^{-5}$ эрг/см²сек·град, h – коэффициент теплоотдачи, ΔT – разность температуры тела и окружающей среды, S – освещаемая поверхность, S' – полная поверхность тела [1]. Коэффициент теплоотдачи h зависит от размеров тела, состояния атмосферы и может меняться в довольно широких пределах, $h\cong 2\cdot 10^3\text{--}3\cdot 10^{-5}$ эрг/см²сек·град. В интервале температур $T\cong 400\text{--}900^\circ\text{K}$ ($\Delta T\cong 100\text{--}600^\circ$) при $\varepsilon\sim 1$ и максимальном значении h получим $\varepsilon\sigma T^4 \approx h\Delta T$. Опустим второй член в (1) и оценим предельную температуру нагрева, определяемую потерями на тепловое излучение, положив $P_c = 106$ эрг/см²сек (10^3 Вт/м²), что соответствует потоку на сороковой параллели в середине дня:

$$T \leq \left(\frac{P_c}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\alpha}{\varepsilon} \cdot \frac{S}{S'}\right)^{\frac{1}{4}} = 365 \left(\frac{\alpha}{\varepsilon} \cdot \frac{S}{S'}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (^\circ\text{K}), \quad (2)$$

Увеличить температуру нагрева можно двумя путями — за счет применения концентраторов солнечного излучения и за счет фактора α/ε . Вторая из этих возможностей связана с тем, что в (2) входит отношение поглощательной способности α и излучательной способности ε для разных областей спектра. Основная часть солнечного потока сосредоточена в видимой и ближней

инфракрасной областях спектра $\lambda \sim 0.35-1.2$ мкм. Тепловое же излучение при температурах $T < 1000$ °К расположено в инфракрасной области $\lambda \geq 2$ мкм. Поэтому оптимальные условия реализуются в тех случаях, когда нагреваемое тело эффективно поглощает солнечное излучение и вместе с тем обладает высокой прозрачностью или большим коэффициентом отражения в инфракрасной области $\lambda \sim 2-10$ мкм [2].

Нетрудно найти предельную температуру нагрева, которая может быть получена при максимально благоприятных обстоятельствах. Пусть нагреваемое тело (например, газ) обладает только одной полосой поглощения на частоте ω , расположенной в области максимума солнечного спектра (широким спектром). Тогда тепловое равновесие между телом и солнечным потоком (поглощаемая энергия равна излучаемой) устанавливается при температуре T , которая связана с эффективной температурой Солнца T_c соотношением

$$\frac{4\pi}{\exp(\hbar\omega/kT)-1} = \frac{\Delta O_c}{\exp(\hbar\omega/kT_c)-1} \quad (3)$$

где ΔO_c – телесный угловой размер Солнца. Поскольку в максимуме солнечного спектра $\hbar\omega \approx 2,82 kT_c$, имеем $\exp(\hbar\omega/kT) \gg 1$, $\exp(\hbar\omega/kT_c) \gg 1$ и

$$\frac{\hbar\omega}{kT} \approx \frac{\hbar\omega}{kT_c} + \ln \frac{4\pi}{\Delta O_c} \quad (4)$$

Коллекторная установка (рис.1) состоит сама из соединительной трубки (1), силиконового уплотнителя (2), уплотнителя (3) для вакуумной трубки из ударопрочного бромосиликатного стекла (4) концентратора (5) которая закреплена в рамке коллектора (6) и закрыта стеклом селективного покрытия (7) «тепловой и световой ловушки». Нагреваемое тело будет из легкокипящей жидкости с широким спектром солнечной частоты.

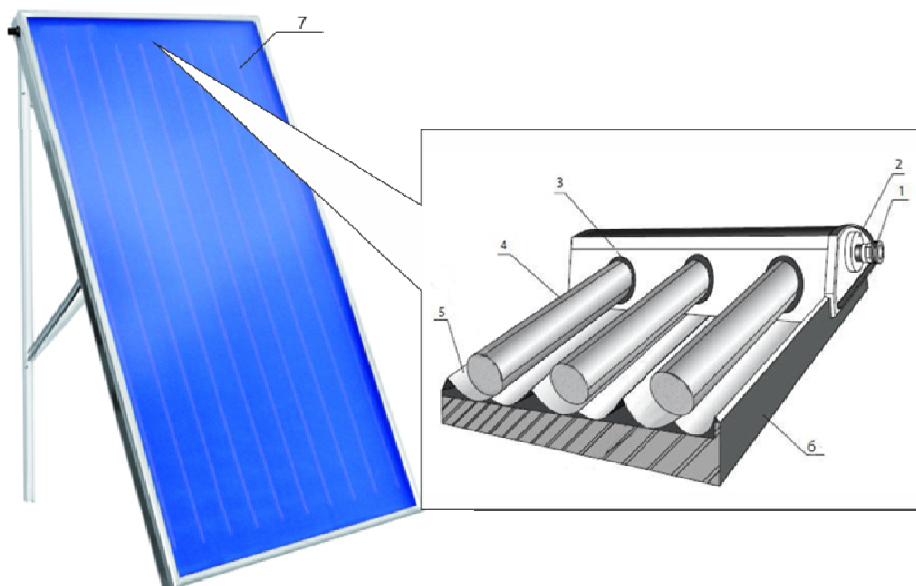


Рисунок 1 – Солнечный коллектор

Рассмотрим для конкретности нагрев цилиндрического объема с радиусом R , помещенного в фокус цилиндрического концентратора, перекрывающего пучок солнечного излучения с поперечным размером D . В этом случае $S' = \pi S$, а левая часть (1) должна быть домножена на фактор концентрации $\zeta = D/2R$ [3]. В результате получим

$$T \leq \left(\frac{P_c}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\alpha}{\varepsilon} \cdot \frac{\zeta}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} = 365 \left(\frac{\alpha}{\varepsilon} \cdot \frac{\zeta}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \text{ (°K)}, \quad (5)$$

Пусть концентратор расположен вдоль земной параллели, т. е. в направлении восток – запад, таким образом, что его плоскость симметрии перпендикулярна оси вращения Земли. В этом случае направление на Солнце n_c отклонено от плоскости симметрии концентратора на угол θ , где

$$\sin\theta = \sin\delta \cos\psi = 0.39 \cos\psi \quad (6)$$

здесь δ – угол между плоскостью земного экватора и плоскостью земной орбиты, равный 23° , углом ψ задается годовое движение Земли вокруг Солнца, причем $\psi = \pm \pi/2$ в дни равноденствия. Как видно, в течение года величина $\sin \theta$ меняется в пределах $\pm 0,39$. Соответствующее смещение фокуса концентратора заключено в пределах $\pm 0,39 f$, где f – фокусное расстояние. Для того чтобы в течение всего года весь солнечный поток перекрывался нагреваемым объемом, необходимо потребовать выполнения неравенства $R > 0,39 f$ [4].

Хорошо известен принцип «тепловой ловушки», основанный на так называемом парниковом эффекте. Нагреваемое тело закрывается оболочкой, прозрачной в видимой области спектра и поглощающей в инфракрасной области (стекло или специальные пленки). Такая оболочка пропускает солнечное излучение и вместе с тем частично ослабляет тепловое излучение нагреваемого тела наружу. Можно использовать не один, а несколько защитных слоев. В таких устройствах удастся несколько повысить эффективность нагрева, причем как за счет уменьшения потерь на тепловое излучение, так и за счет уменьшения конвективной теплоотдачи.

Другой подход основан на применении селективных покрытий, обеспечивающих эффективное поглощение солнечного излучения и вместе с тем маленькие значения излучательной способности ε в инфракрасной области спектра. Существует несколько различных методов получения нужной селективности [5].

Во-первых, имеется ряд материалов, хорошо поглощающих или пропускающих солнечное излучение и обладающих большим коэффициентом отражения r в инфракрасной области. В соответствии с законом Кирхгофа излучательная способность таких материалов мала, $\varepsilon = 1 - r$. Например, карбид гафния HfC в области $4\text{--}10 \text{ мкм}$ имеет коэффициент отражения $r \approx 0,8\text{--}0,9$, а в видимой области $\approx 0,25$. Отражение в видимой области может быть уменьшено, если на поверхность HfC нанести слой прозрачного диэлектрика. С помощью таких материалов можно получить значения $\alpha/\varepsilon \approx 4\text{--}5$.

Для повышения селективности можно использовать более сложные многослойные покрытия, например трехслойные – диэлектрик, полупроводник, металл. Поглощение происходит в слое металла. Первые два слоя прозрачны для солнечного излучения. Их назначение – ослабить тепловое излучение за счет большого коэффициента отражения полупроводника в инфракрасной области [6].

Наконец, могут применяться и многослойные интерференционные покрытия, аналогичные тем, что используются для просветления оптики.

При использовании селективных покрытий с малым значением ε существенно возрастает относительная роль теплообмена с окружающей средой (второй член в правой части (1)). Предельные температуры нагрева, допускаемые потерями на тепловое излучение, могут быть реализованы только при условии, что тепловые потери меньше потерь на излучение. Тепловые потери можно снизить до необходимого уровня, заключив нагреваемое тело в прозрачную вакуумированную оболочку [7,8].

Ожидаемые результаты. Вкупе солнечный коллектор плотно связан с турбиной «Элемсак», которая в свое время увеличивает КИЭ пара с легкокипящей жидкости. Увеличение КИЭ пара (газа) осуществляется за счёт того, что пар (газ) поступающий из сопла на турбину, ударяется на рабочие лопатки диска с большим радиусом и приводит ее во вращение. Дальше, отражаясь от рабочих лопаток и направляющих (отражателей), выполненных в виде воронки, переходящей в сопло и вырезанные в теле неподвижной части турбины пар (газ) с меньшей скоростью ударяется по рабочим лопаткам меньшего радиуса. Далее, отражаясь от рабочих лопаток меньшего радиуса и направляющих (отражателей) с меньшим радиусом, выполненных в виде воронки, переходящей в сопло и вырезанные в теле неподвижной части турбины пар (газ) с ещё меньшей скоростью ударяется по рабочим лопаткам ещё меньшего радиуса и выходит из турбины. Благодаря направленному движению пара (газа) на рабочие лопатки, организованными направляющими (отражателями), выполненными в виде воронки, переходящей в сопло и вырезанные в теле неподвижной части турбины использование кинетической энергии пара (газа) достигается максимальной величины [9].

На рисунке 2 показана маломощная солнечная теплоэлектростанция с максимальным использованием энергии Солнца, которая состоит из гелиоколлектора (испаритель) 1 с

легкокипящей жидкостью и турбины «Әлемсақ» 3 соединенные через трубопроводы 2. Вал турбины подключен к генератору 4. Остаток тепла поступает в теплообменник 5.

Маломощная солнечная теплоэлектростанция с максимальным использованием энергии Солнца работает следующим образом.

Солнечные лучи нагревают гелиоколлектор 1 и получают пар легкокипящей жидкости, который через трубопровод 2 попадает в сопло турбины «Әлемсақ» 3, ускоряется и, ударяя по лопастям турбины, приводит его в движение. Полученная механическая энергия передается в генератор 4. Пар, на выходе из сопла и в самой турбине, расширяясь, охлаждается в теплообменнике 5. Охлажденный пар, после совершения работы, через трубопровод 2 обратно попадает в гелиоколлектор 1, и цикл повторяется [10].

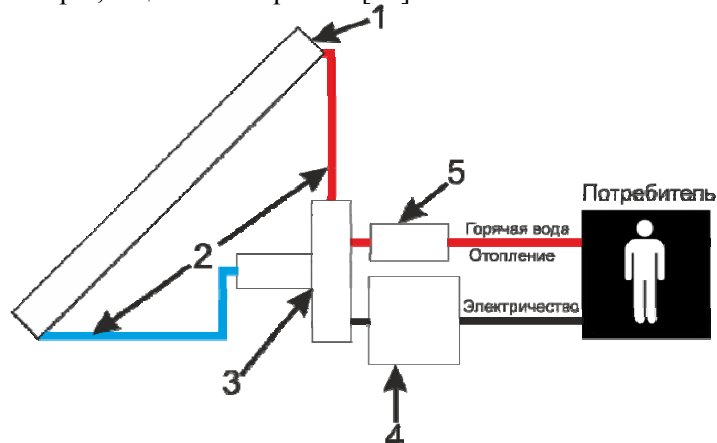


Рисунок 2 – Маломощная солнечная теплоэлектростанция с максимальным использованием энергии Солнца

Выводы. Поставленная цель использования энергии Солнца достигается за счёт коллекторной установке, которая улавливает широкий спектр излучения Солнца и организует направленное движение молекул рабочего тела на турбине «Әлемсақ».

Так же планируется разработка конструкции СТЭС максимального использования энергии Солнца при возможности непосредственного преобразования в механическую энергию.

Создание лабораторного образца СТЭС, основанной на использовании энергии Солнца, выполняется в следующей последовательности:

- разработка теоретической базы эффективного использования энергии Солнца;
- выбор специального материала, эффективно поглощающего энергию Солнца;
- расширение свойств устройства по преобразованию солнечной энергии в тепловую и механическую энергию;
- разработка конструкции СТЭС, преобразующую энергию Солнца в механическую на базе турбины «Әлемсақ».

Заключение. Математический анализ технологии использования энергии Солнца окажет влияние на развитие методов преобразования энергии из одного вида в другое. Использование данной установки в отдаленных хозяйствах от источников энергии и энергосистем позволит сделать электроэнергию более доступным. Данная работа позволит увеличить КИЭ энергоносителя и КПД конструкции за счет максимального использования энергии Солнца, уменьшить себестоимость полученной электроэнергии и т.д. Результат этой работы даст новое направление в развитии преобразователей энергии энергоносителей и положительный экономический эффект в сфере энергетики. Отсутствие выбросов вредных веществ в атмосферу, значительно улучшит экологию окружающей среды. Кроме того, снизится стоимость товаров народного потребления из-за отсутствия затрат энергоносителей. Ожидаемый социальный и экономический эффект может повыситься до двух и более раз по сравнению с существующим социальным и экономическим эффектом [11,12].

На сегодняшний день практически все страны мира придерживаются пути развития «зеленой» экономики. В Казахстане разработана концепция развития «зеленой» экономики, в реализацию

которой входит оптимизация использования ресурсов и повышение эффективности природоохранной деятельности, создание «зеленой» инфраструктуры, внедрение возобновляемой энергетики на базе высоких технологий. В связи с этим эта работа приобретает большую заинтересованность в сфере «зеленой» экономики и индустриализации в целом [13,14].

ЛИТЕРАТУРА

- [13] Васильев А.М., Ландцман А.П., Полупроводниковые фотопреобразователи, М., «Сов. радио», 1971.
- [14] Умаров Г.Я., Ершов А.А., Солнечная энергетика, М., «Знание», 1974.
- [15] Михеев М.А., Основы теплопередачи, М., Госэнергоиздат, 1956.
- [16] F.Kreith, In: Tri-state Fossil Fuels Energy Conference Denver, Colorado, June 1974.
- [17] Колтун М. М., Гелиотехника (АН Узб. ССР), №5, 38 (1972).
- [18] Фокин В.М. Теплогенерирующие установки систем теплоснабжения, М.: Издательство Машиностроение 1, 2006.
- [19] Харченко Н.В. Индивидуальные солнечные установки, М.: Энергоатомиздат 1982.
- [20] Ахмедов Р.Б. Технология использования нетрадиционных и возобновляемых источников энергии, М.: ВИНТИ, 1987.
- [21] Инновационный патент №24005 на изобретение «Турбина Әлемсак». Приоритет от 08.07.2010г.
- [22] Инновационный патент № 28598 на изобретение «Устройство по преобразованию солнечной энергии» от 06.02.2013.
- [23] Стребков Д.С. Роль солнечной энергии в энергетике будущего. Гелиотехника, 2005, №1, С. 12-23.
- [24] Возобновляемые источники энергии и энергосбережения.: Коллектив авторов. под ред. Н.Искакова. Астана, 2008. 354 с.
- [25] Инновационный патент №24005 на изобретение «Турбина Әлемсак». Приоритет от 08.07.2010г.
- [26] Сибикин Ю.Д., Сибикин М.Ю. Нетрадиционные возобновляемые источники энергии: учеб. Пособие, М.: ИП РадиоСофт, 2008, 228 с.

REFERENCES

- [13] Vasiliev A.M., Landtsman A.P., Semiconductor photovoltaics, M., "Sov. Radio "1971.
- [14] Umarov G.Y., Ershov A.A., Solar Power, M., "Znaniye", 1974.
- [15] Mixeev M.A., Fundamentals of heat transfer, M., Gosenergoizdat 1956.
- [16] F.Kreith, In: Tri-state Fossil Fuels Energy Conference Denver, Colorado, June 1974.
- [17] Koltun M.M., Solar technology (AN Uzb. SSR), №5, 38 (1972).
- [18] Fokin V.M. Heat-generating installation of heating systems. M.: Publisher Engineering. 1 2006.
- [19] Kharchenko N.V. Individuals solar installations. MM.: Energoatomisdat 1982
- [20] Akhmedov R.B. The technology of using alternative and renewable energy sources. M.: VINITI 1987.
- [21] Innovative patent №24005 for the invention "Turbine Alemsak". Priority of 08.07.2010g.
- [22] Innovative patent number 28598 for the invention "Device for the conversion of solar energy" from 06.02.2013.
- [23] Sterbkov D.S. The role of solar energy in future power industry. Heliumtechnic, - 2005, №1, P. 12-23.
- [24] The renewable energy resource and energysaving.: Collective authors. under wording N.Iskakova. Astana, 2008, 354 p.
- [25] Innovative patent №24005 an innovation «Alemsak Turbine». The priority of the 08.07.2010y.
- [26] Bahvalov U.A. Mathematical modeling: study guide for uni- Novocherkassk: URGU(NPI), 2010, 142p.

КҮН ЭНЕРГИЯСЫН БАРЫНША КӨП ПАЙДАЛАНА ОТЫРЫП АЗ ҚУАТТЫ КҮН ЖЫЛУ ЭЛЕКТР СТАНЦИЯСЫ

Д.Т. Шигаев¹, Т.М. Мунсызбай²

¹ ЕЖШС «Ионосфера институты», ¹«Ұлттық ғырыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы;
²Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы

Түйін сөздер: күн жылу электр станциясы, энергия пайдалану коэффициенті, коллектор, турбина, жылу алмастырғыш, электр көзі.

Аннотация. Бұл мақалада күн энергиясын түрлендіру процесінің физикалық және математикалық сипаттамасы, физикалық және математикалық электр энергиясын түрлендіргіштен моделі мен күн энергиясын барынша пайдаланумен моделі аз қуатты күн жылу электр станциялары (КЖЭС) бойынша сипаттау зерттеу негізделген.

Жобалауда аз қуатты күн жылу электр станциясы күннің 50% энергия пайдалануға мүмкіндік береді. КЖЭС көптеген мәселелерді шешеді, энергетика жоғары құны мен еліміздің шалғай бөліктерінде электір көзін болмауын шешеді, сондай-ақ қазіргі уақытта өзекті болып табылатын қоршаған ортаға ешқандай теріс әсер тигізбейді.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 62 – 66

UDK 550.3

**THE LONG-TERM TRENDS IN VARIATIONS
OF THE LENGTH OF DAY AND THE FREQUENCY
OF EARTHQUAKE OCCURRENCE AT THE GLOBE**

Zh.Sh. Zhantayev, G.Ya. Khachikyan, D.Kairatkyzy, A. Andreev

«Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty
galina.khachikyan@gmail.com

Key words: angular speed of rotation of the Earth, the global seismic activity

Abstract. Modern knowledge on change of the Earth's angular velocity and its contribution to the variation of the energy of rotation are analyzed. It is shown that increasing angular velocity leads to increasing energy of the Earth's rotation and its compression, that can lead to increasing global seismic activity. The experimental data on variations in 1973-2014 the length of day (LOD), and the frequency of occurrence at the globe the earthquakes with magnitude 4.5 and more are investigated. It is found that in total, the both the angular speed of rotation of the Earth and the frequency of earthquake occurrence at the globe increased that is in agreement with the theoretical predictions.

УДК 550.3

**ДОЛГОВРЕМЕННЫЕ ТРЕНДЫ В ВАРИАЦИЯХ
ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ЗЕМНЫХ СУТОК И ЧАСТОТЫ
ВОЗНИКНОВЕНИЯ НА ПЛАНЕТЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ**

Ж.Ш. Жантаев, Г.Я. Хачикян, Д. Кайраткызы, А.Б. Андреев

ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ, г.Алматы

Ключевые слова: угловая скорость вращения Земли, глобальная сейсмическая активность.

Аннотация. Систематизированы современные знания об изменении угловой скорости вращения Земли и его вкладе в вариацию энергии ее вращения. Показано, что в результате прибавления величины угловой скорости и момента инерции, энергия вращения планеты возрастает и увеличивается ее сжатие, что может привести к усилению сейсмической активности. Проанализированы экспериментальные данные о вариациях продолжительности земных суток и частоты возникновения на планете землетрясений с магнитудой $M \geq 4.5$ за период 42 года (1973-2014гг). Выделены долговременные тренды в вариациях этих параметров, которые показали, что, в целом, угловая скорость вращения Земли возрастала от 1973г к 2014г и сейсмическая активность планеты также возрастала, что находится в соответствии с теоретическими предсказаниями.

Введение. К теории вращения Земли обращались многие авторы и одной из обобщающих в этом направлении является работа Ж. С. Ержанова и А.А. Калыбаева [1]. Изучение вариаций угловой скорости вращения Земли представляет интерес не только с научной точки зрения, но и очень важно для практики, в том числе, для решения задач прогноза землетрясений. В настоящее время существует убеждение, что задачу прогноза очагов сильных землетрясений, происходящих на фоне тектонических движений в литосфере, необходимо рассматривать одновременно и на

фоне вращательных движений Земли [2]. Не исключено, что начальной стадией развития сейсмического процесса может быть зарождение складки в земной коре, что можно рассматривать как потерю устойчивости формы равновесия слоистой толщи под действием приложенных сил, обусловленных, в том числе, неравномерностью вращения Земли. С такой точки зрения (неустойчивости форм равновесия при изменении угловой скорости вращения Земли) была исследована механика сейсмических процессов на территории Тянь-Шаньского сейсмогена [2]. Показано, что наблюдалось резкое увеличение скорости вращения Земли на рубеже 1870 - 1880 гг., что могло стать причиной возникновения сильнейших коровых землетрясений: Верненского 1887 г и Чиликского 1889 г (с учетом времени релаксации для реологических моделей Земли, составляющем от 10 до 15 лет). Настоящая работа направлена на дальнейшее исследование связи между нестабильностью вращения Земли (продолжительности земных суток) и сейсмической активностью планеты.

Фигура Земли и «критические широты». Под влиянием гравитационного и центробежного потенциала, фигура Земли имеет форму сфероида (геоида), обладающего сжатием: $\varepsilon = (R - H) / R$, где R , H – экваториальный и полярный радиусы планеты, соответственно. Радиус-вектор сфероида (r) при малых сжатиях определяется формулой общего вида [3]:

$$r = R_0 [1 + \varepsilon (1/3 - \sin^2 \varphi)], \quad (1)$$

где R_0 – радиус сферы, эквивалентной по объему сфероиду, φ – геоцентрическая широта. Из (1) следует, что радиус-вектор $r = R_0$ совпадает со средним радиусом Земли и в первом приближении не зависит от ее сжатия на «критических широтах», определяемых равенством: $\sin^2 \varphi_1 = 1/3$, то есть, $\varphi_1 = \pm 35^\circ 15' 52''$.

В работе [4] был проведен анализ фигур вращения и показано, что для всех форм поверхности тела: эллипсоид вращения, самогравитирующее тело постоянного геопотенциала, упруго-деформируемая сфера, сжатие не зависит от инерционных характеристик тела и существует универсальная связь между сжатием (ε) и угловой скоростью вращения (ω) в виде $\varepsilon = C(R_0)\omega^2$, где $C(R_0)$ – есть некоторая постоянная, зависящая от среднего радиуса тела. Полная (гауссова) кривизна поверхности эллипсоида вращения при малых сжатиях в первом приближении определяется уравнением [4]:

$$\kappa = \kappa_1 [1 - 8\varepsilon P_2(\sin \varphi)/3], \quad (2)$$

где $\kappa_1 = 1/R_0^2$ – есть полная кривизна, а $P_2(\sin \varphi) = 1,5 \sin^2 \varphi - 0,5$ есть зональная сферическая функция второго порядка.

На рис.1 представлены зависимости полной кривизны сфероида от широты при различных величинах сжатия (ε) из работы [5]. Значения полной кривизны приведены к кривизне сферы. Видно, что общие точки пересечения пучка гауссовых кривых находятся на «критических широтах» и в первом приближении не зависят от сжатия, а полная кривизна равна кривизне эквивалентной по объему сферы.

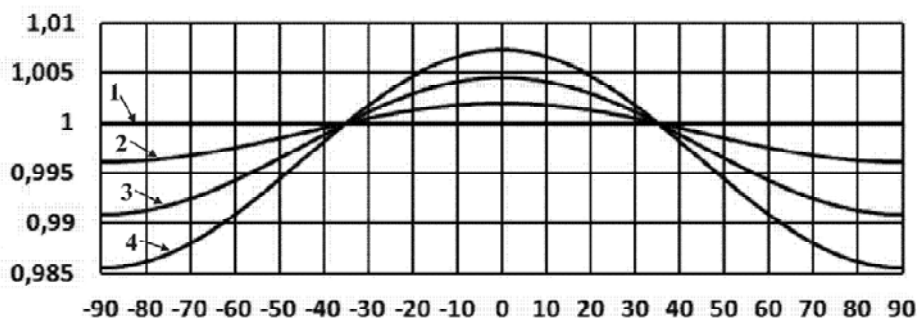


Рисунок 1 – Зависимость полной (гауссовой) кривизны поверхности сфероида от широты для различных величин сжатия: 1. $\varepsilon = 0$ – (сфера), 2. $\varepsilon = 0,00135$; 3. $\varepsilon = 0,00335$ (Земля); 4. $\varepsilon = 0,00535$ [5].

На рис.2 показано распределение относительной объемной плотности кинетической энергии вращения эллипсоида в зависимости от широты из работы [5]. Четко выделяются две критические зоны, в которых фиксируются пиковые значения плотности энергии вращения. Как отмечено в [5], эти зоны отделяют полярные области эллипсоида, где ярко выражена деформация сжатия среды, от экваториальной области, в которой преобладают деформации растяжения.

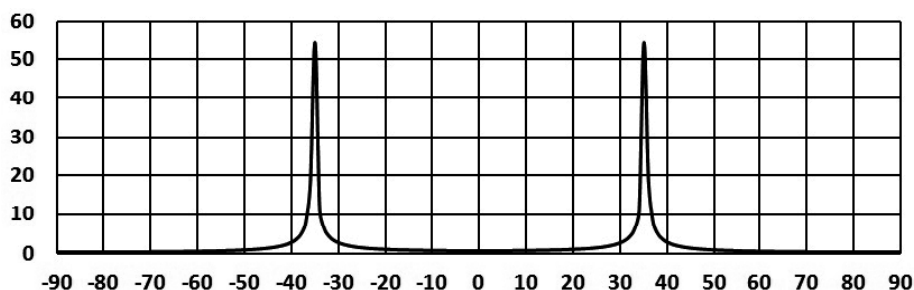


Рисунок 2 – Зависимость относительной объемной плотности энергии вращения эллипсоида от широты [5].

Вариация энергии вращения Земли за счет изменения угловой скорости вращения. Нестабильность угловой скорости вращения Земли должна оказывать влияние на ее общую энергию вращения. При выполнении условия $\omega = \omega(t)$ для вариации кинетической энергии вращения тела получаем [5]:

$$dE = 2E \cdot d\omega / \omega + S dI \cdot \omega^2, \quad (3)$$

где I – момент инерции тела. Выражение (3) показывает, что энергия тела в результате неустойчивости вращения должна возрасти в результате прибавления величины угловой скорости и величины момента инерции. Наиболее существенным здесь является рост относительной величины угловой скорости вращения, которая оценена в [6], как $d\omega / \omega \approx 10^{-8}$. Исходя из этого соотношения, величина вариации энергии (E) вращающегося тела составит [5]:

$$dE = 2E \cdot d\omega / \omega \approx 10^{29} \cdot 10^{-8} = 10^{21} \text{ Дж в год.} \quad (4)$$

Эта величина по порядку совпадает с величиной ежегодно выделяемой энергии землетрясений на всей Земле. Таким образом, с учетом вышеизложенного, можно заключить, что при ускорении вращения Земли (уменьшении продолжительности земных суток) должна появиться дополнительная энергия, которая (с учетом рис.2) должна быть распределена неравномерно по широтным поясам. Это говорит о том, что величина эффекта связи сейсмичности с вариациями угловой скорости вращения Земли может быть разной для разных широтных поясов, но в целом, сейсмическая активность Земли должна усиливаться при увеличении угловой скорости ее вращения (уменьшении продолжительности земных суток - Length of Day (LOD)). Проверке этого предположения посвящен следующий раздел.

Долговременные тренды в вариациях LOD и количестве происходящих на планете землетрясений с $M \geq 4.5$. Точность определения угловой скорости вращения Земли (продолжительности земных суток) существенно улучшилась в 80-годы прошлого века, когда появились новые средства, такие как РСДБ - радиотелескопы со сверхдлинной базой, навигационные спутники (GPS), лазерные наблюдения за специальными спутниками, и стали проводиться наблюдения далеких радиоисточников, расположенных в других галактиках, позволившие увеличить точность наблюдений почти на три порядка. Репрезентативные данные о вариациях глобальной сейсмической активности появились практически в то же время, поэтому в данной работе использованы данные за 1973-2014гг по отклонению длительности земных суток от эталонного значения 86400 сек (Delta_LOD), полученные международной службой вращения Земли (<http://www.iers.org/ IERS/EN/DataProducts/data.html>) и данные глобального сейсмологического каталога NEIC, сформированного национальной геологической службой США

(USGS). На рис. 3 на нижней панели представлены вариации годового количества землетрясений с представительной магнитудой $M \geq 4.5$, произошедших на планете в 1973-2014гг (205311 событий), а на верхней панели - вариации параметра (Delta_LOD) за тот же период времени.

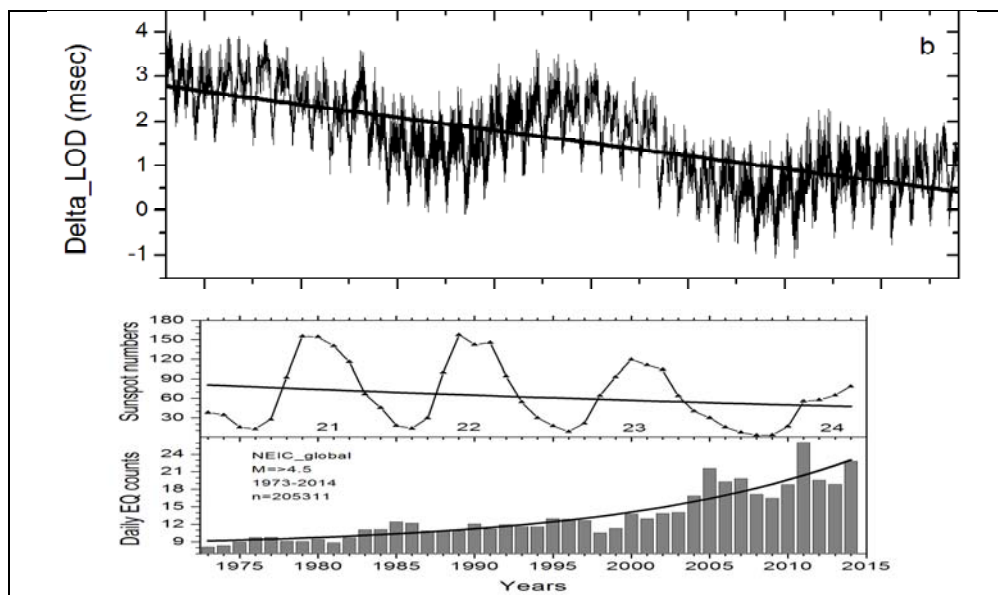


Рисунок 3 – Вариации годового количества землетрясений с $M \geq 4.5$ (нижняя панель) и отклонения продолжительности земных суток от эталонного значения (Delta_LOD - верхняя панель) в 1973-2014гг.

Жирные черные линии на рис.3 представляют долговременные тренды в исходных данных. Видно, что тренды для двух рядов находятся в противофазе. Длительность земных суток в целом уменьшалась от 1973 к 2014гг, а количество происходящих на планете землетрясений - увеличивалось. Уменьшение продолжительности земных суток говорит об ускорении вращения Земли от 1973г к 2014г. В соответствии с соотношениями (2, 3), при ускорении вращения Земли должна появиться дополнительная энергия, которая затем может выделяться, в том числе, в виде землетрясений. С учетом этих знаний следует ожидать, что сейсмическая активность планеты, в целом, должна была увеличиваться от 1973г к 2014г, что и наблюдалось на самом деле (тренд на нижней панели рис.3). По рисунку 3 также видно, что в вариациях продолжительности земных суток (угловой скорости вращения Земли) имеются и более короткие периодичности, как регулярного, так и нерегулярного характера. Исследование этих периодичностей в связи с вариациями сейсмической активности Земли будет предметом наших дальнейших исследований.

Заключение. Систематизированы современные знания об изменении угловой скорости вращения Земли и его вкладе в вариацию энергии ее вращения. Показано, что в результате прибавления величины угловой скорости и момента инерции, энергия вращения планеты возрастает и увеличивается ее сжатие, что может привести к усилению сейсмической активности. Проанализированы экспериментальные данные о вариациях продолжительности земных суток и частоты возникновения на планете землетрясений с магнитудой $M \geq 4.5$ за период 42 года (1973-2014гг). Выделены долговременные тренды в вариациях этих параметров, которые показали, что, в целом, угловая скорость вращения Земли возрастала от 1973г к 2014г и сейсмическая активность планеты также возрастала, что находится в соответствии с теоретическими предсказаниями.

Работа выполнена в рамках проекта РБП-076: «Разработать методические основы оценки сейсмической опасности на основе данных о вариациях солнечной активности, геомагнитного поля и скорости вращения Земли». Регистрационный номер (РН) 0115PK01276.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ержанов Ж. С., Калыбаев А.А. Общая теория вращения Земли, М.: Наука, 1984, 254 с.

[2] Жантаев, Ж. Ш. Модель напряженного состояния неоднородной земной коры и ее приложение к условиям Тянь-Шаньского сейсмогена [Текст] : автореф. дис. докт. физ.мат. наук: 04.00.22 Геофизика / Жантаев, Ж. Ш. Алматы : [б. и.], 1995, 34 с.

[3] Stacey F.D., Davis P.M. Physics of the Earth, N.Y.: Cambridge Univ. Press, 2008, 552 p.

[4] Poincaré H. Figures d'équilibre: d'une masse fluide. Paris: C. Naud, 1902, 210 p.

[5] Левин Б.В., Е.В. Сасорова, А.В. Доманский. Свойства «критических широт», вариации вращения и сейсмичность Земли. Вестник ДВО РАН, 2013, № 3, с. 3-8.

[6] Сидоренков Н.С. Физика неустойчивостей вращения Земли. М.: Наука, Физматлит, 2002, 384 с.

REFERENCES

[1] Erzhanov J.S., Kalybayev A.A. General Theory of the Earth's rotation, M.: Nauka, 1984, 254 p. (in Russian).

[2] Zhantayev Zh. Sh. The model of stressed state of the inhomogeneous earth's crust and its application to the conditions of the Tien-Shan seismogene. Synopsis of the PhD, Almaty, 1995, 34 c.

[3] Stacey F.D., Davis P.M. Physics of the Earth, N.Y.: Cambridge Univ. Press, 2008, 552 p.

[4] Poincaré H. Figures d'équilibre: d'une masse fluide. Paris: C. Naud, 1902, 210 p.

[5] Levin B.V., EV Sasorova, A.V. Domanski. Properties of "critical latitudes", variations of rotation of the Earth and seismicity. Bulletin of DVO RAS, 2013, № 3, p. 3-8.

[6] Sidorenkov N.S. Physics of the Earth's rotation instabilities. M.: Nauka, Fizmatlit, 2002, 384 p.

ЖЕР СІЛКІНІСІНІҢ ПАЙДА БОЛУ ЖИЛІКТЕРІ ЖӘНЕ ЖЕР ТӘУЛІКТЕРІНІҢ ҰЗАҚТЫҚ ВАРИАЦИЯСЫНЫҢ ТРЕНДТЕРІ

Ж.Ш. Жантаев, Г.Я. Хачикян, Д. Кайраткызы, А.Б. Андреев

ЕЖШС «Ионосфера институты»

«Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

Түйін сөздер: жердің айналу бұрыштық жылдамдығы, ғаламдық сейсмикалық белсенділік.

Аннотация. Қазіргі заманғы біліммен Жердің айналуының бұрыштық жылдамдығының өзгерісіне және оның айналу энергиясының вариациясына қосқан үлесін жүйелендіреді. Бұрыштық жылдамдық және инерция мезеті шамаларын қосу нәтижесінде, ғаламшардың айналу энергиясы артады және сығылуы үлкейеді, сонымен қатар сейсмикалық белсенділіктің артуына әкеліп соғатыны көрсетілген. Әлеміндегі жер сілкіністерінің магнитудасы $M \geq 4.5$, 42 жыл кезеңінде (1973-2014жж.) пайда болу жиілігіне және жердің тәуліктік вариациясының ұзақтығы бойынша эксперименттік деректерге талдау жасалды. Теориялық болжауға сәйкес келетін, белгіленген осы параметрлер вариациясының ұзақ мерзімді трендтері үшін, жердің тәуліктік айналу бұрыштық жылдамдығы вариациясының мәліметтері 1973-дан 2014-ке дейінгі аралықта артқандығы және ғаламшардың сейсмикалық белсенділігі де өсетіндігі көрсетілді.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 67 – 72

UDC 550.3

SPATIAL DISTRIBUTION OF THE MAIN GEOMAGNETIC FIELD PARAMETERS AND THE EPICENTERS OF THE DEEP ($H > 350$ KM) EARTHQUAKES

¹G. Khachikyan, ¹B. Zhumabayev, ¹A. Seraliyev, ²E. Khassanov¹Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty;²International University of Information Technologies, Almaty, Kazakhstan
galina.khachikyan@gmail.com**Key words:** main geomagnetic field, depth of earthquake epicenters.

Abstract. The values of the components of the main geomagnetic field are estimated in the epicenters of the earthquakes with magnitude $M \geq 4.5$ occurred on the globe in 1973-2014. The distribution of hypocenter depths depending on the latitude and longitude, and the values of the north (X)- component of the main magnetic field is obtained. It is shown that the depth of the hypocenter is quite clearly arranged according to the X-component. Namely, the earthquakes with $M \geq 4.5$ practically absent in areas with negative values of X; in areas with $X < \sim 15000$ nT only shallow-focus earthquakes occur ($h \leq 70$ km), in areas of $15,000 < X < 25,000$ nT occur both the shallow-focus and intermediate events ($h \leq 350$ km), and in areas with values of $X > 25,000$ nT, the three types of earthquakes occur: shallow-focus, intermediate, and deep ($h \leq 700$ km). It is concluded that the seismic process is related to the main geomagnetic field structure.

УДК 550.3

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ГЛАВНОГО ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И ЭПИЦЕНТРОВ ГЛУБОКОФОКУСНЫХ ($H > 350$ КМ) ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

¹Г.Я. Хачикян, ¹Б.Т. Жумабаев, ¹А.М. Сералиев, ²Э.Р. Хасанов¹ДТОО «Институт ионосферы», АО «НЦКИТ», Алматы,²Международный Университет Информационных технологий г. Алматы, Казахстан**Ключевые слова:** главное магнитное поле Земли, глубина гипоцентров землетрясений.

Аннотация. Рассчитаны значения компонент главного геомагнитного поля в эпицентрах 205311 землетрясений с магнитудой $M \geq 4.5$, произошедших на планете в 1973-2014гг. Построены распределения глубин гипоцентров в зависимости от географической широты и долготы и в зависимости от значений северной (X)-компоненты геомагнитного поля в эпицентре во время события. Показано, что глубины гипоцентров достаточно четко организованы в зависимости от X-компоненты главного геомагнитного поля. Землетрясения с $M \geq 4.5$ практически отсутствуют в районах с отрицательными значениями X, в районах с $X < \sim 15000$ nT происходят только мелкофокусные (коровые) землетрясения с глубиной гипоцентров до ~ 70 км, в районах с $15000 < X < \sim 25000$ nT происходят и мелкофокусные и промежуточные землетрясения с глубиной гипоцентров до ~ 350 км, а в районах со значениями $X > 25000$ nT, происходят все три типа землетрясений: коровые, промежуточные и глубокофокусные с глубиной гипоцентров до 700 км. Сделан вывод о связи сейсмического процесса с вариациями главного магнитного поля Земли.

Введение. Вопрос о связи пространственного распределения сейсмически активных зон с пространственным распределением характеристик главного геомагнитного поля, генерируемого во внешнем жидком ядре Земли [1], обсуждается в последнее десятилетие [2-5]. В этих работах продемонстрировано структурное соответствие между географическим расположением на планете сейсмически активных зон и геометрией главного геомагнитного поля. Данная работа продолжает эти исследования, анализируя один из основных сейсмологических параметров - глубину залегания гипоцентров землетрясений.

Экспериментальные данные. Проанализированы данные глобального сейсмологического каталога NEIC для землетрясений представительной магнитуды $M \geq 4.5$, произошедших на планете в 1973-2014гг (205311 событий). Гипоцентр есть центральная точка очага землетрясения в которой начинается подвижка пород, а в случае протяжённого очага, под гипоцентром понимают точку начала вспарывания разрыва [6]. Глубина залегания гипоцентра обычно колеблется от нескольких километров до 700 км. В зависимости от глубины расположения гипоцентра все землетрясения подразделяют на три группы: мелкофокусные или поверхностные (от 0 до 70 км), среднефокусные или промежуточные (от 70 до 300-350 км) и глубокофокусные (от 350 до 700 км). Наличие глубокофокусных землетрясений говорит о том, что зоны разломов проникают в мантию Земли намного ниже уровня земной коры.

Статистика распределения на планете глубин гипоцентров очень важна, поскольку такие данные, особенно для глубокофокусных землетрясений, могут пролить свет на состояние пород в глубинах Земли, куда человек никогда не проникнет. В данной работе изучено распределение глубин гипоцентров в зависимости от величины северной (X) - компоненты главного геомагнитного поля в эпицентре во время события. Значения X -компоненты в эпицентрах были рассчитаны по международной справочной модели геомагнитного поля IGRF-10 [7], компьютерная программа модели была реализована ранее в работе [4].

IGRF – это набор математических моделей, которые описывают главное магнитное поле и его вековые вариации, обусловленные внутренними источниками, через отрицательный градиент скалярного потенциала V который, в свою очередь, представлен усеченным рядом сферических гармоник в виде:

$$V(r, \theta, \lambda, t) = R \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^n \left(\frac{R}{r}\right) \cdot (g_n^m(t) \cos m\lambda + h_n^m(t) \sin m\lambda) \cdot P_n^m(\cos \theta)$$

где r, λ, θ , геоцентрические сферические координаты (r - расстояние от центра Земли), λ - долгота на восток от Гринвичского меридиана и θ - коширота (90° минус широта), R - среднее значение радиуса Земли (6372.1 км), g_n^m и h_n^m – коэффициенты Гаусса, $P_n^m(\cos \theta)$ – присоединенные функции Лежандра степени n и порядка m . Среднеквадратическая ошибка определения модуля полного вектора геомагнитного поля по модели IGRF наименьшая для 1979-1980гг, когда проводились измерения поля на спутнике MAGSAT и после 1999г, благодаря использованию данных спутников Ørsted и CHAMP. Для эпох 1980 и 2000гг, среднеквадратическая ошибка определения полного вектора поля составляет ~ 10 нТл, а для других эпох, рассмотренных в данной работе, ~ 50 нТл. Ошибка в 10 нТл для полного вектора дает ошибки для компонент магнитного поля примерно 5 нТл. [<http://www.ngdc.noaa.gov/AGA/>]. При увеличении ошибки определения модульного значения, ошибка определения компонент поля пропорционально увеличивается.

Результаты. На рис. 1 показано распределение глубин гипоцентров изучаемых землетрясений в зависимости от географической широты. В общем, можно сказать, что в высоких широтах происходят только мелкофокусные землетрясения - глубина гипоцентров не превышает 70 км, а промежуточные и глубокофокусные происходят на средних и низких широтах.

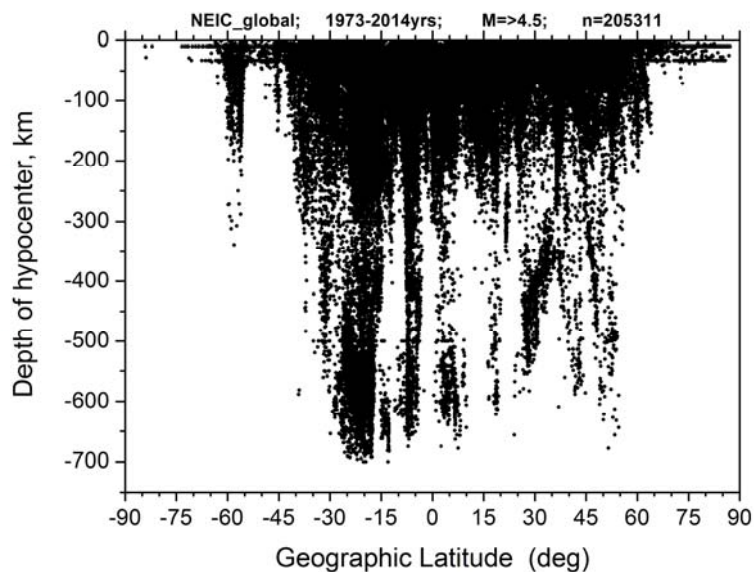


Рисунок 1 – Распределение глубин гипоцентров землетрясений с магнитудой $M \geq 4.5$, произошедших на планете в 1973-2014гг (205311 событий) в зависимости от географической широты

На рис. 2 показано распределение глубин тех же гипоцентров в зависимости от географической долготы. Видно, что зоны мелкофокусных и среднефокусных землетрясений практически равномерно чередуются по долготе, не обнаруживая четкой систематизации, и только для самых глубоких землетрясений выделяются две зоны их генерации: узкая зона в западном секторе долгот ($\sim 55-75^\circ\text{W}$) и достаточно протяженная зона в восточном секторе долгот от $\sim 110^\circ\text{E}$ до $\sim 187^\circ\text{W}$.

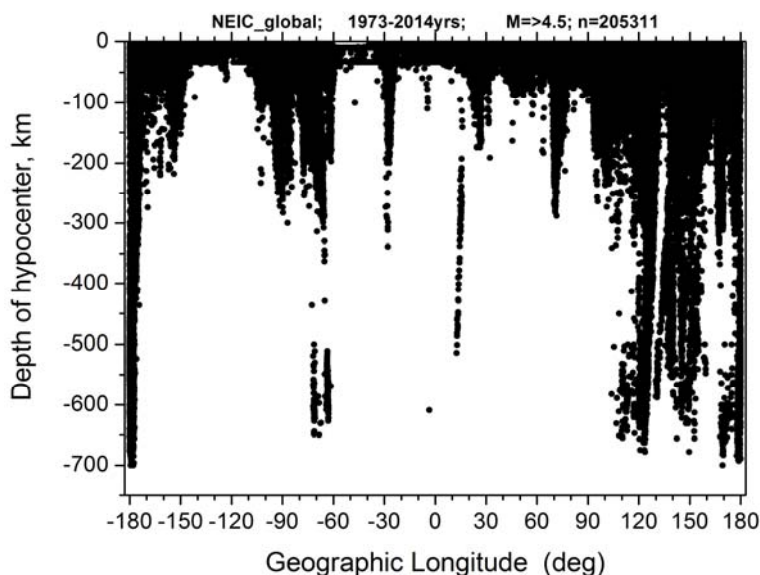


Рисунок 2 – Распределение глубин гипоцентров землетрясений с магнитудой $M \geq 4.5$, произошедших на планете в 1973-2014гг (205311 событий) в зависимости от географической долготы

На рис. 3 показано распределение глубин гипоцентров в зависимости от северной (X)-компоненты геомагнитного поля. Картина распределения гипоцентров на этом рисунке кардинально отличается от представленных на рис. 1, 2, позволяя провести систематизацию трех типов землетрясений (мелкофокусных, промежуточных и глубокофокусных) в зависимости от геомагнитного параметра. Видно, что землетрясения с $M \geq 4.5$ практически отсутствуют в районах с отрицательными значениями геомагнитной X -компоненты, которые расположены в высоких

широтах между географическим и геомагнитным полюсами. В районах с $X < \sim 15000$ нТл происходят только мелкофокусные (коровые) землетрясения с глубиной гипоцентров до ~ 70 км, в районах с $15000 < X < \sim 25000$ нТл происходят и мелкофокусные, и промежуточные землетрясения с глубиной гипоцентров до ~ 350 км, а все три типа землетрясений: коровые, промежуточные и глубокофокусные происходят только в районах со значениями $X > 25000$ нТл. Этот результат поддерживает предположение о связи пространственного распределения сейсмоактивных зон с пространственным распределением параметров геомагнитного поля.

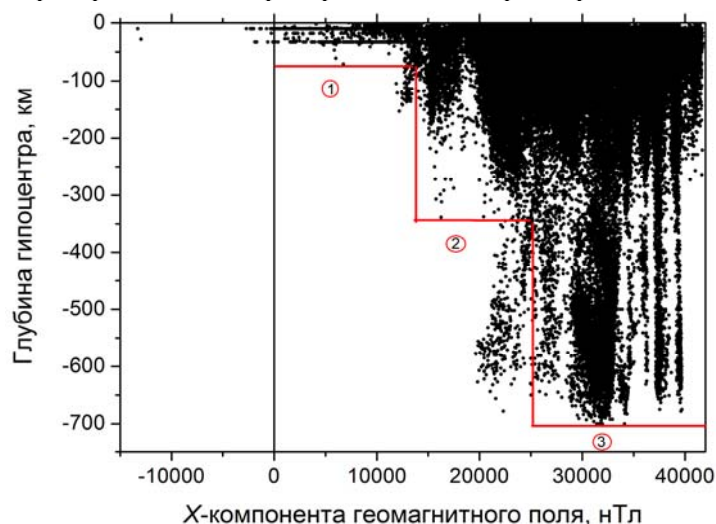


Рисунок 3 – Распределение глубин гипоцентров землетрясений с магнитудой $M \geq 4.5$, произошедших на планете в 1973-2014 гг (205311 событий), в зависимости от значения северной (X)-компоненты главного геомагнитного поля в эпицентре события, рассчитанного по модели IGRF-10

В дополнение к вышесказанному, из рис.3 можно увидеть, что в области перехода между мелкофокусными и среднефокусными землетрясениями выделяется район с наклонным падением линии гипоцентров. Такой же район выделяется и в переходной зоне между среднефокусными и глубокофокусными землетрясениями. Причина этого связана с тем, что землетрясения происходят внутри тектонических разломов, которые не всегда вертикальны, а могут быть наклонены под углом к земной поверхности. В этом случае, географические координаты эпицентра (вертикальная проекция гипоцентра на земную поверхность) не будут совпадать с координатами выхода на поверхность тектонического разлома, процессы в котором спровоцировали землетрясение. В этой связи можно заключить, что компоненты геомагнитного поля следует рассчитывать в гипоцентрах землетрясений.

В течение изучаемых 42 лет (1973-2014 гг) на планете произошло 10314 глубокофокусных землетрясений с магнитудой $M \geq 4.5$ и глубиной гипоцентров более 350 км. Эпицентры этих землетрясений представлены на рис.4а, где цветом указаны их глубины от 350 до 700 км. На рис.4б приведена глобальная карта вековых вариаций угла геомагнитного наклонения (http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/data/mag_maps/browse/I_map_sv_2020_large.jpeg). Сопоставляя карты на рис.4, можно заключить, что районы глубокофокусной сейсмичности территориально совпадают с районами экстремальных значений в вековых вариациях угла геомагнитного наклонения, что также говорит о связи пространственных вариаций сейсмичности и главного геомагнитного поля.

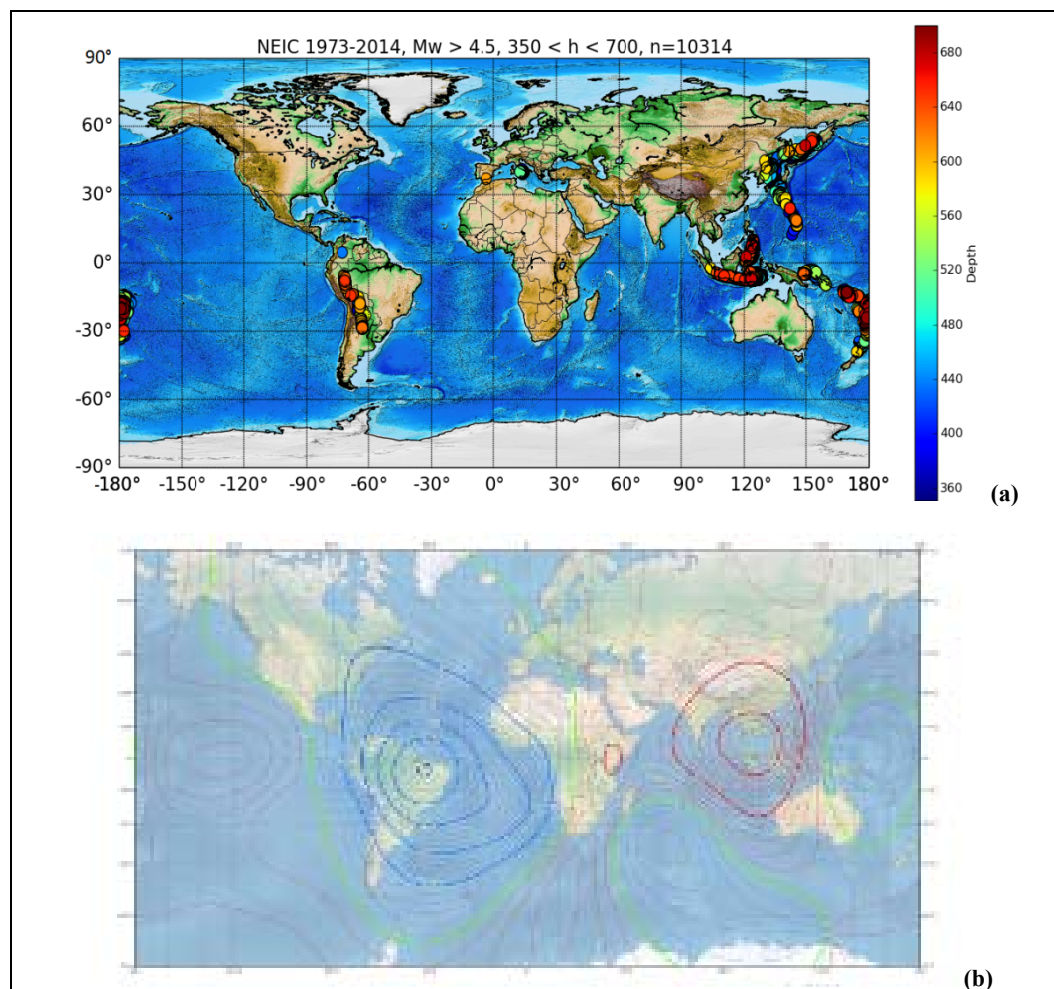


Рисунок 4 – Карта распределения на планете глубокофокусных землетрясений (глубина гипоцентров более 350 км (а) в сопоставлении с картой вековых вариаций угла геомагнитного наклонения (b).

Заключение. Статистика пространственного распределения гипоцентров землетрясений, выраженная в терминах северной (X) - компоненты главного геомагнитного поля, рассчитанной по международной справочной модели IGRF-10 в эпицентрах 205311 землетрясений с магнитудой $M \geq 4.5$, произошедших на планете в 1973-2014 гг, позволяет заключить:

- землетрясения практически отсутствуют в районах с отрицательными значениями геомагнитной X -компоненты, которые расположены в высоких широтах в районах между географическим и геомагнитным полюсами;
- в географических районах, где значение геомагнитной X -компоненты меньше, чем ~ 15000 нТл, происходят только мелкофокусные (коровые) землетрясения с глубиной гипоцентров до ~ 70 км;
- в географических районах, где значение геомагнитной X -компоненты находится в пределах $15000 \text{ нТл} < X < 25000 \text{ нТл}$, происходят как мелкофокусные, так и промежуточные землетрясения с глубиной гипоцентров до ~ 350 км;
- в географических районах, где значение геомагнитной X -компоненты превышает 25000 нТл, происходят все три типа землетрясений: коровые, промежуточные и глубокофокусные с глубиной гипоцентров до 700 км;
- пространственное расположение глубокофокусных землетрясений территориально совпадает с районами экстремальных значений в вековых вариациях угла геомагнитного наклонения.

Полученные результаты говорят о связи сейсмического режима планеты с пространственной структурой главного геомагнитного поля, что пока не учитывается при решении сейсмологических задач.

Работа выполнена в рамках проекта РБП-076: «Разработать методические основы оценки сейсмической опасности на основе данных о вариациях солнечной активности, геомагнитного поля и скорости вращения Земли». Регистрационный номер (РН) 0115РК01276.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Glatzmaier G. A., P. H. Roberts. A three-dimensional convective dynamo solution with rotating and finitely conducting inner core and mantle. *Journal Physics Earth Planet Interior*, 1995, v. 91, p.63-75, http://www.es.ucsc.edu/~glatz/pub/glatzmaier_roberts_pepi_1995.pdf
- [2] Khachikjan G. Ja., G. G. Stikhamaya, A. P. Stikhamiy, N. F. Solonitsina. Spatial distribution of earthquake epicenters and geomagnetic declination angle. *Inland earthquake*, 2008, Vol. 22, P. 264-270. http://www.oriprobe.com/journals/nldz/2008_3.html
- [3] Khachikjan G. Spatial earthquake statistics in geomagnetic coordinates. *Proceedings of International earthquake symposium Kocaeli*, 2009, Turkey, Kocaeli, 2009, C. 407-413. <http://kocaeli2009.kocaeli.edu.tr/fullpaper09.pdf>
- [4] Khachikyan G., Inchin A., and A. Lozbin. Spatial distribution of seismicity: relationships with geomagnetic Z-component in geocentric solar magnetospheric coordinate system. *International Journal of Geosciences*, 2012, V.3, № 5. - P 1084-1088. (ISSN Print: 2156-8359), (ISSN Online: 2156-8367). Website: <http://www.scirp.org/journal/ijg>
- [5] Chun-lei Gu, Zhang Yi, Gu Zuo-wen, Wang Xing-zhou, Wang Lei, Xu Ru-gang, Zhu Zhi-chun. Relationship between Zero-value-line of Abnormal Geomagnetic Field in Lithosphere and Strong-moderate Earthquake Epicenters in North China Seismic Region. *Northwestern Seismological Journal*, 2012, #2, http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTOTAL-ZBDZ201202011.htm
- [6] Rikitake, T., *Earthquake Prediction*. Elsevier, Amsterdam, 1979, 357 p.
- [7] The International Geomagnetic Reference Field <http://www.ngdc.noaa.gov/AGA/vmod/igrf.html>

REFERENCES

- [1] Glatzmaier G. A., P. H. Roberts. A three-dimensional convective dynamo solution with rotating and finitely conducting inner core and mantle. *Journal Physics Earth Planet Interior*, 1995, v. 91, p.63-75, http://www.es.ucsc.edu/~glatz/pub/glatzmaier_roberts_pepi_1995.pdf
- [2] Khachikjan G. Ja., G. G. Stikhamaya, A. P. Stikhamiy, N. F. Solonitsina. Spatial distribution of earthquake epicenters and geomagnetic declination angle. *Inland earthquake*, 2008, Vol. 22, P. 264-270. http://www.oriprobe.com/journals/nldz/2008_3.html
- [3] Khachikjan G. Spatial earthquake statistics in geomagnetic coordinates. *Proceedings of International earthquake symposium Kocaeli* 2009, Turkey, Kocaeli, 2009, C. 407-413. <http://kocaeli2009.kocaeli.edu.tr/fullpaper09.pdf>
- [4] Khachikyan G., Inchin A., and A. Lozbin. Spatial distribution of seismicity: relationships with geomagnetic Z-component in geocentric solar magnetospheric coordinate system. *International Journal of Geosciences*, 2012, V.3, № 5, P 1084-1088. (ISSN Print: 2156-8359), (ISSN Online: 2156-8367). Website: <http://www.scirp.org/journal/ijg>
- [5] Chun-lei Gu, Zhang Yi, Gu Zuo-wen, Wang Xing-zhou, Wang Lei, Xu Ru-gang, Zhu Zhi-chun. Relationship between Zero-value-line of Abnormal Geomagnetic Field in Lithosphere and Strong-moderate Earthquake Epicenters in North China Seismic Region. *Northwestern Seismological Journal*, 2012, #2, http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTOTAL-ZBDZ201202011.htm
- [6] Rikitake, T., *Earthquake Prediction*. Elsevier, Amsterdam, 1979, 357 p.
- [7] The International Geomagnetic Reference Field <http://www.ngdc.noaa.gov/AGA/vmod/igrf.html>

ТЕРЕҢ ФОКУСТЫ (H>350 КМ) ЖЕР СІЛКІНІСІ ОШАҚТАРЫНЫҢ ЖӘНЕ НЕГІЗГІ ГЕОМАГНИТТІК ӨРІСТІҢ СИПАТТАМАЛАРЫНЫҢ КЕҢІСТІКТІК ҮЛЕСТІРІЛУ

¹Г.Я. Хачикян, ¹Б.Т. Жумабаев, ¹А.М. Сералиев, ²Е.Р. Хасанов

¹ЕЖШС «Ионосфера институты»

«Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

²International University of Information Technologies, Almaty, Kazakhstan

Тірек сөздер: жердің негізгі магнит өрісі, жер сілкіністерінің гипоцентрлерінің тереңдігі.

Аңдатпа: Әлемдегі 1973-2014 жылдар аралығында пайда болған магнитудасы $M \geq 4.5$ жоғары 205311 жер сілкінісінің эпицентрлерінде негізгі геомагниттік өрістің мәндері есептелінген. Эпицентрдегі орын алған оқиғаларға геомагниттік өрістің солтүстігіндегі (X)-компоненттерінің мәндеріне байланысы және гипоцентрлерінің тереңдігінің географиялық ендік және бойлық таралу байланыстары тұрғызылған. Негізгі геомагниттік өрісінің X-компоненттеріне байланысты гипоцентрлердің тереңдігі анық жеткілікті ұйымдастырылғандығы көрсетілген. X компоненттері теріс мәнді аудандарда магнитудасы $M \geq 4.5$ жоғары жер сілкінісі іс жүзінде жоқ, X компоненттерінің мәндері $X < \sim 15000$ nT аудандарда гипоцентрлерінің тереңдігі ~ 70 км дейін кіші фокусты жер сілкіністері болады, X компоненттерінің мәндері $15000 < X < \sim 25000$ nT аралығындағы аудандарда гипоцентрлерінің тереңдігі ~ 350 км дейін кіші фокусты және аралық жер сілкіністері болады, және X компоненттерінің мәндері $X > 25000$ nT аудандарда жер сілкіністерінің барлық үш түрі жүреді: гипоцентрлерінің тереңдігі ~ 700 км дейін кіші фокусты, аралық және терең фокусты. Жердің негізгі магнит өрісінің вариациясының сейсмикалық процестерге байланысы жайында қорытынды жасалды.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 73 – 85

UDC 533.93

CROSS SECTION AND STOPPING POWER IN DENSE PLASMAS: THE EFFECT OF DIFFRACTION AND DYNAMIC SCREENING

M.K. Issanova¹, S.K. Kodanova¹, T.S. Ramazanov¹, N.Kh. Bastykova¹,
M.T. Gabdullin², Zh.A. Moldabekov¹

¹IETP, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;

²NNLOT, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
isanova_moldir@mail.ru

Key words: dense plasma, dynamical screening, scattering cross section, Coulomb logarithm, stopping power

Abstract. Classical electron-ion scattering, Coulomb logarithm, and stopping power were studied taking into account the quantum mechanical diffraction effect and the dynamic screening effect separately and together. Inclusion of the quantum diffraction effect is realized at the same level as the well-known first order gradient correction in the extended Thomas-Fermi theory. In order to include the effect of dynamic screening the model suggested by Grabowski et al. [Phys. Rev. Lett. 111, 215002 (2013)] is used. Scattering as well as stopping power of the external electron (ion) beam on plasma ions (electrons) and scattering of plasma own electrons (ions) on plasma ions (electrons) were considered differently. In the first case, it was found that in the limit of the non-ideal plasma, $\Gamma = e^2/ak_B T \rightarrow 1$, the effects of quantum diffraction and dynamic screening partially compensate each other. In the second case, the dynamic screening enlarges the scattering cross section, Coulomb logarithm and stopping power, whereas the quantum diffraction reduces their value. Comparisons with the results of the other theoretical methods and computer simulations indicate that the model used in this work gives good description of the stopping power for projectile velocities $v \leq 1.5 v_{th}$.

УДК 533.93

СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ И ТОРМОЗНАЯ СПОСОБНОСТЬ В ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ: ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ ДИФРАКЦИИ И ДИНАМИЧЕСКОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ

М.К. Исанова¹, С.К. Коданова¹, Т.С. Рамазанов¹, Н.Х. Бастыкова¹,
М.Т. Габдуллин², Ж.А. Молдабеков¹

¹НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

²ННЛОТ, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: плотная плазма, динамическое экранирование, сечение рассеяния, кулоновский логарифм, тормозная способность.

Аннотация. В этой работе исследованы электрон-ионное рассеяние, кулоновский логарифм и тормозная способность с учетом квантово-механического эффекта дифракции и динамического эффекта экранирования по отдельности и вместе. Квантовый эффект дифракции учитывается с помощью хорошо

известной градиентной поправки первого порядка в обобщенной теории Томаса-Ферми. Для учета эффекта динамического экранирования была использована модель, предложенная Грабовским и др. [Phys. Rev. Lett. 111, 215002 (2013)]. В работе рассматривались рассеяние, а также потери энергии пучка внешних электронов (ионов) на ионах (электронах) плазмы. Было обнаружено, что в пределе неидеальной плазмы, $\Gamma = e^2/ak_B T \rightarrow 1$, эффекты квантовой дифракции и динамического экранирования частично компенсируют друг друга. Показано, что динамическое экранирование приводит к увеличению значения сечения рассеяния, кулоновского логарифма и тормозной способности, в то время как учет квантового эффекта дифракции уменьшает их значение. Сравнения с результатами других теоретических методов и компьютерного моделирования показывают, что модель, используемая в этой работе, дает хорошее описание тормозной способности для скоростей налетающих частиц $v \leq 1.5 v_{th}$.

Введение. В настоящее время плотная плазма является предметом активных теоретических исследований [1-8]. В частности, эти исследования актуальны в связи с экспериментами NIF (National Ignition Facility) [9] и экспериментами на Z-пинче в Сандиа [10]. Для получения термоядерной реакции в вышеуказанных объектах, необходимо изучить такие динамические свойства, как тормозная способность [11-15], теплопроводность и электропроводность плотной плазмы. Все эти процессы требуют понимания микроскопических процессов в плотной плазме.

В этой работе мы рассмотрим классическое электрон-ионное рассеяние, кулоновский логарифм и тормозную способность для частиц плазмы и частиц внешнего налетающего пучка. Для описания силы электрон-ионного взаимодействия при столкновении, был использован параметр связи, равный отношению характерной энергии парного взаимодействия между частицами к кинетической энергии налетающей частицы, $\beta = Z_{ion} e^2 / (\lambda_D m v^2)$, где λ_D - длина экранирования, Z_{ion} - число заряда иона, $m v^2$ описывает начальную кинетическую энергию налетающей частицы расположенной далеко от мишени. При низких скоростях пучка, кинетическая энергия сводится к тепловой энергии электронов со скоростью $v_{th} = \sqrt{k_B T / m_e}$. Так как рассматривается слабосвязанная плазма, рассеяние электронов плазмы на ионе характеризуется малым параметром связи $\beta < 1$, в то время как рассеяние электрона (иона) внешнего пучка на ионе (электроне) плазмы не имеет такого ограничения.

Квантовый эффект дифракции учитывается при помощи квазиклассического потенциала [16-17], в то время как динамический эффект экранирования - простой перенормировкой длины экранирования [9]. Влияние этих эффектов исследуется по отдельности, а затем рассматривается воздействие обоих эффектов, одновременно.

Во втором разделе рассматривается эффективный потенциал электрон-ионного взаимодействия с учетом квантового эффекта дифракции, а также экранирования окружающей плазмы. В третьем разделе исследованы процессы рассеяния в плотной горячей плазме. В четвертом разделе изучаются кулоновский логарифм и тормозная способность.

Экранированный потенциал взаимодействия. Квазиклассический потенциал взаимодействия частиц без учета экранирования имеет следующий вид [17]:

$$\phi_{ab} = \frac{e_a e_b}{r} (1 - \exp(-r/\lambda_{ab})), \quad (1)$$

где $\lambda_{ab} = \hbar / \sqrt{2\pi m_{ab} k_B T}$ - тепловая длина волны, $m_{ab} = m_a m_b / (m_a + m_b)$, T - температура, a и b обозначают электрон или ион.

Тщательное исследование процессов рассеяния в плазме требует принятия во внимание экранирования зарядов [22]. Для того чтобы получить экранированный эффективный потенциал используется хорошо известная формула для эффективного потенциала в пространстве Фурье:

$$\tilde{\Phi}_{ab}(k) = \frac{\tilde{\phi}_{ab}(k)}{\varepsilon(k)}, \quad (2)$$

где $\tilde{\phi}_{ab}(k)$ - Фурье преобразование потенциала (1), $\varepsilon(k)$ - статическая диэлектрическая проницаемость плазмы в приближении линейного отклика:

$$\varepsilon(k) = 1 + \frac{n_e}{k_B T} \tilde{\phi}_{ee}(k) + \frac{n_i}{k_B T} \tilde{\phi}_{ii}(k). \quad (3)$$

Для учета квантового эффекта дифракции, в уравнении (3) используем квантовый потенциал Дойча (1) для электрон-электронного взаимодействия. Статическая диэлектрическая проницаемость плазмы в приближении линейного отклика имеет вид [16]:

$$\varepsilon(k) = 1 + \frac{k_e^2}{(\tilde{\lambda}^2 k^2 + 1)k^2} + \frac{k_i^2}{k^2}. \quad (4)$$

здесь ионы рассматриваются как точечные частицы $\tilde{\lambda}_{ii} = 0$ и $k_i = \sqrt{4\pi n_i e^2 / k_B T}$, $k_e = \sqrt{4\pi n_e e^2 / k_B T}$.

Из уравнения (1)-(4), выполняя обратное Фурье преобразование, получен следующий эффективный потенциал для электрон-ионного взаимодействия [16]:

$$\begin{aligned} \Phi_{ei}(r) = & -\frac{e^2 Z_{ion}}{\tilde{\lambda}_{ei}^2 \gamma^2 \sqrt{1 - (2k_D / \tilde{\lambda}_{ei} \gamma)^2}} \times \\ & \left(\frac{1/\tilde{\lambda}_{ee}^2 - B^2}{1/\tilde{\lambda}_{ei}^2 - B^2} \exp(-rB) - \frac{1/\tilde{\lambda}_{ee}^2 - A^2}{1/\tilde{\lambda}_{ei}^2 - A^2} \exp(-rA) \right) + \frac{e^2 Z_{ion}}{r} \exp(-r/\tilde{\lambda}_{ei}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\gamma^2 = 1/\tilde{\lambda}_{ee}^2 + k_i^2$, $k_D = (k_e^2 + k_i^2)^{1/2} = 1/\lambda_D$ обратная длина экранирования,

$$B = \left(\sqrt{1 - \sqrt{1 - (2k_D / \tilde{\lambda}_{ei} \gamma)^2}} \right) / \gamma, \quad A = \left(\sqrt{1 + \sqrt{1 - (2k_D / \tilde{\lambda}_{ei} \gamma)^2}} \right) / \gamma. \quad (6)$$

Если пренебречь эффектом квантовой дифракции, уравнение (5) превращается в хорошо известный потенциал Дебая (Юкавы):

$$\Phi_{ei}(r) = -\frac{e^2 Z_{ion}}{r} \exp(-r/\lambda_D). \quad (7)$$

Если вкладом ионов (третий член) в уравнении (4) можно пренебречь, то обратное значение диэлектрической функции записывается в виде:

$$\varepsilon(k)^{-1} = \frac{k^2 (1 + \tilde{\lambda}_{ee}^2 k^2)}{k^2 + k_{De}^2 + \tilde{\lambda}_{ee}^2 k^4} \quad (8)$$

где $k_{De}^2 = 4\pi n_e e^2 / k_B T_e$ - параметр экранирования за счет электронов.

Недавно было получено точное разложение обратной величины диэлектрической функции Линдхарда для электронов в длинноволновом пределе [18]. Результат второго порядка этого разложения имеет следующий вид:

$$\varepsilon_2(k)^{-1} = \frac{k^2 \left(1 + \frac{\tilde{a}_2}{\tilde{a}_0} k^2 \right)}{k^2 + k_Y^2 + \frac{\tilde{a}_2}{\tilde{a}_0} k^4}. \quad (9)$$

где для $\tilde{a}_2/\tilde{a}_0$

$$\frac{\tilde{a}_2}{\tilde{a}_0} = \frac{I_{-3/2}(\eta)}{12\theta k_F^2 I_{-1/2}^2(\eta)}. \quad (10)$$

здесь $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$, I_ν - интеграл Ферми порядка ν , $\eta = \mu/k_B T$ - химический потенциал электронов, $k_Y^2 = k_{TF}^2 \theta^{1/2} I_{-1/2}(\eta)/2$ - длина экранирования, интерполяция между Дебаем и разложением Томаса-Ферми, $\theta = k_B T/E_F$ - параметр вырождения, который определяет, является ли плазма вырожденной или классической.

С точки зрения теории функционала плотности, диэлектрическая функция (9) учитывает градиентную поправку первого порядка к кинетической энергии невзаимодействующих электронов [18-19]. Это связано с квантовым эффектом дифракции или согласно с Данн и Бройлес [20] квантовым эффектом туннелирования, что позволяет частицам достигать областей, недоступных для классических частиц.

Результат второго порядка диэлектрической функции разложения Линдхарда (9) имеет тот же вид, что и уравнение (8), разница лишь в постоянных коэффициентах. Это позволяет сделать вывод о том, что включение квантового эффекта дифракции осуществляется на том же уровне, что и хорошо известная градиентная поправка первого порядка в обобщенной теории Томаса-Ферми. Кроме того, это позволяет обобщить эффективный потенциал парного взаимодействия (5), в случае плазмы с вырожденными электронами заменой $\tilde{\lambda}_{ee}$ и k_{De} на $\sqrt{\tilde{a}_2/\tilde{a}_0}$ и k_Y , соответственно.

В пределе $\theta \gg 1$, коэффициент $\sqrt{\tilde{a}_2/\tilde{a}_0}$ равен $\hbar/\sqrt{12m_e k_B T_e}$, который отличается от тепловой волны и используется в квантовом потенциале парного взаимодействия (1) в работах Дойча [17], Данна [20], и Келбга [21]. Здесь необходимо иметь в виду тот факт, что диэлектрическая функция Линдхарда не учитывает неидеальность плазмы, в то время как тепловая длина волны в эффективном потенциале парного взаимодействия получен в результате квазиклассического рассмотрения слабонеидеальной плазмы. В частности, недавно было показано, что квантовый потенциал парного взаимодействия в виде уравнения (1) правильно воспроизводит вклад Монтролл-Ворда для уравнения состояния плазмы в пределе $\tilde{\lambda}_{ee} k_D \ll 1$. В этой работе используется эффективный потенциал (5) для изучения процесса рассеяния и тормозной способности, поскольку мы рассматриваем слабосвязанную квазиклассическую плазму,

На рисунке 1 показан эффективный экранированный потенциал взаимодействия (5). Эффективный потенциал (5) учитывает эффект экранирования на больших расстояниях и квантовый эффект дифракции - на малых.

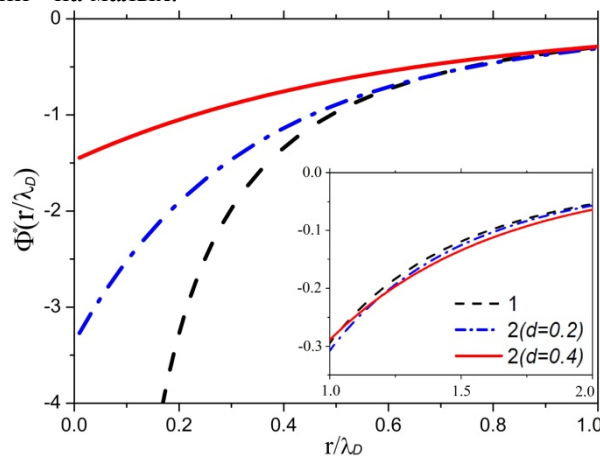


Рисунок 1 – Эффективный потенциал взаимодействия в единицах тепловой энергии $k_B T$:

1 – потенциал Юкава (7), 2 – эффективный потенциал (5) при разных значениях параметра $d = \tilde{\lambda}_{ei}/\lambda_D$.

Для того, чтобы принять во внимание эффект динамического экранирования мы используем способ, предложенный на основе данных моделирования методом молекулярной динамики [5]. Согласно этой работе длина экранирования записывается в виде:

$$\lambda_D \rightarrow \lambda_D \sqrt{1 + (v/v_{th})^2 (1 + \Gamma^3)^{1/4}}, \quad (11)$$

здесь $v_{th} = \sqrt{k_B T / m_e}$, и $\Gamma = e^2 / a k_B T$ - параметр неидеальности плазмы.

Такая процедура перенормировки была впервые предложена Звикнагелем [23] ($\lambda_D \sqrt{1 + (v/v_{th})^2}$), формула (11) расширяет их подход для случая сильно связанной плазмы. Недавно в работе Джумагуловой и др. [24] была использована процедура перенормировки Звикнагеля для расчета сечения рассеяния в первом приближении Борна.

Далее эффективный потенциал с перенормированной длиной экранирования будет упоминаться как динамический экранированный потенциал.

Процесс электрон-ионного рассеяния. Классический угол рассеяния для двух частиц с массами m_1, m_2 и с потенциалом взаимодействия $U(r)$ для заданного прицельного параметра ρ равен следующему выражению:

$$\chi(\rho) = |\pi - 2\varphi(\rho)|, \quad (12)$$

где

$$\varphi(\rho) = \rho \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - U_{\text{eff}}(r, \rho)}}, \quad (13)$$

$E = mv^2/2$, U_{eff} - эффективный потенциал взаимодействия в единицах кинетической энергии налетающей частицы имеет следующий вид:

$$U_{\text{eff}}(r, \rho) = \frac{\rho^2}{r^2} + \frac{2U(r)}{mv^2}, \quad (14)$$

Эффективный потенциал (14) учитывает центробежную силу. В формуле (13) $r_{\min}$ соответствует минимальному расстоянию при заданном ρ и получена из уравнения $U_{\text{eff}}(r_{\min}, \rho) = 1$. Используя $\chi(\rho)$, сечение рассеяния $\sigma(\beta)$ была получена из известной формулы:

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\infty} (1 - \cos \chi(\rho)) \rho d\rho. \quad (15)$$

В качестве потенциала $U(r)$ мы взяли экранированный потенциал электрон-ионного взаимодействия (5). Процесс рассеяния описывается параметром связи β и параметром $d = \lambda_{ei} / \lambda_D$, т.е. отношением тепловой волны на радиус Дебая. Угол рассеяния и сечение рассеяния получены на основе эффективного потенциала (5) с учетом динамического экранирования и без учета представлены ниже. Приведены сравнения угла рассеяния и сечение рассеяния, полученного на основе потенциала Юкавы (7).

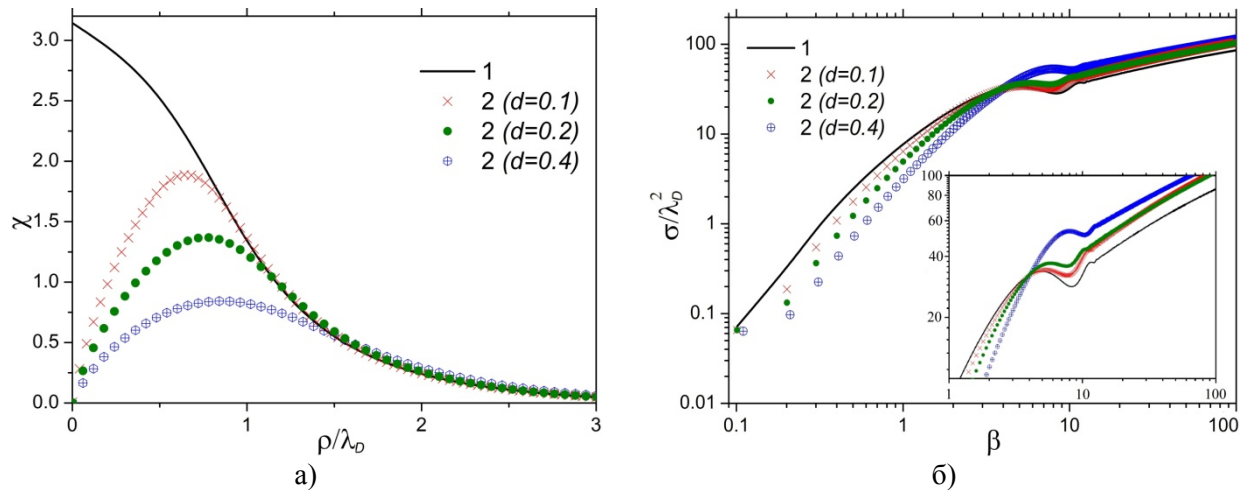


Рисунок 2 – а) углы рассеяния при $\beta = 0.8$ полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы;
2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5) (2).
б) сечения рассеяния при $\Gamma = 0.8$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы;
2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5)

а.: Влияние квантового эффекта дифракции.

Прежде всего, на рисунке 2 показаны угол рассеяния и сечение рассеяния для потенциала Юкавы и эффективного потенциала (5) без динамического экранирования. Видно, что и угол рассеяния и сечение рассеяния уменьшается с увеличением параметра d для $\beta < 5$. Угол рассеяния близок к нулю при $\rho \rightarrow 0$, возможная дифракция налетающей частицы на частицы мишени при малых прицельных параметрах связано с конечными значениями эффективного потенциала взаимодействия на малых межчастичных расстояниях. Ранее мы получили этот эффект в работе [3], где рассматривается влияние квантового эффекта дифракции на транспортные свойства при $\beta < 1$. Здесь мы продолжим наши расчеты в пределе сильной связи. Напротив, при $\beta > 5$ сечение рассеяния возрастает с увеличением параметра d . Такое поведение можно объяснить тем, что при сильной связи происходит рассеяние на большом расстоянии от юкавовского типа хвоста эффективного потенциала (5) [29, 30]. Квантовый эффект нелокальности делает экранирование на больших расстояниях слабее, по сравнению с классическим случаем (7) (см. Рис.1), в результате чего, в пределе сильной связи $\beta > 5$ сечение рассеяния растет с увеличением влияния квантового эффекта дифракции.

б.: Влияние динамического экранирования.

Здесь, мы учитываем как квантовый эффект дифракции, так и динамический эффект экранирования. Рассмотрим сначала рассеяние внешнего пучка электронов (ионов) на ионах (электронах) плазмы. Таким образом, два параметра Γ и β являются независимыми друг от друга. При $\beta < 1$ обнаружено, что когда значение параметра Γ становится равным единице, квантовый эффект дифракции и динамический эффект экранирования компенсируют друг друга и вместе дают почти нулевой эффект. Таким образом, эффективный потенциал (5) с перенормированным параметром экранирования дает примерно такое же сечение рассеяния (пунктирная линия на рис. 3(б)), что и потенциал Юкавы (7) (сплошная линия на рис. 3(б)). Как видно на рисунке 3, где λ_D^* является перенормированным параметром экранирования и $\Gamma = 0.8$, $d = 0.4$ для $\beta \gg 1$ эффект динамического экранирования можно не учитывать.

При малых значениях Γ динамическое экранирование и квантовый эффект дифракции не могут компенсировать друг друга, как это показано на рисунке 4, где расчеты проводились для $\Gamma = 0.2$ и $\Gamma = 0.4$. Динамическое экранирование имеет тенденцию к увеличению поперечного

сечения, в то время как квантовый эффект дифракции приводит к уменьшению поперечного сечения.

в.: Влияние динамического экранирования на рассеяние частиц плазмы.

Рассмотрим электрон-ионное рассеяние в плазме, где $\beta < 1$, а рассеяние обусловлено тепловым движением частиц. Здесь параметр Γ зависит от β , как $\Gamma = (\beta/Z_{ion})^{2/3} 6^{-1/3}$. Как видно из рисунка 5(а) общее поведение отмечено выше, динамический эффект экранирования делает сечение больше, а квантовая дифракция делает сечение рассеяния меньше. Таким образом, квантовый эффект дифракции и динамическое экранирование имеют противоположное влияние на рассеяние при $\beta < 1$.

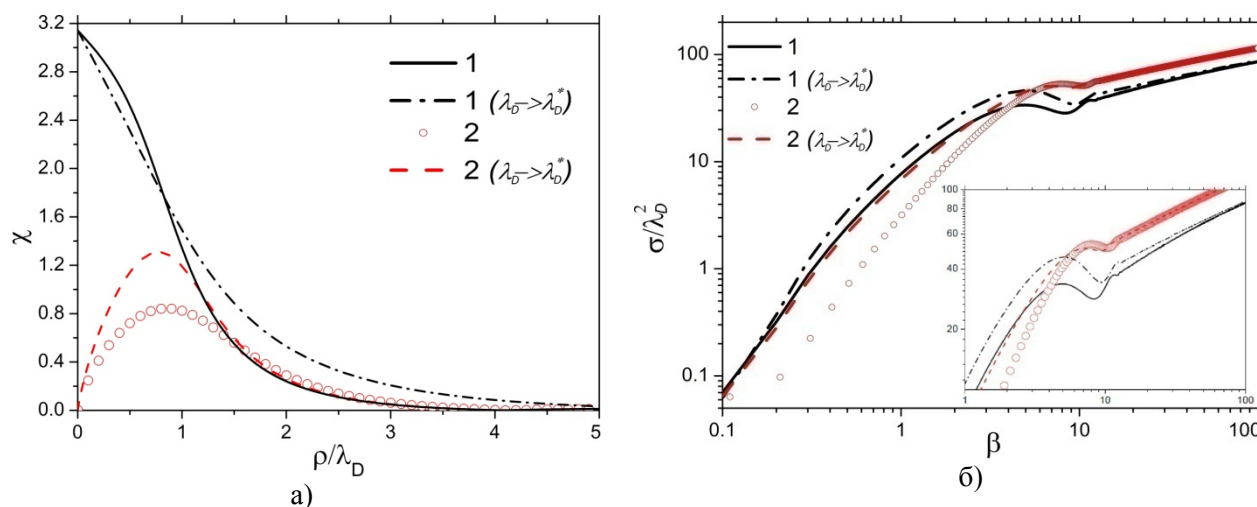


Рисунок 3 – а) углы рассеяния при $\beta = 0.8$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5).

б) сечения рассеяния при $\Gamma = 0.8$, $d = 0.4$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5).

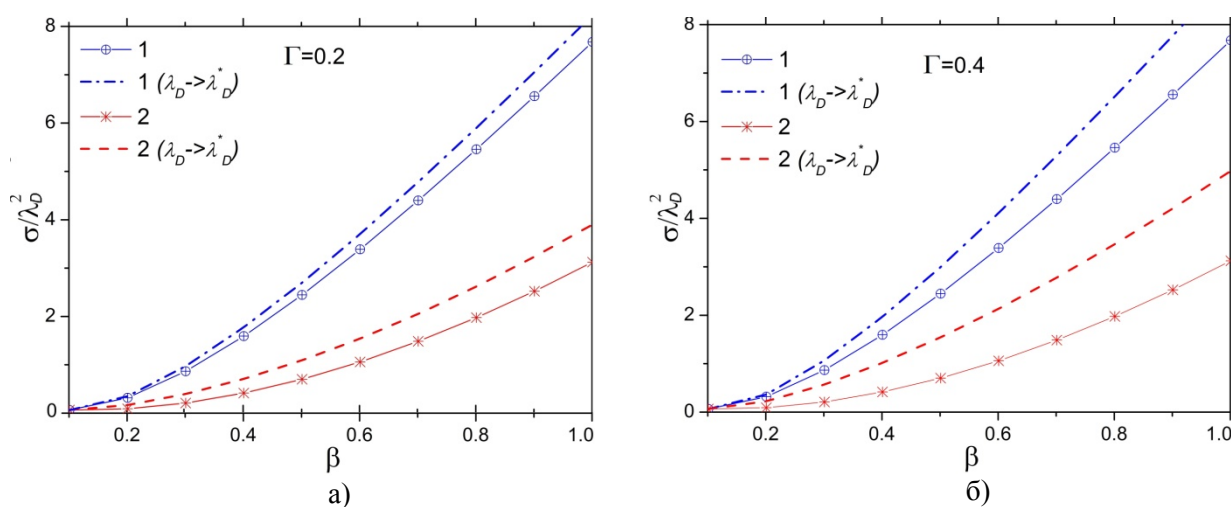


Рисунок 4 – сечения рассеяния при $d = 0.4$ и а) $\Gamma = 0.2$ б) $\Gamma = 0.4$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5)

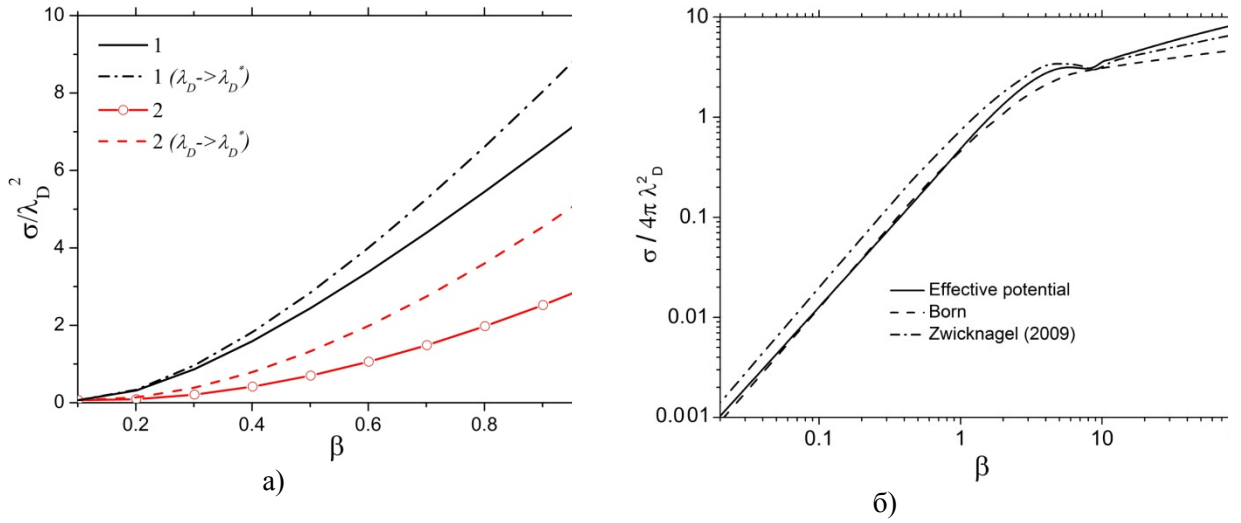


Рисунок 5 – а) Сечения рассеяния при $\Gamma = (\beta/Z_{ion})^{2/3} 6^{-1/3}$ и $d = 0.4$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала (5).
 б) Сечения рассеяния на основе эффективного потенциала (5) (сплошная линия), в приближении Борна первого порядка (пунктирная линия) [27] и результат Звickaгеля [27] (штрихпунктирная линия), полученные в рамках классического рассеяния частиц на основе потенциала Юкавы при $\Gamma = 0.1$, $d = 0.2$. В обозначениях Звickaгеля [27] сечение рассчитывается для параметра $k = Ze^2 \mu_{ei} \lambda_D / \hbar^2 = 1$, где μ_{ei} приведенная масса.

Рисунок 5(б) показывает сравнение сечения рассеяния, полученные на основе эффективного потенциала (5) (без перенормировки длины экранирования) с сечением рассеяния, рассчитанным в первом приближении Борна и с данными Звickaгеля [27], полученные в приближении классического рассеяния частиц, взаимодействующих через потенциал Юкавы. Как видно из рисунка 5(б), эффективный потенциал (5) дает хорошее согласие с борновским приближением при низких значениях параметра связи β . Это указывает на то, что квантовый эффект дифракции правильно описывается эффективным потенциалом (5).

Эти особенности сечения рассеяния позволяют понять зависимость кулоновского логарифма и тормозной способности в квазиклассической плазме при параметрах β и d , и как кулоновский логарифм и тормозная способность связаны с сечением рассеяния $E_C \sim \Lambda_{ei} \sim \int \sin^2(\chi/2) \sigma' d\Omega$ (здесь Ω угол рассеяния, σ' дифференциальное сечение рассеяния).

Кулоновский логарифм и тормозная способность. Одним из наиболее важных параметров, используемых, для описания взаимодействия ионов с веществом является энергия налетающих частиц. Тормозная способность – параметр, характеризующий скорость потери средней энергии быстро движущихся электронов или ионов плазмы. Следовательно, тормозная способность в приближении парного столкновения [31-32]:

$$\frac{dE}{dx} = 8\pi n \left(\frac{\mu_{ei}}{m_i} \right) \cdot E_C \cdot b_{\perp}^2 \cdot \Lambda_{ei}, \quad (16)$$

здесь $E_C = \frac{1}{2} \mu_{ei} v^2$ - энергия центра масс сталкивающихся частиц, v - относительная скорость рассеянной пробной частицы, $b_{\perp} = Z_{ion} e^2 / (2E_C)$, Λ_{ei} - кулоновский логарифм (33-34).

Кулоновский логарифм на основе эффективного потенциала взаимодействия частиц определяется с помощью угла рассеяния при парном кулоновском столкновении. Вводя центр масс в процесс столкновения, кулоновский логарифм записывается в виде [33, 34]:

$$\Lambda_{ei} = \frac{1}{b_{\perp}^2} \int_0^{\infty} \sin^2 \left(\frac{\chi(\rho)}{2} \right) \rho d\rho, \quad (17)$$

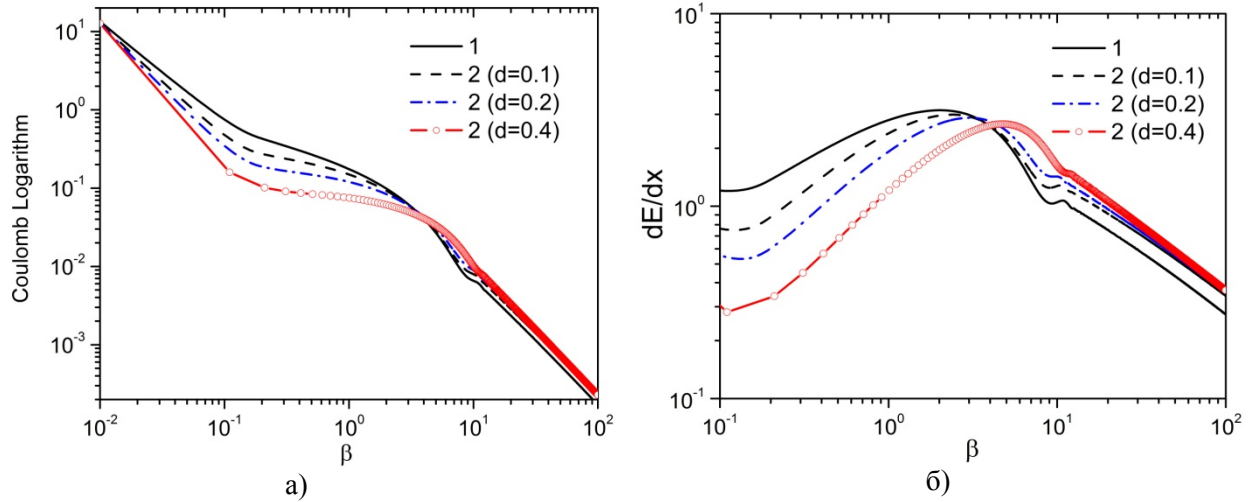


Рисунок 6 – а) Кулоновский логарифм, полученный: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5).

б) Тормозная способность при $\Gamma = 0.8$, полученная: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5).

Тормозная способность дается в единицах $k_B T$.

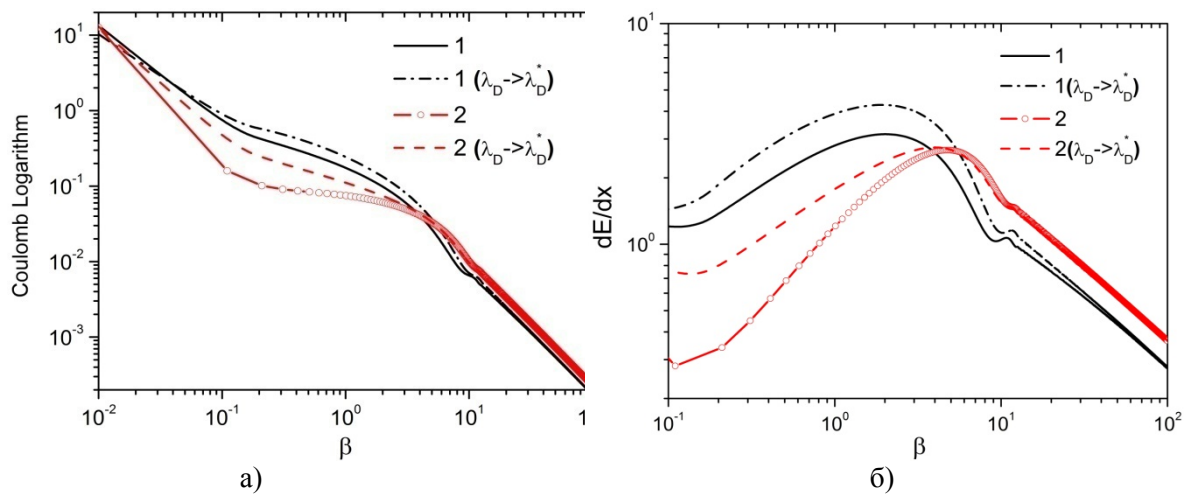


Рисунок 7 – а) Кулоновский логарифм, полученный на основе потенциала Юкавы (линия 1) и на основе потенциала взаимодействия (5) (линия 2).

б) Тормозная способность, полученные на основе потенциала Юкавы (линия 1) и на основе потенциала взаимодействия (5) (линия 2)

Здесь λ_D^* является перенормированным параметром экранирования, $\Gamma = 0.8$, $d = 0.4$.

Тормозная способность дается в единицах $k_B T$.

Рассмотрим влияние квантового эффекта дифракции на кулоновский логарифм и тормозную способность, в случае плазменно-пучкового рассеяния частиц. Как видно, из рисунка 6, при $\beta < 5$, включение квантового эффекта дифракции уменьшает значение кулоновского логарифма и тормозной способности. Это происходит из-за низких значений сечения рассеяния по сравнению со случаем, когда квантовый эффект дифракции не учитывается. При $\beta > 5$, как кулоновский логарифм, так и тормозная способность растет с увеличением параметра d . Этот результат может быть также объяснен большим сечением, что в случае $\lambda = 0$ (потенциал Юкавы).

Теперь рассмотрим влияние динамического экранирования на рассеяние пучка плазмой. Из рисунка 7 видно, что учет как динамического экранирования, так и квантового эффекта дифракции приводит к частичной компенсации влияния этих двух эффектов при $\beta < 5$. При больших значениях параметра $\beta \gg 1$, эффектом динамического экранирования можно пренебречь, в то время как квантовый эффект дифракции остается важным, как это было описано в предыдущем разделе.

Наконец, рассмотрим влияние динамического экранирования на рассеяние частиц в плазме. В этом случае, воздействие динамического экранирования повышается, так как величина параметра β становится больше, в связи с увеличением параметра связи $\Gamma = (\beta/Z_{ion})^{2/3} 6^{-1/3}$, в отличие от случая налетающих частиц.

Сравнения вычисленных значений тормозной способности с помощью эффективного потенциала (5) с результатами комбинированной модели, $T matrix$, приближением Борна первого порядка, динамическим RPA и результатами моделирования методом частицы в ячейке (PIC) показаны на рисунках 9, 10. Из рисунков видно, что без перенормированной длины экранирования эффективный потенциал (5) дает хорошее описание тормозной способности при $v < v_{th}$. Перенормировка длины экранирования расширяет этот диапазон до $v \leq 1.5 v_{th}$. Для сравнения комбинированная модель, $T matrix$, включающая динамическое экранирование, которое приводит к хорошему согласию с данными моделирования при скоростях $v \leq 3 v_{th}$. Наши результаты при больших скоростях становятся ближе к результатам борновского приближения.

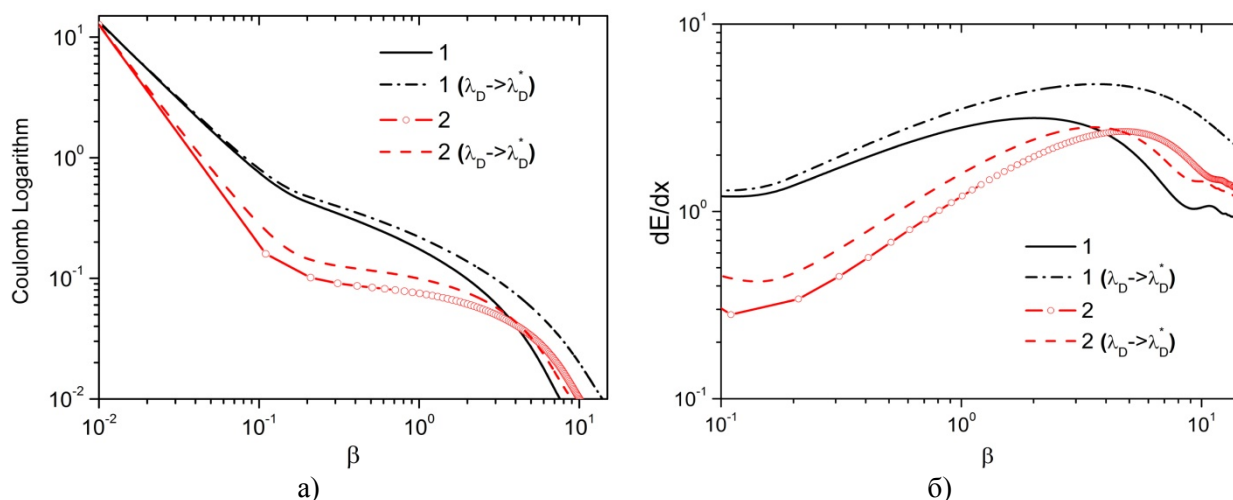


Рисунок 8 –Кулоновский логарифм а) и тормозная способность б), полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала (5). $\Gamma = (\beta/Z_{ion})^{2/3} 6^{-1/3}$, $d = 0.4$. Тормозная способность дается в единицах $k_B T$.

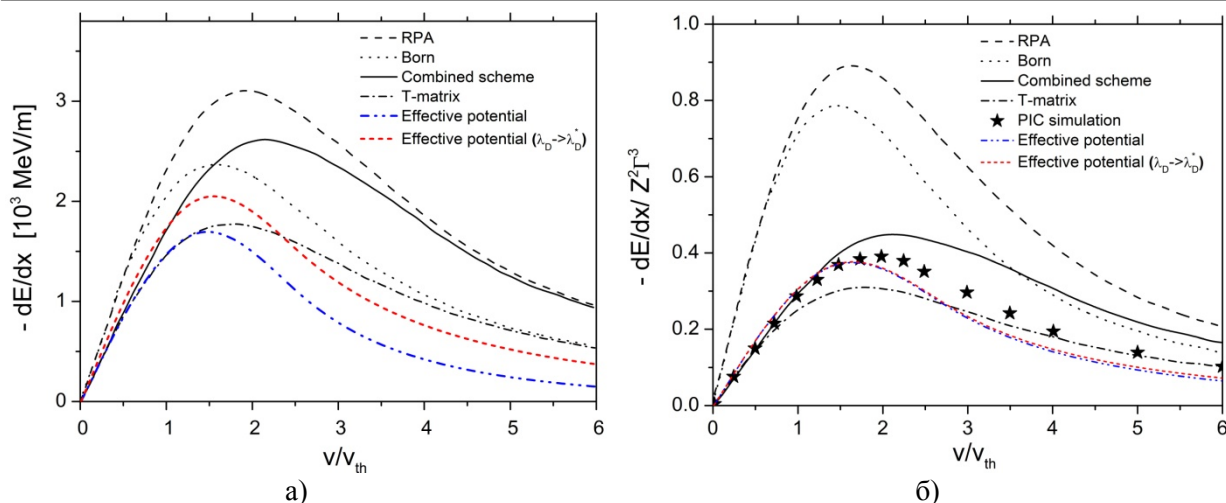


Рисунок 9 – Тормозная способность, полученная на основе эффективного потенциала взаимодействия (5) с учетом перенормировки длины экранирования и без учета в сравнении с результатами различных теоретических подходов [28] для а) $Z = 1$, б) $Z = 10$.

На рисунке б) тормозная способность дается в единицах $3k_B T / \lambda_D$.

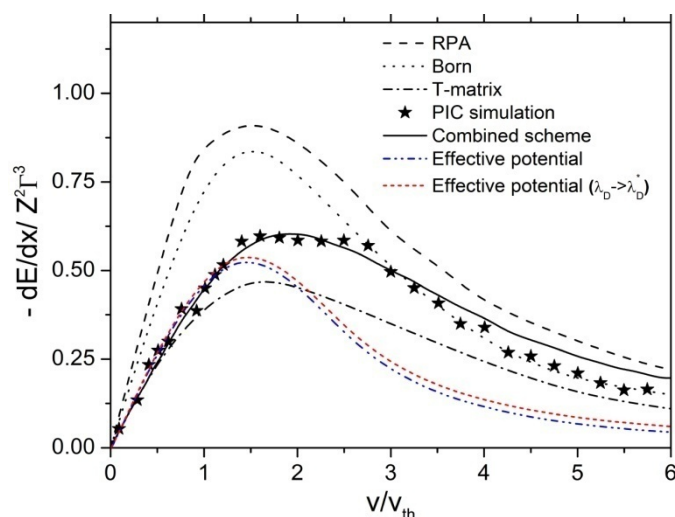


Рисунок 10 – Тормозная способность, полученная на основе эффективного потенциала взаимодействия (5) с учетом перенормировки длины экранирования и без учета в сравнении с результатами различных теоретических подходов [28] для $Z = 5$.

Тормозная способность дается в единицах $3k_B T / \lambda_D$.

При высоких скоростях потенциал вокруг иона имеет сильные отклонения от типа юкавского потенциала и имеет отрицательный продольный потенциальный минимум позади иона, что может привести к притяжению между одноименно заряженными ионами [1, 2].

Заключение. Были рассмотрены электрон-ионное рассеяние, кулоновский логарифм, и тормозная способность с учетом квантового эффекта дифракции и динамического эффекта экранирования. Было показано, что при $\beta < 5$ динамическое экранирование приводит к увеличению сечения рассеяния, кулоновского логарифма, и тормозной способности. Квантовый эффект дифракции делает эти значения меньше в сравнении с результатами полученными на основе потенциала Дебая (Юкавы). В отличие от этого при $\beta > 5$ квантовый эффект дифракции

увеличивает значения сечения рассеяния, а также кулоновского логарифма и тормозной способности, в то время как динамическое экранирование становится несущественным (в пределах используемой модели).

Также было установлено, что при $\beta < 1$ в плотной плазме, когда параметр Γ близок к единице, рассмотренные эффекты могут частично компенсировать друг друга.

Сравнение значений тормозной способности, рассчитанной на основе модели, представленной в данной работе, с результатами комбинированной модели, *T matrix*, на основе приближения Борна первого порядка, динамическим RPA и результатами моделирования методом частицы в ячейке (PIC) показало, что наша модель дает хорошее описание тормозной способности при скоростях $v \leq 1.5 v_{th}$ и имеет правильное поведение при всех значениях рассматриваемых скоростей.

Эти результаты дают полезную информацию о квантовом экранировании, коллективных, квантово-механических эффектах в процессах столкновении в плотной плазме.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан в рамках гранта 3083/ГФ4 (2016).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Zh. A. Moldabekov, P. Ludwig, M. Bonitz, and T. Ramazanov // Phys. Rev. E. – 2015. – Vol. 91. – P. 023102.
- [2] Zh. A. Moldabekov, P. Ludwig, J.P. Joost, M. Bonitz, and T. Ramazanov // Contrib. Plasma Phys. -2015. – Vol.55. - P. 186.
- [3] S.K. Kodanova, T.S. Ramazanov, M.K. Issanova, Zh.A. Moldabekov, G. Nigmatova // Contrib. Plasma Phys. -2015. – Vol.55, No. 2-3, p. 271 – 276.
- [4] T. S. Ramazanov, S. K. Kodanova, Zh. A. Moldabekov, and M. K. Issanova // Phys. Plasmas. – 2013. – Vol. 20. – P. 112702.
- [5] P. E. Grabowski, M.P. Surh, D.F. Richards, F.R. Graziani, and M.S. Murillo // Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 111. – P. 215002.
- [6] L. X. Benedict et al // Phys. Rev. E. – 2012. – Vol. 86. – P. 046406.
- [7] Woo-Pyo Hong and Young-Dae Jung // Phys. Plasmas. – 2015. – Vol. 22. P. 012701.
- [8] Dae-Han Ki and Young-Dae Jung // Phys. Plasmas. – 2010. – Vol. 17. – P. 074506.
- [9] O. Hurricane et al // Nature. – 2014. – Vol. 506. – P. 343.
- [10] M. E. Cuneo et al // IEEE Trans. Plasma Science. – 2012. – Vol. 40. – P. 3222.
- [11] D. H. H. Hoffmann, A. Blazevic, P. Ni et al // Laser and Particle beams. – 2005. – Vol. 23. – P. 47.
- [12] D. H. H. Hoffmann, K. Weyrich, H. Wahl et al // Phys. Rev. A. – 1990. – Vol. 42. – P. 2313.
- [13] D. H. H. Hoffmann, J. Jacoby, W. Laux et al // Phys. Rev. Lett. – 1995. – Vol. 74. – P. 1550.
- [14] J. A. Frenje, P. E. Grabowski, C. K. Li, F. H. Seguin, A. B. Zylstra, M. Gatu Johnson, R. D. Petrasso, V. Yu Glebov, and T. C. Sangster // Phys. Rev. Lett. – 2015. – Vol. 115. – P. 205001.
- [15] A. B. Zylstra, J. A. Frenje, P. E. Grabowski, C. K. Li, G. W. Collins, P. Fitzsimmons, S. Glenzer, F. Graziani, S. B. Hansen, S. X. Hu, M. Gatu Johnson, P. Keiter, H. Reynolds, J. R. Rygg, F. H. Seguin, and R. D. Petrasso // Phys. Rev.Lett. – 2015. – Vol. 114. – P. 215002.
- [16] T. S. Ramazanov, Zh. A. Moldabekov, M. T. Gabdullin // Phys.Rev. E. – 2015. – Vol. 92. – P. 023104.
- [17] C. Deutsch // Phys. Lett. A. – 1977. – Vol. 60. – P. 317.
- [18] Zhandos Moldabekov, Tim Schoof, Patrick Ludwig, Michael Bonitz, and Tlekkabul Ramazanov // Phys. Plasmas. – 2015. – Vol. 22. – P. 102104.
- [19] L. G. Stanton, and M. S. Murillo // Phys. Rev E. – 2015. – Vol. 91. – P. 033104.
- [20] T. Dunn and A. A. Broyles // Phys. Rev. – 1967. – Vol. 157. – P. 156.
- [21] G. Kelbg // Ann. Phys. Lpz. – 1963. – Vol. 12. – P. 219.
- [22] M. D. Kilgore, J. E. Daugherty, R. K. Porteous, and D. B. Graves // J. Appl. Phys. – 1993. – Vol. 73. – P. 7195.
- [23] G. Zwicknagel, C. Toepffer, P.-G. Reinhard // Physics Reports. – 1999. – Vol. 309. – P. 117.
- [24] K. N. Dzhumagulova, E. O. Shalenov, and G. L. Gabdullina // Phys. Plasmas. – 2013. – Vol. 20. – P. 042702.
- [25] W.D. Kraeft and B. Strege // Physica A. – 1988. – Vol. 149. – P. 313.
- [26] D.O. Gericke, M. Schlanges, and W.D. Kraeft // Phys. Lett. A. – 1996. – Vol. 222. – P. 241.
- [27] G. Zwicknagel // Laser and Particle Beams. – 2009. – Vol. 27. – P. 399.
- [28] D.O. Gericke, and M. Schlanges // Phys.Rev. E. – 1999. – Vol. 60. – P. 904.
- [29] S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, G. E. Morfill // Phys. Rev. Lett. – 2003. – Vol. 90. – P. 22502.
- [30] S. K. Kodanova, T. S. Ramazanov, N. Kh. Bastykova, Zh. A. Moldabekov // Phys. Plasmas. – 2015. – Vol. 22. – P. 063703.
- [31] C.A. Ordóñez, M.I. Molina // Phys. Plasmas. – 1994. – Vol. 1. – P. 2515.
- [32] T.S. Ramazanov, S.K. Kodanova // Phys. Plasmas. – 2001. – Vol. 8. – P. 5049.
- [33] G. Belyaev, M. Basko, A. Cherkasov, A. Golubev et al // Phys. Rev. E. – 1996. – Vol. 53. – P. 2701.
- [34] A. Golubev, M. Basko // Phys. Rev. E. – 1998. – Vol. 57. – P. 3363.

REFERENCES

- [1] Zh. A. Moldabekov, P. Ludwig, M. Bonitz, and T. Ramazanov. *Phys. Rev. E*. **2015**. 91, P. 023102. (in Eng.).
- [2] Zh. A. Moldabekov, P. Ludwig, J.P. Joost, M. Bonitz, and T. Ramazanov. *Contrib. Plasma Phys.* **2015**. 55, P. 186. (in Eng.).
- [3] S.K. Kodanova, T.S. Ramazanov, M.K. Issanova, Zh.A. Moldabekov, G. Nigmatova. *Contrib. Plasma Phys.* **2015**. 55, No. 2-3, p. 271 – 276. (in Eng.).
- [4] T. S. Ramazanov, S. K. Kodanova, Zh. A. Moldabekov, and M. K. Issanova. *Phys. Plasmas*. **2013**. 20, P. 112702. (in Eng.).
- [5] P. E. Grabowski, M.P. Surh, D.F. Richards, F.R. Graziani, and M.S. Murillo. *Phys. Rev. Lett.* **2013**. 111, P. 215002. (in Eng.).
- [6] L. X. Benedict et al. *Phys. Rev. E*. **2012**. 86, P. 046406. (in Eng.).
- [7] Woo-Pyo Hong and Young-Dae Jung. *Phys. Plasmas*. **2015**. 22, P. 012701. (in Eng.).
- [8] Dae-Han Ki and Young-Dae Jung. *Phys. Plasmas*. **2010**. 17, P. 074506. (in Eng.).
- [9] O. Hurricane et al. *Nature*. **2014**. 506, P. 343. (in Eng.).
- [10] M. E. Cuneo et al. *IEEE Trans. Plasma Science*. **2012**. 40, P. 3222. (in Eng.).
- [11] D. H. H. Hoffmann, A. Blazevic, P. Ni et al. *Laser and Particle beams*. **2005**. 23, P. 47. (in Eng.).
- [12] D. H. H. Hoffmann, K. Weyrich, H. Wahl et al. *Phys. Rev. A*. **1990**. 42, P. 2313. (in Eng.).
- [13] D. H. H. Hoffmann, J. Jacoby, W. Laux et al. *Phys. Rev. Lett.* **1995**. 74, P. 1550. (in Eng.).
- [14] J. A. Frenje, P. E. Grabowski, C. K. Li, F. H. Seguin, A. B. Zylstra, M. Gatu Johnson, R. D. Petrasso, V. Yu Glebov, and T. C. Sangster. *Phys. Rev. Lett.* **2015**. 115, P. 205001. (in Eng.).
- [15] B. Zylstra, J. A. Frenje, P. E. Grabowski, C. K. Li, G. W. Collins, P. Fitzsimmons, S. Glenzer, F. Graziani, S. B. Hansen, S. X. Hu, M. Gatu Johnson, P. Keiter, H. Reynolds, J. R. Rygg, F. H. Seguin, and R. D. Petrasso. *Phys. Rev. Lett.* **2015**. 114, P. 215002. (in Eng.).
- [16] T. S. Ramazanov, Zh. A. Moldabekov, M. T. Gabdullin. *Phys. Rev. E*. **2015**. 92, P. 023104. (in Eng.).
- [17] C. Deutsch. *Phys. Lett. A*. **1977**. 60, P. 317. (in Eng.).
- [18] Zhandos Moldabekov, Tim Schoof, Patrick Ludwig, Michael Bonitz, and Tlekkabul Ramazanov. *Phys. Plasmas*. **2015**. 22, P. 102104. (in Eng.).
- [19] L. G. Stanton, and M. S. Murillo. *Phys. Rev. E*. **2015**. 91, P. 033104. (in Eng.).
- [20] T. Dunn and A. A. Broyles. *Phys. Rev.* **1967**. 157, P. 156. (in Eng.).
- [21] G. Kelbg. *Ann. Phys. Lpz.* **1963**. 12, P. 219. (in Eng.).
- [22] M. D. Kilgore, J. E. Daugherty, R. K. Porteous, and D. B. Graves. *J. Appl. Phys.* **1993**. 73, P. 7195. (in Eng.).
- [23] G. Zwicknagel, C. Toepffer, P.-G. Reinhard. *Physics Reports*. **1999**. 309, P. 117. (in Eng.).
- [24] K. N. Dzhumagulova, E. O. Shalenov, and G. L. Gabdullina. *Phys. Plasmas*. **2013**. 20, P. 042702. (in Eng.).
- [25] W.D. Kraeft and B. Strege // *Physica A*. – 1988. – Vol. 149. – P. 313. (in Eng.).
- [26] D.O. Gericke, M. Schlages, and W.D. Kraeft // *Phys. Lett. A*. – 1996. – Vol. 222. – P. 241. (in Eng.).
- [27] G. Zwicknagel. *Laser and Particle Beams*. **2009**. 27, P. 399. (in Eng.).
- [28] D.O. Gericke, and M. Schlages. *Phys. Rev. E*. **1999**. Vol. 60, P. 904. (in Eng.).
- [29] S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, G. E. Morfill // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – Vol. 90. – P. 22502. (in Eng.).
- [30] S. K. Kodanova, T. S. Ramazanov, N. Kh. Bastykova, Zh. A. Moldabekov. *Phys. Plasmas*. **2015**. 22, P. 063703. (in Eng.).
- [31] C.A. Ordóñez, M.I. Molina. *Phys. Plasmas*. **1994**. 1, P. 2515. (in Eng.).
- [32] T.S. Ramazanov, S.K. Kodanova. *Phys. Plasmas*. **2001**. 8, P. 5049. (in Eng.).
- [33] G. Belyaev, M. Basko, A. Cherkasov, A. Golubev et al. *Phys. Rev. E*. **1996**. 53, P. 2701. (in Eng.).
- [34] A. Golubev, M. Basko. *Phys. Rev. E*. **1998**. 57, P. 3363. (in Eng.).

ТЫҒЫЗ ПЛАЗМАДАҒЫ ШАШЫРАУ ҚИМАСЫ ЖӘНЕ ТЕЖЕГІШТІК ҚАБІЛЕТ: ДИФРАКЦИЯ ЖӘНЕ ДИНАМИКАЛЫҚ ЭКРАНДАЛУ ЭФФЕКТИЛЕРІНІҢ ӘСЕРІ

М.К. Исанова¹, С.К. Коданова¹, Т.С. Рамазанов¹, Н.Х. Бастыкова¹, М.Т. Габдуллин², Ж.А. Молдабеков¹

Тірек сөздер: Тығыз плазма, Динамикалық экрандалу, Шашырау қимасы, Кулон логарифмы, Тежегіштік қабілет.

Аннотация. Бұл жұмыста дифракция квант-механикалық және динамикалық экрандалу эффектілерін бірге және бөлек ескере отырып, электрон-иондық шашырау, Кулон логарифмы және тежегіштік қабілеті зерттелді. Дифракция квант-механикалық эффектісін қосу Томас-Ферми жалпыланған теориясындағы белгілі бірінші ретті градиентті түзету жуықтауында жүзеге асырылады. Динамикалық экрандалу эффектісін қосу үшін Грабовский және т.б. [Phys. Rev. Lett. 111, 215002 (2013)] ұсынған модель қолданылды. Плазма иондарында (электрондарында) сыртқы электрондар (иондар) шоғырының энергия жоғалтуларымен қатар, шашырау процесстері қарастырылды. Идеал емес плазма шегінде, $\Gamma = e^2 / ak_B T \rightarrow 1$, кванттық дифракция және динамикалық экрандалу эффектілері жартылай бір-бірін өтейтіні анықталды. Динамикалық экрандалу эффектісі шашырау қимасын, Кулон логарифмын, тежегіштік қабілетін арттыратындығы, ал кванттық дифракция эффектісі олардың мәндерін кемітетіндігі көрсетілді. Басқа теориялық әдістермен және компьютерлік модельдеу нәтижелерімен салыстыру бұл жұмыста қолданылған модель ұшып келе жатқан бөлшектердің жылдамдығы $v \leq 1.5 v_{th}$ болғанда тежегіштік қабілет үшін жақсы сипаттама беретінін көрсетті.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 86 – 90

УДК 517.958:532.546

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА
ПАЛЬЦЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ДВУХ
НЕ СМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В КАНАЛЕ**

А.А. Кудайкулов^{1*}, К. Жозеранд², А. Калтаев¹

¹Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан, ²Sorbonne Universit'es, Institut D'Alembert, CNRS and UPMC UMR 7190, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France

Ключевые слова: течение двух несмешивающихся жидкостей, контактная линия, контактный угол, капиллярное число, пальцеобразование, граничное условие проскальзывания, метод объема жидкости.

Аннотация. В данной работе численно исследован процесс пальцеобразования при течении двух несмешивающихся жидкостей в канале, а именно исследована связь между шириной пальцеобразования и капиллярным числом и результаты сравнены с работой [6]. Также в данной работе исследованы процессы перехода из ручейного вида в клиновидный вид пальцеобразования для различных значений коэффициента поверхностного натяжения. Все численные расчеты проводились с помощью программы Gerris [7].

UDC 517.958:532.546

**NUMERICAL INVESTIGATION OF FINGERING
PATTERN FORMATION DURING THE FLOW
OF TWO IMMISCIBLE FLUIDS IN A CHANNEL**

A.A. Kudaikulov^{1*}, C. Josserand², A. Kaltayev¹

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, ²Sorbonne Universit'es, Institut D'Alembert, CNRS and UPMC UMR 7190, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France

*e-mail: aziz.kudaikulov@gmail.com

Keywords: flow of two immiscible fluids, contact line, contact angle, capillary number, fingering pattern, slip boundary condition, volume-of-fluid (VOF) method.

Abstract. In this paper we numerically investigated the fingering pattern formation in the unstable interface between two immiscible fluids during the flow in the channel. The relation between finger width and capillary number is investigated in this paper, and compared with work [6]. Also in this work the transition from rivulet-type finger to wedge-shaped finger is investigated for different values of surface tension. All numerical calculations are performed using Gerris program [7].

Introduction. Two immiscible fluids flow can be found in many different situations; some cases in which it plays a central role are the spreading of adhesives, the flowing of lubricants into inaccessible locations, the coating of solid surfaces with a thin uniform layer of liquid, the displacement of oil by water through a porous medium, etc. One of the phenomena which occurs in the two immiscible fluids flow is the fingering pattern formation in the interface between fluids. This phenomenon can be observed in the pressure-driven flow of two immiscible fluids in a channel (see fig. 1). The experiment [1] shows that even if the interface between fluids is initially straight, it quickly deforms, resulting in the formation of finger-like structures. The instability leading to this pattern is referred to as fingering instability. Two

types of fingering shape can be observed in the experiment: wedge-shaped finger and rivulet-type finger (see fig. 1). Formation of fingering pattern can result in poor quality of coating or reducing oil production by water displacement in porous medium, so investigation of fingering instability is important for practical applications. There are exist many quantitative models of this phenomenon and one of the most popular is the thin-film flow down an inclined plane [6]. In this model the linear stability analysis is employed for lubrication-type equations to describe evolution of small perturbations in the interface between two immiscible fluids and this model can't be used for large deformation of the interface. Nevertheless, this model can estimate the finger width of rivulet-type finger (see fig. 1). The finger width depends on the capillary number:

$$h_{\text{layer}} = h - h_{\text{finger}} \sim Ca^{-\frac{1}{3}}, \quad (1)$$

where Ca is the capillary number. It's the ratio between viscous force and surface tension force:

$$Ca = \frac{\mu U_{CL}}{\sigma}, \quad (2)$$

where U_{CL} is the contact line velocity. In this paper we numerically investigated the fingering pattern formation in the unstable interface between two immiscible fluids for flow in the channel. The relation between finger width and capillary number is investigated in this paper, and compared with (1). Also in this work the transition from rivulet-type finger to wedge-shaped finger is investigated for different values of surface tension, and showed that the rivulet-type finger occurs only when [5]:

$$C = Ca^{-\frac{1}{3}} \tan \theta > 1. \quad (3)$$

All numerical calculations are performed using Gerris program [7].

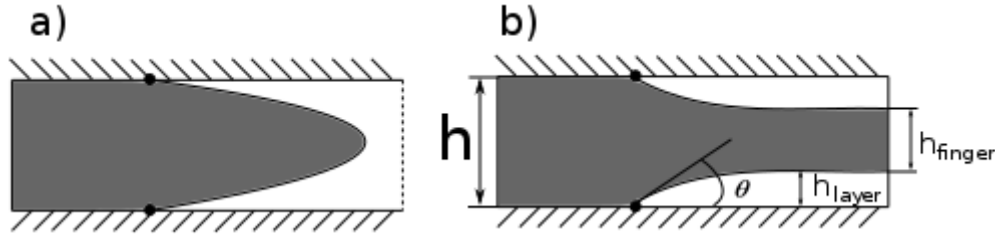


Fig. 1 – Fingering patterns in the interface between two immiscible fluids: a) wedge-shaped finger, b) rivulet-type finger.

Formulation of the problem. We numerically solved the Navier-Stokes equations for incompressible, two immiscible, viscous fluids flow in 2D channel:

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (2\mu E), \quad (4)$$

$$E = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T), \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \quad (7)$$

$$\rho = F\rho_1 + (1-F)\rho_2, \quad (8)$$

$$\mu = F\mu_1 + (1-F)\mu_2, \quad (9)$$

where F is the parameter that identify a given fluid i ($i=1$ or 2) is present at a particular location x :

$$F = \begin{cases} 1, & \text{if } x \text{ is in fluid } i \\ 0, & \text{if } x \text{ is not in fluid } i \end{cases} \quad (10)$$

If we substitute the equation (6) into the equation (5), we have that:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla F = 0. \quad (11)$$

In order to find the shape and location of the interface between the two fluids, we use the volume-of-fluid method [3] and advect this interface using equation (11). Equations (4, 6 and 11) are numerically solved using the projection method on non-staggered grid [4] and the following boundary conditions were used (see fig. 1):

1) Inlet boundary condition:

$$\frac{\partial u_{in}}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

$$v_{in} = 0, \quad (13)$$

$$p_{in} = 1. \quad (14)$$

2) At the walls of the channel:

$$u_w = \lambda \frac{\partial u}{\partial n}, \quad (15)$$

$$v_w = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial p_w}{\partial y} = 0, \quad (17)$$

where λ is the slip length and $\vec{n}$ is the normal vector to the wall. Here we used the Navier slip boundary condition instead of no-slip boundary condition to avoid viscous stress singularity at the contact line [2].

3) At the interface between two fluids – S:

$$[\vec{u}]_S = 0, \quad (18)$$

$$-[-p + 2\mu\vec{n} \cdot E \cdot \vec{n}]_S = \sigma k, \quad (19)$$

$$k = -\nabla \cdot \vec{n}, \quad (20)$$

$$-[2\mu\vec{t} \cdot E \cdot \vec{n}]_S = \vec{t} \cdot \nabla_S \sigma, \quad (21)$$

where σ is the surface tension, k is the curvature of the interface - S , $\vec{n}$ is the normal to the interface - S , and $\vec{t}$ is the tangent vector to the interface - S .

4) Outlet boundary condition:

$$\frac{\partial u_{out}}{\partial x} = 0, \quad (22)$$

$$v_{out} = 0, \quad (23)$$

$$p_{out} = 0. \quad (24)$$

Results. The steady state solution of the equations (4, 6) with boundary conditions at the walls of the channel (15 - 17) and with boundary conditions at the interface between the two fluids (18 - 21) can be obtained by neglecting the viscous force on the interface between the two fluids (21):

$$u = \frac{p_{in} - p_{out} - p_c}{\mu L} \left(\frac{h^2 - y^2}{2} + \lambda h \right), \quad (25)$$

where p_c is the capillary pressure. The value of capillary pressure can be obtained from Young-Laplace equation and for 2D case (see fig. 1):

$$p_c = \frac{\sigma \cos \theta}{h}. \quad (26)$$

The average value of (25):

$$\bar{u} = \frac{p_0 - p - p_c}{\mu L} \left(\frac{h^2}{3} + \lambda h \right). \quad (27)$$

In this work we numerically validated the relation (1) for rivulet-type finger. To validate this relation, we consider two cases: in the first case, the pressure difference between the ends of the channel is constant, but the surface tension of the interface between two immiscible fluids is changed, and in the second case, the surface tension is constant, but the pressure difference is changed. In the first case, the velocity along the center line of the channel is linear depends on the surface tension (25, 26). Since the contact angle - θ (see fig. 1) depends on the capillary number [2]:

$$\theta \sim Ca^{\frac{1}{3}}, \quad (28)$$

therefore the contact angle - θ almost doesn't change. As shown in fig. 2, the contact line velocity almost doesn't change too. In the second case, the velocity along the center line of the channel is linear depends on the pressure difference between the ends of the channel (25), and as shown in fig. 3, the contact line velocity also linear depends on the pressure difference between the ends of the channel. In fig. 4 is shown the relation between the finger width and the capillary number, and this relation is almost matched with the relation (1). Also in this work the transition from rivulet-type finger to wedge-shaped finger is investigated for different values of surface tension. For surface tension $\sigma = 1$, the value $C = 2,84$ (3), and for $\sigma = 2$, the value $C = 1,59$. The relation between finger width and contact angle is shown in the fig. 5.

Conclusion. In this paper is numerically investigated the fingering pattern formation in the unstable interface between two immiscible fluids during the flow in the channel. The relation between finger width and capillary number is investigated in this paper, and this relation is reasonably good matched with [6]. Also in this work the transition from rivulet-type finger to wedge-shaped finger is investigated for different values of surface tension, and is showed that this transition occurs only for $C > 1$ [5].

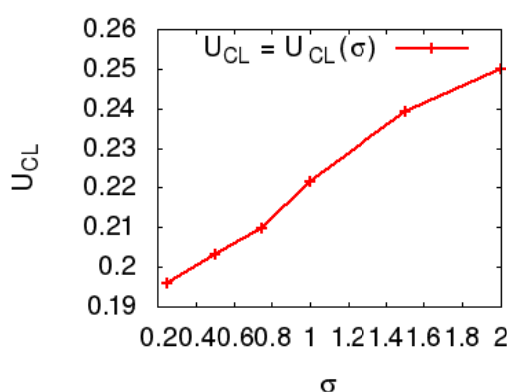


Fig. 2 – The relation between contact line velocity and surface tension

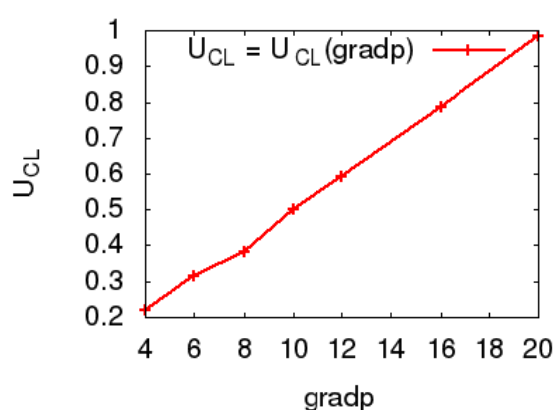


Fig. 3 – The relation between contact line velocity and pressure difference

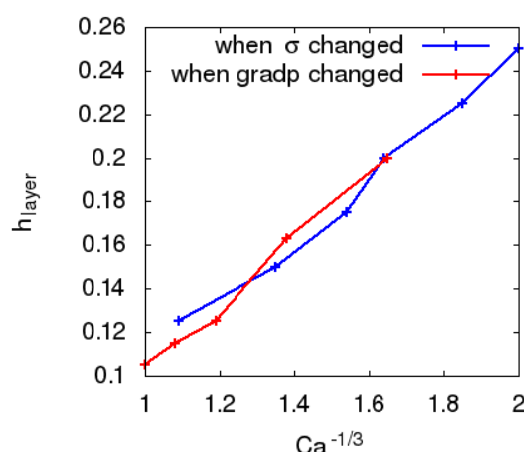


Fig. 4 – The relation between finger width and capillary number

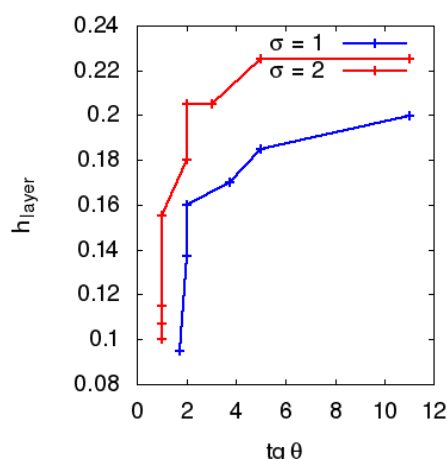


Fig. 5 – The relation between finger width and contact angle

REFERENCES

- [1] Huppert H. Flow and instability of a viscous current down a slope // Nature. – 1982. – Vol. 300. – P. 427 – 429.
- [2] Greenspan H.P. On the motion of a small viscous droplet that wets a surface // J. Fluid Mech. – 1978. – Vol. 84. – P. 125 – 143.
- [3] Tryggvason G., Scardovelli R. and Zaleski S. Direct Numerical Simulations of Gas-Liquid Multiphase Flows // Cambridge University Press, 2011.
- [4] Brown D.L., Cortez R. and Minion M.L. Accurate projection methods for the incompressible Navier-Stokes equations // J. Comput. Phys. – 2001. – Vol. 168. – P. 464 – 499.
- [5] Moyle D.T., Chen M.-S., Homsy G.M. Nonlinear rivulet dynamics during unstable wetting flows // Int. J. Multiphase Flow. – 1999. – Vol. 25. – P. 1243 – 1262.
- [6] Spaid M.A., Homsy G.M. Stability of Newtonian and viscoelastic dynamic contact lines // Phys. Fluids. – 1996. – Vol. 8. – P. 460 – 478.
- [7] Popinet S. The Gerris Flow Solver: <http://gfs.sourceforge.net>.

ҚАНАЛДАҒЫ ЕКІ АРАЛАСПАЙТЫН СҰЙЫҚТАРДЫҢ АҒЫСТА САУСАҚ ТӘРІЗДІ АҒЫС ФОРМАСЫНЫҢ ПАЙДА БОЛУ ПРОЦЕСІНІҢ САНДЫҚ ЗЕРТТЕУІ

А.А. Кудайкулов^{1*}, К. Жозеранд², А. Калтаев¹

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, Қазақстан, ²Sorbonne Universit'es, Institut D'Alembert, CNRS and UPMC UMR 7190, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France

Түйін сөздер: екі араласпайтын сұйықтардың ағыны, түйіскен сызық, түйіскен бұрыш, капиллярлық сан, саусақ тәрізді ағыс формасының пайда болуы, сырғанақ шекаралық шарт, сұйық көлем әдісі.

Аннотация. Осы жұмыста каналдағы екі араласпайтын сұйықтардың ағыста саусақ тәрізді ағыс формасының пайда болуы сандық зерттелген, атап айтқанда саусақ формасының ені мен капиллярлық сан арасындағы байланыс зерттелінген, және алынған нәтижелер басқа жұмыстармен салыстырылған [6]. Барлық есептеулер Gerris бағдарламасы арқылы жасалған [7].

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 91 – 100

UDC 004.056.53 (045)

**MODEL OF DECISION RULES TO DETECT ANOMALIES
IN INFORMATION SYSTEMS****B.S. Akhmetov* A.A. Korchenko** N.K. Zhumangalieva*****

*– Institute of Information and Telecommunication Technologies, Kazakh National Technical University named after K.I. Satpayev, Almaty, Kazakhstan;

**– Department of Information Technology Security, PhD, Associate Professor, National Aviation University, Kyiv, Ukraine;

***– Institute of Information and Telecommunication Technologies Institute of Postgraduate Education, Kazakh National Technical University after K.I. Satpayev, Almaty, Kazakhstan
nazym_k.81@mail.ru

Key words cyber attack, intrusion detection systems, network traffic anomaly, anomaly detection in computer systems, the set of conjugate pairs, decision rules, expert evaluation.

Abstract. The disadvantage of modern intrusion detection systems, built on the principle of identifying the abnormal condition is that they are mainly focused on the use of mathematical models that require a lot of time to prepare statistics. Mathematical models based on expert approaches in this regard are more effective, but for the performance of its functions it is required the use of appropriate decision rules. For solving this problem, we propose a model of decision rules on fuzzy logic, which through the use of a plurality of pairs of "invasion: the value" and "Invasion: the set of conjugate pairs", as well as models of reference values allows you to display an abnormal condition, generates a certain type of cyber attack in computer network. Based on this model there have been developed examples of rules to detect such intrusions as scanning, spoofing and Dos-attacks that can practically be used to improve real systems intrusion detection mechanism is used to identify anomalies generated by the actions of attacking computer systems.

УДК 004.056.53 (045)

**МОДЕЛЬ РЕШАЮЩИХ ПРАВИЛ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛИЙ
В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ****Б.С. Ахметов* А.А. Корченко** Н.К. Жумангалиева*****

*– КазНТУ имени К.И.Сатпаева, Институт информационных и телекоммуникационных технологий, д.т.н., профессор, Алматы, Казахстан

**– Национальный авиационный университет, кафедра Безопасности информационных технологий, к.т.н., доцент, Киев, Украина

***– КазНТУ имени К.И.Сатпаева, Институт информационных и телекоммуникационных технологий, докторант, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: кибератака, системы обнаружения вторжений, аномалия в сетевом трафике, обнаружение аномалий в компьютерных системах, сопряженная пара, решающие правила, экспертная оценка.

Аннотация. Недостатком современных систем обнаружения вторжений, построенных на принципе идентификации аномального состояния, является то, что они в основном ориентированы на использование

таких математических моделей, которые требуют много времени на подготовку статистических данных. Математические модели, основанные на экспертных подходах, в этом отношении являются более эффективными, но для выполнения своих функций необходимо использование соответствующих решающих правил. Для решения этой задачи в работе предложена модель решающих правил на нечеткой логике, которая за счет использования множества пар «вторжение : величины» и «вторжение : множество сопряженных пар», а также модели эталонных величин позволяет отображать аномальное состояние, порождаемое определенным типом кибератак в компьютерной сети. На основе этой модели были разработаны примеры правил для обнаружения таких вторжений, как сканирование, спуфинг и Dos-атака, которые могут практически использоваться для усовершенствования реальных систем выявления вторжений применяющих механизмы выявления аномалий, порожденных атакующими действиями в компьютерных системах.

Введение. Стремительное развитие информационных технологий (ИТ) в свою очередь породило большое количество угроз ресурсам информационных систем (РИС). Одним из решений обеспечения безопасности РИС, являются системы обнаружения вторжений (СОВ), представляющие собой программные или аппаратные средства, ориентированные, прежде всего, на выявление фактов неавторизованного доступа. Следует отметить, что современные СОВ основываются на сигнатурном (шаблонном) и аномальном принципах.

Первый базируется на представлении каждого вторжения в виде определенного шаблона (модели, сценария, правила, сигнатуры) отражающего характеристики и сценарии возможных несанкционированных воздействий. Поэтому такие системы с достаточно высокой точностью выявляют тип кибератак и практически функционируют без ложных срабатываний. Анализ сетевого трафика с использованием сигнатурного принципа характерен тем, что распознавание возможно только при известных кибератаках, а для этого необходимо постоянно обновлять и расширять наборы шаблонов. Кроме неустойчивости к новейшим типам вторжений, такие системы сильно зависят от скорости разработки и обновления сигнатур. Также известно, что например, для таких вторжений как сложные распределенные атаки проверка известных шаблонов является достаточно сложной задачей.

Второй принцип основан на выявлении аномального состояния системы порожденного кибератакой и ориентирован на контроль активности в среде окружения, например, наблюдение за значениями величин сетевого трафика. Преимущества систем, реализующих этот принцип, в первую очередь связано с тем, что они могут обнаруживать не только новые виды кибератак, но и те, которые характеризуются большой продолжительностью во времени.

Методы исследования. Существующие СОВ аномального принципа в основном ориентированы на использование таких математических моделей, которые требуют много времени на подготовку статистических данных, что не требуют более эффективные в этом отношении экспертные подходы, преимущества которых показаны в [1]. В связи с этим актуальной задачей при разработке СОВ является создание моделей обнаружения аномалий на основе экспертных оценок. В работе [2] предложена модель базовых величин (МБВ), которая за счет множества пар «вторжение: величины» и «вторжение: множество сопряженных пар» позволяют отображать аномальное состояние, порождаемое определенным типом вторжения в компьютерной сети. Также, известна модель эталонных величин (МЭВ) [3], которая за счет данных экспертных оценок и МБВ позволяет формировать множества эталонных величин характерных для определенного типа вторжения.

Применение этих моделей при построении СОВ, базирующихся на втором принципе, связано с необходимостью формирования правил, направленных на выявления аномального состояния порожденного атакующими действиями. В связи с этим, целью данной работы является разработка математической модели используемой при формировании соответствующих решающих правил для идентификации аномального состояния в среде окружения. Под средой окружения будем подразумевать совокупность значений сформированных переменных (например, время обработки запроса, загруженность процессора, количество обращений к ресурсу, число подключений и др.), которые можно использовать для оценивания протекающих процессов в информационной системе (ИС) с целью выявления ее аномального состояния. Отображением среды окружения в данном случае могут быть величины входящие в множество V [2]. Для решения поставленной задачи

необходимо построить решающие правила, представляющие собой некоторые утверждения, основанные на результате обобщения определенных теоретических и экспериментальных знаний (данных) и отражающие интуитивное суждение лица, принимающего решение, для обеспечения поиска рационального смыслового решения слабо формализованных задач.

Результаты исследования. Построение решающих правил можно осуществить с помощью соответствующей модели, для создания которой введем множество нечетких идентификаторов (fuzzy identifiers)

$$FI = \bigcup_{i=1}^d FI_i = \{FI_1, FI_2, FI_3, \dots, FI_d\}, (i = \overline{1, d}), \quad (1)$$

где d – количество элементов множества, необходимое для отображения аномального состояния, а FI_i ($i = \overline{1, d}$) – элементы FI , каждый из которых принимает одно из текстовых значений, характеризующих в нечеткой форме уровень аномального состояния системы, которое может быть порождено определенными вторжениями. Например, при $d=5$ выражение (1) можно определить как:

$$FI = \bigcup_{i=1}^5 FI_i = \{FI_1, FI_2, FI_3, FI_4, FI_5\} = \{L, LTH, HTTL, H, LIM\}, \quad (2)$$

где $FI_1=L$, $FI_2=LTH$, $FI_3=HTTL$, $FI_4=H$ и $FI_5=LIM$ соответственно отображаются текстовыми значениями

- «Low (L)» – «Низкий»,
- «Lower than high (LTH)» – «Больше низкий чем высокий»,
- «Higher than the lowest ($HTTL$)» – «Больше высокий чем низкий»,
- «High (H)» – «Высокий»,
- «Limits (LIM)» – «Предельный».

Далее на основе множеств нечетких идентификаторов FI и сопряженных пар MP [2] построим множество решающих правил (solution rule)

$$SR = \left\{ \bigcup_{i=1}^n SR_i \right\} = \{SR_1, SR_2, SR_3, \dots, SR_n\}, (i = \overline{1, n}), \quad (3)$$

где SR_i – подмножество возможных правил для выявления i -го аномального состояния, порожденного i -м вторжением, при этом

$$\begin{aligned} \bigcup_{i=1}^n SR_i = \bigcup_{i=1}^n \left\{ \bigcup_{j=1}^{r_i} SR_{ij} \right\} = \{SR_{11}, SR_{12}, SR_{13}, \dots, SR_{1r_1}\}, \\ \{SR_{21}, SR_{22}, SR_{23}, \dots, SR_{2r_2}\}, \{SR_{31}, SR_{32}, SR_{33}, \dots, SR_{3r_3}\}, \dots, \\ \{SR_{n1}, SR_{n2}, SR_{n3}, \dots, SR_{nr_n}\}, (i = \overline{1, n}, j = \overline{1, r_i}), \end{aligned} \quad (4)$$

где SR_{ij} – j -е правило i -го подмножества возможных правил, а r_i ($i = \overline{1, n}$) – общее количество возможных правил, направленных на обнаружение i -й аномалии.

Отметим, что каждому SR_{ij} соответствует решающее выражение (правило) т.е.:

$$\begin{aligned} \{SR_{11} = (MP_{11} \in FI_{11}), SR_{12} = (MP_{12} \in FI_{12}), SR_{13} = (MP_{13} \in FI_{13}), \dots, SR_{1r_1} = (MP_{1r_1} \in FI_{1r_1})\}, \\ \{SR_{21} = (MP_{21} \in FI_{21}), SR_{22} = (MP_{22} \in FI_{22}), SR_{23} = (MP_{23} \in FI_{23}), \dots, SR_{2r_2} = (MP_{2r_2} \in FI_{2r_2})\}, \\ \{SR_{31} = (MP_{31} \in FI_{31}), SR_{32} = (MP_{32} \in FI_{32}), SR_{33} = (MP_{33} \in FI_{33}), \dots, SR_{3r_3} = (MP_{3r_3} \in FI_{3r_3})\}, \\ \dots, \\ \{SR_{n1} = (MP_{n1} \in FI_{n1}), SR_{n2} = (MP_{n2} \in FI_{n2}), SR_{n3} = (MP_{n3} \in FI_{n3}), \dots, SR_{nr_n} = (MP_{nr_n} \in FI_{nr_n})\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Обобщая выражение (5) с учетом (3) и (4) получим

$$\begin{aligned} \mathbf{SR} &= \bigcup_{i=1}^n \left\{ \bigcup_{j=1}^{r_i} SR_{ir_j} \right\} = \bigcup_{i=1}^n \left\{ \bigcup_{j=1}^{r_i} (MP_{ir_j} \in FI_{ir_j}) \right\} = \\ &= \left\{ \bigcup_{i=1}^n \left\{ \bigcup_{j=1}^{r_i} SR_{ir_j} = (MP_{ir_j} \in FI_{ir_j}) \right\} \right\}, (i = \overline{1, n}, j = \overline{1, r_i}), \end{aligned} \quad (6)$$

где SR_{ir_j} есть r_j -е правило выявления аномалии порожденной i -м вторжением, которое буквально интерпретируется как: «Если MP_{ir_j} истинно, то уровень аномального состояния, который может быть порожден i -м вторжением, будет FI_{ir_j} ».

Построение правил обычно осуществляется на основе экспертного подхода, особенно это важно в тех случаях, когда необходимо дать предпочтение одной из альтернатив, например, при каком MP_{ir_j} (6) исход, связанный с FI_{ir_j} будет наиболее объективно отображать состояние системы. Рассмотрим процесс формирования предпочтения для набора альтернатив на конкретном примере.

Пусть для построения подмножества правил $\mathbf{SR}_I$ используется r_I сопряженных пар и d (1) нечетких идентификаторов, один из которых наиболее объективно может отразить состояние среды окружения относительно наличия аномалии. Итак, общее количество возможных альтернативных решений – $d \times r_I$, т.е. на составление каждого правила SR_{Ij} ($j = \overline{1, r_I}$) необходимо рассмотреть d альтернативных вариантов правил, для выбора одного из которых воспользуемся методами определения коэффициентов важности (КВ) [4]. Воспользуемся методом ранговых преобразований (РП), поскольку он позволяет воспользоваться услугами нескольких экспертов, в качестве входных данных применяются табличные формы, выходная функция линейная, а трудоемкость низкая [4].

Далее, в качестве примера, определим $d=r_I=5$, тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{MP}_I &= \left\{ \bigcup_{j=1}^{r_I} MP_{Ij} \right\} = \{MP_{I1}, MP_{I2}, MP_{I3}, MP_{I4}, MP_{I5}\} = \\ &= \{((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VS}^e), ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{S}^e), \\ &((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{A}^e), ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{B}^e), ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \\ &\vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VB}^e)\}, \end{aligned}$$

а в качестве значений FI_{Ij} ($j = \overline{1, 5}$) воспользуемся данными из формулы (2). Таким образом, для каждого MP_{Ij} ($j = \overline{1, 5}$) возможны $d=5$ исходов выявления аномалий, связанных с конкретными значениями нечетких идентификаторов в (2). Наиболее объективный из исходов определим с помощью метода средних рангов (СР) [4].

Ранги SR_{lj}^k и KB	Таблица 1							
SR_{lj}^k	J	k	Эксперты	x_{lj}^k	λ_{lj}^k			
			1	2	3	4		
SR_{11}^1	1	1	1	3	1	2	1,75	0,18
SR_{11}^2		2	2	1	3	2	2	0,2
SR_{11}^3		3	3	2	2	2	2,25	0,23
SR_{11}^4		4	2	4	3	3	3	0,3
SR_{11}^5		5	4	4	3	4	3,75	0,38
SR_{12}^1	2	1	2	3	1	2	2	0,2
SR_{12}^2		2	1	2	1	2	1,5	0,15
SR_{12}^3		3	3	1	2	3	2,25	0,23
SR_{12}^4		4	3	4	2	2	2,75	0,28
SR_{12}^5		5	3	2	3	4	3	0,3
SR_{13}^1	3	1	2	3	2	4	2,75	0,28
SR_{13}^2		2	3	2	2	1	2	0,2
SR_{13}^3		3	2	3	1	1	1,75	0,18
SR_{13}^4		4	3	4	3	4	3,5	0,35
SR_{13}^5		5	4	3	2	4	3,25	0,33
SR_{14}^1	4	1	4	2	2	4	3	0,3
SR_{14}^2		2	2	4	3	2	2,75	0,28
SR_{14}^3		3	3	1	2	2	2	0,2
SR_{14}^4		4	1	2	3	1	1,75	0,18
SR_{14}^5		5	2	4	4	3	3,25	0,33
SR_{15}^1	5	1	4	4	3	3	3,5	0,35
SR_{15}^2		2	2	4	4	3	3,25	0,33
SR_{15}^3		3	2	4	3	3	3	0,3
SR_{15}^4		4	4	3	2	3	3	0,3
SR_{15}^5		5	2	2	4	3	2,75	0,28

Согласно этого метода, в качестве примера, воспользуемся суждениями 4-х экспертов относительно $d=5$ возможных исходов SR_{lj}^k ($k = \overline{1, d}$, $j = \overline{1, r_l}$) по каждому j -му правилу. Например, для первого правила подмножество альтернативных решений будет

$$\bigcup_{k=1}^d SR_{11}^k = \{SR_{11}^1, SR_{11}^2, SR_{11}^3, SR_{11}^4, SR_{11}^5\} =$$

$$\{((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VS}^e) \in L, ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{S}^e) \in LTH, \\ ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{A}^e) \in HTTL, ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{B}^e) \in H, \\ ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VB}^e) \in LIM \}.$$

Далее на основе РП определим КВ, которые отражаются величиной λ . Его минимальное значение свидетельствует о большей предпочтительности альтернативы, т.е. ее КВ более высокий. Для правила SR_{11} произведем расчеты значений x_{1j}^k и λ_{1j}^k по каждому из возможных исходов SR_{11}^k ($k = \overline{1,5}$): $x_{11}^1 = (1+3+1+2)/4 = 1,75$; $x_{11}^2 = (2+1+3+2)/4 = 2$; $x_{11}^3 = (3+2+2+2)/4 = 2,25$; $x_{11}^4 = (2+4+3+3)/4 = 3$; $x_{11}^5 = (4+4+3+4)/4 = 3,75$. Значение КВ определяется как $\lambda_{1j}^k = x_{1j}^k / N$, где N – сумма всех рангов ($N=10$). По результатам, занесенным в табл. 1 видно, что лучший исход имеет, SR_{11}^1 поскольку $\bigwedge_{k=1}^5 \lambda_{11}^k = \lambda_{11}^1 = 0,18$.

Аналогично произведем расчеты для SR_{1j}^k ($j = \overline{2,5}$): $SR_{12}^k - x_{12}^1 = (2+3+1+2)/4 = 2$; $x_{12}^2 = (1+2+1+2)/4 = 1,5$; $x_{12}^3 = (3+1+2+3)/4 = 2,25$; $x_{12}^4 = (3+4+2+2)/4 = 2,75$; $x_{12}^5 = (3+2+3+4)/4 = 3$; $SR_{13}^k - x_{13}^1 = (2+3+2+4)/4 = 2,75$; $x_{13}^2 = (3+2+2+1)/4 = 2$; $x_{13}^3 = (2+3+1+1)/4 = 1,75$; $x_{13}^4 = (3+4+3+4)/4 = 3,5$; $x_{13}^5 = (4+3+2+4)/4 = 3,25$; $SR_{14}^k - x_{14}^1 = (4+2+2+4)/4 = 3$; $x_{14}^2 = (2+4+3+2)/4 = 2,75$; $x_{14}^3 = (3+1+2+2)/4 = 2$; $x_{14}^4 = (1+2+3+1)/4 = 1,75$; $x_{14}^5 = (2+4+4+3)/4 = 3,25$; $SR_{15}^k - x_{15}^1 = (4+4+3+3)/4 = 3,5$; $x_{15}^2 = (2+4+4+3)/4 = 3,25$; $x_{15}^3 = (2+4+3+3)/4 = 3$; $x_{15}^4 = (4+3+2+3)/4 = 3$; $x_{15}^5 = (2+2+4+3)/4 = 2,75$.

По результатам вычислений (см. табл. 1) видно, что лучший исход для правил SR_{12} , SR_{13} , SR_{14} , SR_{15} имеют соответственно альтернативные варианты SR_{12}^2 , SR_{13}^3 , SR_{14}^4 , SR_{15}^5 .

Полученные данные можно использовать в качестве конкретных значений при построении реальных правил в практических СОВ. С этой целью, с учетом (6), осуществим структурирование необходимых данных путем ввода матриц инициализации (MI) для множеств **FI** и **MP**, которые обозначим соответственно $FI(n, r_n)$ и $MP(n, r_n)$, т.е.

$$FI(n, r_n) = \begin{vmatrix} FI(1, 1), & FI(1, 2), & FI(1, 3), & \dots, & FI(1, r_n) \\ FI(2, 1), & FI(2, 2), & FI(2, 3), & \dots, & FI(2, r_n) \\ FI(3, 1), & FI(3, 2), & FI(3, 3), & \dots, & FI(3, r_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ FI(n, 1), & FI(n, 2), & FI(n, 3), & \dots, & FI(n, r_n) \end{vmatrix} \text{ и}$$

$$MP(n, r_n) = \begin{vmatrix} MP(1, 1), & MP(1, 2), & MP(1, 3), & \dots, & MP(1, r_n) \\ MP(2, 1), & MP(2, 2), & MP(2, 3), & \dots, & MP(2, r_n) \\ MP(3, 1), & MP(3, 2), & MP(3, 3), & \dots, & MP(3, r_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ MP(n, 1), & MP(n, 2), & MP(n, 3), & \dots, & MP(n, r_n) \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Например, при $n=3$ и $r_n=5$ на основе экспертных оценок [4] были определены следующие MI $FI(3, 5)$ и $MP(3, 5)$, т.е.

$$FI(3, 5) = \begin{vmatrix} LOW & LTH & HTTL & H & LIM \\ LOW & LOW & HTTL & H & LIM \\ LOW & LTH & HTTL & H & H \end{vmatrix} \text{ и}$$

$$MP(3, 5) = \left[\begin{array}{ccccc} (\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee & (\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee & (\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee & (\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee & (\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \\ \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge & \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge & \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge & \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge & \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \\ \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VS}^e & \underline{t}_{NCC} \cong \underline{S}^e & \underline{t}_{NCC} \cong \underline{A}^e & \underline{t}_{NCC} \cong \underline{B}^e & \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VB}^e \\ \hline \underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge & \underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge & \underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge & \underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge & \underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge \\ \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VS}^e & \underline{t}_{NCC} \cong \underline{S}^e & \underline{t}_{NCC} \cong \underline{A}^e & \underline{t}_{NCC} \cong \underline{B}^e & \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VB}^e \\ \hline \underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge & \underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge & \underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge & \underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge & \underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge \\ \underline{t}_{NVC} \cong \underline{VS}^e & \underline{t}_{NVC} \cong \underline{S}^e & \underline{t}_{NVC} \cong \underline{A}^e & \underline{t}_{NVC} \cong \underline{B}^e & \underline{t}_{NVC} \cong \underline{VB}^e \end{array} \right] \quad (8)$$

где $\underline{t}_{NCC}$, $\underline{t}_{SPR}$, $\underline{t}_{DBR}$, $\underline{t}_{NPSA}$, $\underline{t}_{VCA}$, $\underline{t}_{NVC}$ – текущие значения величин «Number of concurrent

connections to the server (NCC)» – «Количество одновременных подключений к серверу», «Speed of processing requests from the clients (SPR)» – «Скорость обработки запросов от клиентов», «The delay between requests from the single user (DBR)» – «Задержка между запросами от одного пользователя», «Number of packages with the same sender and receiver address (NPSA)» – «Количество пакетов с одинаковым адресом отправителя и получателя», «Virtual Channel Age (VCA)» – «Возраст виртуального канала», «Numbers of Virtual channels (NVC)» – «Количество виртуальных каналов» и являются идентификаторами величин [2] в среде окружения. Используемый в (8) знак « $\cong$ » – интерпретируется как «Нечеткое равно» и указывает на то, что текущее значение величины (например, $\underline{t}_{SPR}$) находящегося слева от « $\cong$ » наиболее близко к

одному из элементов (например, $\underline{L}^e$) из заданного множества (например, $T_{SPR}^e = \{ \underline{L}^e, \underline{A}^e, \underline{H}^e \}$),

который указывается справа от « $\cong$ », т.е. запись $\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e$ можно интерпретировать как: « $\underline{t}_{SPR}$

наиболее близко расположен к $\underline{L}^e$ входящего в T_{SPR}^e ».

Обсуждение результатов. Далее с учетом МІ (при $i=1$, $j=\overline{1,5}$) для $FI(n, r_n)$ и $MP(n, r_n)$ на основе (7) и (8) построим подмножество правил SR_I для выявления аномального состояния, которое может быть порождено таким вторжением, как Dos (DDos) атака.

$$SR_I = \left\{ \begin{array}{l} SR_{11} = ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VS}^e) \in L, \\ SR_{12} = ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{S}^e) \in LTH, \\ SR_{13} = ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{A}^e) \in HTTL, \\ SR_{14} = ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{B}^e) \in H, \\ SR_{15} = ((\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e \vee \underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e) \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VB}^e) \in LIM. \end{array} \right. \quad (9)$$

Отметим, что правило SR_{15} в (9) буквально можно интерпретировать как: «Если $\underline{t}_{SPR} \cong \underline{L}^e$ или $\underline{t}_{DBR} \cong \underline{S}^e$ и при этом $\underline{t}_{NCC} \cong \underline{VB}^e$, то уровень аномального состояния, который может быть порожден Dos-атакой, будет LIM (Предельный)».

Из подмножества правил (9) видно, что для каждой сопряженной пары из SR_{ij} ($j = \overline{1,5}$) определены конкретные значения из FI согласно расчетов КВ с помощью метода РП. Используя эти данные по аналогии можно составить правила для выявления аномалий порожденных спуфингом и сканированием [2, 3]. Так с учетом (7) и (8) при $i = \overline{2,3}$ и $j = \overline{1,5}$ наборы правил SR_2 (10) и SR_3 (11) будут иметь следующий вид:

$$SR_2 = \{ SR_{21} = (\underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VS}^e) \in L, SR_{22} = (\underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{S}^e) \in LTH, \\ SR_{23} = (\underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{A}^e) \in HTTL, SR_{24} = (\underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{B}^e) \in H, \\ SR_{25} = (\underline{t}_{NPSA} \cong \underline{B}^e \wedge \underline{t}_{NCC} \cong \underline{VB}^e) \in LIM \} \text{ и} \quad (10)$$

$$SR_3 = \{ SR_{31} = (\underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge \underline{t}_{NVC} \cong \underline{VS}^e) \in L, SR_{32} = (\underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge \underline{t}_{NVC} \cong \underline{S}^e) \in LTH, \\ SR_{33} = (\underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge \underline{t}_{NVC} \cong \underline{A}^e) \in HTTL, SR_{34} = (\underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge \underline{t}_{NVC} \cong \underline{B}^e) \in H, \\ SR_{35} = (\underline{t}_{VCA} \cong \underline{S}^e \wedge \underline{t}_{NVC} \cong \underline{VB}^e) \in LIM \}. \quad (11)$$

Выводы. Предложенная в работе модель решающих правил на нечеткой логике, позволяет за счет использования множества пар «вторжение : величины», «вторжение : множество сопряженных пар» и МЭВ отображать аномальное состояние, порождаемое определенным типом кибератак в компьютерной сети. На основе этой модели были разработаны примеры правил для обнаружения таких вторжений как сканирование, спуфинг и Dos-атака, которые могут практически быть использованы для усовершенствования реальных систем обнаружения вторжений применяющих механизмы выявления аномалий, порожденных атакующими действиями в компьютерных системах.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Корченко О. Г. Построение систем защиты информации на нечетких множествах [Текст]: Теория и практические решения / О. Г. Корченко. – К. : МК-Пресс, 2006. – 320 с.
- [2] Ахметов Б.С., Корченко А.А., Жумангалиева Н.К. Модель базовых величин для контроля аномальности состояния среды окружения / Вестник НАН РК. – 2016. – №1.
- [3] Ахметов Б.С., Корченко А.А., Жумангалиева Н.К. Базовые модели эталонных величин для систем обнаружения вторжений / Вестник МКТУ Х.А.Ясави. – 2015. – №4.
- [4] Использование методов экспертного оценивания в системах обнаружения вторжений / Б.С. Ахметов, А.А. Корченко, С.Т. Ахметова, Н.К. Жумангалиева // Інформаційна безпека. – 2014. – №3 (15); №4 (16). – С. 34-43.
- [5] Казахстанский правительственный сайт взломан в отместку за торренты [Электронный ресурс] / TENGRIKNEWS.KZ // TOO «EML» : [TENGRIKNEWS.KZ]. – Электрон. дан. – 2012. – 8 февраля. – Режим доступа: WorldWideWeb. – URL: <http://tengrinews.kz/internet/kazahstanskiy-pravitelstvennyiy-sayt-vzloman-otmestku-207728/>. – Загл. с титул. экрана.
- [6] Корченко О.Г. Построение систем защиты информации на нечетких множествах [Текст]: Теория и практические решения / О.Г. Корченко. – К. : МК-Пресс, 2006. – 320 с.
- [7] Волянська В.В. Система виявлення аномалій на основі нечітких моделей [Текст] / В.В. Волянська, А.О. Корченко, Є.В. Паціра // Зб. наук. пр. Інституту проблем моделювання в енергетиці НАН України ім. Г.Є Пухова. – Львів: ПП «Системи, технології, інформаційні послуги», 2007. – [Спец. випуск]. – Т.2. – С. 56-60.
- [8] Корченко О. Г. Системи захисту інформації [Текст]: Монографія / О.Г. Корченко. – К.: НАУ, 2004. – 264 с.

- [9] Аксен, Б.А. Электронные системы расчетов в Internet: от реальной витрины к виртуальной / Б.А. Аксен// Конфидент, - 1996. - № 6 - С. 43 -48.
- [10] Андерсон, Р. UEPS - электронный бумажник второго поколения /Р. Адерсон// Конфидент. - 1996. -№ 1 - С. 49-53.
- [11] Галатенко, В.А. Основы информационной безопасности: учебное пособие /В.А. Галатенко; под ред. академика РАН В.Б. Бетелина, 4-е изд.-М.:Интернет Университет информационных технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.-205с.
- [12] Герасименко, В.А. Защита информации в автоматизированных системах обработки данных: развитие, итоги, перспективы/В.А. Герасименко // Зарубуженая радиоэлектроника. -1993.№3.-С.3-21.
- [13] Оценка безопасности информационных технологий / А.П. Трубачев, И.А. Семичев, В. Н. Шакунов и др. - М.: СИП РИА, 2001. -388 с.:ил.
- [14] Ященко, В.В. Введение в криптографию / Под общей ред. В.В. Ященко.-СПб.: Питер, 2001. -288с.: ил
- [15] Гришина Н. В. Модель потенциального нарушителя объекта информатизации // Материалы V Международной научно-практической конференции «Информационная безопасность». — Таганрог, 2003.
- [16] Домарев В. В. Безопасность информационных технологий. Методология создания систем защиты / Киев: ООО «ТИД» «ДС», 2002.
- [17] Алексенцев А. И. Определение состава конфиденциальной информации // Справочник секретаря и офис-менеджера. — № 2, 3. — 2003.
- [18] Степанов Е. А., Корнеев И. К. Информационная безопасность и защита информации. — М., 2001.
- [19] Лепехин А. Н. Расследование преступлений против информационной безопасности. Теоретико-правовые и прикладные аспекты. М.: Тесей, 2008. — 176 с.
- [20] Лепехин А. Н. Расследование преступлений против информационной безопасности. Теоретико-правовые и прикладные аспекты. М.: Тесей, 2008. — 176 с.
- [21] Шнайер, Б. Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тексты на языке Си / Б. Шнайер – М.: ТРИУМФ, 2002. – 816 с.

REFERENCES

- [1] Korchenko O. G. Creation of systems of information security on indistinct sets [Text]: Theory and practical decisions / O. G. Korchenko. – To.: MK-Press, 2006. 320 pages
- [2] Akhmetov B. S., Korchenko A.A., Zhumangaliyeva N. K. Model of basic sizes for control of anomaly of a condition of the environment the Environment / Messenger NAN RK. 2016. No. 1.
- [3] Akhmetov B. S., Korchenko A.A., Zhumangaliyeva N. K. Basic models of reference sizes for systems of detection the MKTU Invasions / Bulletin of H.A.Yasavi. 2015. No. 4.
- [4] Use of methods of expert estimation in systems of detection of invasions / B. S. Akhmetov, A.A. Korchenko, S. T. Akhmetova, N. K. Zhumangaliyeva//a _nformats _yna of a bezpek. – 2014. – No. 3 (15); No. 4 (16). Page 34-43.
- [5] The Kazakhstan government website is cracked in revenge for torrents [An electronic resource] / TENGRINEWS.KZ//TOO "EML": [TENGRINEWS.KZ]. □Электрон. it is given. □ 2012. □ February 8. □ Access mode: WorldWideWeb. □URL: <http://tengrinews.kz/internet/kazhastanskiy-pravitelstvenniy-sayt-vzloman-otmestku-207728/>. □Загл. about a title. screen.
- [6] Korchenko O. G. Creation of systems of information security on indistinct sets [Text]: Theory and practical decisions / O. G. Korchenko. □K.: MK-Press, 2006. □ 320 pages.
- [7] Volyanska V.V.Sistema виявлення аномалій on основі the nech _tkikh of models [Text] / V. V. Volyanska, A.O. Korchenko, Є. V. Pats _ra/ZB. sciences. the ave. to a _nstitut of problems моделювання in енергетиці Ukraŝni's NAN ім. Є Pukhova. □Львів: Software "Sistemi, technologist i _nformats _yn_poslug", 2007.□ [Special випуск]. □ T.2.□ of Page 56-60.
- [8] Korchenko of O. G. Sistemi to a zakhist інформац i i [Text]: Монографія / O.G. Корченко.□ To.: NAU, 2004.□ 264 pages.
- [9] Aksen, B. A. Electronic systems of calculations in Internet: from a real show-window to virtual / B. A. Aksen//the Confidant, - 1996. - No. 6 - Page 43 - 48.
- [10] Anderson, R. UEPS - an electronic wallet of the second generation / R. Aderson//the Confidant. 1996.№ 1. Page 49-53.
- [11] Galatenko, VA. Bases of information security: manual/VA. Galatenko; under the editorship of the academician of the Russian Academy of Sciences V. B. Betelin, 4 prod. - the M.:internt University the .informatsionnykh of technologies; BINOMIAL. Laboratory of knowledge, 2008. - 205 pages.
- [12] Gerasimenko, VA. Information security in the automated systems of data processing: development, results, Gerasimenko's prospects/VA//Zarubuzhenaya radio electronics.-1993.№3. - Page 3-21.
- [13] Assessment of safety of information technologies / A.P. Trubachev, I.A. Semichev, V. N. Shakunov, etc. M.: VULTURE of RIA, 2001.-388 with I.:it.
- [14] Yashchenko, V. V. Introduction to cryptography / Under the general editorship of V. V. Yashchenko. - SPb.: St. Petersburg, 2001. - 288 pages: silt
- [15] Grishina N. V. Model of the potential violator of object of informatization//Materials V Mezhdunarod
- [16] Domarev V. V. Safety of information technologies. Methodology of creation of systems protection / Kiev: LLC TID of "DS", 2002.
- [17] Aleksentsev A. I. Definition of structure of confidential information//Reference book of the secretary and office manager. No. 2, 3. 2003.
- [18] Stepanov E. A., Korneev I. K. Information security and information security. — M., 2001.

[19] Lepyokhin A. N. Investigation of crimes against information security. Teoretiko-pravovye and applied aspects. M.: Theseus, 2008. — 176 pages.

[20] Lepyokhin A. N. Investigation of crimes against information security. Teoretiko-pravovye and applied aspects. M.: Theseus, 2008. 176 pages.

[21] Schneier, B. Applied cryptography. Protocols, algorithms, source texts in the Xi language / B. Schneier. M.: TRIUMPH, 2002. 816 pages.

АҚПАРАТТЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДЕГІ АУЫТҚЫМАЛЫҚ ЖАҒДАЙЫН АНЫҚТАУҒА НЕГІЗДЕЛГЕН ШЕШУШІ ЕРЕЖЕЛЕРДІҢ МОДЕЛІ

Б.С. Ахметов*, А.А. Корченко**, Н.К. Жуманғалиева ***

*-Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ Ұлттық Техникалық зерттеу Университет, Ақпараттық және телекоммуникациялық технологиялар институты. Алматы, bakhytzhana.akhmetov.54@mail.ru,

** - Ұлттық авиациялық университет, кафедра Ақпараттық технологиялар қауіпсіздігі, Украина, Киев annakor@ukr.net

***- Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ Ұлттық Техникалық зерттеу Университет, Ақпараттық және телекоммуникациялық технологиялар институты. Алматы, Қазақстан nazym_k81@mail.ru

Түйін сөздер: кибершабуыл, шабуылдарды анықтау жүйелері, жүйелік трафиктегі аномалия, компьютерлік жүйедегі ауытқымалы жағдайды анықтау, коньюгат жұптар жиынтығы, шешуші ережелер, сарапшы баға.

Аннотация. Ауытқымалы жағдайларды анықтауға негізделген қазіргі заманғы шабуылдардың кемшілігі – олар статистикалық мәліметтердің дайындығына көп уақыт қажет ететін математикалық модельдердің қолданылуына негізделген. Сарапшы тәсілге негізделген математикалық модельдер бұл жағынан тиімді болып табылады, бірақ олардың өз қызметтерін атқаруы үшін сәйкес шешуші ережелерді қолдану қажет. Жұмыста бұл міндетті шешу үшін шабуылдар жиынтығына: «шама: шабуылдар» және «шабуылдар: коньюгат жұптар жиынтығы» негізінде айқын емес логиканың шешуші ережелерінің моделі ұсынылды. Сонымен қатар шама бірлігі эталондарының модельдері компьютерлік желідегі кибершабуылдың белгілі бір туындатқан аномалиялық жағдайды бейнелейді. Бұл модельдің негізінде сканерлеу, спуфинг және DOS – шабуыл сияқты шабуылдар түрін анықтауға арналған ережелер үлгісі құрастырылды. Бұл ережелер компьютерлік жүйедегі шабуыл әрекеттері туғызған аномалиялық жағдайды анықтауға қолданылатын шабуылдардың шынайы жүйесін жетілдіру үшін қолданылуы мүмкін.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 101 – 109

ABOUT OF THE DISCRETE INEQUALITIES

K.B. Bapaev¹, S.S. Slamzhanova², G.B. Isaeva³¹ Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan² Zhetysay State University after I. Zhansugurov, Taldykorgan, Kazakhstan³ Caspian Public University, Taldykorgan, Kazakhstan**Keywords:** discrete inequality, subadditive property, submultiplicativity.

Abstract. In the study of the behavior of solutions of discrete dynamical systems, many problems lead us to the resolution of some type of discrete inequalities. This led us to the discretization of differential, integral, integro-differential inequalities and inequalities in the study of discrete investigations appear when discrete dynamical systems.

It is known that in the study of various properties of discrete-dynamical systems solutions (DDS), the problem is often reduced to the evaluation of functions that satisfy one or another discrete inequalities. Research Success often depends on the ability to "solve" the corresponding inequality, i.e. to obtain an estimate of functions satisfying a discrete inequality, in terms of known parameters and functions included in it. This leads to the sampling differential integral and integro - differential inequalities, which have received development howling even in fundamental works Gronuoll 1919, S.A. Chiaplygin 1932, T.Vazhevskii 1948 and other), And on the study of discrete inequalities appearing when studies of discrete dynamical systems. Theorems of discrete inequalities, as the theorem on continuous inequalities, estimates turned out to be an inexhaustible source of convenience in constructing algorithms for qualitative and quantitative analysis of real processes.

The artistic heritage of the scientists working in this field, summarized in a number of works (Ravi Agarwal 2000., B.Gr. Pachpatte 2006).

In the present work we obtained a number of new solutions of nonlinear discrete inequalities, when the right part satisfies certain conditions such as subadditive and submultiplicative.

УДК 517.849

О ДИСКРЕТНЫХ НЕРАВЕНСТВАХ

К.Б. Бапаев¹, С.С. Сламжанова², Г.Б.Исаева³¹Институт математики и математического моделирования МОН РК;²Жетысуский государственный университет им. И.Жансугурова;³Каспийский общественный университет**Ключевые слова:** дискретные неравенства, субаддитивность, субмультипликативность.

Аннотация. При изучении поведения решений дискретных динамических систем многие задачи приводят нас к разрешению того или иного типа дискретных неравенств. Это привело нас к дискретизации дифференциальных, интегральных, интегро-дифференциальных неравенств и на исследование дискретных неравенств появляющихся при исследований дискретных динамических систем.

Известно, что при исследовании различных свойств решений дискретно-динамических систем (ДДС) задача часто сводится к оценке функций, удовлетворяющих тем или иным дискретным неравенствам. Успех исследования нередко зависит от возможности «разрешить» соответствующее неравенство, т.е. получить оценку функций, удовлетворяющей дискретному неравенству, через известные параметры и функции, входящие в него. Это приводит к дискретизации дифференциальных интегральных и интегро - дифференциальных неравенств, которые получили свое развитие еще в фундаментальных трудах Гронуолла 1919г. С.А. Чаплыгина 1932 г., Т.Важевского 1948 г. и др.), и на исследование дискретных неравенств,

появляющихся при исследовании дискретных динамических систем. Теоремы о дискретных неравенствах как теоремы о непрерывных неравенствах оказались неисчерпаемым источником оценок удобных при построении алгоритмов качественного и количественного анализа реальных процессов.

Творческое наследие ученых, работающих в этой области, подытожено в ряде работ (Ravi Agarwal 2000 г., B.Gr.Pachpatte 2006 г.).

В предлагаемой работе нами получены решения нескольких новых нелинейных дискретных неравенств, когда правые части удовлетворяют определенные условия типа субаддитивности и субмультипликативности.

При изучении поведения решений дискретных динамических системах многие задачи приводят нас к решению того или иного типа дискретных неравенств. В связи с этим, начиная с 60-го года XX-века, математики обратили внимание [2, 3, 5, 6–14] на дискретизацию дифференциальных, интегральных и интегро-дифференциальных неравенств, [1,4,15,17] и на исследование дискретных неравенств появляющихся при исследовании дискретных динамических систем.

В этой работе нами получены несколько новых дискретных неравенств.

Для изложения результатов в начале приведем некоторые основные понятия и определения заимствованные из [9].

Пусть $N_0 = \{0, 1, \dots\}$, выражение $\sum_{s=0}^{n-1} f(s)$ представляет собой решение линейных дискретных уравнений вида $\Delta x(n) = f(n)$, $\forall n \in N_0$ с начальным условием $x(0) = x_0 = 0$, где Δ - разностный оператор. Здесь предполагается, что $\sum_{s=0}^{0-1} f(s) = 0$.

Выражение $\prod_{s=0}^{0-1} \varphi(s)$ представляет собой решение линейных дискретных уравнений вида $x_{n+1} = \varphi(n)x_n$, для $\forall n/n \in N_0$ с начальным условием $x_0 = 1$; здесь предполагается, что $\prod_{s=1}^{0-1} \varphi(s) = 1$.

Нам в дальнейшем понадобится следующая

Лемма 1 (Дискретный аналог неравенства Гронуолла-Беллмана).

Пусть $\omega(n)$ - положительная, монотонно-неубывающая и $x_n, f(n)$ - неотрицательная, монотонно-неубывающая, непрерывные функции для $\forall n, n \in N_0$.

Если выполняется неравенство

$$x_n \leq \omega(n) + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)x_s, \quad \forall n \in N_0 \quad (1)$$

Тогда справедливо следующее неравенство

$$x_n = \omega(n) \prod_{s=0}^{n-1} [1 + f(s)], \quad \forall n \in N_0 \quad (2)$$

доказательство приведено в [9].

В дальнейшем мы займемся различными нелинейными обобщениями леммы 1 для определенного класса функций.

Определение [15, 20]. Говорят, что функция $H : N_0 \rightarrow [0, \infty)$ из класса F (т.е. $H \in F$), если

1) $H(n)$ положительная, неубывающая, непрерывная для $\forall n/n \in N_0$;

2) $\frac{1}{v} H(n) \leq H\left(\frac{u}{v}\right)$, для $u > 1, v > 1/u, v \in N$

следующая теорема является нелинейным обобщением леммы 1.

Теорема 1. Пусть $x_n, f(n)$ и $g(n): N_o \rightarrow [0, \infty)$ непрерывные функции $\omega(n)$ положительная, монотонно-неубывающая, непрерывная функция, определенная в N_0 и $H \in F$. Если выполняется следующее неравенство

$$x_n \leq \omega(n) + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)x_s + \sum_{t=0}^s f(s)H\left(x_s + \sum_{t=0}^s g(t)H(x_t H(x_t t))\right), \quad (3)$$

тогда справедливо неравенство

$$x_n \leq \omega(n) \left[1 + \sum_{s=1}^{n-1} f(s)H\left(G^{-1}\left[G(1) + \sum_{t=0}^s (f(s) + g(s))\right]\right) \right] \quad (4)$$

Для $\forall n \in N_0$, при которых

$$G(1) \sum_{s=0}^{n-1} (f(s) + g(s)) \in \text{Dom}(G^{-1}) \quad (5)$$

где $G(s) = \int_{s_0}^{t_0} \frac{H}{H(t)} dt$, $s \geq s_0 > 0$.

Доказательство. Поскольку $\omega(n)$ положительная, монотонно-неубывающая функция и $H \in F$, то (3) можно переписать в виде

$$\frac{x_n}{\omega(n)} \leq 1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)H\left(\frac{x_s}{\omega(n)} + \sum_{t=0}^s g(t)H\left(\frac{x_t}{\omega(n)}\right)\right) \quad (6)$$

Обозначим правую часть (6) через u_n ; Тогда $\Delta u_n = f(n)H\left(\frac{x_n}{\omega(n)} + \sum_{t=0}^{n-1} g(t)H\left(\frac{x_t}{\omega(t)}\right)\right)$,

$u(0)=1$ из которого вытекает

$$\Delta u_n \leq f(n)H\left(u_n + \sum_{t=0}^{n-1} g(t)H(u_n)\right) \quad (7)$$

Полагая

$$V_n = u_n + \sum_{t=0}^{n-1} g(t)H(u_t), \quad V_0 = 0 \quad (8)$$

и учитывая, что $u_n \leq V_n$, получим $\Delta V_n = \Delta u_n + g(n)H(u_n) \leq (f(n) + g(n))H(V_n)$. Деля обе части последнего на $H(V_n)$, учитывая неравенство

$$G(V_{n+1}) - G(V_n) = \int_{V_n}^{V_{n+1}} \frac{ds}{H(s)} \leq \frac{\Delta V_n}{H(V_n)} \text{ и суммируя полученное неравенство по } n \text{ от } 0$$

по $n-1$.

Имеем

$$G(V_n) - G(V_0) \leq \sum_{s=0}^{n-1} (f(s) + g(s))$$

или

$$v_n \leq G^{-1}\left(G(1) + \sum_{s=0}^{n-1} (f(s) + g(s))\right) \quad (9)$$

Тогда из (6), (7) и (8) получим

$$\Delta u_n \leq f(n)H\left(G^{-1}\left[G(1) + \sum_{s=0}^{n-1}[f(s) + g(s)]\right]\right). \quad (10)$$

Суммируя обе части (10) по n от 0 по $n-1$ и подставляя его в (6), получим неравенство (4).

Теорема 2. Пусть $x_n, f(n), g(n)$ и $h(n) : N_0 \rightarrow [0, \infty)$ непрерывные функции, $H \in F$ и пусть $W(r)$ положительная, непрерывная субмультипликативная [13], по монотонно-неубывающая функция для $\forall r / r \geq 0, r \in N_0$. Если выполняется неравенства

$$x_n \leq x_0 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)H\left(x_n + \sum_{t=0}^s g(t)H(x_t)\right) + \sum_{s=0}^{n-1} h(s)W(x_s) \quad (11)$$

для $\forall n / n \in N_0$, где $x_0 = \text{const} > 0$, тогда справедливо неравенство

$$\begin{aligned} x_n &\leq \Omega^{-1}\left[\Omega(x_0) + \sum_{s=0}^{n-1} h(s)W\left(1 + \sum_{s=0}^s f(t)H\left(G^{-1}\left[G(1) + \sum_{\tau=0}^t (f(\tau) + g(\tau))\right]\right)\right)\right] \\ &\times \left[1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)H\left(G_\tau^{-1}\left[G_\tau(1) + \sum_{\tau=0}^s (f(s) + g(t))\right]\right)\right] \end{aligned} \quad (12)$$

для $\forall n / n \in N_0$, при которых $G(1) + \sum_{t=0}^{n-1} (f(t) + g(t)) \in \text{Dom}(G^{-1})$ и

$$\Omega(x_0) + \sum_{s=0}^{n-1} h(s)W\left(1 + \sum_{t=0}^s f(t)H(G^{-1})\right)\left[G(1) + \sum_{\tau=0}^t (f(\tau) + g(\tau))\right] \in \text{Dom}(\Omega^{-1})$$

Здесь G – функция, определенная в теореме 1, а Ω определяется из равенства

$$\Omega(\tau) = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{ds}{W(s)}, \quad r \geq r_0 > 0. \quad (13)$$

Доказательство. Полагая $\omega(n) = x_0 + \sum_{s=0}^{n-1} h(s)W(x_s)$, $\omega(0) = x_0$ перепишем (11) в виде

$$x_n \leq \omega(n) + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)H\left(x_s + \sum_{t=0}^s g(t)H(x_t)\right) \quad (14)$$

тогда, учитывая, что $\omega(n)$, H удовлетворяют условиям теоремы 1 и применяя к (14) теорему 1, получим

$$x_n \leq \omega(n)\left[1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)H\left(G^{-1}\left[G(1) + \sum_{t=0}^s (f(t) + g(t))\right]\right)\right] \quad (15)$$

Отсюда по субмультипликативности функций W мы имеем

$$W(x_n) \leq W(\omega(n))W\left[1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)H\left(G^{-1}\left[G(1) + \sum_{t=0}^s (f(t) + g(t))\right]\right)\right]$$

или:

$$\frac{h(n)W(x_n)}{W(\omega(n))} \leq h(n)W\left(1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)H\left(G(1) + \sum_{t=0}^s (f(t) + g(t))\right)\right) \quad (16)$$

Теперь учитывая неравенство

$$\Omega(\omega(n+1)) - \Omega(\omega(n)) = \int_{\omega(n)}^{\omega(n+1)} \frac{ds}{W(s)} \leq \frac{h(n)W(x_n)}{W(\omega(n))}$$

(16) можно переписать в виде

$$\Omega(\omega(n+1)) - \Omega(\omega(n)) \leq h(n)W \left(1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)H \left(G^{-1} \left[G(1) + \sum_{t=0}^s (f(t) + g(t)) \right] \right) \right)$$

из которого после суммирования по n - от 0 по $n-1$ вытекает неравенство

$$\omega(n) \leq \Omega^{-1} \left[\Omega(x_0) + \sum_{s=0}^{n-1} h(s)W \left(1 + \sum_{\tau=0}^s (f(\tau) + g(\tau)) \right) \right]$$

подставляя это значение $\omega(n)$ в (15) получим (12) тем самым теорема доказана.

Теорема 3. Пусть x_n , $f(n)$, $g(n)$ и $\omega(n)$ удовлетворяют условиям теоремы 1 и пусть $H(n)$ положительная, непрерывная, монотонно-неубывающая субаддитивная [13], субмультипликативная функция для $\forall n / n \in N_0$, $H(0)=0$ и H^{-1} обратная функция к H .

Если выполняется неравенство

$$x_n \leq \omega(n) + H^{-1} \left[\sum_{s=0}^{n-1} f(s)H(x_s) + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \left(\sum_{t=0}^s g(t)H(x_t) \right) \right] \quad (18)$$

для $\forall n / n \in N_0$, тогда справедливо неравенство:

$$x_n \leq \omega(n) + H^{-1} \left[1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \prod_{t=0}^s [1 + f(t) + g(t)] \right] \quad (19)$$

$\forall n / n \in N_0$ при которых

$$1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \prod_{t=0}^s [1 + f(t) + g(t)] \in \text{Dom}(H^{-1}).$$

Доказательство. Поскольку H - субаддитивная, субмультипликативная, то (18) можно переписать в виде

$$H(x_n) \leq H(\omega(n)) + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)H(x_s) + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \left(\sum_{t=0}^s g(t)H(x_t) \right) \quad (20)$$

Учитывая свойства $\omega(n)$ и H из (20), имеем

$$\frac{H(x_n)}{H(\omega(n))} \leq 1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \frac{H(x_s)}{H(\omega(s))} + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \sum_{t=0}^s g(t) \frac{H(x_t)}{H(\omega(t))} \quad (21)$$

Теперь правую часть (21) обозначим через $u(n)$.

Тогда $\Delta u_n = f(n) \left[\frac{H(x_n)}{H(\omega(n))} + \sum_{s=0}^{n-1} g(s) \frac{H(x_s)}{H(\omega(s))} \right]$, $u(n)=u$ из этого равенства вытекает

$$\Delta u_n \leq f(n) \left[u_n + \sum_{t=0}^{n-1} g(t)u(t) \right] \quad (22)$$

Полагая

$$V(n) = u(n) + \sum_{\tau=0}^{n-1} g(\tau)u(\tau), \quad V(0) = 1 \quad (23)$$

из неравенства (22) и $u(n) \leq V(n)$ получим $\Delta V(n) \leq (f(n) + g(n))V(n)$ из чего следует справедливость неравенства

$$V(n) \leq \prod_{t=0}^{n-1} [1 + f(t) + g(t)] \quad (24)$$

учитывая (21), подставляя (24) в (22) и суммирую (по n от 0 по $n-1$) полученные при этом неравенства, мы приходим к

$$u(n) \leq 1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \prod_{t=0}^s [1 + f(t) + g(t)]$$

подставляя это значение $u(n)$ в (21) и переходя обратно к H^{-1} , убеждаемся в справедливости теоремы.

Теорема 4. Пусть x_n , $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ и $\omega(n)$ функции, определенные по условиям теоремы 2 и H, H^{-1} по условиям теоремы 3.

Если выполняется неравенство

$$x_n \leq x_0 + H^{-1} \left[\sum_{s=0}^{n-1} f(s) H(x_s) + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \left(\sum_{t=0}^s g(t) H(x_t) \right) \right] + \sum_{s=0}^{n-1} h(s) \omega(x_s), \quad n/n \in N_0 \quad (25)$$

где $x_0 = \text{const} > 0$ тогда справедливо неравенство

$$x_n \leq \Omega^{-1} \left[\Omega(x_0) + \sum_{s=0}^{n-1} h(s) W(H^{-1}) \left(1 + \sum_{t=0}^s f(t) \prod_{\varepsilon=0}^t [1 + f(t) + g(t)] \right) \right] \times \\ \times H^{-1} \left[1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \prod_{\varepsilon=0}^s [1 + f(t) + g(t)] \right] \quad (26)$$

для $n/n \in N_0$, при которых

$$1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \prod_{t=0}^s [1 + f(t) + g(t)] \text{Dom}(H^{-1}) \\ \Omega(x_0) + \sum_{s=0}^{n-1} h(s) W \left(H^{-1} \left[1 + \sum_{t=0}^s f(t) \prod_{\tau=0}^t [1 + f(\tau) + g(\tau)] \right] \right) \text{Dom}(\Omega^{-1})$$

здесь Ω определяется по (13), а Ω^{-1} обратная к Ω .

Это теорема доказывается точно также как теорема 2, при этом используется некоторые аргументы теоремы 3.

Теорема 5. Пусть x_n , $f(n)$, и $\omega(n)$ функции удовлетворяющие условию Леммы 1, и пусть $H \in F$.

Если выполняется неравенство

$$x_n \leq \omega(n) + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \left(x_s + \sum_{t=0}^s f(t) \sum_{\tau=0}^t f(\tau) H(x_\tau) \right), \quad \forall n \in N_0 \quad (27)$$

$\forall n/n \in N_0$, то справедливо неравенство

$$x_n \leq \omega(n) \left[1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \left(1 + \sum_{t=0}^s f(t) G(1) + \sum_{\tau=0}^t f(\tau) \right) \right], \quad \forall n \in N \quad (28)$$

для $\forall n/n \in N_0$, при которых

$$G(1) + \sum_{\tau=0}^{n-1} f(\tau) \in \text{Dom}(G^{-1}); \quad (29)$$

здесь $G(r) = \int_{\tau_0}^r \frac{ds}{s + H(s)}$, $r \geq r_0 > 0$.

Доказательство. Поскольку $\omega(n)$ положительная, монотонно не убывающая, то (27) можно переписать в виде

$$\frac{x_n}{\omega(n)} \leq 1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \left(\frac{x_s}{\omega(n)} + \sum_{t=0}^s f(t) \sum_{\tau=0}^t f(\tau) H\left(\frac{x_\tau}{\omega(\tau)}\right) \right) \quad (30)$$

Обозначим правые части неравенства через $u(n)$; Тогда

$$\Delta u(n) = f(n) \left(\frac{x_n}{\omega(n)} + \sum_{t=0}^{n-1} f(t) \sum_{\tau=0}^t f(\tau) H\left(\frac{x_\tau}{\omega(\tau)}\right) \right); \quad u(0) = 1$$

Из которого вытекает

$$\Delta u(n) \leq f(n) \left(u(n) + \sum_{t=0}^{n-1} f(t) \sum_{\tau=0}^t f(\tau) H(u(\tau)) \right) \quad (31)$$

Пологая, что

$$V(n) = u(n) + \sum_{t=0}^{n-1} f(t) \sum_{\tau=0}^t f(\tau) H(x_\tau); \quad V(0) = 1$$

Из неравенств (31) и $u(n) \leq V(n)$ получим

$$\Delta u(n) \leq f(n) \left(u(n) + \sum_{\tau=0}^{n-1} f(\tau) H(u(\tau)) \right) \quad (32)$$

Обозначим далее

$$z_n = V(n) + \sum_{\tau=1}^{n-1} f(\tau) V(\tau); \quad z_0 = 1$$

тогда учитывая неравенство (32) и $z_n \geq V(n)$

Имеем: $\Delta z_n \leq f(n)[z_n + H(z_n)]$

Деля обе части последнего неравенства на $z_n + H(z_n)$ и учитывая неравенства на $z_n + H(z_n)$ и учитывая неравенства

$$G(z_{n+1}) - G(z_n) = \int_{z_n}^{z_{n+1}} \frac{dS}{S + H(S)} \leq \frac{\Delta z_n}{z_n + H(z_n)},$$

получим

$$z_n \leq G^{-1} \left[G(1) + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) \right] \text{ или } G(z_{n+1}) - G(z_n) \leq f(n) \quad (33)$$

Подставляя (33) в (32) и суммируя его по n - от 0 по $n-1$ для $V(n)$ имеем

$$V(n) \leq 1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s) G^{-1} \left[G(1) + \sum_{t=0}^s f(t) \right]$$

подставляя последнее в (31) и суммируя его по n от 0 по $n-1$. Получим оценку для значения $u(n)$. Подставляя эту оценку в (30) и умножая обе части полученного неравенства на $w(n)$, убедимся в справедливости неравенства (28).

Теорема 6. Пусть $x_n, f(n), g(n)$ функции, удовлетворяющие условиям теоремы 1 - $H \in F$, W -функция, определенная в теореме 2. Если выполняется неравенство

$$x_n \leq x_0 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)(x_s + \sum_{t=0}^s f(t)(\sum_{\tau=0}^t f(\tau)H(x_\tau))) + \sum_{s=0}^{n-1} g(s)W(x_s), \quad \forall n \in N_0 \quad (34)$$

где $x_0 = \text{const} > 0$, то справедливо неравенство:

$$x_n \leq \Omega^{-1} \left[\Omega(x_0) + \sum_{s=0}^{n-1} g(s)W(1 + \sum_{t=0}^s f(t)(1 + \sum_{\tau=0}^t f(\tau)G^{-1} \left[G(1) + \sum_{k=0}^t f(k) \right])) \right] \times \\ \left[1 + \sum_{s=0}^{n-1} f(s)(1 + \sum_{\tau=0}^s f(\tau)G^{-1} \left[G(\tau) + \sum_{\tau=0}^t f(\tau) \right]) \right] \quad (35)$$

для $\forall n \in N_0$, при которых

$$G(1) + \sum_{k=0}^{n-1} f(k) \in \text{Dom}(G^{-1})$$

$$\Omega(x_0) + \sum_{s=0}^{n-1} g(s)W(1 + \sum_{\tau=0}^t f(\tau)G^{-1} \left[G(1) + \sum_{k=0}^t f(k) \right]) \in \text{Dom}(\Omega^{-1})$$

где G и G^{-1} функций, определенные в теореме 5, а Ω определяется по (13). Доказательство аналогично доказательству теоремы 5.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Беллман Р., Кук К. Неравенства. М. Мир. 1967.
- [2] Быков Я. В., Линенко В.Г. // Дифференциальные уравнения. 1973. Т.9, № 12. С. 349-354.
- [3] Мартынюк Д.И. Лекции по качественной теории разностных уравнений. Киев: Наукова Думка. 1979. 270с.
- [4] Мартынюк А.А., Готовский Р.Г. Интегральные неравенства и устойчивость движения Киев, Наукова Думка. 1979, 270с.
- [5] Miller S.K. Linear difference equations. N.W. Amsterdam 1968.
- [6] Pachpatte B.G. One same discrete inequalities and their applications to a class at sum difference equation. An Sti Univ. Iasi sec. A.t. 24, № 2.1978.
- [7] Pachpatte B.G. Finite difference inequalities and discrete time control systems // Indian T. Pure and Appl. Math. 1978. Vol.9. №12. P.1282-1290.
- [8] Pachpatte B.G. One same new integral inequality and there discrete analogues // Indian T. Pure and Appl. Math. 1977. Vol.8. № 9. P.285-290.
- [9] Банаев К.Б. СБДУ Алма-Ата. 1981. С. 17-26.
- [10] Банаев К.Б. СБДУ Алма-Ата. 1987 стр 5-12.
- [11] Банаев К.Б. Univ Annual (Applied mathematics vol 18 Back 3) Sofia, Bolgarya. 1982 y P.91-100.
- [12] Банаев К.Б. О некоторых дискретных неравенствах ДУ // В кн.: ДУ и их приложения. Алма-Ата. 1981. С. 11-22.
- [13] Банаев К.Б. О некоторых нелинейных дискретных неравенствах // Тезисы докладов IV- ой Всесоюзного Четаевской конференции по устойчивости движ. аналитической механики управ. движ. Иркутск 1982 г. 43 с.
- [14] Банаев К.Б. Об одном линейном дискретном неравенстве // В кн.: ДУ и их приложения. Алма- Ата. 1985. С. 14-23.
- [15] Pachpatte B.G. Inequalities for differential and integral equations. Acad Press. New York 1998.
- [16] Pachpatte B.G. One same fundamental finite difference inequalities // Famkang J. Math. 2001. Vol. 32. p 217-223.
- [17] Lipovan O.A. A retarded integral inequality and its applications I. // Math. Anal. Appl. 2003. Vol. 285. p. 436-443.
- [18] Agarwal R.P. Difference equations and inequalities. Mareel DekkerIns. New York. 1992.
- [19] Becksack P.R. Gronwall inequalities. Springer-Verlag. Berlin New York 1965.
- [20] Pachpatte B.G. Integral inequalities Bihari type. // Math Inequal. Appl. (2002. Vol. 5. P. 649-657.

REFERENCES

- [1] Bellman R., Kuk K. Neravenstva. M. Mir. 1967.
- [2] Bykov Ja. V., Linenko V.G. // Differencial'nye uravnenija. 1973. T.9, № 12. S. 349-354.
- [3] Martynjuk D.I. Lekcii po kachestvennoj teorii raznostnyh uravnenij. Kiev: Naukova Dumka. 1979. 270s.

- [4] Martynjuk A.A., Gutovskij R.G. Integral'nye neravenstva i ustojchivost' dvizhenija Kiev, Naukova Dumka. 1979, 270s.
- [5] Miller S.K. Linear difference equations. N.W. Amsterdam 1968.
- [6] Pachpatte B.G. One same discrete inequalities and their applications to a class at sum difference equation. An Sti Univ. Iasi sec. A.t. 24, № 2.1978.
- [7] Pachpatte B.G. Finite difference inequalities and discrete time control systems // Indian T. Pure and Appl. Math. 1978. Vol.9. №12. P.1282-1290.
- [8] Pachpatte B.G. One same new integral inequality and there discrete analogues // Indian T. Pure and Appl. Math. 1977. Vol.8. № 9. P.285-290.
- [9] Bapaev K.B. SBDU Alma-Ata. 1981. S. 17-26.
- [10] Bapaev K.B. SB DU Alma-Ata. 1987 str 5-12.
- [11] Bapaev K.B. Univ Annual (Applied mathematics vol 18 Back 3) Sofya, Bolgarya. 1982 y P.91-100.
- [12] Bapaev K.B. O nekotoryh diskretnyh neravenstvah DU // B kn.: DU i ih prilozhenija. Alma-Ata. 1981. S. 11-22.
- [13] Bapaev K.B. O nekotoryh nelinejnyh diskretnyh neravenstvah // Tezisy dokladov IV- oj Vsesojuznogo Chetaevskoj konferencii po ustojchivosti dvizh. analiticheskoy mehaniki uprav. dvizh. Irkutsk 1982 g. 43 s.
- [14] Bapaev K.B. Ob odnom linejnom diskretnom neravenstve // B kn.: DU i ih prilozhenija. Alma- Ata. 1985. C. 14-23.
- [15] Pachpatte B.G. Inequalities for differential and integral equations. Acad Press. New York 1998.
- [16] Pachpatte B.G. One same fundamental finite difference inequalities // Famkang J. Math. 2001. Vol. 32. p 217-223.
- [17] Lipovan O.A. A retarded integral inequality and its applications I. // Math. Anal. Appl. 2003. Vol. 285. p. 436-443.
- [18] Agarwal R.P. Difference equations and inequalities. Mareel DekkerIns. New York. 1992.
- [19] Becksack P.R. Gronwall inequalities. Springer-Verlag. Berlin New York 1965.
- [20] Pachpatte B.G. Integral inequalities Bihari type. // Math Inequal. Appl. (2002). Vol. 5. P. 649-657.

ДИСКРЕТТИ ТЕҢСІЗДІКТЕР ТУРАЛЫ

К.Б. Бапаев¹, С.С. Сламжанова², Г.Б. Исаева³

¹ҚР БҒМ Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан;

²І.Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған, Қазақстан;

³Каспий қоғамдық университеті, Талдықорған, Қазақстан

Түйін сөздер: дискретті теңсіздіктер, субаддитивтік, субмультипликативтік.

Аннотация. Дискретті динамикалық жүйелер шешімдерінің қозғалысын зерттеуде көбінесе әртүрлі дискретті теңсіздіктер шешуге алып келеді. Бұл дифференциалдық, интегралдық, интегро-дифференциалдық теңсіздіктерге және дискретті динамикалық жүйелерді зерттеуде пайда болатын дискретті теңсіздіктерге алып келеді. Дискретті-динамикалық жүйелерінің әртүрлі қасиеттерін зерттегенде мәселе белгілі бір дискретті теңсіздіктерді қанағаттандыратын функцияларды бағалауға келтірілетіндігі белгілі. Сондықтанда зерттеу жетістігі дискретті теңсіздіктерді шешу болып есептелінеді. Міне осы қағида дискретті динамикалық жүйелерді зерттеушілерді дифференциалдық интегралдық және интегралды-дифференциалдық теңсіздіктерді (ол өздерінің дамуын Гронуолл 1919 ж., Чаплин С.А. 1932 ж., Т.Важевский 1948 ж. т.б. іргелі жұмыстарынан бастау алады) дескреттеу және дискретті динамикалық жүйелерді зерттеу барысында пайда болған теңсіздіктерді шешуге алып келді.

Дискретті теңсіздіктер жайындағы теоремалар үздіксіз теңсіздіктер жайындағы теоремалар сияқты ұшы-қиырсыз сандықтарда ол нақты үрдістердің сандық және сапалық алгоритмдерді жасағанда ыңғайлы бағалаулардың қайнар көзі болып есептелінеді.

Бұл салада жұмыс жасайтын ғалымдардың мұралары бірқатар (Ravi Agarwal 2000 ж., B.Gr.Pachpatte 2006 ж.) кітаптарда сараланым түйдектелінді.

Біз ұсынып отырған бұл жұмыста оң жағы субаддитивты және субмультипликативты функциялардан тұратын сызықты емес жаңа бірнеше теңсіздіктер шешілді.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 110 – 116

UDC 539.1.52

INVESTIGATION OF EAS PARTICLES INTERACTION AT EXTREMELY HIGH ENERGIES AT ALTITUDE OF 3340 M. A.S.L.

E.G. Boos¹, A.M. Almenova¹, V.V. Zhukov², T.Kh. Sadykov¹,
A. Stepanov², Y.M. Tautayev¹

¹Institute of Physics & Technology, Almaty,

²P.N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Russia, Moscow
aidana_alm@mail.ru

Keywords: Collider, air shower, hadron, cosmic rays, oscillogram, scintillation detectors.

Abstract. The purpose of this paper is to consider a new approach of estimating a primary energy of the giant air shower based on the radio-frequency radiation of electrons and positrons in the Earth's magnetic field. The advantages of the registration of the cosmic radio-frequency radiation in comparison with other methods are relative cheapness, simplicity of exploitation of the radio aeriels and independence of the radio registration of the giant air shower from the time of day and weather conditions.

УДК 539.1.52

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЧАСТИЦ КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ МЕТОДОМ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ НА ВЫСОТЕ 3340 МЕТРОВ НАД УРОВНЕМ МОРЯ

Э.Г. Боос¹, А.М. Альменова¹, В.В. Жуков², Т.Х. Садыков¹,
А. Степанов², Е.М. Таутаев¹

¹Физико-технический институт, Алматы,

²Физический институт имени П. Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

Ключевые слова: коллайдер, широкий атмосферный ливень, Адрон, космические лучи, осциллограмма, сцинтилляционные детекторы.

Аннотация. В работе рассматривается новая методика оценки первичной энергии широких атмосферных ливней на основе радиоизлучения электронов и позитронов в магнитном поле земли. К числу преимуществ регистрации радиоизлучения космических лучей в сравнении с другими методами можно отнести относительную дешевизну и простоту эксплуатации радиоантенн, а также независимость радиорегистрации ШАЛ от времени суток и погодных условий.

Введение. Вся современная физика элементарных частиц выросла из физики космических лучей. Интерес к исследованиям космических лучей сверхвысоких энергий продиктован и тем обстоятельством, что в области энергий больше 10^{15} эВ обнаружен ряд эффектов, которые не объясняются в рамках Стандартной модели. С открытием гравитационных волн резко возросла роль астрофизики космических лучей, что связано с возможностью уточнить происхождение

космических частиц сверхвысоких энергий. Обнаруженные в космических лучах в последние годы необычные феномены можно объяснить появлением новых частиц либо новых механизмов взаимодействия. Перечислим основные эффекты, которые не укладываются в рамки Стандартной модели и появляются в области энергий больше 10^{15} эВ: проблема излома энергетического спектра в области энергий $3 \cdot 10^{15}$ эВ; обрезание спектра первичного космического излучения при $E_0 \cdot 10^{19}$ эВ; события типа бинокуляр – двухструйные события с аномально большим поперечным импульсом; события с “гало”, которое обеспечивается плотностью потока энергии ~ 20 ТэВ/мм²; выстроенность вторичных частиц проявляющееся, как следы наиболее энергичных гамма-квантов или адронов вдоль прямой линии; длиннопробежные частицы проявляются как проникающие частицы, поглощение которых, заметно отличается от экспоненциальной зависимости.

Необходимо отметить, что обнаруженные аномальные события: выстроенность гамма-семейств, эксперимент на Памире [1] и двухструйные события, эксперимент на Тянь-Шане [2] подтвердили через 40 лет в экспериментах на Большом Адронном Колайдере (LHC) в ЦЕРНе [3,4].

Таким образом, в настоящее время в космических лучах при энергиях выше 10^{15} эВ наблюдается определенное число явлений в основном в области ствола (центра) широких атмосферных ливней (ШАЛ), не укладывающихся в рамках Стандартной модели при расчете ядерно-каскадного процесса в атмосфере. Возможно, что в потоке космических лучей при энергии выше 10^{15} эВ могут присутствовать необычные частицы, которые являются первопричиной наблюдаемых аномальных явлений в экспериментах с космическим излучением и которые из-за своих свойств не наблюдаются в экспериментах на ускорителях.

Поиск “новой физики” за пределами Стандартной модели, которая, как предполагают теоретики должна существовать при очень высоких энергиях, является одним из основных направлений исследований на самых мощных из существующих ускорителях-коллайдерах (RHIC и LHC), где изучаются взаимодействия частиц в составе встречных пучков, летящих внутри вакуумной трубы. Многие из экспериментов, проводимых и планируемых на этих коллайдерах (CASTOR/CMS, LHCf, ALICE ZDCs и др.), нацелены на проверку и детальное изучение обнаруженных в космических лучах новых явлений и процессов. Эксперименты с космическими лучами позволяют изучать частицы, рождающиеся при преимущественно высоких энергиях. Таким образом, данные экспериментов с космическими лучами являются дополнительными по отношению к коллайдерным экспериментам и имеют огромное значение для построения всеобъемлющей картины о возможном изменении характера взаимодействий при сверхвысоких энергиях. В связи с этим возрастает значение экспериментов с космическими лучами. Успешно развивается эксперимент на Тибете на высоте 4000 метров над ур. моря [5], продолжается создание установки в Аргентине площадью более 5000 квадратных километров [6], где детекторы установлены в шахматном порядке. Увеличение площади установок диктуется исследованием частиц космического излучения со сверхвысокими энергиями 10^{18} эВ и выше.

В последнее время широко развивается новая методика оценки первичной энергии ШАЛ на основе радиоизлучения электронов и позитронов в магнитном поле земли. В настоящее время в мире работают две установки, нацеленные на изучение ШАЛ: CODALEMA во Франции в диапазоне частот 30–65 МГц [7] и LOPES в Германии в диапазоне 40–80 МГц [8]. По данным обоих экспериментов нижний порог регистрации радиоимпульсов от ШАЛ в диапазоне 10–100 МГц составляет $\sim 5 \cdot 10^{16}$ эВ.

К числу преимуществ регистрации радиоизлучения КЛ в сравнении с другими методами можно отнести относительную дешевизну и простоту эксплуатации радиоантенн, а также независимость радиорегистрации ШАЛ от времени суток и погодных условий, существенных для оптических излучений (ясные безлунные ночи составляют всего 10% астрономического времени). Известно также, что при регистрации оптического излучения Вавилова–Черенкова ШАЛ одним из источников неопределенности восстановления параметров ливня являются флуктуации величины коэффициента преломления земной атмосферы. В случае радиоизлучения на частотах < 100 МГц этими флуктуациями можно пренебречь, поскольку соответствующие ошибки значительно меньше ошибок измерения поля радиоизлучения [7]. Возобновление экспериментальных работ [7, 8] стимулировали также и теоретические исследования радиоизлучения атмосферных ливней, что позволило выбрать наиболее эффективные радиочастоты регистрации ШАЛ [9].

Описание установки по регистрации широких атмосферных ливней

На экспериментальной площадке Евразийского высокогорного научного центра космических лучей (ЕВНЦКЛ), расположенном вблизи Алматы на высоте 3340 метров над уровнем моря, создана установка для исследования ШАЛ. Установка предназначена для исследования энергетического спектра, ядерного состава и направлений прихода первичного космического излучения при энергиях $E_0 > 10^{16}$ эВ, а также взаимодействий первичного космического излучения с ядрами атомов воздуха при энергиях $E_0 > 10^{17}$ эВ, посредством регистрации с наносекундными точностями временной структуры ШАЛ на различных расстояниях от оси ливня.

Установка состоит из семи пунктов регистрации, координаты которых приведены в таблице.

№ пункта	X, м	Y, м	Z, м	R, м
1	0	0	0	–
2	– 445.9	–85.6	2.8	454.0
3	384.9	79.5	36.1	393.0
4	– 55.0	– 94.0	31.1	113.3
5	– 142.4	36.9	–12.6	147.6
6	151.2	– 17.9	31.3	155.4
7	88.6	178.4	–39.0	194.2

За центр установки принят геодезический репер, расположенный в пункте 1 на высоте 3346 м над уровнем моря и имеющий географические координаты $43^{\circ}15'$ северной широты, $76^{\circ}57'$ восточной долготы. Начало системы координат установки находится в центре установки, ось X направлена на север, ось Z – вертикально вверх.

Сцинтилляционные детекторы установки. В каждом пункте регистрации размещено по три СЦ-детектора под углом 90° друг к другу. Это обеспечивает угловую изотропию регистрации заряженных частиц в диапазоне зенитных углов от 0 до 90° и азимутальных углов от 0 до 360° .

В каждом СЦ-детекторе используется пластический сцинтиллятор из полистирола площадью 1 м^2 , толщиной 5 см. Вспышки света в сцинтилляторе регистрируются фотоэлектронным умножителем ФЭУ-65. Положение фронта импульса регистрируется с точностью не хуже 5 нс, ширина импульса на полувысоте амплитуды регистрируется с точностью не хуже 10 нс.

Оптическая система установки. В центре установки расположена оптическая установка для регистрации излучения Вавилова-Черенкова при прохождении ШАЛ. Оптическая часть установки содержит три параболических зеркала диаметром 150 см и фокусным расстоянием 65 см. В центре зеркал имеется заводская метка в виде креста, которая используется при юстировке. Зеркала смонтированы на поворотном устройстве. Поворотное устройство обеспечивает возможность направлять оси зеркал в пределах зенитных углов от 0° до 85° и азимутальных углов от 0 до 360° . В результате проведенной юстировки было определено положение поворотного устройства, которое соответствует нулю шкалы зенитных углов. В этом положении поворотного устройства оси зеркал направлены вертикально. Оси зеркал параллельны друг другу с точностью $\pm 0.2^{\circ}$. Юстировка каждого зеркала состояла в нахождении местоположения точки фокуса и размещении в этой точке центра входного окна фотоэлектронного умножителя ФЭУ-49Б. Диаметр фотоэлектронного умножителя ФЭУ-49Б равен 15 см. При фокусном расстоянии зеркала равном 65 см это угол видения зеркала 13° . Параметры ШАЛ определяются посредством измерения временных характеристик заряженных частиц и излучения Вавилова-Черенкова в каждом ливне с наносекундными точностями на различных расстояниях от оси ливня.

Радиоантенна для регистрации ШАЛ. Радиоизлучение ШАЛ имеет достаточно широкий частотный диапазон: от нескольких герц до сотен мегагерц, что позволяет выбрать наиболее приемлемую область частоты, сведя к минимуму влияние техногенных помех. Как наиболее удачный был выбран диапазон 40 - 80 МГц [9]. Была создана кросс-поляризованная аперийодическая рамочная антенна диаметром 60 см., типа SALLA. Эта антенна имеет по

сравнению с дипольными и другими стандартными антеннами самые низкие погрешности калибровки, вес, затраты материала и время изготовления, наименьший размер, и высокую надежность. Она имеет хороший охват неба по величине зенитных углов до 70° .

Обрезание шумового спектра производится полосовым фильтром с усилителем с коэффициентом усиления 37 дБ. В качестве регистратора аналоговых импульсов, приходящих на антенну, используется двухканальный цифровой осциллограф с 8-битным аналого-цифровым преобразователем. Данная конструкция была выбрана как наиболее простая в изготовлении, эффективная в изучаемой области и позволяющая быстро построить на ее базе недорогую станцию регистрации космических лучей с энергией выше $5 \cdot 10^{17}$ эВ см. рис.1. Диаграмма направленности антенны для вертикальной плоскости и частоты 50 МГц показана на рис.3. Антенна расположена параллельно указанной плоскости.

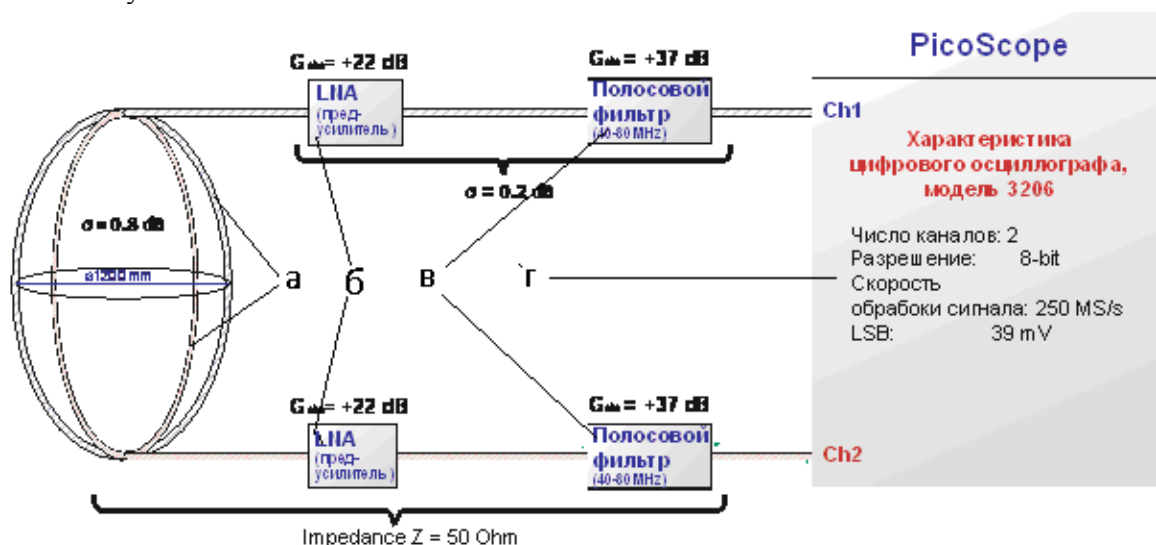


Рисунок 1 – Схема электроники для регистрации радиоизлучения ШАЛ.

- а) две дипольные антенны диаметром 1200 мм, б) предусилители, в) полосовой фильтр-усилитель, г) двухканальный цифровой PCI осциллограф PicoScope 3206.

Система управления и регистрации установки. Сцинтилляционные детекторы, расположенные в пунктах регистрации 1–7, представляют собой пластиковые сцинтилляторы размером $100 \times 100 \times 5$ см с фотоэлектронными умножителями ФЭУ-49, заключенными в светонепроницаемый корпус. Расстояние между центром установки (пункт 1) и периферийными пунктами составляет от 110 до 460 м, что позволяет регистрировать ШАЛ с энергиями первичных частиц от 10^{14} до $5 \cdot 10^{17}$ эВ. В перспективе предполагается включить в состав установки три дополнительных пункта 8–10, расположенных на расстояниях от 450 до 800 м; это расширит диапазон регистрации по энергиям ШАЛ до $5 \cdot 10^{18}$ эВ.

Сигнал с анода ФЭУ каждого из детекторов СЦ1–СЦ8 подается на вход АЦП CAEN DT5730, см. рис.3. Частота оцифровки 500 МГц позволяет восстанавливать ось ливня с точностью не хуже 0.5° . Одновременно с этим сигнал подается на вход усилителя-формирователя со следящим порогом, формирующего по переднему фронту сигнала ФЭУ прямоугольный импульс малой длительности.

С формирователя со следящим порогом (ФСП) импульсы подаются на вход формирователя триггерного сигнала (мастер-блок). Первый импульс, пришедший в мастер-блок, открывает временные ворота длительностью 800 нс. Триггер формируется при условии, что за время, когда временные ворота открыты, в мастер-блок придет заранее заданное число импульсов. Число это, от 1 до 7, определяется нижним порогом регистрируемой энергии ливня. Упрощенно это можно представить как схему совпадения (от двукратных до восьмикратных), но совпадений не

одновременных, а растянутых на длительность временных ворот. Временная диаграмма работы мастер-блока для четырехкратного совпадения приведена на рис. 3.

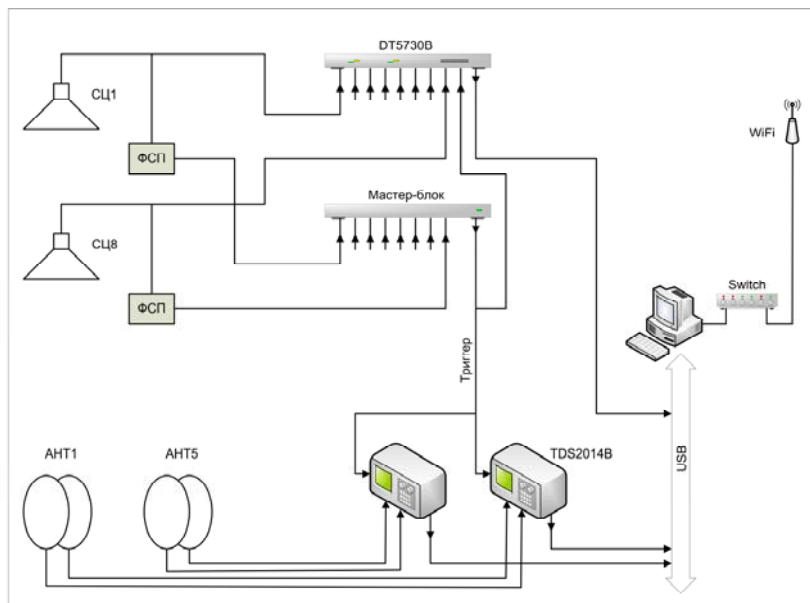


Рисунок 2 – Система регистрации установки «Горизонт-Т»

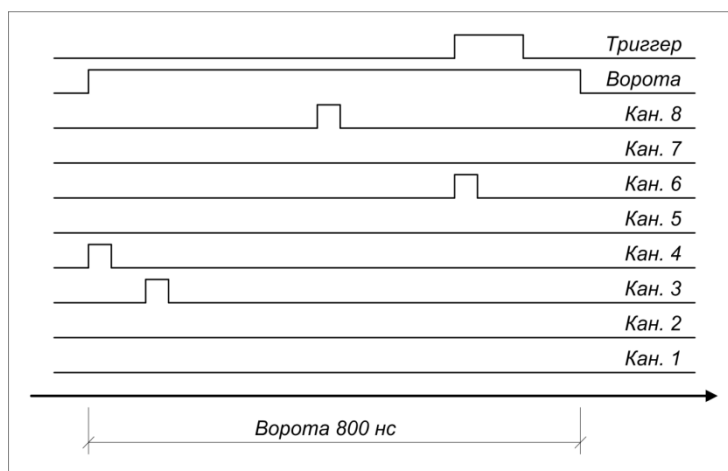


Рисунок 3 – Временная диаграмма работы мастер-блока для четырехкратного совпадения.

Временные ворота открываются здесь импульсом в 4-м канале. Сформированный мастер-блоком триггер используется для запуска процесса регистрации. До окончания процесса регистрации события мастер-блок остается невосприимчивым к каким-либо внешним событиям. Антенны для регистрации радиоизлучения ШАЛ установлены в пунктах 1–5; каждая из них соединена с центром регистрации парой кабелей с волновым сопротивлением 50 Ом. В настоящее время работает радиоантенна установленная в пункте 1. Кабели подключены ко входам четырехканальных цифровых запоминающих осциллографов Tektronix TDS 2014B; используются 3 прибора.

АЦП и осциллографы через USB-интерфейс подключены к управляющему компьютеру, в число функций которого входят начальная инициализация приборов, считывание с них информации сохранение ее на жестких дисках – локальном и диске сервера.

Регистрация события происходит следующим образом. Триггер, сгенерированный мастер-блоком, подается на входы внешнего запуска АЦП DT5730 и осциллографов TDS 2014B; запись оцифрованных сигналов в память приборов останавливается. Программа регистрации считывает данные из памяти приборов в оперативную память управляющего компьютера и формирует кадр, формат которого включает в себя дату и время события, номера сеанса и кадра, данные с СЦ детекторов, служебную информацию. Далее кадр записывается в файлы сеанса и последнего кадра, расположенные на локальном диске, а на экран дисплея выдается краткая информация о последнем событии. Одновременно с этим на файловый сервер ТШВНС через локальную сеть передается файл последнего кадра, после обработки которого на web-сервере формируется страница, содержащая краткую информацию о событии и графики, соответствующие зарегистрированным сигналам.

К настоящему времени на установке «Горизонт-Т» зарегистрировано 48 событий с радиоизлучением в области энергий $5 \cdot 10^{16} - 10^{17}$ эВ. На рис.4 показана осциллограмма радиосигнала от ШАЛ. на выходе аналогового сигнала.

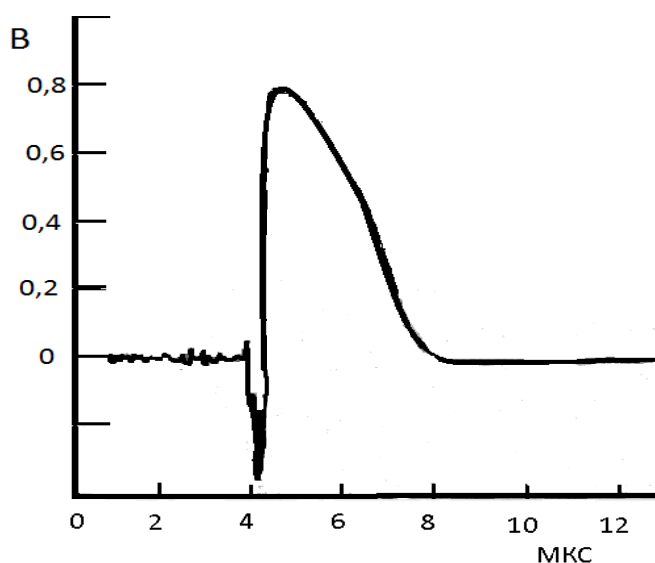


Рисунок 4 – Осциллограмма радиосигнала от ШАЛ. на выходе аналогового сигнала

Заключение. Проект направлен на получение новых экспериментальных и данных по регистрации радиоизлучения от широких атмосферных ливней с энергией 10^{17} эВ для последующего использования метода в качестве альтернативного или дополнительного метода регистрации ШАЛ. Тянь-Шаньская установка обладает определенными преимуществами по сравнению с аналогичными устройствами, поскольку детекторы станции регистрируют все три основные компоненты ШАЛ: электронно-фотонную и мюонную компоненты, а также черенковское излучение. Это позволяет получать экспериментальные данные, имеющие большую информативность и надежность. Возможность регистрации ШАЛ несколькими методами позволит надежно определить форму импульса ШАЛ при различных энергиях, регистрировать угла прихода и наклона диска ШАЛ.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] L. T. Baradzei et al. [Pamir Collaboration], Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 50N11, 46 (1986) [Izv. Ross. Akad. Nauk Ser. Fiz. 50, 2125 (1986)]; MGU-89-67-144 (1989).
- [2] Ж.С. Такибаев, Т.Х. Садыков Парное образование пионных кластеров в области энергий 25 ТэВ. Изв АН КазССР. Серия Физико-математическая. N4, Стр.15-19.
- [3] PHOBOS Collaboration, "System Size Dependence of Cluster Properties from Two-Particle Angular Correlations in Cu+Cu and Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV", Phys.Rev. C81. (2010) 024904, arXiv:0812.1172. doi:10.1103/PhysRevC.81.024904

- [4] The CMS Collaboration CERN-PH-EP/2010-031 /Observation of Long-Range, Near-Side Angular Correlations in Proton-Proton Collisions at the LHC / arXiv:1009.4122v1 [hep-ex] 21 Sep 2010
- [5] B. Bartoli et al., ARGO-YBJ Collaboration, Phys. Rev. D91, 112017 (2015)
- [6] Pierre Auger Collaboration, A. Aab et al., Astrophys. J. 760 (2012) 148.
- [7] D.A. ARDOUIN, A. BELLETOILE, D. CHARRIER et al. «Radio-detection signature of high-energy cosmic rays by the CODALEMA experiment» / Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 2005. 555. P. 148–163.
- [8] A. NIGL, W.D. APEL, J.C. ARTEAGA et al. «Frequency spectra of cosmic ray air shower radio emission measured with LOPES» / Astropart. Phys. 2008. 26. P. 807–817.
- [9] Huege, T. Simulations and theory of radio emission from cosmic ray air showers. In Proceedings of the ARENA 2008 conference, Rome, Italy, Nuclear Methods in Physics Research A, volume 604, S57–S63.

REFERENCES

- [1] L. T. Baradzei et al. [Pamir Collaboration], Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 50N11, 46 (1986) [Izv. Ross. Akad. Nauk Ser. Fiz. 50, 2125 (1986)]; MGU-89-67-144 (1989).
- [2] Zh.S. Takibaev, T.H. Sadykov Parnoe obrazovanie pionnykh klasterov v oblasti jenergij 25 TjeV. Izv AN KazSSR. Serija Fiziko-matematicheskaja. N4, Str.15-19.
- [3] PHOBOS Collaboration, “System Size Dependence of Cluster Properties from Two-Particle Angular Correlations in Cu+Cu and Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”, Phys.Rev. C81. (2010) 024904, arXiv:0812.1172. doi:10.1103/PhysRevC.81.024904
- [4] The CMS Collaboration CERN-PH-EP/2010-031 /Observation of Long-Range, Near-Side Angular Correlations in Proton-Proton Collisions at the LHC / arXiv:1009.4122v1 [hep-ex]. 21 Sep 2010
- [5] B. Bartoli et al., ARGO-YBJ Collaboration, Phys. Rev. D91, 112017 (2015)
- [6] Pierre Auger Collaboration, A. Aab et al., Astrophys. J. 760 (2012) 148.
- [7] D.A. ARDOUIN, A. BELLETOILE, D. CHARRIER et al. «Radio-detection signature of high-energy cosmic rays by the CODALEMA experiment» / Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 2005. 555. P. 148–163.
- [8] A. NIGL, W.D. APEL, J.C. ARTEAGA et al. «Frequency spectra of cosmic ray air shower radio emission measured with LOPES» / Astropart. Phys. 2008. 26. P. 807–817.
- [9] Huege, T. Simulations and theory of radio emission from cosmic ray air showers. In Proceedings of the ARENA 2008 conference, Rome, Italy, Nuclear Methods in Physics Research A, volume 604, S57–S63.

ТЕҢІЗ ДЕҢГЕЙІНЕН 3340 МЕТР БИІКТІКТЕ РАДИОСӘУЛЕЛЕНУ ӘДІСІМЕН ҒАРЫШ СӘУЛЕСІНІҢ БӨЛШЕКТЕРІНІҢ ӨРЕКЕТТЕСТІГІН ЗЕРТТЕУ

Э.Г. Боос¹, А.М. Әлменова¹, В.В. Жуков², Т.Х. Садыков¹, А. Степанов², Е.М. Таутаев¹

¹Физика-техникалық институты, Алматы,

² П.Н. Лебедев атындағы физикалық институты РFA, Мәскеу, Ресей

Түйін сөздер: коллайдер, кең атмосфералық нөсер, адрон, ғарыштық сәулелер, осциллограмма, сцинтилляциялық детекторлар.

Аннотация. Жұмыста жердің магниттік өрісінде электрондар және позитрондардың радиосәулелену негізінде кең атмосфералық нөсерлердің бастапқы энергиясын бағалаудың жаңа әдісі қарастырылады. Басқа әдістермен салыстырғанда ғарыш сәулелерінің радиосәулеленуін тіркеу артықшылығына радиоантеннаның біршама арзан және пайдалануға оңай болатынын, сондай-ақ КАН-ның радиотіркеуінің тәулік уақытына және ауа райы жағдайына тәуелсіз екенін жатқызуға болады.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 117 – 123

ON THE MODELING OF DYNAMICS OF VISCOUS FLUID EQUATIONS ROTOR SPEED AND STREAM FUNCTION

K.B.Jakupov

Institute of mathematics and mathematical modeling, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: jakupovKB@mail.ru**Key words:** rotor, speed, pressure, flow function, non-equivalence.**Abstract.** The theorem of non-equivalence of the equations of rotor speed equations of viscous flows was proved. In calculations cavity and channel it was confirmed discrepancies of Helmholtz equations with Navier.

УДК 532.533

О МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИКИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ УРАВНЕНИЯМИ РОТОРА СКОРОСТИ И ФУНКЦИИ ТОКА

К.Б.Джакупов

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: ротор, скорость, давление, функция тока, неэквивалентность.**Аннотация.** Доказана теорема неэквивалентности уравнений ротора скорости уравнениям динамики вязкой жидкости. Численными расчетами течений в камере и канале подтверждены расхождения решений уравнений Гельмгольца с решениями уравнений Навье.

Основная идея, впервые осуществленная Гельмгольцем в двумерных уравнениях динамики вязкой несжимаемой жидкости, заключается в исключении давления применением оператора «rot»:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \vec{v} + \nabla P = \nu \Delta \vec{v} + \vec{F}, (\nabla, \vec{v}) = 0, \rho = \text{const}, P = \frac{p}{\rho}, \quad (1)$$

$$\vec{v}|_{t=0} = \vec{d}(\vec{r}), \vec{v}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t), \vec{r} \in \sigma \quad (1')$$

В результате $\text{rot} \nabla P \equiv 0$ приводит к переопределенной системе из 2-х уравнений для скорости $\vec{v}$:

$$(\nabla, \vec{v}) = 0, \frac{\partial \text{rot} \vec{v}}{\partial t} + \text{rot}(\vec{v}, \nabla) \vec{v} = \nu \Delta \text{rot} \vec{v} + \text{rot} \vec{F} \quad (2)$$

Уравнение (2) является уравнением 3-го порядка в силу $\nu \Delta \text{rot} \vec{v}$, следовательно, **необходимо дополнительное к (1') граничное условие для скорости.**

В системе (2) уравнение неразрывности является лишним, оно априори предназначено для вычисления давления. Вводится вектор ротора скорости

$$\vec{\omega} = \text{rot} \vec{v}, \quad (3)$$

$$(\nabla, \vec{v}) = 0, \quad \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \text{rot}(\vec{v}, \nabla) \vec{v} = \nu \Delta \vec{\omega} + \text{rot} \vec{F} \quad (4)$$

Введением вектор-функции тока $\vec{\psi}$ уравнение неразрывности интегрируется точно:

$$\vec{v} = \text{rot} \vec{\psi}, \quad (\nabla, \vec{v}) = (\nabla, \text{rot} \vec{\psi}) \equiv 0 \quad (5)$$

В результате (3), (4) переходит в систему уравнений для 2-х функций

$$\vec{\omega} = \text{rot} \text{rot} \vec{\psi}, \quad \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \text{rot}\{(\text{rot} \vec{\psi}, \nabla) \text{rot} \vec{\psi}\} = \nu \Delta \vec{\omega} + \text{rot} \vec{F} \quad (6)$$

с соответствующими (1') начальными и граничными условиями

$$\text{rot} \vec{\psi}|_{t=0} = \vec{d}(\vec{r}), \quad \text{rot} \vec{\psi}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t), \quad \vec{r} \in \sigma \quad (6')$$

В граничные условия, кроме (6'), должно быть включено **необходимое дополнительное к (1') граничное условие для скорости**. Необходимость такого граничного условия вытекает из уравнения (6), записанного для $\vec{\psi}$:

$$\vec{\omega} = \text{rot} \text{rot} \vec{\psi}, \quad \frac{\partial \text{rot} \text{rot} \vec{\psi}}{\partial t} + \text{rot}\{(\text{rot} \vec{\psi}, \nabla) \text{rot} \vec{\psi}\} = \nu \Delta \text{rot} \text{rot} \vec{\psi} + \text{rot} \vec{F}$$

Данное **уравнение 4-го порядка**, следовательно, кроме краевого условия $\text{rot} \vec{\psi}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t)$, требуется еще одно краевое условие $\vec{\psi} !!$

Но здесь возникает проблема, связанная с необратимостью оператора “rot” для определения в 3-х мерных течениях начальных и граничных значений вектор-функции тока $\vec{\psi}|_{t=0}, \vec{\psi}|_{\sigma}$ из условий (6').

Таким образом, в 3-х мерных течениях вычисление $\vec{\psi}|_{t=0}$ и $\vec{\psi}|_{\sigma}$ через $\vec{d}(\vec{r})$ и $\vec{\varphi}(\vec{r}, t)$ *неосуществимо* и не определено дополнительное краевое условие.

В двумерных течениях система (6) упрощается и известно как уравнение Гельмгольца:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \Delta \omega + f, \quad \Delta \psi = -\omega,$$

$$\text{где } \psi \equiv \psi_z, \omega \equiv \omega_z, f \equiv (\text{rot} \vec{F})_z, u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Теорема. Скорость $\vec{v}_G$, вычисленная из искусственно образованной системы (6), не будет совпадать со скоростью $\vec{v}$, вычисленной в исходной системе (1) из уравнения Навье.

1-я часть доказательства. Допустим, что плотность массовых сил не равна нулю $\vec{F} \neq 0$, но удовлетворяет условию $\text{rot} \vec{F} \equiv 0$.

Тогда уравнение (6) принимает укороченный вид

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \text{rot}\{(\text{rot} \vec{\psi}, \nabla) \text{rot} \vec{\psi}\} = \nu \Delta \vec{\omega} \quad (7)$$

Соответственно, в двумерных уравнениях Гельмгольца свободный член обратится в нуль $f = (\text{rot} \vec{F})_z \equiv 0$:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \Delta \omega, \quad \Delta \psi = -\omega \quad (8)$$

Таким образом, в уравнениях Гельмгольца на вычисление компонент скорости массовые силы $\vec{F} \neq 0$ не оказывают никакого влияния, в то время как в уравнениях Навье (1) их действие на определение компонент скорости $\vec{V}$ сохраняется существенным образом.

Данный факт уже указывает на *неэквивалентность уравнений с ротором скорости* уравнениям Навье в том смысле, что искусственно сконструированные системы (3), (4), (5), (6) и также двумерные уравнения Гельмгольца не адекватны законным уравнениям Навье (1).

2-я часть доказательства. В самом деле, пусть применена система с ротором скорости (3), (4), (5) для вычисления скорости $\vec{V}_G$:

$$\vec{\omega} = \text{rot} \vec{V}_G, \quad \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \text{rot}(\vec{V}_G, \nabla) \vec{V}_G = \nu \Delta \vec{\omega} + \text{rot} \vec{F}, \quad \vec{V}_G = \text{rot} \vec{\psi} \quad (9)$$

Уравнение для ротора (4) после подстановки (3) переходит в уравнение типа (2), которое переписывается под знак одного оператора “rot”:

$$\text{rot} \left[\frac{\partial \vec{V}_G}{\partial t} + (\vec{V}_G, \nabla) \vec{V}_G - \nu \Delta \vec{V}_G - \vec{F} \right] = 0 \quad (10)$$

В силу свойств “rot” данное равенство выполняется для **произвольных значений комплекса**, стоящего под знаком “rot”:

$$\frac{\partial \vec{V}_G}{\partial t} + (\vec{V}_G, \nabla) \vec{V}_G - \nu \Delta \vec{V}_G - \vec{F} = -\nabla P_G + \nabla C + \vec{A}(t) \quad (11)$$

В правой части (11) обозначено $P_G = p_G / \rho$, поэтому P_G принимается за давление, далее $C = C(x, y, z)$ и $\vec{A}(t)$ произвольные дифференцируемые функции.

Уравнение (10) будет удовлетворено, что следует из подстановки

$$\text{rot} \{ -\nabla P_G + \nabla C + \vec{A}(t) \} = \text{rot}(-\nabla P_G) + \text{rot} \nabla C + \text{rot} \vec{A}(t) \equiv 0,$$

так как $\text{rot}(-\nabla P_G) \equiv 0, \text{rot} \nabla C \equiv 0, \text{rot} \vec{A}(t) \equiv 0$.

В результате (11) представляется в виде уравнения динамики

$$\frac{\partial \vec{V}_G}{\partial t} + (\vec{V}_G, \nabla) \vec{V}_G + \nabla P_G = \nu \Delta \vec{V}_G + \vec{F} + \nabla C + \vec{A}(t) \quad (12)$$

Уравнение (12), очевидно, не совпадает с уравнением Навье.

В системе Гельмгольца уравнение неразрывности выполняется в силу связи $\vec{V}_G = \text{rot} \vec{\psi}$:

$$(\nabla, \vec{V}_G) = (\nabla, \text{rot} \vec{\psi}) \equiv 0 \quad (13)$$

Как известно, уравнение для давления является следствием закона сохранения массы и уравнения динамики. С этой целью уравнение неразрывности дифференцируется по времени:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla, \vec{V}_G) = (\nabla, \frac{\partial \vec{V}_G}{\partial t}) = 0 \quad (14)$$

Далее из уравнения (12) образуется выражение

$$\frac{\partial \vec{V}_G}{\partial t} = -(\vec{V}_G, \nabla) \vec{V}_G - \nabla P_G + \nu \Delta \vec{V}_G + \vec{F} + \nabla C + \vec{A}(t),$$

которое подставляется в (14). В результате получается выражение

$$(\nabla, \frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t}) = (\nabla, -(\vec{v}_G, \nabla) \vec{v}_G - \nabla P_G + \nu \Delta \vec{v}_G + \vec{F} + \nabla C + \vec{A}(t)) = 0,$$

из которого вытекает уравнение эллиптического типа

$$\Delta P_G = -(\nabla, (\vec{v}_G, \nabla) \vec{v}_G) + (\nabla, \nu \Delta \vec{v}_G) + (\nabla, \vec{F}) + \Delta C \quad (15)$$

Умножение (15) на $\rho = const$ дает уравнение для P_G :

$$\Delta p_G = -\rho(\nabla, (\vec{v}_G, \nabla) \vec{v}_G) + (\nabla, \mu \Delta \vec{v}_G) + (\nabla, \rho \vec{F}) + \rho \Delta C \quad (16)$$

В уравнениях Навье (1) совершенно аналогичным образом выводится уравнение для настоящего давления:

$$\Delta p = -\rho(\nabla, (\vec{v}, \nabla) \vec{v}) + (\nabla, \mu \Delta \vec{v}) + (\nabla, \rho \vec{F}) \quad (17)$$

Разница между уравнениями (16) и (17) очевидна и равна $\rho \Delta C$, где $C = C(x, y, z)$ -произвольная дифференцируемая функция.

Следовательно, в силу различий между уравнениями (1) и (12) имеет место факт *несовпадения* решения уравнений с ротором скорости и уравнений Навье:

$$\vec{v}_G \neq \vec{v}, \quad p_G \neq p$$

Теорема доказана.

Для подтверждения справедливости теоремы проведены численные расчеты 2-х плоских течений: течения в канале и течения в каверне.

Применяются двумерные уравнения Навье несжимаемой жидкости в безразмерных переменных:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{Re} \Delta u + \frac{1}{Fr} F_x, \quad (18)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{Re} \Delta v + \frac{1}{Fr} F_y, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (19)$$

Из них исключением давления получаются уравнения Гельмгольца:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \Delta \omega + \frac{1}{Fr} \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right), \quad \Delta \psi + \omega = 0$$

Проблема **необходимого дополнительного к (1') граничного условия для скорости в уравнениях Гельмгольца также актуальна.**

Для численного решения применены пятиточечные аппроксимации конвективных членов, не содержащие «схемную диффузию». Решения разностных уравнений для давления и функции тока находятся итерациями [3].

1⁰. Течение в канале. В уравнениях Навье было положено $Re = 100$, $Fr = 0.001$, $F_x = -v$, $F_y = u$, то есть $rot \vec{F} \equiv 0$. В силу этого уравнение Гельмгольца принимает вид

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \Delta \omega, \quad (20)$$

следовательно, массовые силы на решение уравнений Гельмгольца не оказывают никакого влияния, что отражено на рис.1 и рис. 3, в то время как их действие на решение уравнений Навье существенно изменяет поле скоростей, что показано на рис.2 и рис.4. Расчеты выполнены на сетках 200x100. Различие полей скорости показано на рис.1, 2 и рис.3, 4.

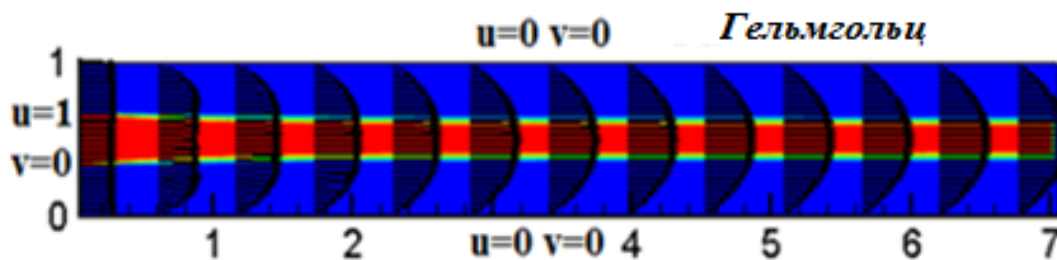


Рисунок 1

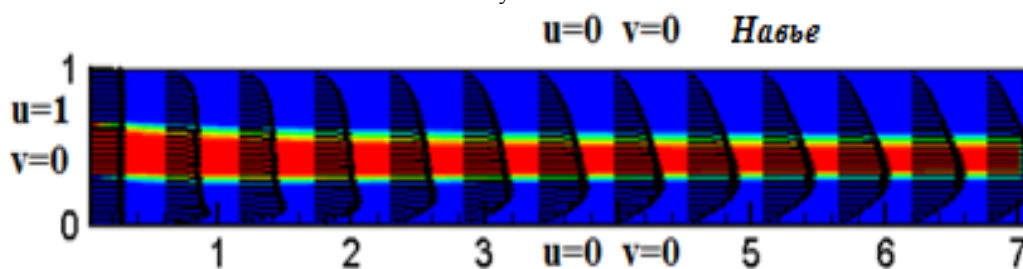


Рисунок 2

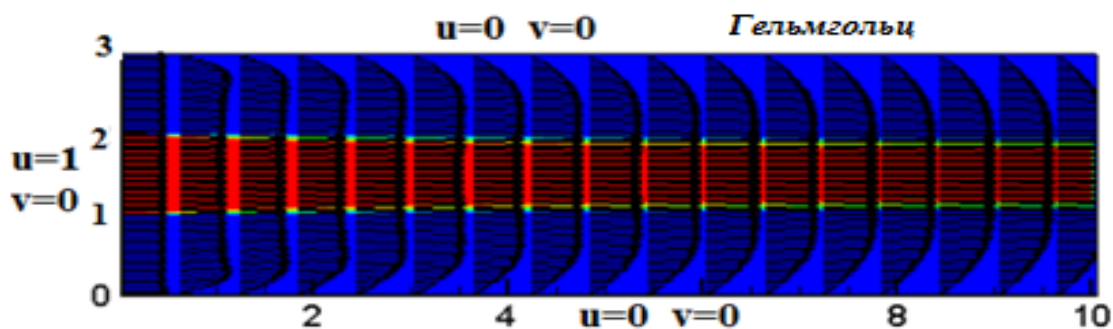


Рисунок 3

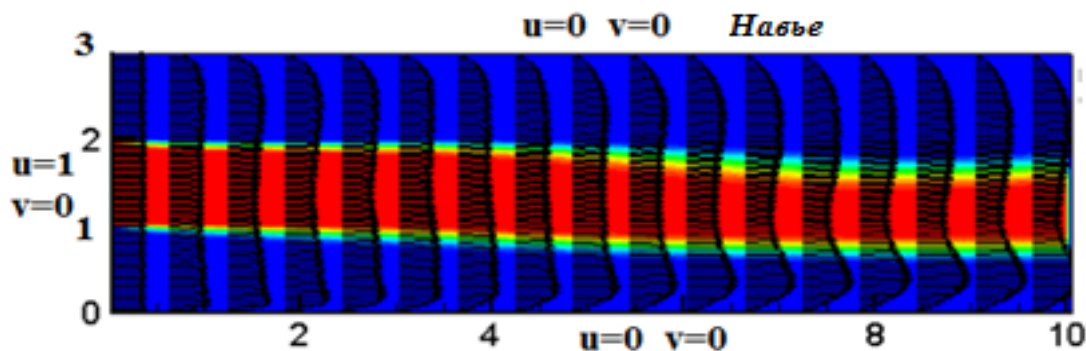


Рисунок 4

2⁰. Течение в камере образуется движением верхней плоскости.

В уравнениях Навье было положено $Re = 10^3$, $Fr = 10^{-3}$, $F_x = 0$, $F_y = -1$.

Расчеты выполнены на сетке 100×100 .

На рис.5 и рис.6 представлены изолинии функции тока. Очевидно, на решение уравнений Гельмгольца (20) число Фруда не влияет, что противоречит решению уравнений Навье (18), (19), где число Фруда существенно.

На рис.7 приведен график продольной скорости по уравнению Навье, на рис.8 в том же сечении график продольной скорости по уравнениям Гельмгольца. Различие существенное.

На рис.9 приведен график поперечной скорости по уравнению Навье, на рис.10 в том же сечении график поперечной скорости по уравнениям Гельмгольца. Различие существенное.

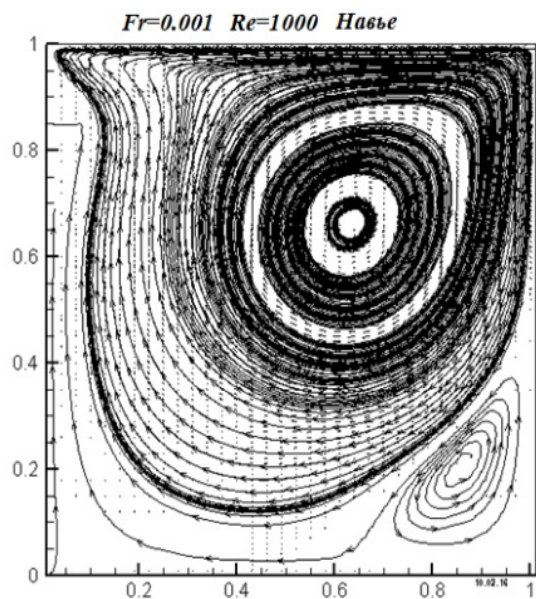


Рисунок 5

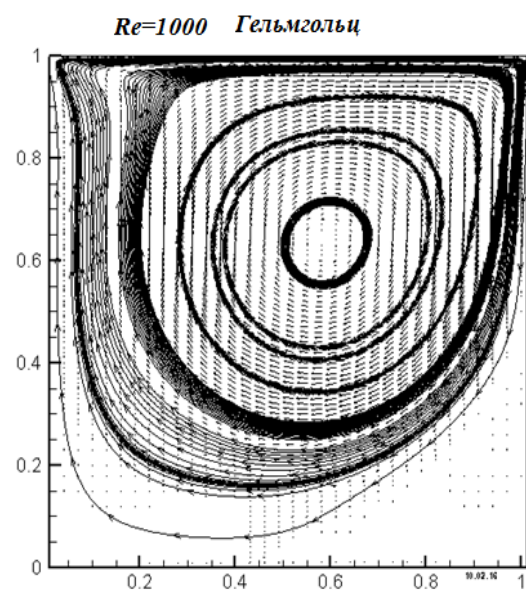


Рисунок 6

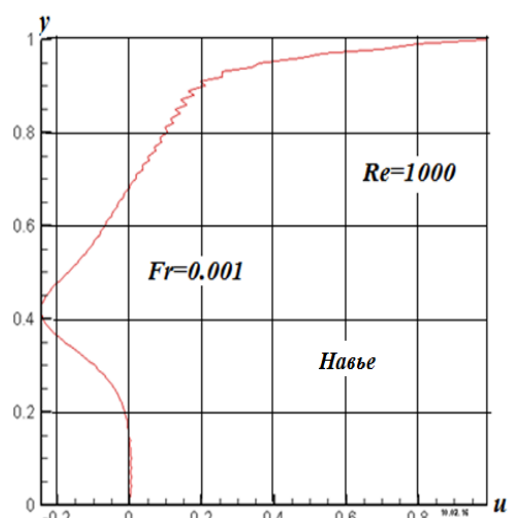


Рисунок 7

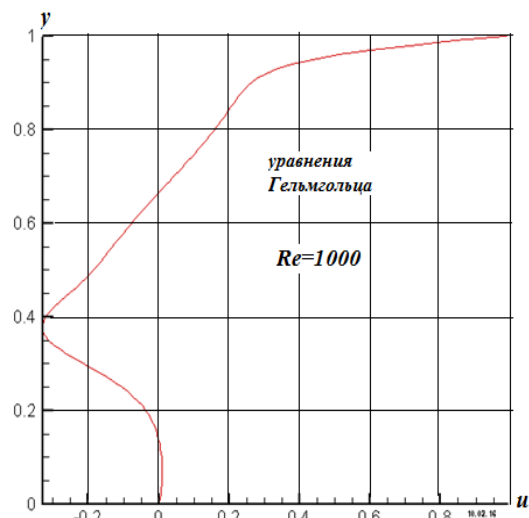


Рисунок 8

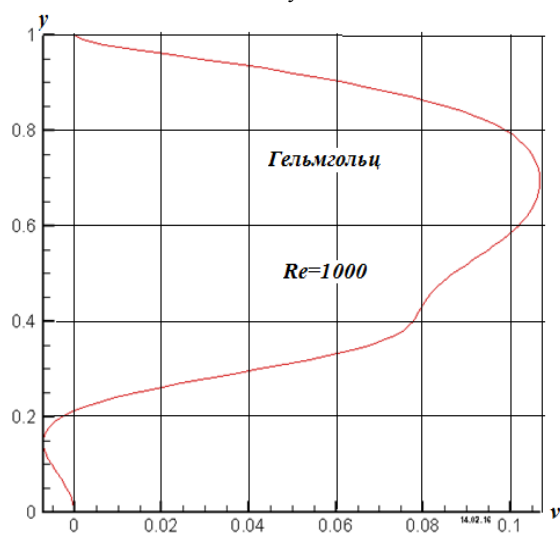


Рисунок 9

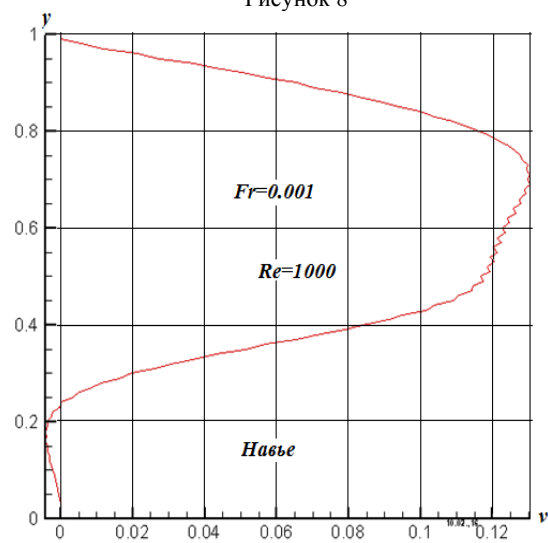


Рисунок 10

Примечание. Для уравнений Гельмгольца применялись традиционные разностные схемы [4]. Проблема необходимого дополнительного к (1') граничного условия для скорости в уравнениях Гельмгольца осталась открытой.

ВЫВОДЫ

Результаты теоремы и численные расчеты, представленные на рис.1- рис.10, показывают непригодность применения уравнений для ротора скорости и функций тока для исследований течений вязкой жидкости. Во-пер-вых, в пространственных (3-хмерных) течениях неосуществимы вычисления $\vec{\psi}|_{t=0}, \vec{\psi}|_{\sigma}$. Во-вторых, неосуществимо точное выполнение начальных и граничных условий для скорости $\vec{v}|_{t=0} = \vec{d}(\vec{r}), \vec{v}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t), \vec{r} \in \sigma$

Например, в разностных схемах уравнений Гельмгольца граничные значения скорости $\vec{v}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t), \vec{r} \in \sigma$ удовлетворяются с погрешностями, определяемыми густотой сетки и разностными формулами типа Тома, Вудса, Кусковой и др).

Следует **кардинальный вывод:** законы физики должны выполняться неукоснительно в естественной форме типа (1). При любом дифференцировании естественные законы физики ликвидируются, образуются уравнения типа (2). Таким образом, использование производных от законов физики в различных сочетаниях приводит к искусственным уравнениям, не являющимися адекватными математическими моделями исследуемого процесса. Дифференцирование законов физики есть преднамеренное их нарушение.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика - М.: «Наука». 1982г. С.621.
- [2] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: «Наука», 1973г. С.847.
- [3] Джакупов К.Б. Коррекции теоретических парадоксов механики сплошной среды.- Алматы: Изд-во «Ғылым ордасы», 2015г. С.376.
- [4] Джакупов К.Б. Простые разностные схемы для уравнений гидроаэротермодинамики.- Алматы: Изд-во КазНУ им.аль-Фараби, 2004г. С.246

REFERENCES

- [1] Landau L.D., Lifshic E.M. *Gidrodinamik* – M.: “Nauka”. 1982.P.621. (in Russ.)
- [2] Loitsiansky L.G. *Fluid Mechanics*.-M.: “Nauka”. 1982.P.621. (in Russ)
- [3] Jakupov K.B. Correction of continuum mechanics theoretical paradoxes – Almaty: publishing house «K2», 2009. P.376
- [4] Jakupov K.B. Простые разностные схемы для уравнений гидроаэротермодинамики.- Almaty:: : publishing house “КазНУ им.Аль-Фараби”, 2004. P.246

ЖЫЛДАМДЫҚ РОТОРЫНЫҢ ЖӘНЕ АҒЫС ФУНКЦИЯСЫНЫҢ ТЕНДЕУЛЕРІМЕН ТҰТҚЫРЛЫ СҰЙЫҚТЫҚТАРДЫҢ ҚОЗҒАЛЫСЫН МОДЕЛЬДЕУ

К.Б. Жакып-тегі

ҚР БҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан

Түйін сөздер: ротор, жылдамдық, қысым, ағыс функциясы, эквивалентсіздік.

Аннотация. Жылдамдықтың ротор тендеулерінің тұтқырлы сұйықтықтардың қозғалысының тендеулеріне эквивалентсіздігі туралы теорема дәлелденген. Гельмгольцтың тендеулерінің шешімдері Навье тендеулерінің шешімдерімен ажырасатындығы сандық түрде көрсетілген.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 124 – 134

THE EFFECTIVE APPLICATION OF THE MAXWELL EQUATIONS AND OHM'S LAW OF NUMERICAL SIMULATION OF TWO-PHASE PROCESS OF MAGNETOHYDRODYNAMICS

K.B.Jakupov

Institute of mathematics and mathematical modeling, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: jakupovKB@mail.ru

Key words: induction, intensity, liquid, air, magnetic field

Abstract. It was established inconsistency in MHD systems of hyperbolic equations and parabolic types for induction and magnetic and electric fields. It is proved the direct application of Maxwell's equations and Ohm's law to the MHD. Particular attention is paid to the construction of explicit difference schemes for Maxwell's equations, taking into account the long-range electromagnetic fields. The results of numerical calculations of two-phase flows: jets of conductive liquids in non-conductive channel air. It was found that for large numbers Hartmann imposed magnetic field stops and holds in a fixed configuration entered mass of conductive liquids.

УДК 533.532.516

ЭФФЕКТИВНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА И ЗАКОНА ОМА В ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВУХФАЗНЫХ ПРОЦЕССОВ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

К. Б. Джакупов

Институт математики и математического моделирования МОН РК

Ключевые слова: индукция, напряженность, жидкость, воздух, магнитное поле.

Аннотация. Установлена противоречивость в МГД систем с уравнениями гиперболического или параболического типов для индукций и напряженностей магнитного и электрического полей. Обосновано непосредственное применение уравнений Максвелла и закона Ома в МГД. Особое внимание уделяется построению явных разностных схем для уравнений Максвелла с учетом дальнего действия электромагнитных полей. Приведены результаты численных расчетов двухфазных течений: струй *электропроводящей* жидкости в *электронепроводящем* воздухе канала. Установлено, что при больших числах Гартмана наложенное магнитное поле останавливает и удерживает в неподвижной конфигурации введенную массу электропроводной жидкости.

В [1], [2], [3], [4] и других источниках *дифференцированиями* уравнений Максвелла и закона Ома выводятся гиперболического или параболического типа уравнения для индукции и напряженности магнитного поля, т.е. первого порядка уравнения электродинамики заменяются уравнениями 2-го порядка, что требует дополнительных начальных и граничных условий. Аналогичные уравнения получаются для напряженности и индукции электрического поля. Доказывается неприменимость данных уравнений 2-го порядка в численном моделировании из-за неэквивалентности уравнениям Максвелла и закону Ома.

Целью настоящей работы является обоснование прямого применения уравнений Максвелла и закона Ома в численном моделировании МГД.

1. Уравнения магнитной гидродинамики. В уравнениях динамики электропроводящей жидкости [1]:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{F} + \sum_k \frac{\partial \vec{\pi}_k}{\partial x_k} + [\vec{j}, \vec{B}], \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (1)$$

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} + \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{|\vec{v}|^2}{2} \right) = -\operatorname{div} \vec{q} + \sum_k \frac{\partial}{\partial x_k} (\vec{\pi}_k, \vec{v}) + \rho (\vec{F}, \vec{v}) + (\vec{j}, \vec{E}) \quad (2)$$

плотность электрического тока $\vec{j}$, индукция магнитного поля $\vec{B}$ и напряженность электрического поля $\vec{E}$ определяются законом Ома

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]) + \rho_e \vec{v}$$

законом сохранения электрического заряда [4]:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0, \quad (3)$$

и уравнениями Максвелла [4]:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad (4)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (5)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_e, \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (7)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (8)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (9)$$

здесь $\vec{D}$ - индукция электрического поля, ρ_e - плотность электрических зарядов, $\vec{H}$ - напряженность магнитного поля, $\varepsilon_0 = 1/(36\pi \cdot 10^9) \Phi/\text{м}$ - электрическая постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн}/\text{м}$ - магнитная постоянная.

2. Противоречивость систем уравнений для индукции и напряженностей магнитного и электрического полей. При этом дифференцируются закон Ампера-Максвелла (8)

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \text{ закон Фарадея (9)}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ и закон Ома } \vec{j} = \sigma (\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]) + \rho_e \vec{v}. \text{ Получается система:}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot \mu_0 \mu} \Delta \vec{B} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \{ \sigma \cdot \operatorname{rot} [\vec{v}, \vec{B}] + \operatorname{rot} (\rho_e \vec{v}) \}, \quad (10)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad (11)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0, \quad \vec{j} = \sigma(\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]) + \rho_e \vec{v}, \quad (13)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_e \quad (14)$$

В уравнении (10) положено $\sigma = \text{const}, \varepsilon_0 \varepsilon = \text{const}, \mu_0 \mu = \text{const}$, при переменных значениях оно дополняется их производными. Полезность уравнения гиперболического типа (10) в том, что подтверждается волновой характер распространения магнитного поля. В вакууме $\varepsilon \equiv 1, \mu \equiv 1$ магнитные волны распространяются со скоростью света, так как

$$\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot \mu_0 \mu} = \frac{1}{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} = c^2.$$

Есть другой подход. В [3] и др. пренебрегается токами смещения $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \equiv 0$. Но тогда закон Ампера-Максвелла (8) принимает вид $\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}$, в силу чего уравнение сохранения электрического заряда должно иметь вид $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{div} \vec{j} = 0$, следовательно вытекает

$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} \equiv 0$. В результате получается система

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \cdot \mu_0 \mu} \Delta \vec{B} + \operatorname{rot}[\vec{v}, \vec{B}] + \frac{1}{\sigma} \operatorname{rot}(\rho_e \vec{v}), \quad (15)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E},$$

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]) + \rho_e \vec{v}, \quad \operatorname{div} \vec{j} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho_e \quad (15')$$

Уравнение параболического типа (15) соответствует диффузионному распространению индукции магнитного поля.

Противоречивость состоит в том, что для индукции магнитного поля $\vec{B}$ искусственно получают 3 уравнения (10) и (11) или (15), (11). При определении $\vec{B}$ из главных по типу уравнений (10) или (15) (именно с этой целью построены уравнения (10) и (15)) не будет выполняться уравнение непрерывности $\operatorname{div} \vec{B} = 0$. При вычисленном из уравнений (10) или (15) индукции $\vec{B}$ система уравнений $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \operatorname{div} \vec{D} = \rho_e, \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, не разрешима

относительно $\vec{E}$! Такая же проблема стоит для плотности электрических зарядов ρ_e , для которой имеются 2 уравнения - эволюционное (13) и теорема Гаусса (14), также 2 уравнения (15') в системе (15).

Аналогичными противоречиями обладает система для напряженности магнитного поля:

$$-\Delta \vec{H} = -\sigma \mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \sigma \mu_0 \mu \text{rot} [\vec{v}, \vec{H}] + \text{rot} (\rho_e \vec{v}) - \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0, \quad \vec{j} = \sigma (\vec{E} + \mu_0 \mu [\vec{v}, \vec{H}]) + \rho_e \vec{v}, \quad \text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (16)$$

$$\text{div} \vec{H} = 0, \quad \text{div} \vec{D} = \rho_e$$

Теорема 1. Закон Ампера-Максвелла (8) в искусственных системах (10)-(14), (15)-(15') или (16) не выполняется. Из данных систем вытекает уравнение $\text{rot} \vec{H} - \vec{j} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \text{grad} C(\vec{r}, t)$,

где $C(\vec{r}, t)$ произвольная дифференцируемая функция. Искусственные системы с уравнениями гиперболического или параболического типа не эквивалентны уравнениям Максвелла.

Доказательством служит тот факт, что для вывода (10) или (16) применяется дифференциальный оператор «rot». Для индукции магнитного поля $\vec{B}$ искусственно получены 3 дифференциальные уравнения (10) и пара (11). Если $\vec{B}$ определяется из (10), то не будет выполняться уравнение $\text{div} \vec{B} = 0$. При вычисленной из уравнения (10) индукции $\vec{B}$ для $\vec{E}$ получается неразрешимая система из 2-х уравнений $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, $\text{div} \vec{D} = \rho_e$, $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

Усугубляет возникшую ситуацию введение функций $\vec{\Psi}$, $\vec{\Phi}$ для удовлетворения уравнений $\text{div} \vec{B} = 0$, $\text{div} \vec{H} = 0$:

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{\Psi}, \quad \vec{H} = \text{rot} \vec{\Phi}, \quad \text{div} \vec{B} = \text{div} \text{rot} \vec{\Psi} \equiv 0, \quad \text{div} \vec{H} = \text{div} \text{rot} \vec{\Phi} \equiv 0.$$

В результате (10) переходит в уравнение с производными 3-го порядка:

$$\frac{\partial^2 \text{rot} \vec{\Psi}}{\partial t^2} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\partial \text{rot} \vec{\Psi}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot \mu_0 \mu} \Delta \text{rot} \vec{\Psi} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \{ \sigma \cdot \text{rot} [\vec{v}, \text{rot} \vec{\Psi}] + \text{rot} (\rho_e \vec{v}) \},$$

$$\frac{\partial^2 \text{rot} \vec{\Phi}}{\partial t^2} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\partial \text{rot} \vec{\Phi}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot \mu_0 \mu} \Delta \text{rot} \vec{\Phi} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \{ \sigma \text{rot} [\vec{v}, \text{rot} \vec{\Phi}] + \frac{1}{\mu_0 \mu} \text{rot} (\rho_e \vec{v}) \}$$

Для них требуются дополнительные граничные условия, которые для системы Максвелла не предусмотрены.

Обратным ходом рассуждений уравнение (10) свертывается к виду

$$\text{rot} [\text{rot} \vec{H} - \vec{j} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}] = 0$$

Это уравнение имеет очевидное решение

$$\text{rot} \vec{H} - \vec{j} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \text{grad} C(\vec{r}, t),$$

где $C(\vec{r}, t) \neq 0$ произвольного вида, отличная от 0, дифференцируемая функция, поэтому закон Ампера-Максвелла (8) не выполняется

$$\text{rot} \vec{H} - \vec{j} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \neq 0.$$

Теорема доказана.

Для подтверждения выводов **теоремы 1** можно провести аналогию между искусственно образованными системами (10) - (14), (16) и уравнениями динамики вязкой несжимаемой жидкости:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} + \nabla p = \mu \Delta \vec{v} + \rho \vec{F}, \quad \operatorname{div} \vec{v} = 0$$

В данной системе для искомых 2-х функций давления p и скорости $\vec{v}$ существуют 2 уравнения, причем уравнение $\operatorname{div} \vec{v} = 0$ предназначено для вычисления давления p . Такими же парадоксами и неэквивалентностью исходным уравнениям Максвелла обладает дифференцированиями, полученная искусственная система для напряженности электрического поля:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} &= \Delta \vec{E} - \mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t} \{ \sigma [\vec{v}, \vec{B}] + (\rho_e \vec{v}) \}, \\ \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho_e}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \operatorname{div} \vec{B} = 0, \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0, \\ \vec{j} &= \sigma (\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]) + \rho_e \vec{v} \end{aligned} \quad (17)$$

При этом для вывода уравнения гиперболического типа в (17) дифференцируется закон Фарадея (9) $\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ в системе Максвелла.

Изложенные противоречия служат обоснованием алгоритма непосредственного применения в МГД уравнений Максвелла и закона Ома.

3. Свойства уравнений Максвелла. Эффективному использованию уравнений Максвелла в МГД предназначены следующие теоремы.

Теорема 2. Закон сохранения электрического заряда (3) является следствием закона Ампера-Максвелла (8) и теоремы Гаусса (14).

Для доказательства применяется оператор div к обеим частям уравнения (8). Получаются:

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{div} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right), \quad \operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = 0, \quad \frac{\partial \operatorname{div} \vec{D}}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

В силу теоремы Гаусса $\operatorname{div} \vec{D} = \rho_e$ вытекает закон сохранения заряда [2]:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

Для 6 искомых функций система (3) - (7), составленная из 7 уравнений, на первый взгляд кажется переопределенной. Но это не так, все нормально у Максвелла, что подтверждается следующей теоремой.

Теорема 3. Уравнение (7) непрерывности магнитных силовых линий является следствием закона Фарадея при начальных условиях

$$\vec{B}|_{t=0} = \text{const}, \quad \forall \vec{r}, \quad (18)$$

Уравнения (2)-(9) и закон Ома образуют замкнутую систему.

Для доказательства достаточно применить операцию div к обеим частям уравнения (9):

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{E} = -\operatorname{div} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{E} \equiv 0, \quad \operatorname{div} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial \operatorname{div} \vec{B}}{\partial t} = 0,$$

$$\int_{t=0}^t \frac{\partial \operatorname{div} \vec{B}}{\partial t} dt = \operatorname{div} \vec{B}|_t - \operatorname{div} \vec{B}|_{t=0} = 0$$

В силу любого из начальных условий (18) имеет место выполнение

$$\operatorname{div} \vec{B}|_t = 0, \quad \forall t$$

Таким образом, в системе Максвелла при нулевом начальном условии (18) уравнение (7) является следствием уравнения (9). Это очень важно и принципиально при численной реализации уравнений МГД без привлечения искусственных дифференцированиями образованных уравнений гиперболического или параболического типов.

4. Эффективный алгоритм численной реализации уравнений Максвелла и закона Ома в МГД. По **теореме 3** для численного решения система уравнений Максвелла представляется в эквивалентном виде:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{F} + \sum_k \frac{\partial \vec{\pi}_k}{\partial x_k} + [\vec{j}, \vec{B}], \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0,$$

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} + \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{|\vec{v}|^2}{2} \right) = -\operatorname{div} \vec{q} + \sum_k \frac{\partial}{\partial x_k} (\vec{\pi}_k, \vec{v}) + \rho (\vec{F}, \vec{v}) + (\vec{j}, \vec{E})$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_e, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{j} = \sigma (\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]) + \rho_e \vec{v},$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{B}|_{t=0} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Для данных уравнений необходимы начальные условия

$$\vec{v}|_{t=0} = \vec{d}_v(\vec{r}), T|_{t=0} = \vec{d}_T(\vec{r}), \rho|_{t=0} = \vec{d}_\rho(\vec{r}), D|_{t=0} = \vec{d}_D(\vec{r}), \vec{B}|_{t=0} = \vec{d}_B(\vec{r}), \text{ причем}$$

начальное условие индукции магнитного поля подчиняется условию **теоремы 3** $\operatorname{div} \vec{d}_B = 0$.

Краевые условия для скорости и температуры должны соответствовать физике рассматриваемого течения.

Краевые условия напряженностей магнитного и электрического полей $\vec{H}$ и $\vec{E}$ должны учитывать их дальное действие, а также тот факт, что уравнения Максвелла составлены из 1-ых производных по всем переменным. В искусственно образованные уравнения гиперболического (10), (16), (17) и параболического (15) типов входят 2-ые производные, следовательно, должны быть априори поставлены краевые условия типа Дирихле или Неймана, что противоречит естественным уравнениям Максвелла и принципу дальнего действия полей. Для уравнений гиперболического типа (10), (16), (17) требуется второе начальное условие.

Логичным обобщением **теоремы 1** служит следующее утверждение: *дифференциальные уравнения, являющиеся математическими моделями законов физики, в принципе нельзя дифференцировать. Полученные дифференцированием уравнения имеют на единицу больший порядок, что требует постановки неадекватных физическому процессу граничных условий. Это приводит к неверным результатам из-за искажений естественных законов физики.*

Для численной реализации вводится сеточная область по времени $t_n = n\tau, n = 0, 1, \dots$, $\tau > 0$ шаг по времени, аналогично вводится согласованная прямоугольная сетка по пространственным переменным. Применение явных схем здесь вполне естественно.

Закон Ома реализуется просто

$$\vec{j}^n = \sigma(\vec{E}^n + [\vec{v}^n, \vec{B}^n]) + \rho_e^n \vec{v}^n,$$

в теореме Гаусса при аппроксимации 1-ых производных необходимо применять центральные разности во внутренних узлах:

$$\rho_e^n = D_{\tilde{x}\tilde{x}}^n + D_{\tilde{y}\tilde{y}}^n + D_{\tilde{z}\tilde{z}}^n,$$

в граничных узлах учитывать заданную плотность электрических зарядов или краевые условия. При отсутствии краевых условий плотность вычисляется из аппроксимаций данного уравнения с применением разностных производных назад или вперед:

$$\rho_e^n = \alpha_x D_{\tilde{x}\tilde{x}}^n + (1 - \alpha_x) D_{xx}^n + \alpha_y D_{\tilde{y}\tilde{y}}^n + (1 - \alpha_y) D_{yy}^n + \alpha_z D_{\tilde{z}\tilde{z}}^n + (1 - \alpha_z) D_{zz}^n,$$

что регулируется заданными весовыми коэффициентами

$$0 \leq \alpha_x \leq 1, 0 \leq \alpha_y \leq 1, 0 \leq \alpha_z \leq 1.$$

При $\alpha_x = 0, \alpha_y = 0, \alpha_z = 0$ применяются разностные производные вперед. При $\alpha_x = 1, \alpha_y = 1, \alpha_z = 1$ получаются разностные производные назад. При $\alpha_x = 0,5, \alpha_y = 0,5, \alpha_z = 0,5$ применяются центральные разности, т.е. в зависимости от постановки граничных условий реализуются различные сочетания разностных производных.

Разностные схемы для уравнений законов Ампера-Максвелла и Фарадея в системе Максвелла должны быть построены по тому же принципу: замена 1-ых производных центральными разностями во внутренних узлах:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{D}^{n+1} - \vec{D}^n}{\tau} + \vec{j}^n &= \{H_{\tilde{y}\tilde{z}}^n - H_{y\tilde{z}}^n\} \vec{i} + \{H_{x\tilde{z}}^n - H_{\tilde{x}z}^n\} \vec{j} + \{H_{\tilde{y}\tilde{x}}^n - H_{\tilde{y}x}^n\} \vec{k}, \\ - \frac{\vec{B}^{n+1} - \vec{B}^n}{\tau} &= \{E_{\tilde{y}\tilde{z}}^n - E_{y\tilde{z}}^n\} \vec{i} + \{E_{x\tilde{z}}^n - E_{\tilde{x}z}^n\} \vec{j} + \{E_{\tilde{y}\tilde{x}}^n - E_{\tilde{y}x}^n\} \vec{k}, \end{aligned}$$

в граничных узлах учитывать заданные значения или условия векторов индукций магнитного и электрического полей. При отсутствии краевых условий для выполнения принципа дальнего действия векторы индукций магнитного и электрического полей вычисляются из аппроксимаций уравнений законов Ампера-Максвелла и Фарадея с применением разностных производных назад или вперед:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{D}^{n+1} - \vec{D}^n}{\tau} + \vec{j}^n &= \{[\beta_y H_{\tilde{y}\tilde{z}}^n + (1 - \beta_y) H_{y\tilde{z}}^n] - [\beta_z H_{y\tilde{z}}^n + (1 - \beta_z) H_{yz}^n]\} \vec{i} + \\ &+ \{[\hat{\beta}_z H_{x\tilde{z}}^n + (1 - \hat{\beta}_z) H_{xz}^n] - [\tilde{\beta}_x H_{zx}^n + (1 - \tilde{\beta}_x) H_{zx}^n]\} \vec{j} + \\ &+ \{[\tilde{\beta}_x H_{y\tilde{x}}^n + (1 - \tilde{\beta}_x) H_{yx}^n] - [\hat{\beta}_y H_{x\tilde{y}}^n + (1 - \hat{\beta}_y) H_{xy}^n]\} \vec{k}, \\ - \frac{\vec{B}^{n+1} - \vec{B}^n}{\tau} &= \{[\gamma_y E_{\tilde{y}\tilde{z}}^n + (1 - \gamma_y) E_{y\tilde{z}}^n] - [\gamma_z E_{y\tilde{z}}^n + (1 - \gamma_z) E_{yz}^n]\} \vec{i} + \\ &+ \{[\hat{\gamma}_z E_{x\tilde{z}}^n + (1 - \hat{\gamma}_z) E_{xz}^n] - [\tilde{\gamma}_x E_{zx}^n + (1 - \tilde{\gamma}_x) E_{zx}^n]\} \vec{j} + \\ &+ \{[\tilde{\gamma}_x E_{y\tilde{x}}^n + (1 - \tilde{\gamma}_x) E_{yx}^n] - [\hat{\gamma}_y E_{x\tilde{y}}^n + (1 - \hat{\gamma}_y) E_{xy}^n]\} \vec{k}, \end{aligned}$$

что регулируется заданными весовыми коэффициентами

$$0 \leq \beta_x \leq 1; 0 \leq \beta_y \leq 1; 0 \leq \beta_z \leq 1; 0 \leq \gamma_x \leq 1; 0 \leq \gamma_y \leq 1; 0 \leq \gamma_z \leq 1$$

Далее реализуются связи: $\vec{E}^{n+1} = \vec{D}^{n+1}(\varepsilon_0 \varepsilon)^{-1}$, $\vec{H}^{n+1} = (\mu_0 \mu)^{-1} \vec{B}^{n+1}$

Для уравнений гидродинамики применяются полунявные схемы с аппроксимациями конвективных членов на пятиточечных шаблонах, что позволяет избежать влияния «схемной диффузии» на численные результаты [6]. Давление вычисляется итерациями из разностных аппроксимаций уравнения неразрывности.

5. Уравнения МГД в безразмерных переменных. Вводятся масштабы: линейных размеров « L », скоростей « U_∞ », времени $t^* = L / U_\infty$, другие масштабы обозначены звездочками.

В результате образуются следующие критерии подобия:

$$Eu = \frac{p}{\rho^* U_\infty^2}, Re = \frac{\rho^* U_\infty L}{\mu^*}, Fr = \frac{U_\infty^2}{gL}, He' = \frac{\sigma E^* LB^*}{\rho^* U_\infty^2}, Hr' = \frac{\rho_e^* LB^*}{\rho^* U_\infty},$$

$$\text{число Гартмана } Ha = B^* L \sqrt{\frac{\sigma}{\mu^*}}, De = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^*}{\rho_e^* L},$$

$$HM = \frac{B^*}{\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon E^* U_\infty}, OMe = \frac{\sigma L}{\varepsilon_0 \varepsilon U_\infty}, OMv = \frac{\sigma B^* L}{\varepsilon_0 \varepsilon E^*},$$

$$OMr = \frac{\rho_e^* L}{\varepsilon_0 \varepsilon E^*}, Be = \frac{E^*}{B^* U_\infty}, B^* = \mu_0 \mu H^*, D^* = \varepsilon_0 \varepsilon E^*$$

Уравнения МГД в данных безразмерных принимают вид [6]:

$$\rho' \left(\frac{\partial v'_i}{\partial t'} + \sum_{j=1}^3 v'_j \frac{\partial v'_i}{\partial x'_j} \right) + Eu \frac{\partial p'}{\partial x'_i} = \frac{\rho'}{Fr} F'_i + \frac{1}{Re} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x'_j} (\mu' m_i Ks_{m_i} v'^{m_i-1}_i \frac{\partial v'_i}{\partial x'_j}) +$$

$$+ He' [\vec{E}', \vec{B}']_i + Ha^2 \frac{1}{Re} [[\vec{v}', \vec{B}'], \vec{B}']_i + Hr' [\rho'_e \vec{v}', \vec{B}']_i, i = 1, 2, 3,$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t'} + \text{div} \rho' \vec{v}' = 0,$$

$$\rho' \left(\frac{\partial T'}{\partial t'} + \sum_{j=1}^3 v'_j \frac{\partial T'}{\partial x'_j} \right) = \frac{\kappa}{Re \cdot Pr} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x'_j} (\lambda' \frac{\partial T'}{\partial x'_j}) -$$

$$- Eu \cdot M^2 \cdot \kappa (\kappa - 1) p' \text{div} \vec{v}' +$$

$$+ \frac{1}{Re} M^2 \kappa (\kappa - 1) \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 \mu' m_i Ks_{m_i} v'^{m_i-1}_i \frac{\partial v'_i}{\partial x'_j} \frac{\partial v'_i}{\partial x'_j} + \rho' Q',$$

$$\frac{1}{Re_{m_i}} = \frac{1}{Re} Ks_{m_i}, Ks_{m_i} = \left(\frac{U_\infty}{m_i} \right)^{m_i-1}, \mu' = \mu'(T'), \lambda' = \lambda'(T'),$$

$$|v'_i| < \frac{1}{9} \quad m_i = 1; \quad \frac{1}{9} \leq |v'_i| < \frac{3}{9} \quad m_i = 3; \quad \frac{3}{9} \leq |v'_i| < \frac{5}{9} \quad m_i = 5;$$

$$\frac{5}{9} \leq |v'_i| \leq \frac{7}{9} \quad m_i = 7; \quad \frac{7}{9} \leq |v'_i| \quad m_i = 9,$$

$$\text{Pr} = \frac{\mu^* c_p}{\lambda^*}, p' = \frac{1}{\kappa \cdot Eu \cdot M^2} \rho' T', \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}, \quad M = \frac{U_\infty}{a^*}, \quad a^* = \sqrt{kRT^*},$$

$$\vec{D}' = \vec{E}', \quad \vec{B}' = \vec{H}', \quad De \cdot \text{div} \vec{D}' = \rho'_e, \quad \text{div} \vec{B}'|_{t'=0} = 0,$$

$$\vec{j}' = OMe \cdot \vec{E}' + OMv \cdot [\vec{v}', \vec{B}'] + OMr \cdot \rho'_e \vec{v}',$$

$$HM \cdot \text{rot} \vec{H}' = \{OMe \cdot \vec{E}' + OMv \cdot [\vec{v}', \vec{B}'] + OMr \cdot \rho'_e \vec{v}'\} + \frac{\partial \vec{D}'}{\partial t'},$$

$$Be \cdot \text{rot} \vec{E}' = -\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t'}$$

6. Удержание в канале электропроводящей жидкости наложенным поперечным магнитным полем. За характерные размеры взяты: ширина впускного зазора, скорость, напряженность электрического поля, плотность электрических зарядов во впускном зазоре, индукция наложенного поперечного магнитного поля, плотность и вязкость воздуха. Канал имеет электроизолированные стенки. Течение предполагается изотермическим ламинарным с малыми скоростями $m_i, \forall i$, что позволяет считать плотность воздуха постоянной. (Идея удержания магнитным полем плазмы в термоядерной реакции была выдвинута академиком Арцимовичем).

Моделирование двухфазного течения «жидкость-газ» проведено по VOF- методу [5], по которому плотность среды представляется суммой плотностей жидкости $\rho_{жс} = 7200 \text{ кг/м}^3$ и газа $\rho_2 = 1.293 \text{ кг/м}^3$. $\rho = c_2 \rho_2 + c_{жс} \rho_{жс}$, $c_2 + c_{жс} = 1$.

Аналогично другие параметры двухфазного течения:

$$\mu = c_2 \mu_2 + c_{жс} \mu_{жс}, \quad \sigma = c_2 \sigma_2 + c_{жс} \sigma_{жс}, \quad \varepsilon = c_2 \varepsilon_2 + c_{жс} \varepsilon_{жс}, \quad 1/\text{Re} = c_2 / \text{Re}_2 + c_{жс} / \text{Re}_{жс} \quad \text{т.д.}$$

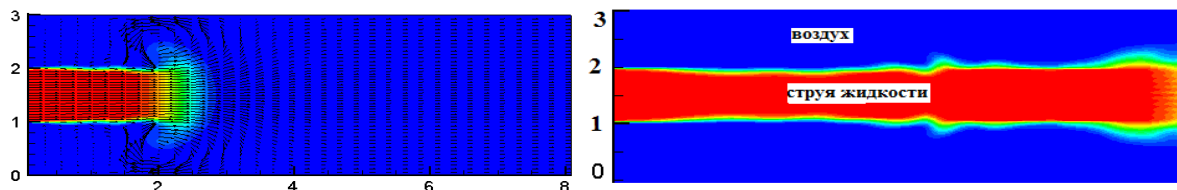
Воздух считается неэлектропроводной средой $\sigma_2 \equiv 0$.

В численных расчетах на сетке 250x150 было положено

$$Ha = 741619,847; F_x = F_y = 0; He' = 143,3925; Hr' = 25908,802;$$

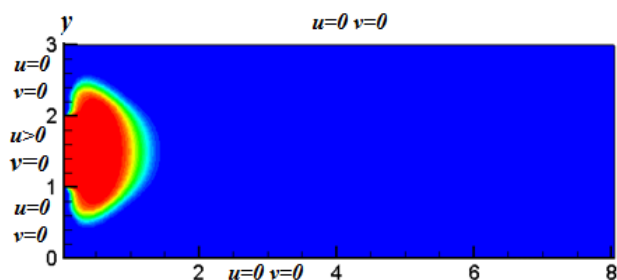
$$De = 0,86482; Eu = 1; HM = 8415572269,54857; OMe = 6,3995 \cdot 10^{-3};$$

$$OMv = 698,1317; OMr = 1,15630; Be = 9,166666 \cdot 10^{-6}.$$

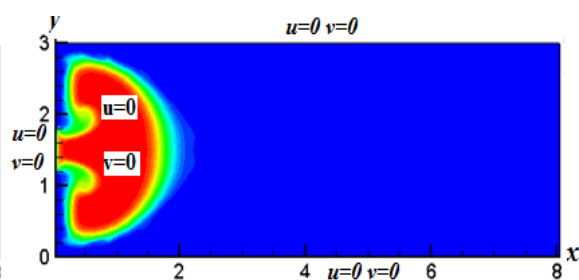


Фиг.1

Фигура 1 – соответствует вхождению и протеканию в канале неэлектропроводящей жидкости. Искривления свободной поверхности жидкости есть влияние вихрей образующихся в углах канала и далее развивающихся по течению

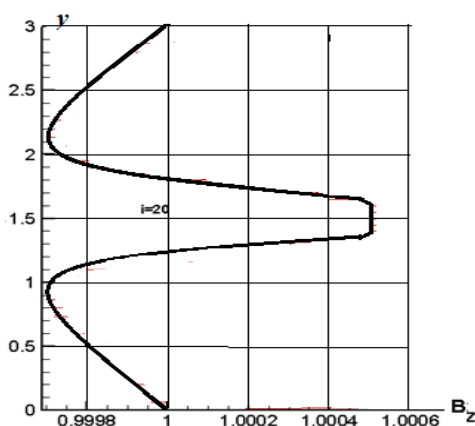


Фиг.2



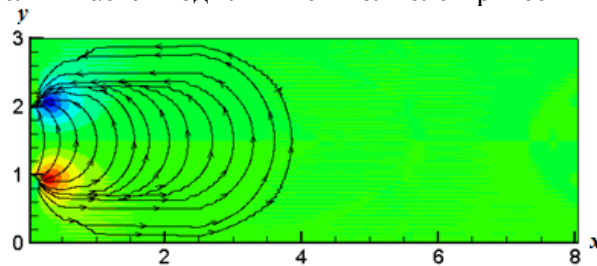
Фиг.3

На фиг.2 представлен начальный момент тормозящего действия наложенного поперечного магнитного поля $\mathbf{B}_z$. Подача жидкости через определенное время прекращается. На фиг.3 отображена образовавшаяся под действием магнитного поля постоянная конфигурация остановившейся введенной порции жидкости, далее намагниченная жидкость останавливается, инерционное движение воздуха через некоторый промежуток времени тоже прекращается.

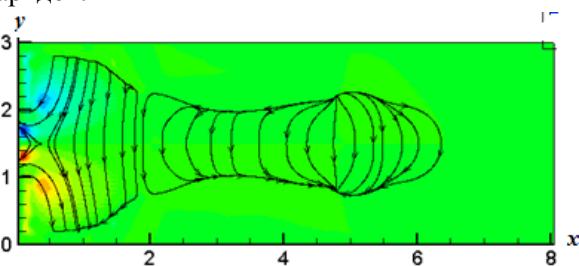


Фиг.4

На фиг.4 представлено изменение индукции магнитного поля $\mathbf{B}_z$ в поперечном сечении канала $x=1.6$ перед полной остановкой жидкости. В начальный момент времени $t=0$ по всему каналу магнитная индукция постоянна $\mathbf{B}_z = 1$. В области жидкости индукция магнитного поля увеличивается под влиянием поля электрических зарядов.

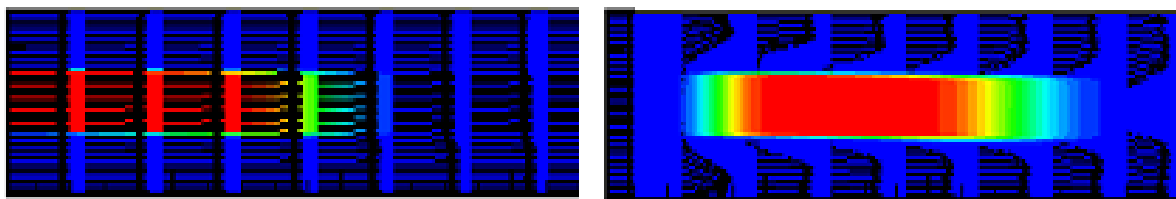


Фиг.5



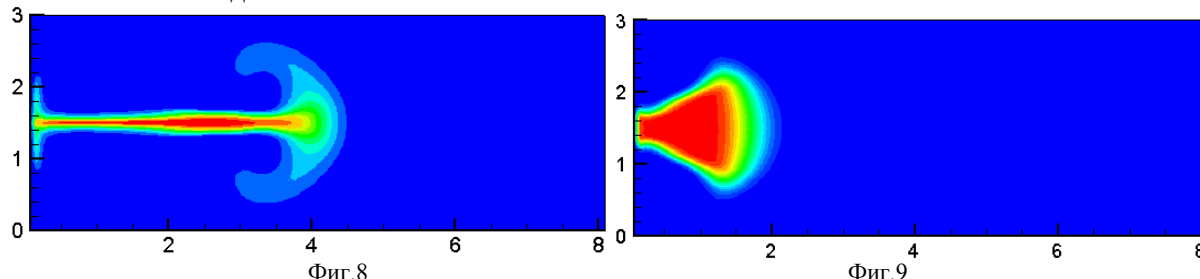
Фиг.6

На фиг.5 представлены линии вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ в канале. На фиг.6 соответствующие на тот же момент времени линии вектора плотности электрического тока $\mathbf{j}$ в канале.



Фиг.7

На левом рисунке фиг.7 представлен вход жидкости при отсутствии магнитного поля вместе с потоком воздуха по всей ширине канала. Введенная порция продолжает двигаться вместе с воздухом. Через некоторое время включается поперечное магнитное поле $B_z = 1$, под действием которого жидкость начинает останавливаться. На правом рисунке фиг.7 показан момент полной остановки жидкости, воздух продолжает двигаться, испытывая торможение со стороны остановившейся жидкости.



На рис. 8 представлено влияние безразмерного числа He' на конфигурацию остановившейся порции жидкости. При увеличении He' жидкость вытягивается по длине.

На рис.9 представлено влияние безразмерного числа Hr' на конфигурацию остановившейся жидкости. При увеличении Hr' жидкость вытягивается и принимает колоколообразную форму.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ватажин А.Б., Любимов Г.А. Магнитогидродинамические течения в каналах. -М.:«Наука»,1970г..С.672.
- [2] Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика.-М.: Физматгиз. 1962г. С.245.
- [3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред.-М.: «Наука» 1982г.- С.621.
- [4] Савельев И.В. Курс общей физики, том 2.- М.: «Наука», 1988г. С.496.
- [5] C.W.Hirt and B.D.Nichols. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries// J.Comput.Phys.,1981,Vol.39,pp.201-225.
- [6] Джакупов К.Б. Коррекции теоретических парадоксов механики сплошной среды.- Алматы: Изд-во «Гылым ордасы». 2015г. С.408.

REFERENCES

- [1] Vatajin A.B., Liubimoff G.A. MHD flow in channels. -M : "Science" , 1970. S.672 .
- [2] Savelieff I.B. Course of general physics , including 2.- M .: "Science", 1988 . S.496 .
- [3] Kulikovski A.G., Liubimoff G.A. Liubimoff G.A. MHD-M.: Fizmatgiz . 1962g . P.245 .
- [4] Landau L.D., Lifschic E.M. Electrodynamics– M.: “Nauka”. 1982.P.621. (in Russ.)
- [5] C.W.Hirt and B.D.Nichols. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries// J.Comput. Phys., 1981, Vol.39,pp.201-225.
- [6] Jakupov K.B. Correction of continuum mechanics theoretical paradoxes – Almaty: publishing house «K2 », 2009. P.376

МАГНИТТІК ГИДРОДИНАМИКАДА МАКСВЕЛЛ ТЕНДЕУЛЕРІН ЖӘНЕ ОМ ЗАҢЫН ЕКІФАЗАЛЫ МАГНИТТІК ГИДРОДИНАМИКАДА САНДЫҚ МОДЕЛЬДЕУДЕ САПАЛЫ ҚОЛДАНУ

К.Б. Жақып-тегі

ҚР БҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан

Түйін сөздер: индукция, кернеу, сұйықтық, ауа, магниттік өріс.

Аннотация. МГД-ның магниттік және электрлік өрістерінің гиперболалық немесе параболалық тендеулері бар жүйелерінің қайшылықтары көрсетілген. МГД-да Максвеллдің тендеулерін және Ом заңын тікелей пайдалану мәселесі негізделінген. Электромагниттік өрістердің алысқа әсер ететінін ескеретін Максвелл тендеулеріне айқын айырымдық схемалар құрастыруға ерекше көңіл бөлінген. Арнадағы екіфазалық, яғни, электрөткізгіш сұйықтықтың электрөткізбейтін ауадағы ағысының сандық нәтижелері келтірілген. Тыстан салынған магнит өрісі Гартман үлкен сандарында еңгізілген электрөткізгіш сұйықтықтың массасын тоқтатады да, оны қозғалмас жағдайда ұстап қалады.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 135 – 140

CALCULATION OF ω (782) MESON'S DECAY WIDTH FOR THE REACTION $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ IN COVARIANT QUARK MODEL**A.N. Issadykov¹, M.A. Ivanov², S.K. Sakhiev³,
S.A. Zhaugasheva⁴, G.S. Nurbakova⁴, B.A. Mukushev⁵**⁽¹⁾L. N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Republic of Kazakhstan;⁽²⁾Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russian Federation;⁽³⁾Institute of Nuclear Physics, Ministry of Energy, Almaty, Republic of Kazakhstan;⁽⁴⁾Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan⁽⁵⁾Shakarim State University, Semey, Republic of Kazakhstan)**Keywords:** Multi-pion decay, covariant quark model, vector meson, decay width.

Abstract. In the paper we study the quark structure and mechanism of the formation of a ω (782) meson's bound state. Recently, the quark structure of the vector meson ω (782) arouses great interest. Actively studied "multipion" decays of the meson in a variety of theoretical approaches. Therefore, in our work we calculated the width of three pion decays of diquark states of ω (782) meson at different values of meson's size in the covariant quark model. The theoretical data are in full agreement with the experimental data. Proceeding the calculated data of the width for different values of the meson's size we determined the effective size of the vector ω (782) meson. In this model there are no threshold singularity corresponding to the birth of the quarks due to introducing the infrared cutoff in the space of Fock-Schwinger parameters. The model has several free parameters: the mass of constituent quarks, the infrared cutoff parameter and the parameter that describe effective size of hadrons.

УДК 539.126.4

ВЫЧИСЛЕНИЕ ШИРИНЫ РАСПАДА ω (782) МЕЗОНА ДЛЯ РЕАКЦИИ $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ В КОВАРИАНТНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ**А.Н. Исадыков¹, М.А. Иванов², С.К. Сахиев³,
С.А. Жаугашева⁴, Г.С. Нурбакова⁴, Б.А. Мукушев⁵**⁽¹⁾Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, г. Астана, Республика Казахстан;⁽²⁾Объединенный Институт Ядерных Исследований, г. Дубна, Российская Федерация;⁽³⁾Институт Ядерной Физики, Министерство Энергетики, г. Алматы, Республика Казахстан⁽⁴⁾Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Республика Казахстан⁽⁵⁾Государственный университет им. Шакарима, г. Семей, Республика Казахстан)

Ключевые слова: мульти-пионный распад, ковариантная модель кварков, векторный мезон, ширина распада.

Аннотация. В данной работе исследована кварковая структура и механизм формирования связанного состояния ω (782) мезона. В последнее время кварковая структура векторного мезона ω (782) вызывает большой интерес. Активно исследуются «мультипионные» распады мезона в различных теоретических подходах. В нашей работе мы вычислили ширину радиационного распада на три пиона дикваркового состояния ω (782) мезона при разных значениях размера мезона в рамках ковариантной модели кварков. Полученные теоретические данные в полном согласии с экспериментальными данными. Исходя из вычисленных данных о ширине при разных значениях размера мезона мы определили эффективный размер векторного ω (782) мезона. В рамках данной модели все пороговые сингулярности, соответствующие

рождению кварков, устраняются введением инфракрасного обрезания в пространстве параметров Фока-Швингера. В качестве свободных параметров в данной модели применяются конституэнтные массы кварков, параметр инфракрасного обрезания и параметры описывающие эффективный размер адронов.

Введение

Пионы являются фундаментальными частицами для описания сильных взаимодействий не только потому, что они были первыми обнаружены как посредники ядерных сил, но также поскольку большинство адронов, созданные в эксперименте, могут распадаться как непосредственно, так и через каскад процессов распада в пионы, которые впоследствии испаряются в фотоны, нейтрино и лептоны. Процесс мульти-пионного распада ω (782) мезона является актуальной на сегодняшний день [1-5]. Распады мезона активно изучаются на экспериментах KLOE и CMD-2 [6,7].

1. Определение наблюдаемых легких мезонов в кварковой модели и описание векторного мезона ω (782)

Мезоны – частицы с барионным числом $B = 0$. В кварковой модели, они- связанные состояния qq' кварков q и антикварков q' (ароматы q и q' могут отличаться). Если орбитальный момент qq' состояния равно ℓ , то четность P равно $(-1)^{\ell+1}$. Спин мезонов J дается обычным соотношением $|\ell-s| \leq J \leq |\ell+s|$, где s равен 0 (антипараллельные спины кварков) или 1 (параллельные спины кварков).

Мезоны классифицируются в J^{PC} мультиплеты. Состояния с $\ell = 0$ являются псевдоскалярами (0^+) и векторами (1^-). Орбитальные возбуждения с $\ell = 1$ являются скалярами (0^{++}), аксиальными векторами (1^{++}) и (1^+), а также тензорами (2^{++}).

Изоскалярные состояния с одинаковым J^{PC} будут смешанными состояниями. Однако смешивание между двумя легкими кварками изоскалярных мезонов и более тяжелых чармония или боттомония, как правило, предполагается, будет незначительным. В дальнейшем мы будем использовать общие имена, такие как a для $I = 1$, K для $I = 1/2$, а также f и f' для $I = 0$ членов нонетов легких кварков. Таким образом, физические изоскаляры являются смесью волновых функций ψ_8 и ψ_1 :

$$f' = \psi_8 \cos \theta - \psi_1 \sin \theta, \quad (1)$$

$$f = \psi_8 \sin \theta - \psi_1 \cos \theta, \quad (2)$$

где θ является углом смешивания нонета и

$$\psi_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}), \quad (3)$$

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}). \quad (4)$$

Эти отношения часто переписываются для проявления $u\bar{u} + d\bar{d}$ и $s\bar{s}$ компонент, которые разделяются для «идеального» угла смешивания θ_i , так что $\tan \theta_i = 1/\sqrt{2}$ (или $\theta_i = 35.3^\circ$). Определяя $a = \theta + 54.7^\circ$, получим состояние физических изоскаляр в основе ароматов:

$$f' = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \cdot \cos a - s\bar{s} \cdot \sin a, \quad (5)$$

и его ортогональный партнер f (a заменить на $a - 90^\circ$). Таким образом, для идеального смешивания ($a_i = 90^\circ$), то f' становится чистым $s\bar{s}$, а f чистым $u\bar{u} + d\bar{d}$ состоянием.

Это соотношение проверено для векторных мезонов в основном состоянии. Мы отождествляем ϕ (1020) с f' и ω (782) с f . Таким образом:

$$\phi(1020) = \psi_8 \cos \theta_V - \psi_1 \sin \theta_V, \quad (6)$$

$$\omega(782) = \psi_8 \sin \theta_V + \psi_1 \cos \theta_V, \quad (7)$$

где «идеальный» угол смешивания для векторных мезонов $\theta_V = 36.4^\circ$ [8]. Подробное описание легких мезонов мы привели в таблице 1.

Волновые функции f и f' даны в тексте. Классификация скалярных (0^{++}) мезонов является предварительным: легкие скалярные мезоны $a_0(980)$, $f_0(980)$ и $f_0(500)$ часто рассматриваются как мезон-мезонные или тетракварковые состояния, и исключены из таблицы.

Таблица 1 – Определение предлагаемых qq' кварковых моделей некоторых наблюдаемых легких мезонов

$n^{2s+1}\ell_J$	J^{PC}	$l=1$ $u\bar{d}, \bar{u}d, \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u})$	$l=\frac{1}{2}$ $u\bar{s}, d\bar{s}; \bar{d}s, -\bar{u}s$	$l=0$ f'	$l=0$ f	θ_{quasd} [°]	θ_{lin} [°]
1^1S_0	0^{-+}	π	K	η	$\eta'(958)$	-11.4	-24.5
1^3S_1	1^{--}	$\rho(770)$	$K^*(892)$	$\phi(1020)$	$\omega(782)$	39.1	36.4
1^1P_1	1^{+-}	$b_1(1235)$	$K_{1B}^{\dagger}$	$h_1(1380)$	$h_1(1170)$		
1^3P_0	0^{++}	$a_0(1450)$	$K_0^*(1430)$	$f_0(1710)$	$f_0(1370)$		
1^3P_1	1^{++}	$a_1(1260)$	$K_{1A}^{\dagger}$	$f_1(1420)$	$f_1(1285)$		
1^3P_2	2^{++}	$a_2(1320)$	$K_2^*(1430)$	$f_2'(1525)$	$f_2(1270)$	32.1	30.5
1^1D_2	2^{-+}	$\pi_2(1670)$	$K_2(1770)^{\dagger}$	$\eta_2(1870)$	$\eta_2(1645)$		
1^3D_1	1^{--}	$\rho(1700)$	$K^*(1680)$		$\omega(1650)$		
1^3D_2	2^{--}		$K_2(1820)$				
1^3D_3	3^{--}	$\rho_3(1690)$	$K_3^*(1780)$	$\phi_3(1850)$	$\omega_3(1670)$	31.8	30.8
1^3F_4	4^{++}	$a_4(2040)$	$K_4^*(2045)$		$f_4(2050)$		
1^3G_5	5^{--}	$\rho_5(2350)$	$K_5^*(2380)$				
1^3H_6	6^{++}	$a_6(2450)$			$f_6(2510)$		
2^1S_0	0^{-+}	$\pi(1300)$	$K(1460)$	$\eta(1475)$	$\eta(1295)$		
2^3S_1	1^{--}	$\rho(1450)$	$K^*(1410)$	$\phi(1680)$	$\omega(1420)$		

Легкие векторные мезоны образуют нонет, который представлен в рисунке 1, а нонет скалярных мезонов представлен в рисунке 2.

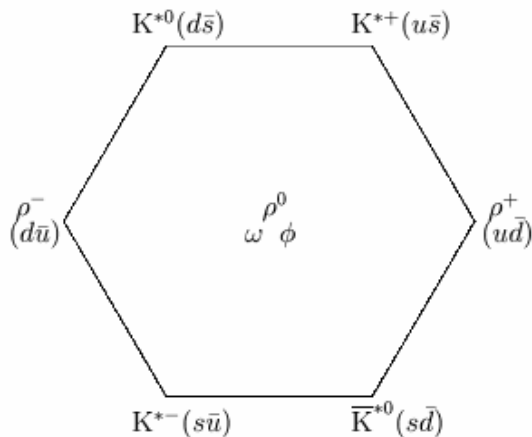


Рисунок 1 – Нонет легких векторных мезонов

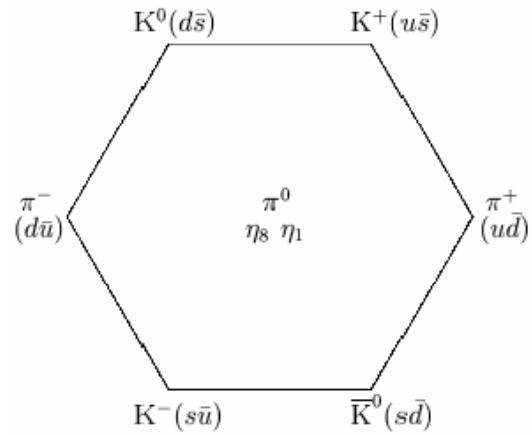


Рисунок 2 – Нонет легких скалярных мезонов

$\omega(782)$ мезон - легкий не имеющий «аромата» мезон ($S = C = B = 0$). Квантовые числа мезона $\Gamma^G(J^{PC}) = 0^-(1^-)$. Мезон состоит из смешанного состояния u и d кварков [9]. Масса мезона $m_{\omega(782)} = 782.65 \pm 12$ МэВ. Основные моды распада $\omega(782) \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ (89.2 %) и $\omega(782) \rightarrow \pi^0 \gamma$ (8.28 %). Полная ширина распада $\Gamma = 8.49 \pm 0.08$ МэВ.

2. Ковариантная модель кварков

Ковариантная модель кварков является эффективным квантовополевым подходом к адронным взаимодействиям, основанным на лагранжиане взаимодействия адронов с их составляющими кварками. Знание соответствующего интерполирующего кваркового тока позволяет вычислить самосогласованным образом матричные элементы физических процессов. Константа связи адронов с их интерполирующими кварковыми токами определяются из условия связности $Z_H = 0$, предложенного в работах [10,11] и в дальнейшем используемого во многих разделах физики частиц [12]. Здесь Z_H есть константа перенормировки волновой функции адрона. В случае простейшего скалярного (псевдоскалярного) бесспинового поля данное условие записывается в виде:

$$Z_H = 1 - g_H^2 \Pi'_H(m_H^2) = 0, \quad (8)$$

где $\Pi'_H(m_H^2)$ есть производная массового оператора.

В ковариантной модели кварков эффективным образом вводится инфракрасное обрезание в пространстве параметров Фока-Швингера, по которым проводится интегрирование в выражениях для матричных элементов. Такая процедура позволяет устранить все пороговые сингулярности, соответствующие рождению кварков, и тем самым гарантировать конфайнмент кварков. В модели отсутствуют ультрафиолетовые расходимости благодаря вершинным адрон-кварковым формфакторам, которые описывают нелокальную структуру адронов. Ковариантная модель кварков содержит несколько свободных параметров: массы конститuentных кварков, параметр инфракрасного обрезания, который характеризует область конфайнмента, и параметры, которые описывают эффективный размер адронов.

3. Лагранжиан кварк-адронного взаимодействия

Отправной точкой ковариантной кварковой модели является релятивистский – инвариантный лагранжиан, описывающий взаимодействие некоторого адрона с его составляющими кварками. При этом адронное состояние описывается полем $H(x)$, удовлетворяющим соответствующему свободному уравнению движения, а кварковая часть представляет собой интерполирующий кварковый ток $J_H(x)$ с квантовыми числами данного адрона

$$L_{\text{int}}(x) = g_H H(x) \cdot J_H(x) + h.c. \quad (9)$$

Отметим, что в случае тождественных частиц, т.е. когда античастица совпадает с частицей (π^0 - мезон, ϕ - мезон, и т.п.), эрмитово – сопряженная часть совпадает с первоначальным лагранжианом и поэтому, ее нужно опустить. В случае простейших кварк – антикварковых состояний (мезонов) интерполирующий кварковый ток записывается в виде:

$$J_M(x) = \int dx_1 \int dx_2 F_M(x; x_1, x_2) \bar{q}_2(x_2) \Gamma_M q_1(x_1) \quad (10)$$

здесь Γ_M -матрица Дирака, обеспечивающая нужные квантовые числа для мезона: I -скаляр, $i\gamma^5$ -псевдоскаляр, γ^μ -вектор, $\gamma^\mu\gamma^5$ -аксиал, $\sigma^{\nu\mu} = (i/2)(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$ - тензор. Вершинная функция F_M эффективно описывает распределение кварков внутри мезона. В принципе она может быть связана с амплитудой Бете – Солпитера, но на данном этапе будем считать ее феноменологической функцией. Из требования трансляционной инвариантности следует, что эта функция должна удовлетворять соотношению $F_M(x+a; x_1+a, x_2+a) = F_M(x; x_1, x_2)$, где a - произвольный четырехмерный вектор. Выбираем следующую форму для функции F_M , удовлетворяющую данному условию:

$$F_M(x; x_1, x_2) = \delta(x - x_1\omega_1 - x_2\omega_2) \Phi_M((x_1 - x_2)^2), \quad (11)$$

где $\omega_i = m_{q_i} / (m_{q_1} + m_{q_2})$. Данный выбор соответствует выделению системы центра масс двух кварков и умножению на функцию Φ_M , зависящей лишь от квадрата относительной координаты.

От функции Φ_M требуется достаточно быстрое убывание ее Фурье – образа в евклидовой области.

4. Параметры модели

В начале определим число свободных параметров в ковариантной кварковой модели в случае мезонов, рассматриваемых как кварк-антикварковые состояния. Для данного мезона H_i имеется константа связи g_{H_i} , параметр Λ_{H_i} , две из возможных четырех величин конституэнтных масс кварков m_{q_j} ($m_u = m_d, m_s, m_c, m_b$) и универсальный параметр инфракрасного обрезания (конфайнмента) λ . Легко посчитать, что в случае n_H мезонов имеется $2n_H + 5$ свободных параметров. Условие связанности накладывает n_H ограничений на число модельных параметров, что символически можно записать как

$$f_{H_i}(g_{H_i}, \Lambda_{H_i}, m_{q_i}, \lambda) = 1. \quad (12)$$

Данное условие может быть использовано, чтобы исключить константу связи g_H из числа свободных параметров. Остальные $n_H + 5$ параметров определяются с помощью фитирования по экспериментальным данным.

Результаты лучшего фита были достигнуты при значениях свободных параметров модели, приведенные в уравнении (13).

$$\begin{array}{ccc} m_u & m_s & \lambda \\ 0.241 & 0.428 & 0.181 \quad \text{ГэВ} \end{array} \quad (13)$$

5. Численные результаты

В данной работе мы использовали значения массы $\omega(782)$ мезона равной $m_{\omega(782)} = 782.65$ МэВ. Вычисления сделаны для определения ширины распада $\omega(782)$ мезона. Результаты вычислений приведены в таблице 2. В таблице приведены ширины для доминирующего распада $\omega(782)$ мезона $\omega(782) \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$.

Полученные теоретические результаты в полном соответствии с экспериментальными значениями. Наши данные приведены для разных значений (ГэВ) параметра Λ , который обозначает размер мезона. В настоящий момент, размер $\omega(782)$ мезона не определен экспериментально. В связи с этим мы варьировали параметр Λ и вычислили эффективный размер $\omega(782)$ мезона в рамках ковариантной модели кварков, который равен значению 0.451 ГэВ.

Таблица 2 – Ширина мульти-пионного распада $\omega(782)$ в ковариантной модели кварков

Мода распада	Г _{теор.} ГэВ					Г _{эксп.} ГэВ
	$\Lambda=0.4$	$\Lambda=0.5$	$\Lambda=0.65$	$\Lambda=1$	$\Lambda=0.451$	
$\omega(782) \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$	0.009817	0.007301	0.004361	0.001096	0.00849	0.00849

Заключение

В данной работе мы изучали состояние векторного мезона, $\omega(782)$ мезона как мезона, состоящего из смешанного состояния u и d кварков.

Были получены значения ширины мульти-пионного распада $\omega(782) \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$. Полученные теоретические результаты в полном соответствии с экспериментальными значениями. Наши данные приведены для разных значений (ГэВ) параметра Λ , который обозначает размер мезона. В настоящий момент, размер $\omega(782)$ мезона не определен экспериментально. В связи с этим мы варьировали параметр Λ и вычислили размер $\omega(782)$ мезона в рамках ковариантной модели кварков. Размер мезона составляет $\Lambda=0.451$ ГэВ.

Ковариантная модель кварков зарекомендовала себя как хороший инструмент для вычисления распадов частиц и определения их ширин. В последующих работах с векторными мезонами планируется использовать полученные значения данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Schneider S.P., Kubis B. and Niecknig F. “Dispersive analysis of $\omega/\phi \rightarrow 3\pi$ decays and the $\omega/\phi \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ transition form factors”, PoS CD 12 (2013) 054, [arXiv:1212.0654 [hep-ph]].
- [2] Achasov N.N. and Kozhevnikov A.A. “Many pion decays of $\rho(770)$ and $\omega(782)$ mesons in chiral theory” // Phys. Rev. D 62 (2000) 056011
- [3] Kleefeld F., E. van Beveren and Rupp G. “The Pionic width of the $\omega(782)$ meson within a well-defined, unitary quantum field theory of (anti-)particles and (anti-)holes” // Nucl. Phys. A 694 (2001) 470
- [4] Achasov N.N. and Kozhevnikov A.A. “Multipion decays of $\omega(782)$ and $\phi(1020)$ ” // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 162 (2006) 135
- [5] Azimov Y.I. “Mixing and decays of ρ and ω mesons” // Eur. Phys. J. A 16 (2003) 209
- [6] Ambrosino F. et al. [KLOE Collaboration], “Study of the process $e^+e^- \rightarrow \omega \pi^0$ in the ϕ -meson mass region with the KLOE detector”, // Phys. Lett. B 669 (2008) 223
- [7] Akhmetshin R.R. et al. [CMD-2 Collaboration], “Measurement of ω meson parameters in $\pi^+ \pi^- \pi^0$ decay mode with CMD-2”, // Phys. Lett. B 476 (2000) 33
- [8] <http://pdg.lbl.gov/2014/reviews/rpp2014-rev-quark-model.pdf>
- [9] <http://pdg.lbl.gov/2014/tables/rpp2014-tab-mesons-light.pdf>
- [10] Ivanov M.A., Santorelli P. and Tancredi N. “The Semileptonic form-factors of B and D mesons in the quark confinement model” // Eur. Phys. J. A. – 2000 – Vol.9. – P.109.
- [11] Ivanov M.A., Kurrer J.G. and Santorelli P. “The Semileptonic decays of the B_c meson” // Phys. Rev. D. – 2001 – Vol.63. – P.074010.
- [12] Faessler A. et al. “The Exclusive rare decays $B \rightarrow K(K^*) \bar{l}l$ and $B_c \rightarrow D(D^*) \bar{l}l$ in a relativistic quark model” // Eur. Phys. J. direct C. – 2002 – Vol.4. – P.18.

КВАРКТАРДЫҢ КОВАРИАНТТЫҚ МОДЕЛІНДЕ $\omega(782)$ МЕЗОНЫНЫҢ ЫДЫРАУ ЕНІН $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ РЕАКЦИЯСЫ ҮШІН ЕСЕПТЕУ

А.Н. Исадыков¹, М.А. Иванов², С.К. Сахиев³, С.А. Жауғашева⁴, Г.С. Нурбакова⁴, Б.А. Мукушев⁵

¹Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті, Астана қ., Қазақстан Республикасы;

²Біріккен Ядролық Зерттеулер Институты, Дубна қ., Ресей Федерациясы;

³Ядролық Физика Институты, Энергетика Министірлігі, Алматы қ., Қазақстан Республикасы

⁴Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы қ., Қазақстан Республикасы

⁵Шәкәрім атындағы Мемлекеттік Университет, Семей қ., Қазақстан Республикасы)

Түйін сөздер: Мульти-пиондық ыдырау, кварктардың коварианттық моделі, векторлық мезон, ыдырау ені.

Аннотация. Бұл жұмыста $\omega(782)$ мезонының кварктық құрылымы және байланыс күй түзілуінің механизмі зерттелген. $\omega(782)$ мезоны соңғы кезде кварктық құрылымы бойынша үлкен қызығушылық тудырған векторлық мезондардың бірі. Мезонның «мультипиондық» ыдырауы әр түрлі теоретикалық тәсілдер аясында белсенді зерттелуде. Осы жұмыста кварктардың коварианттық моделі аясында дикуарктік күйдегі $\omega(782)$ мезонының әр түрлі өлшемі үшін үш пионға ыдырау радиациялық ені есептелінді. Есептелінген теоретикалық мәліметтер тәжірибе мағлұматтарымен толығымен үйлеседі. Әр түрлі өлшем үшін есептелінген ыдырау ені мәліметтеріне сүйене отырып $\omega(782)$ мезонының эффективті өлшемін анықтадық. Осы модель аясында кварктардың пайда болуына тиісті барлық табалдырық сингулярлықтар Фок-Швингер кеңістік параметрінде инфрақызылдық кесу енгізілуімен жойылады. Кварктардың коварианттық моделінде тәуелсіз параметрлер ретінде кварктардың конституенттік массалары, инфрақызылдық кесу параметрі және адрондардың эффективті өлшемін сипаттайтын параметр қолданылады.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 141 – 146

ABOUT ROGERS SEMILATTICES OF TWO ELEMENT FAMILIES OF DIFFERENCE OF C.E. SETS

B.S. Kalmurzaev

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
birzhan_mm@mai.ru

Key words. Rogers semilattice, hierarchy of Ershov, computably enumerable sets, positive numberings, decidable numberings.

Abstract. In the work it was constructed an example of Σ_2^{-1} -computable family $\mathcal{S}$ such that Rogers semilattices $\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})$ and $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ are one-element. And an example of Σ_2^{-1} -computable family $\mathcal{S}$ such that Rogers semilattice $\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})$ is one-element, and $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ is not one-element.

УДК 510.54

О ПОЛУРЕШЕТКАХ РОДЖЕРСА ДВУХЭЛЕМЕНТНЫХ СЕМЕЙСТВ РАЗНОСТЕЙ В. П. МНОЖЕСТВ

Б.С. Калмурзаев

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: полурешетка Роджерса, иерархия Ершова, вычислимо перечислимые множества, позитивная нумерация, разрешимая нумерация.

Аннотация. В работе приведен пример Σ_2^{-1} -вычислимого семейства $\mathcal{S}$ такого, что полурешетки Роджерса $\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})$ и $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ одноэлементны. А также приведен пример Σ_2^{-1} -вычислимого семейства $\mathcal{S}$ такого, что полурешетка Роджерса $\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})$ одноэлементна, а $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ не одноэлементна.

Исследование вычислимых семейств множеств иерархии Ершова было инициировано работами [1], [2], в которых был предложен общий подход к введению понятия вычислимой нумерации для широкого класса семейств конструктивных объектов и сформулирована программа их изучения в терминах свойств так называемых полурешеток Роджерса.

Полученные к настоящему времени результаты о полурешетках вычислимых нумераций семейств множеств иерархии Ершова выявили новые феномены, не присущие классическим вычислимым нумерациям семейств вычислимо перечислимых (в.п.) множеств. В частности, было доказано существование семейств, состоящих из двух вложенных множеств, полурешетка Роджерса которых одноэлементна [3].

Приведем некоторые понятия из теории вычислимости, используемые в работе. Понятие n -вычислимо перечислимого (n -в.п.) множества было предложено С.Д. Аш, Д.Ф. Найт в индуктивной форме [4]:

Определение 1. 1-в.п. множества – это в точности в.п. множества, а каждое $(n+1)$ -в.п. множество – это разность некоторого вычислимо перечислимого и некоторого n -в.п. множеств.

Таким образом, 2-в.п. множества имеют вид $R_1 \setminus R_2$, где R_1, R_2 – в.п. множества, поэтому их еще называют разностями в.п. множеств (кроме того можно утверждать, что $R_1 \subseteq R_2$), 3-в.п. множества имеют вид $R_1 \setminus (R_2 \setminus R_3) = (R_1 \setminus R_2) \cup R_3$, где $R_1 \subseteq R_2 \subseteq R_3$ и R_1, R_2, R_3 – в.п.

множества и т.д. -в.п. множества образуют уровень Σ_n^{-1} иерархии Ершова [5], о них также говорят как о Σ_n^{-1} -множествах.

Теперь приведем некоторые понятия из теории нумераций. Сюръективное отображение α множества натуральных чисел ω на непустое множество $\mathcal{A}$ называется нумерацией множества $\mathcal{A}$. Пусть $\mathcal{A}$ – семейство множеств из класса Σ_n^{-1} , $n \geq 1$, иерархии Ершова. Нумерация $\alpha: \omega \rightarrow \mathcal{A}$ называется Σ_n^{-1} -вычислимой, если

$$\{\langle x, n \rangle \mid x \in \alpha(n)\} \in \Sigma_n^{-1}.$$

Понятие Σ_1^{-1} -вычислимой нумерации совпадает с классическим понятием вычислимой нумерации семейства рекурсивно перечислимых множеств [4]. Множество всех Σ_n^{-1} -вычислимых нумераций семейства $\mathcal{A}$ обозначим через $\text{Com}_n^{-1}(\mathcal{A})$. Нумерация α семейства $\mathcal{A}$ сводится к нумерации β этого семейства (символически $\alpha \leq \beta$), если существует рекурсивная функция f , для которой $\alpha(x) = \beta(f(x))$ для всех $x \in \omega$. Если $\alpha \leq \beta$ и $\beta \leq \alpha$, то нумерации α и β называются эквивалентными ($\alpha \equiv \beta$). Обозначим через $\deg(\alpha)$ степень нумерации α , т.е. совокупность нумерации $\{\beta \mid \beta \equiv \alpha\}$. Отношение сводимости нумерации является предпорядком на $\text{Com}_n^{-1}(\mathcal{A})$ и индуцирует отношение частичного порядка на множестве степеней нумерации из $\text{Com}_n^{-1}(\mathcal{A})$, которое также будем обозначать через $\leq$. Частично упорядоченное множество

$$\mathcal{R}_n^{-1}(\mathcal{A}) = \{\{\deg(\alpha) \mid \alpha \in \text{Com}_n^{-1}(\mathcal{A})\}, \leq\}$$

является верхней полурешеткой, которая называется полурешеткой Роджерса семейства $\mathcal{A}$.

Определение 3 ([6]). Нумерацию α назовем *позитивной*, если множество $\{\langle n, m \rangle \mid \alpha(n) = \alpha(m)\}$ является вычислимо перечислимым (и разрешимой, если указанное множество вычислимо).

Ясно, что всякая разрешимая нумерация является позитивной.

Следующая теорема утверждает, что существуют Σ_2^{-1} -вычислимые семейства такие, что полурешетка Роджерса 2-го и 3-го уровня иерархии Ершова этого семейства не изоморфны.

Теорема 1. Найдется двухэлементное семейство Σ_2^{-1} -множеств $\mathcal{S} = \{A, B\}$ такое, что $|\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})| = 1$ и $|\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})| > 1$.

Доказательство. Строим разрешимую Σ_2^{-1} -нумерацию α следующим образом: $\alpha(0) = A$ и $\alpha(x) = B$ для всех $x = 1, 2, \dots$. Строим еще Σ_3^{-1} -вычислимую нумерацию β так, чтобы она не была позитивной. И этим мы обеспечим $|\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})| > 1$. Пусть π_k – все Σ_2^{-1} -вычислимые нумерации всех Σ_2^{-1} -вычислимых семейств ($k \in \omega$). Пусть $a(k, x, i)$ – произвольная 1-1-вычислимая всюду определённая функция. Будем строить множества A и B и функции g_k , ($k \in \omega$) удовлетворяющих следующим требованиям.

Требования

- (1) Если π_k нумерация нашего семейства, то g_k всюду определено и сводит π_k к α .
- (2) β – Σ_3^{-1} -вычислимая нумерация семейства $\mathcal{S}$.
- (3) β – не позитивная нумерация.

Стратегия для g_k

Перечисляем $a(k, x, 0)$ в A и $a(k, x, 0), a(k, x, 1)$ в B для любых $k, x \in \omega$. Ждём пока $a(k, x, 0)$ или $a(k, x, 1)$ не появятся в $\pi_k(x)$ для некоторых x и k .

Случай 1.1. Если $a(k, x, 1)$ появится в $\pi_k(x)$ и $g_k(x)$ не определено, то определяем $g_k(x) = 1$.

Случай 1.2. Если $g_k(x) = 1$ и $a(k, x, 1)$ исчезает из $\pi_k(x)$, то $a(k, x, 1)$ перечисляем в A .

Случай 2.1. Если случай 1.1. не произошёл и $a(k, x, 0)$ появляется в $\pi_k(x)$ и $g_k(x)$ не определено, то $a(k, x, 0)$ убираем из A .

Случай 2.2. Если случай 1.1. не произошёл и $a(k, x, 0)$ исчезает из $\pi_k(x)$ и $g_k(x)$ не определена, то определяем $g_k(x) = 0$.

Случай 3. Если вышеперечисленные случаи не произошли и функция $g_k(x)$ осталась неопределённой до бесконечности, то π_k не является нумерацией нашего семейства и требования удовлетворены.

Конструкция стратегии

Шаг 0. Пусть $A^0 = \emptyset$ и $B^0 = \emptyset$. Функция $g_k(x)$ не определена для всех k и x . Переходим к следующему шагу.

Шаг $t + 1$. Пусть $m = l(t)$, $k = l(m)$, $x = r(m)$ и выполняем следующие инструкции.

Случай 1. Если t наименьший номер такой, что $l(t) = m$, тогда $a(k, x, 0)$ перечисляем в A^{t+1} и $a(k, x, 0)$, $a(k, x, 1)$ перечисляем в B^{t+1} . Переходим к следующему шагу.

Случай 2. Если найдется $t' < t$ такой, что $l(t') = m$ и $g_k^t(x)$ неопределена, тогда выполняем инструкции одного из следующих подслучаев.

Подслучай 2.1. Если $a(k, x, 1) \in \pi_k^{t+1}(x)$, тогда пусть $g_k^{t+1}(x) = 1$. Переходим в конец шага.

Подслучай 2.2. Если $a(k, x, 0) \in A^t \cap \pi_k^{t+1}(x)$ и $a(k, x, 1) \notin \pi_k^{t+1}(x)$, тогда убираем $a(k, x, 0)$ из A . Переходим в конец шага.

Подслучай 2.3. Если $a(k, x, 0), a(k, x, 1) \notin A^t \cup \pi_k^{t+1}(x)$ и $a(k, x, 0) \in \pi_k^s(x)$ для $s \leq t$, тогда пусть $g_k^{t+1}(x) = 0$. Переходим в конец шага.

Подслучай 2.4. Если подслучаи 2.1-2.3 не выполняются, тогда ничего не предпринимаем и переходим в конец шага.

Случай 3. Если $g_k^t(x)$ определена, тогда выполняем инструкции одного из следующих подслучаев.

Подслучай 3.1. Если $g_k^t(x) = 1$ и $a(k, x, 1) \notin \pi_k^{t+1}(x)$, тогда $a(k, x, 1)$ перечисляем в A . Переходим в конец шага.

Подслучай 3.2. Если подслучай 3.1 не выполняется, тогда ничего не предпринимаем и переходим в конец шага.

Конец шага. Для всех m, y , если $g_m^t(y)$ определено, то пусть $g_m^{t+1}(y) = g_m^t(y)$. И для всех $x \geq 1$ пусть $\alpha^t(0) = A^{t+1}$ и $\alpha^t(x) = B^{t+1}$. И пусть для всех k

$$\begin{aligned} \beta^{t+1}(2k) &= A^{t+1}, \\ \beta^{t+1}(2k+1) &= \begin{cases} A^{t+1}, & \text{если } \langle 2k, 2k+1 \rangle \notin W_k^{t+1}; \\ B^{t+1}, & \text{если } \langle 2k, 2k+1 \rangle \in W_k^{t+1}. \end{cases} \end{aligned}$$

Переходим к следующему шагу.

Свойства конструкции

1. Для всех $i \geq 1$, $\alpha(i) = \alpha(1)$. В частности, $\mathcal{S} = \{\alpha(0), \alpha(1)\}$.
2. $\mathcal{S} \subseteq \Sigma_2^{-1}$ и α является Σ_2^{-1} -вычислимой нумерацией семейства $\mathcal{S}$.
3. Для каждого $y \in \alpha(0) \cup \alpha(1)$, найдется $i \leq 1$ и $k, x \in \omega$ такие, что $y = a(k, x, i)$.
4. Для всех k, x , множество $\alpha(0) \cap \{a(k, x, 0), a(k, x, 1)\}$ равняется одному из следующих множеств: $\emptyset$, $\{a(k, x, 0)\}$, $\{a(k, x, 0), a(k, x, 1)\}$. А множество $\alpha(1) \cap \{a(k, x, 0), a(k, x, 1)\}$ равняется только $\{a(k, x, 0), a(k, x, 1)\}$.
5. Для всех k, x, t , если $g_k^t(x)$ определена, тогда $g_k^s(x)$ определена и $g_k^t(x) = g_k^s(x)$ для всех $s \geq t$. В частности, каждая g_k является частично рекурсивной функцией.
6. Для каждого k , если π_k – нумерация семейства $\mathcal{S}$, тогда функция g_k всюду определена.
7. Для всех k , если π_k – нумерация семейства $\mathcal{S}$, тогда $\pi_k(x) = \alpha(g_k(x))$ для всех $x \in \omega$.
8. $\alpha(0) \subset \alpha(1)$.

Свойства 1 – 8 доказываются аналогично, как свойства 1 – 8 в из [3].

9. Нумерация β является Σ_3^{-1} -вычислимой.

Доказательство. Заметим, что построенное множество A является Σ_2^{-1} -множеством а множество B является в.п. множеством и $A \subseteq B$. При переходе из A к B элементы B могут только перечисляться в β , так как B в.п. множество. И поэтому количество колебаний элементов в β не превосходит 3. Значит, построенная нумерация β является Σ_3^{-1} -вычислимой.

10. Нумерация β не является позитивной.

Доказательство. Допустим, что β позитивная нумерация семейства $\mathcal{S}$. Значит множество $\{\langle n, m \rangle | \beta(n) = \beta(m)\}$ является в.п. множеством, и пусть $\{\langle n, m \rangle | \beta(n) = \beta(m)\} = W_e$ для некоторого $e \in \omega$. Тогда, если $\langle 2e, 2e+1 \rangle \in W_e$, то по конструкции $\beta(2e+1) = B$ и $\beta(2e) = A$. Следовательно, $\langle 2e, 2e+1 \rangle \notin \{\langle n, m \rangle | \beta(n) = \beta(m)\} = W_e$. Противоречие. А если $\langle 2e, 2e+1 \rangle \notin W_e$, то по конструкции $\beta(2e+1) = A$ и $\beta(2e) = A$. Следовательно $\langle 2e, 2e+1 \rangle \in \{\langle n, m \rangle | \beta(n) = \beta(m)\} = W_e$. Противоречие. Значит, нумерация β не является позитивной.

11. $\beta \not\leq \alpha$ и $|\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})| > 1$.

Доказательство. Допустим, что $\beta \leq \alpha$. В силу того, что α разрешимая нумерация семейства $\mathcal{S}$ следует, что β так же разрешимая нумерация семейства $\mathcal{S}$. Это противоречит 10 свойству. Значит $\beta \not\leq \alpha$. А это значит, что полурешетка $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ содержит как минимум два неэквивалентных нумерации семейства $\mathcal{S}$. Значит $|\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})| > 1$.

Следствие 1. *Существуют бесконечно много различных двухэлементных семейств таких, как в теореме 1.*

Доказательство. Различные такие семейства можно получать подбирая разные функции $a(k, x, i)$ в доказательстве теоремы 1.

В то же время не для всех двухэлементных семейств Σ_2^{-1} -вычислимых множеств утверждение теоремы 1 остаётся верной.

Теорема 2. *Найдется двухэлементное семейство Σ_2^{-1} -множеств $\mathcal{S} = \{A, B\}$ такое, что $|\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})| = |\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})| = 1$.*

Доказательство. Строим разрешимую Σ_2^{-1} -нумерацию α следующим образом: $\alpha(0) = A$ и $\alpha(x) = B$ для всех $x = 1, 2, \dots$. Пусть π_k – все Σ_3^{-1} -вычисляемые нумерации всех Σ_3^{-1} -вычислимых семейств ($k \in \omega$). Пусть $a(k, x, i)$ – произвольная 1-1-вычисляемая функция. Будем строить множества A и B и функции $g_k(k \in \omega)$, удовлетворяющих следующему требованию: если π_k – Σ_3^{-1} -вычисляемая нумерация семейства $\mathcal{S}$, тогда g_k всюду определена и сводит π_k к α .

Стратегия для g_k

Перечисляем $a(k, x, 0)$ в A и $a(k, x, 0), a(k, x, 1)$ в B . Ждём пока $a(k, x, 0)$ или $a(k, x, 1)$ появится в $\pi_k(x)$ для некоторых x и k .

Случай 1.1. Если $a(k, x, 1)$ появится в $\pi_k(x)$ и $g_k(x)$ не определена, то определяем $g_k(x) = 1$.

Случай 1.2. Если $g_k(x) = 1$ и $a(k, x, 1)$ исчезает из $\pi_k(x)$, то $a(k, x, 1)$ перечисляем в A .

Случай 1.3. Если $g_k(x) = 1$ и $a(k, x, 1)$ перечисляется в $\pi_k(x)$, то $a(k, x, 1)$ убираем из A .

Случай 2.1. Если случай 1.1. не произошёл и $a(k, x, 0)$ появляется в $\pi_k(x)$ и $g_k(x)$ не определена, то $a(k, x, 0)$ убираем из A .

Случай 2.2. Если случай 1.1. не произошёл и $a(k, x, 0)$ исчезает из $\pi_k(x)$ и $g_k(x)$ не определена, то определяем $g_k(x) = 0$.

Случай 2.3. Если $g_k(x) = 0$ и $a(k, x, 0)$ перечисляется в $\pi_k(x)$, то $a(k, x, 0)$ убираем из B .

Случай 3. Если вышеперечисленные случаи не произошли и функция $g_k(x)$ осталась неопределённой до бесконечности, то π_k нумерация не нашего семейства и требовании удовлетворены.

Конструкция стратегии

Шаг 0: Пусть $A^0 = \emptyset$ и $B^0 = \emptyset$. И $g_k^0(x)$ неопределена для всех k и x . Переходим к следующему шагу.

Шаг $t + 1$: Пусть $m = l(t), k = l(m), x = r(m)$ и выполняем инструкции следующих случаев.

Случай 1. Если t наименьший номер такой, что $l(t) = m$, тогда $a(k, x, 0)$ перечисляем в A и $a(k, x, 0), a(k, x, 1)$ перечисляем в B . Переходим в конец шага.

Случай 2. Если найдется $t' < t$ такой, что $l(t') = m$ и $g_k^t(x)$ неопределена, тогда выполняем инструкции одного из следующих подслучаев.

Подслучай 2.1. Если $a(k, x, 1) \in \pi_k^{t+1}(x)$, тогда пусть $g_k^{t+1}(x) = 1$. Переходим в конец шага.

Подслучай 2.2. Если $a(k, x, 0) \in A^t \cap \pi_k^{t+1}(x)$ и $a(k, x, 1) \notin \pi_k^{t+1}(x)$, тогда убираем $a(k, x, 0)$ из A . Переходим в конец шага.

Подслучай 2.3. Если подслучай 2.1. не выполняется и $a(k, x, 0) \notin A^t \cup \pi_k^{t+1}(x)$ и $a(k, x, 0) \in \pi_k^s(x)$ для $s \leq t$, тогда пусть $g_k^{t+1}(x) = 0$. Переходим в конец шага.

Подслучай 2.4. Если подслучаи 2.1-2.3 не выполняются, тогда ничего не предпринимаем и переходим в конец шага.

Случай 3. Если $g_k^t(x)$ определена, тогда выполняем инструкции одного из следующих подслучаев.

Подслучай 3.1. Если $g_k^t(x) = 1$ и $a(k, x, 1) \notin \pi_k^{t+1}(x)$, тогда $a(k, x, 1)$ перечисляем в A . Переходим в конец шага.

Подслучай 3.2. Если $g_k^t(x) = 1$ и $a(k, x, 1) \in \pi_k^{t+1}(x)$, тогда $a(k, x, 1)$ убираем из A . Переходим в конец шага.

Подслучай 3.3. Если $g_k^t(x) = 0$ и $a(k, x, 0) \in \pi_k^{t+1}(x)$, тогда $a(k, x, 0)$ убираем из B . Переходим в конец шага.

Подслучай 3.4. Если подслучаи 3.1-3.3 не выполняются, тогда ничего не предпринимаем и переходим в конец шага.

Конец шага. Для всех m, y , если $g_m^t(y)$ определена, то пусть $g_m^{t+1}(y) = g_m^t(y)$. И для всех $x \geq 1$ пусть $\alpha^{t+1}(0) = A^{t+1}$ и $\alpha^{t+1}(x) = B^{t+1}$. Переходим к следующему шагу.

Свойства конструкции

1. Для всех $i \geq 1$, $\alpha(i) = \alpha(1)$. В частности, $\mathcal{S} = \{\alpha(0), \alpha(1)\}$.
2. $\mathcal{S} \subseteq \Sigma_2^{-1}$ и α является Σ_2^{-1} -вычислимая нумерация семейства $\mathcal{S}$.
3. Для каждого $y \in \alpha(0) \cup \alpha(1)$, найдется $i \leq 1$ и $k, x \in \omega$ такие, что $y = a(k, x, i)$.
4. Для всех k, x , множество $\alpha(0) \cap \{a(k, x, 0), a(k, x, 1)\}$ равняется одному из следующих множеств: $\emptyset, \{a(k, x, 0)\}, \{a(k, x, 0), a(k, x, 1)\}$. А множество $\alpha(1) \cap \{a(k, x, 0), a(k, x, 1)\}$ равняется одному из следующих множеств: $\{a(k, x, 1)\}, \{a(k, x, 0), a(k, x, 1)\}$.
5. Для всех k, x, t , если $g_k^t(x)$ определена, тогда $g_k^s(x)$ определена и $g_k^t(x) = g_k^s(x)$ для всех $s \geq t$. В частности, каждый g_k является частично рекурсивной функцией.

Свойства 1 – 5 очевидны.

6. Для каждого k , если π_k – нумерация семейства $\mathcal{S}$, тогда функция g_k всюду определена.

Свойство 6 доказывается аналогично как следствие 6 из [3].

7. Для всех k , если π_k – нумерация семейства $\mathcal{S}$, тогда $\pi_k(x) = \alpha(g_k(x))$ для всех $x \in \omega$.

Доказательство. Пусть π_k – нумерация семейства $\mathcal{S}$, и пусть x – произвольное число. По свойству 6 $g_k(x)$ определена и по конструкции $g_k(x) = 0$ или $g_k(x) = 1$.

Пусть $g_k(x) = 0$ и t_0 – шаг, когда она впервые определилась. Докажем, что $\pi_k(x) = \alpha(0)$. От противного, пусть $\pi_k(x) = \alpha(1) = B$ (по свойству 1 других вариантов у нас нет). Так как $\{a(k, x, 0), a(k, x, 1)\} \subseteq \alpha^{t_0}(x)$ и $a(k, x, 0) \notin \pi_k^{t_0}(x)$, то найдется шаг $t_1 > t_0$ такой, что $\forall s \geq t_1$ ($a(k, x, 0) \in \pi_k^s(x)$). То есть $a(k, x, 0) \in \pi_k(x)$. Тогда по конструкции (по подслучаю 3.3) $a(k, x, 0)$ убирается из B на некотором шаге $t' \geq t_1$ и $a(k, x, 0) \notin B$. Значит, $a(k, x, 0) \in \pi_k(x) \setminus B$. Это противоречит тому, что $\pi_k(x) = \alpha(1) = B$.

А теперь пусть $g_k(x) = 1$ и t_0 – шаг, когда она впервые определилась. Докажем, что $\pi_k(x) = \alpha(1)$. От противного, пусть $\pi_k(x) = \alpha(0) = A$ (по свойству 1 других вариантов у нас нет). Мы имеем $a(k, x, 1) \in \pi_k^{t_0}(x)$ и это первое колебание элемента $a(k, x, 1)$ в $\pi_k(x)$. Так как $a(k, x, 1) \notin A$, то $a(k, x, 1) \notin \pi_k^{t_1}(x)$ для некоторого шага $t_1 > t_0$. Но в этом случае по конструкции (по подслучаю 3.1) $a(k, x, 1)$ перечислится в A и если $\forall s \geq t_1$ ($a(k, x, 1) \notin \pi_k^s(x)$), то $a(k, x, 1) \in A \setminus \pi_k(x)$. Это противоречит тому, что $\pi_k(x) = \alpha(0) = A$. А если $a(k, x, 1) \in \pi_k^{t_2}(x)$ для некоторого шага $t_2 > t_1$ (напомним, что это уже третья последняя колебания элемента $a(k, x, 1)$ в π_k), то по конструкции (по подслучаю 3.2) $a(k, x, 1)$ убирается из A . Тогда $a(k, x, 1) \in \pi_k(x) \setminus A$. Это противоречит тому, что $\pi_k(x) = \alpha(0) = A$.

8. $|\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})| = |\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})| = 1$

Доказательство. Построенная нумерация α является разрешимой. По 2 свойству она Σ_2^{-1} -вычислима. По 7 свойству все Σ_3^{-1} -вычисляемые нумерации семейства $\mathcal{S} = \{A, B\}$ сводятся к разрешимой Σ_2^{-1} -нумерации этого семейства. Это значит, что полурешетка $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ одноэлементна. Так как полурешетка $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ одноэлементна, то $\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})$ так же одноэлементна. Если бы $|\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})| > 1$, тогда $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ была бы так же не одноэлементна, так как полурешетка $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ сохраняет все нумерации из $\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})$.

Следствие 2. Существует бесконечное множество различных двухэлементных семейств, таких как в теореме 2.

Следствие 2 доказывается так же, как следствие 1.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гончаров С.С., Сорби А. Обобщенно вычислимые нумерации и нетривиальные полурешетки Роджерса // Алгебра и логика – 1997. Т. 36 – №6. – С. 621-641.
- [2] Badaev S.A., Goncharov S.S. Theory of numberings: open problems // Computability theory and its applications – 2000. P. Cholack (ed.) et al. (Contemp. Math. – T. 257), Providence, RI, Am. Math. Soc., – С. 23-38.
- [3] Badaev S.A., Talasbaeva Zh.T. Computable numberings in the hierarchy of Ershov // Goncharov, S.S. (ed.) et al., Mathematical logic in Asia. Proceedings of the 9th Asian logic conference (Novosibirsk, Russia, August 16-19, 2005). – 2006. NJ, World Scientific. – С. 17-30.
- [4] Ash C.J., Knight J.F. Computable structures and the hyperarithmetical hierarchy, (Stud. Logic Found. Math., – Т. 144), Amsterdam etc., Elsevier Sci. B.V., – 2000. – 346 p.
- [5] Ершов Ю.Л. Об одной иерархии множеств I // Алгебра и логика. – 1968. – Т. 7, – №1. – С. 47-74.
- [6] Ершов Ю.Л. Теория нумераций. – М.: Наука, 1977. – 416 с.

REFERENCES

- [1] Goncharov S.S., Sorbi A. Obobchenno vicheslimie numerasii I netrivialnie polurechetki Rodgersa. Algebra i Logika. 1997. **36**, №6. s. 621-641. (in Russ.)
- [2] Badaev S.A., Goncharov S.S. Theory of numberings: open problems. Computability theory and its applications. 2000. P. Cholack (ed.) et al. (Contemp. Math. **257**), Providence, RI, Am. Math. Soc., p. 23-38. (in Eng.)
- [3] Badaev S.A., Talasbaeva Zh.T. Computable numberings in the hierarchy of Ershov. Goncharov, S.S. (ed.) et al., Mathematical logic in Asia. Proceedings of the 9th Asian logic conference (Novosibirsk, Russia, August 16-19, 2005). 2006. NJ, World Scientific. p. 17-30. (in Eng.)
- [4] Ash C.J., Knight J.F. Computable structures and the hyperarithmetical hierarchy, (Stud. Logic Found. Math., **144**), Amsterdam etc., Elsevier Sci. B.V. 2000. 346 p. (in Eng.)
- [5] Ershov Ju.L. Ob odnoi ierarhii mnozhestv I. Algebra i logika. 1968. **7**, №1. s. 47-74. (in Russ.)
- [6] Ershov Ju.L. Teoria numerasii. M.: Nauka, 1977. 416 s. (in Russ.)

Р.С. ЖИЫНДАР АЙЫРЫМДАРЫНАН ТҰРАТЫН ЕКІ ЭЛЕМЕНТТІ ҮЙІРДІҢ РОДЖЕРС ЖАРТЫТОРЛАРЫ ТУРАЛЫ

Б.С. Калмурзаев

. Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Түйін сөздер: Роджерс жартыторы, Ершов иерархиясы, рекурсив саналымды жиындар, позитивті нөмірлеулер, шешілімді нөмірлеулер.

Аннотация. Бұл жұмыста $\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})$ және $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ Роджерс жартыторлары бір элементті болатындай Σ_2^{-1} -есептелімді $\mathcal{S}$ үйірдің мысалы келтірілген. Сонымен қатар $\mathcal{R}_2^{-1}(\mathcal{S})$ Роджерс жартыторы бір элементті және $\mathcal{R}_3^{-1}(\mathcal{S})$ Роджерс жартыторы бірнеше элементті болатындай Σ_2^{-1} -есептелімді $\mathcal{S}$ үйірдің мысалы келтірілген.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 147 – 155

UDC 536.4:621.373.

**STUDY OF STRUCTURE AND PHASE COMPOSITION OF SILICON
SURFACE AT TEMPERATURE AND LASER EXPOSURE****T. Kosherov, G. Zhumabekova**Kazakh National Research Technical University named after K. Satpaev, Almaty
gulbarshyn_94@mail.ru**Key words:** defects, parameters, voltage, oxidation, crystallization, laser beams.

Abstract: Structural changes and surface morphology of silicon at 400⁰ C annealing temperature and with different heat processing time, and following effect of continuous laser exposure during 60 minutes were studied using the methods of X-ray structure analysis and AFM. It was determined that structural changes of oxidation and oxidation defects forming, and crystallization are observed at these exposure conditions on the samples. It was demonstrated that there occur destructed and annealed unsteady stable defects during sample heating (400⁰C). Effects related to these defects result in decreasing of lattice compression and deformation. The condition of first structural change of crystalline lattice is defined. Heat processing (with) Si provides thermos oxidizing production on sample surface which takes place in two steps. Continuous laser exposure after thermal annealing of the sample recrystallizes its surface layer and effects oxidation and photochemistry processes. Thermal annealing which is one of the laser exposure components results in relaxation of mechanical stresses at the interface between silicon and oxide. The growth of SiO₂ thickness is connected with increase of prior thermal annealing time for the sample, and subsequent use of the laser beam due to increase of the oxidation rate, and its decrease is due to the SiO₂ decomposition and subsequent evaporation of its degradation products.

Close connection of lattice parameters changes depending on thermal annealing time of the sample and further laser exposure was identified.

УДК 536.4:621.373

**ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ И ФАЗОВОГО СОСТАВА
ПОВЕРХНОСТИ КРЕМНИЯ ПРИ ТЕМПЕРАТУРНОМ
И ЛАЗЕРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ****Т.С. Кошеров, Г.Е.Жумабекова**

Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, г. Алматы

Ключевые слова: дефекты, параметры, напряжение, окисление, кристаллизация, лазерные лучи.

Аннотация: Методами рентгеноструктурного анализа и АСМ исследовались структурные изменения и морфология поверхности кремния при температуре отжига

400⁰С при различном времени термообработки, а также последующее влияние непрерывного лазерного воздействия в течение 60 минут. Установлено, что при этих условиях воздействия на образцы наблюдаются структурные изменения, окисления и формирования окислительных дефектов, а также кристаллизация. Показано, что при прогреве образца до (400⁰С) в нем возникают неустойчивые стабильные дефекты, которые распадаются и отжигаются. Связанные с этими дефектами эффекты приводят к снижению сжатия и деформации решетки. Установлено условие первичного структурного изменения кристаллической решетки. Термообработки (с) Si обуславливают появление на поверхности образца термоокисление, которое протекает в два этапа. Непрерывное лазерное облучение после термоотжига образца рекристаллизует его

поверхностный слой, влияет на процессы окисления и фотохимии. Термический отжиг, являющийся одной из составляющих лазерного воздействия, приводит к релаксации механических напряжений на границе раздела кремний и его окисел. Рост толщины SiO_2 с увеличением времени предварительного термоотжига образца и последующее действие лазерного луча – следствие увеличения скорости окисления, а ее уменьшение связано с разложением SiO_2 и последующем испарением продуктов ее разложения.

Выявлена тесная связь изменений параметров решетки в зависимости от времени термоотжига образца и последующего лазерного воздействия.

Введение. Изучение модификации поверхности и изменений структуры полупроводников, в частности, кремния является лазерная технология обработки [1], отличающаяся высокой локальностью и селективностью воздействия на обрабатываемые элементы. Термическое влияние лазерного излучения даже после предварительного температурного отжига создают большие градиенты температур и термонапряжений. Известно, что при воздействии лазерного излучения на поверхность кристаллических твердых тел возможна генерация структурных дефектов, концентрация которых меняется [2]. Воздействие лазерного излучения на полупроводники может приводить к различным изменениям их кристаллической структуры, электрофизических и оптических свойств [3,4].

Нетермические действия лазерного излучения связываются с возбуждением электронных состояний, а также связывают с локальным плавлением поверхности. Причем процесс разрушения поверхности наблюдается только при многоимпульсном воздействии, носит накопительный характер и связан с генерацией и ростом дислокаций.

В ряде работ [5,6] установлена структура ряда междоузельных комплексов, которые исследовались путем изучения эффектов вытеснения элементов из узлов решетки междоузельными атомами Si. Они возникают при термообработке облученных образцов в результате распада комплексов.

Результаты этих работ однозначно указывают на то, что лазерное воздействие на Si неоднозначно в результатах полученных экспериментом и поэтому исследование процесса дефектообразования и диффузии, разрушение поверхности кремния, образование локальных неоднородностей в приповерхностном слое кремния, плавление и кристаллизация при лазерном воздействии представляет определенный интерес.

В работе исследованы отличительные особенности в приповерхностном слое и структуре кремния после термоотжига при различном времени и последующем лазерном воздействии, а также наблюдаемые при этих условиях эксперимента изменения параметров решетки и структуры, морфологии поверхностного слоя.

Методы исследования. Исследование проводились с кристаллами (с) Si с удельным сопротивлением 10 Ом·см. Образцы предварительно подвергали термической обработке в атмосфере воздуха при температуре 400°C и времени 10, 30, 60, 120, 240 и 360 минут. Рентгенографические исследования выполнены на рентгенографическом дифрактометре X'Pert PRO фирмы Philips. Морфология поверхности образцов кремния, а также топографическая визуализация новых фазовых образований и изучение реальной структуры этих образований на уровне атомного разрешения после термического и лазерного воздействия, исследовались методом атомно-силовой микроскопии (АСМ) производства NT-МДТ, модель Интегра-Прима. Источником излучения служил лазер типа LCS-DTL-317-50, мощность которого составила 50Вт, работающий в непрерывном режиме. Эффективный диаметр сфокусированного лазерного пятна составил 1,3мм.

Мерой структурного совершенства поликристаллического кремния подвергавшегося воздействию термоотжига и лазерного луча, измеряемого на основе дифрактометрических зависимостей, явилась величина параметра ω , которая характеризует изменение структуры внутренних напряжений в приповерхностных слоях кремния [7].

Результаты и их обсуждение. Структурные изменения кремния при температурном отжиге и лазерном воздействии.

Проведенные исследования позволили получить зависимость структурных параметров ω , d и s от температуры прогрева образца при различном времени температурного воздействия. С увеличением времени термообработки образца при температуре 400°C параметры d –

межплоскостное расстояние решетки кристалла и ω - степень, возникших при термоотжиге образца напряжение в структуре (с) Si (полуширина пика Si в спектрограмме), заметно изменяются, начиная с 30 минутной термообработки, достигая $\max$ при 60 минутах и, начиная с 120 минутного прогрева образца, эти параметры практически начинают стабилизироваться (Рис.1).

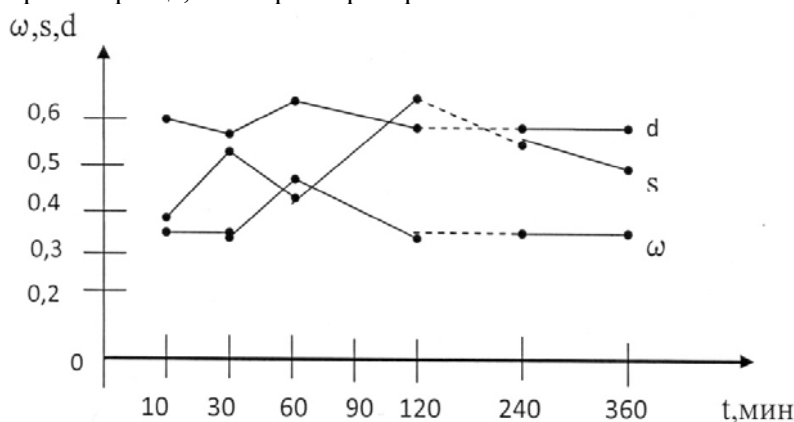


Рисунок 1- Зависимость параметров d, s, ω кремния от времени прогрева образца

Поскольку параметр ω характеризует структурное состояние кристаллической решетки (с) Si и соответственно связанных с дефектами внутренних напряжений, возникших в образце при термоотжиге [8,9,10], то можно предположить, что небольшие структурные изменения в (с) Si возникают при названных выше условиях термоотжига образца кремния.

Полученные экспериментальные результаты показывают, что при прогреве образца до (400°C) в нем возникают неустойчивые стабильные дефекты, которые распадаются и отжигаются. В свою очередь уменьшение концентрации указанных дефектов сопровождается снижением, связанным с этими дефектами, сжатия или деформации и тем самым приводит к уменьшению, а затем и к исчезновению внутренних напряжений в кремнии и соответствующему убыванию и стабилизации структурных параметров d и ω .

Несколько иная картина наблюдается в структуре (с) Si при постепенном нагревании образца Si от 10 до 360 минут (Рис.2). Параметры кристаллической решетки, такие как a и d изменяются также по-разному. Если изменение параметра a происходит постепенно нарастающей и стремится к стабилизации, то d решетки, начиная с 60 минут до 120 минут, претерпевает скачок и далее стремится к стабилизации по значению, что указывает на постепенную стабилизацию вновь образовавшейся структуры (с) Si после термоотжига. Таким образом, 60 минутный термоотжиг при 400°C является точкой начала первичного структурного изменения кристаллической решетки кремния, приводящего в дальнейшем к диффузии объемного кислорода, уменьшению концентрации междоузельного O_2 , а это в свою очередь к образованию преципитатов SiO_x или Si_yO_x в объеме кристалла так и к образованию диоксида кремния на поверхности термоотожженного Si. Такая новая фаза может образовываться на поверхности, как отмечено [11], и в зоне активной деформации, что наблюдается при наших условиях термоотжига образца.

Изменение параметров a и d может быть и результатом наличия в решетке введенных примесей, несоответствующих атомным размерам решетки, которые становятся источником напряжений. Процесс изменений d и соответствующий рост значений параметра говорит об упорядочении кристаллической решетки в связи с уходом с узлов и междоузелье примесей замещения. И как установлено экспериментально, процесс кристаллизации решетки, при наших условиях термоотжига, стабилизирует постоянные решетки a и d при длительном времени прогрева образца (Рис.2).

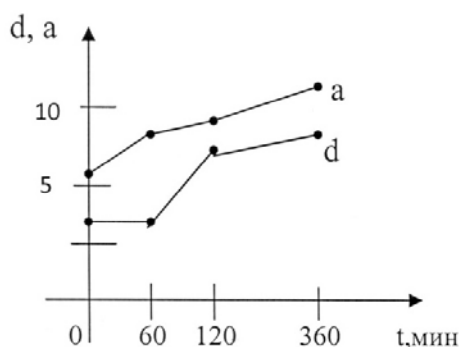
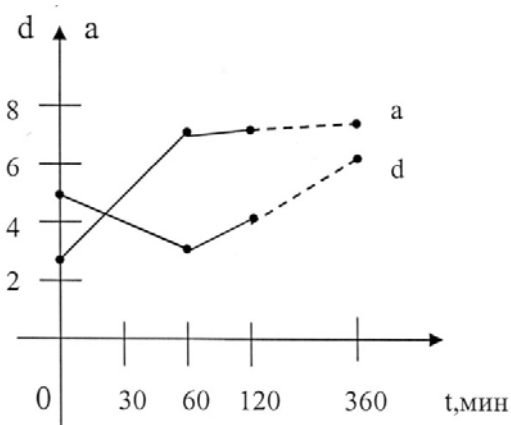


Рисунок 2 - Зависимость параметров структур (c) Si от времени термоотжига образца

Процесс уменьшения d и соответствующее увеличение величины a наблюдается при лазерном воздействии на образцы, предварительно термоотожженные (Рис.3).

Рисунок 3 - Зависимость параметров решетки d и a от времени предварительного термоотжига и последующего лазерного воздействия ($T=400^{\circ}\text{C}$)

Эти заметные изменения наблюдаются на образцах, которые предварительно прошли термообработку при $t=60$ минут, а затем дальнейшее облучение образцов, предварительно прошедших термоотжиг до 360 минут, приводят к постепенной стабилизации постоянных решетки d и a (Рис.3). Видимо, при наших условиях термообработки образцов и последующем лазерном воздействии возможны активация миграции примесей из объема полупроводника в область пространственного заряда и деформации. Термические эффекты как в случае термоотжига и дальнейшего непрерывного лазерного облучения не только отжигают дефекты в кристаллах Si, рекристаллизуют его поверхностный слой, но и влияют на процессы окисления кремния, а также фотохимии поверхности в условиях высокого уровня возбуждения кристалла [11].

Так, в частности, продукты фотохимического превращения и реакции могут стать причиной стимулированных процессов атомной перестройки неупорядоченной поверхностной фазы, ингибировать или способствовать дефектообразованию на поверхности образца.

Если рассмотреть зависимость параметров решетки d и a и полуширину пика рентгенографического спектра Si, указывающего на степень возникших напряжений в образце (ω), то видим, что значение ω при $t=60$ минут предварительного термоотжига имеет наибольшее отклонение, которое в последующем времени воздействия, как температурного, так и лазерного, начинает стабилизироваться.

Детальное исследование поверхности термоотожженного образца показывает, что по мере увеличения времени отжига на поверхности появляется диоксид кремния, который претерпевает неоднократное изменение, достигая своего максимума при 120 минутном термоотжиге. Затем идет

постепенный спад его образования (Рис.4). Замечено также, что диоксид кремния появляется на поверхности образца также в виде других полимерных модификаций при 10 минутном прогреве (точка. А на рис.4).

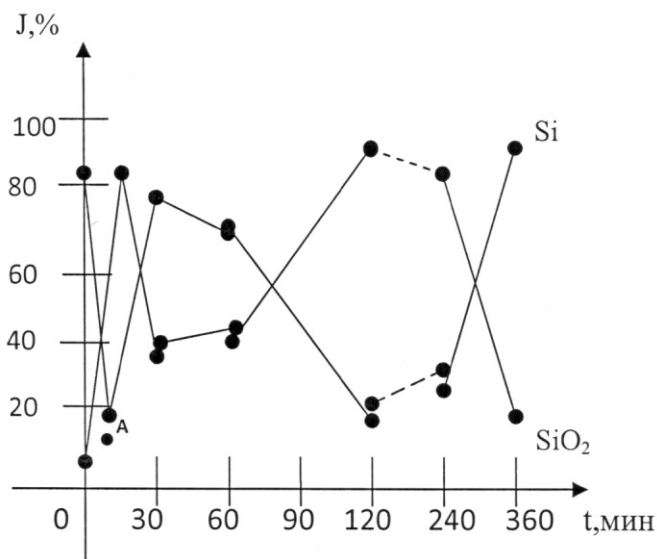


Рисунок 4 - Изменение процентного содержания Si и SiO₂ в зависимости от времени термоотжига

Таким образом, температурное воздействие на образцы кремния в зависимости от времени термообработки выявляют появление на поверхности образца диоксида кремния и других полимерных модификаций, и эти процессы тесно связаны со структурными изменениями.

Морфология поверхности кремния (с) Si после температурного термоотжига и лазерного воздействия. Морфология поверхности образцов (с) Si, по данным АСМ при температурной обработке 400°C и длительности от 10 до 360 минут в начале имеет однородную структуру с небольшими пирамидальными выступами по всей поверхности исследуемого образца по оси z высотой до 15 нм, а затем поверхность трансформируется в более мелкие образования по фазовому составу. Низкая величина среднеквадратичной шероховатости и отсутствие кристаллических образований указывают на аморфизацию поверхности кремния в процессе термоокисления. По мере увеличения продолжительности термообработки размеры пирамидальных выступов сглаживаются, а в некоторых местах поверхности обнаруживается процесс объединения, приводящий к большим пирамидальным образованиям, размеры которых достигают по высоте до 200-300 нм и по площади в несколько десятков квадратных нм (Рис.5). Это островки оксидов кремния, сформировавшихся в результате термоотжига. Если обратиться к рисункам 1-5, то можно предположить, что при t=60 минут термоотжиг образца приводит к максимальному образованию SiO₂ на поверхности кремния и соответственно к изменению параметров решетки. С другой стороны эти результаты показывают, что при этих условиях температурной обработки Si происходит сдвиговые напряжения, а также высокие концентрации точечных дефектов и их градиенты могут привести к реализации условий для появления дислокаций и их роста [12]. Нагрев и высокая концентрация точечных дефектов приводят к деформации и образованию объединенных пирамидальных выступов больших размеров на поверхности. После установления термодинамического равновесия (до t=120 минут) весь процесс вновь повторяется, но уже с частичной кристаллизацией.

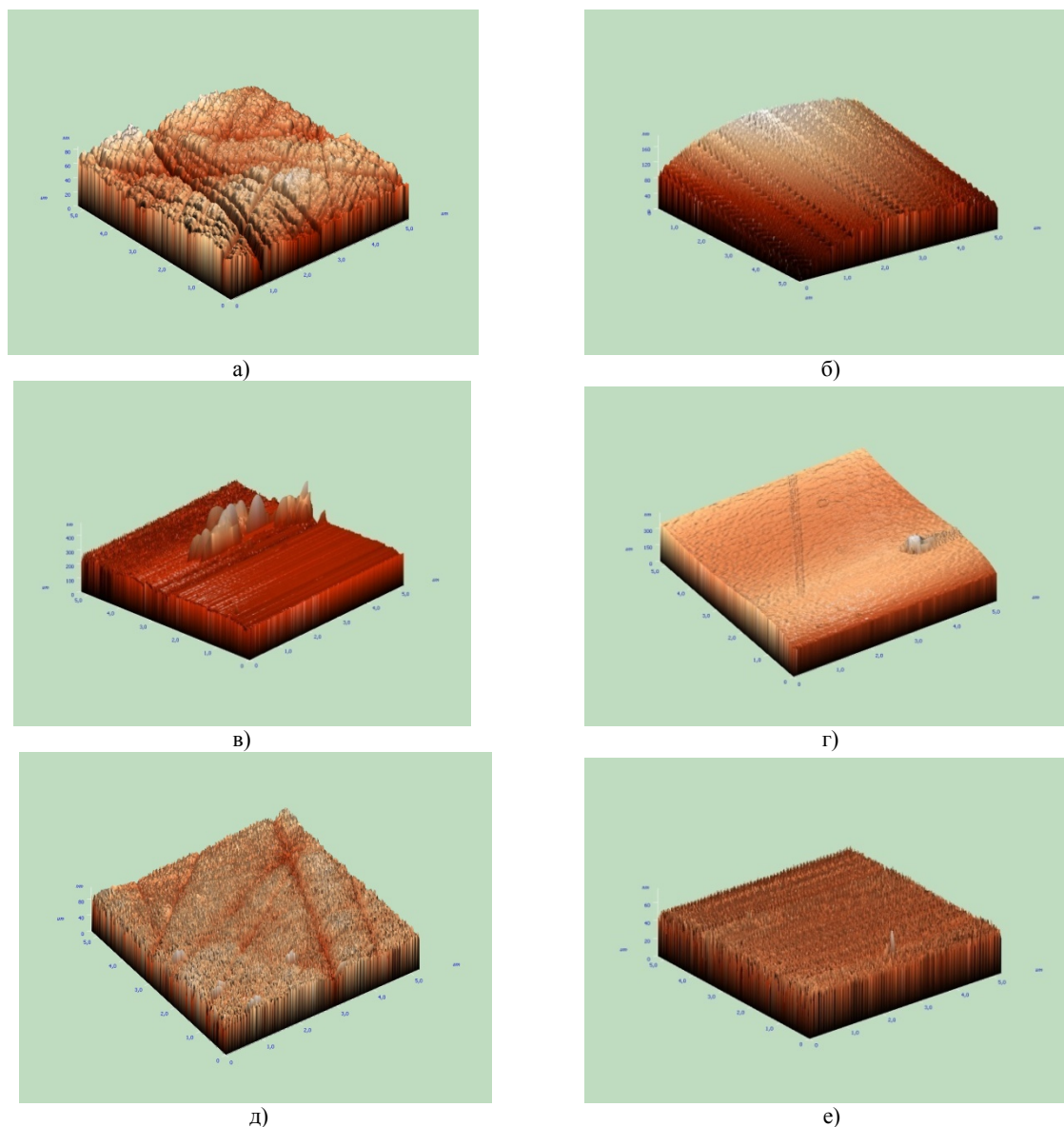


Рисунок 5- АСМ изображение термоотожженного при 673°K образца (с) Si при различном времени : а)10 мин; б)30 мин; в)60 мин; г)120 мин; д)240 мин; е) 360 мин

Анализ АСМ изображений морфологии поверхности образцов (с) Si при лазерном воздействии после предварительной температурной обработки при 400°С и длительности от 10 до 360 минут показывают, что уже при 10 минутном предварительном термоотжиге лазерное облучение вызывает образование на поверхности кремния ее диоксида, поверхность покрывается пирамидальными выступами по оси z высотой до несколько десятков нм (Рис.6). Если время предварительного термоотжига образца увеличить до 60 минут дальнейшее лазерное воздействие приводит к сглаживанию термоокисления, приостанавливаются и остаются только небольшие островки пирамидальных выступов (Рис.6).

При дальнейшем увеличении времени термоотжига до 120 минут процесс сглаживания поверхности кремния продолжается, укрупняя оставшиеся островки диоксида кремния. При длительном предварительном термоотжиге образца ($t=240$ минут) и последующем лазерном облучении мы замечаем, что вновь идет процесс термоокисления - пирамидальные образования, причем не исключено, что поверхность пирамидальных образований частично плавится и испаряется. При $t=360$ минут термоотжига и последующего лазерного воздействия поверхность

образца покрывают игольчатые образования, а пирамидальные выступы постепенно сглаживаются.

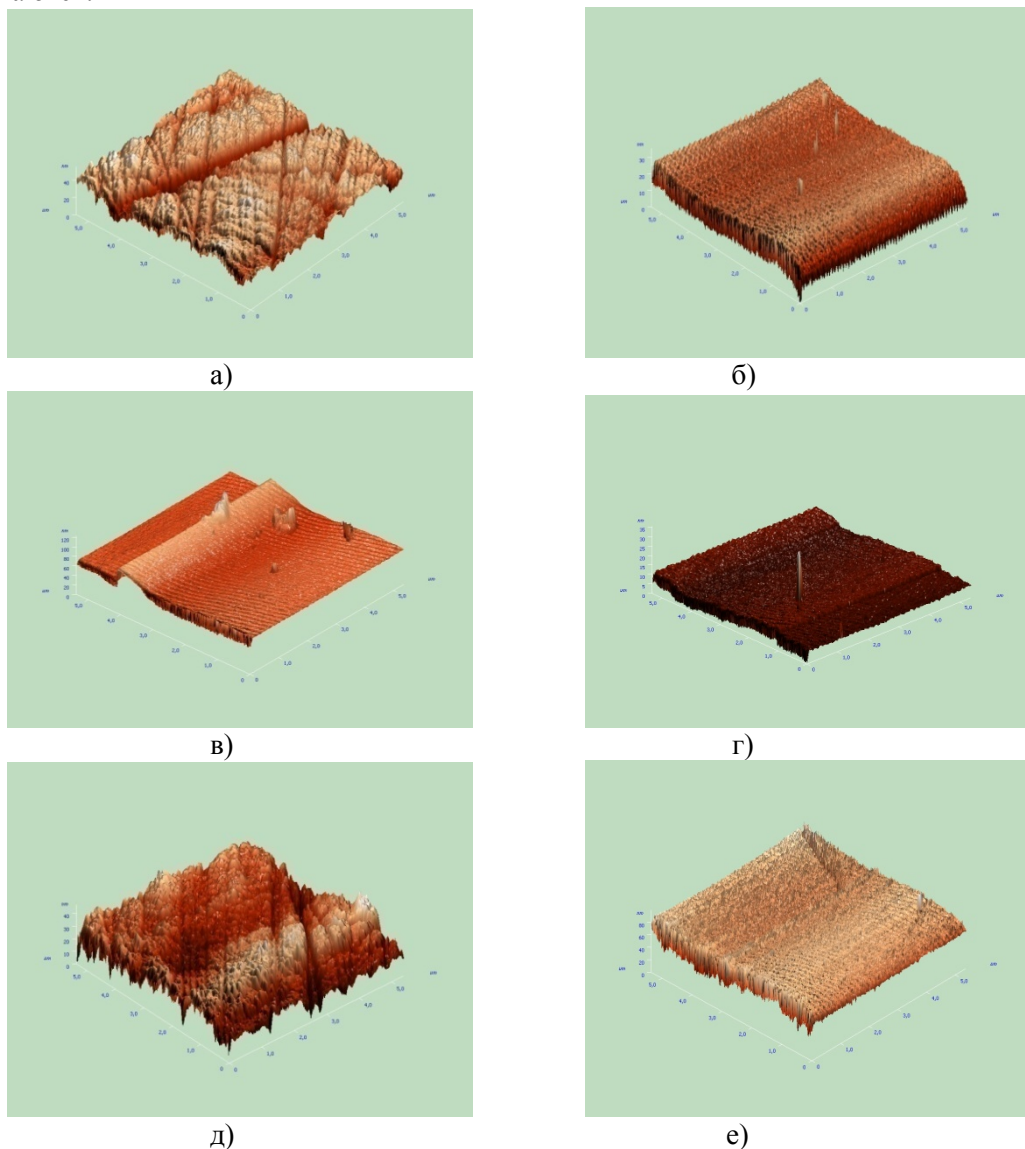


Рисунок 6 - АСМ изображение термоотожженного при 673°K образца (с) Si при различном времени отжига и последующем непрерывном лазерном воздействии ($t=60$ мин): а) 10 мин; б) 30 мин; в) 60 мин; г) 120 мин; д) 240 мин; е) 360 мин

Таким образом, сопоставляя рисунки 5 и 6, мы видим, что образование термоокисленных диоксидов кремния (SiO_2) идет в два этапа: при $t=10$ минут и $t=240$ минут. При этом лазерное воздействие убыстряет этот процесс. Одновременно идет процесс частичного плавления оксидной пленки и ее испарение, что может повлиять на структуру образца, а следовательно, на электрофизические характеристики кремния.

Как известно, при получении полупроводниковых материалов используемых для создания электронной техники, часто используют технологическую операцию введения примесей, приводящую к нарушению структуры (аморфизации) поверхностного слоя [13-16]. Восстановление кристаллической структуры и электрической активации введенных примесей осуществляется термической обработкой полупроводникового материала, что является нежелательным фактом, приводящим иногда к необратимому изменению электрофизических параметров исходного материала [17,18]. Лазерный отжиг поверхностных слоев - один из наиболее результативных способов активации таких материалов [19]. Ведь преимуществом такого способа обработки является возможность проведения отжига в атмосферных условиях, и локализация

участка отжига. Этот вид отжига связан также с локальным расплавлением активируемого объема или поверхности образца, при котором происходит кристаллизация с возрастанием коэффициента диффузии основных примесей, приводящих к их высокой активации в несколько раз и возможностью получения бездефектных слоев. Наши эксперименты подтверждают эту трактовку.

Термический отжиг, являющийся одной из составляющих лазерного воздействия, приводит к релаксации механических напряжений на границе раздела кремния - (естественный) окисел, что сопровождается образованием дефектов. Поскольку центрами адсорбции газов на реальной поверхности кремния являются, как правило, дефекты, увеличение их концентрации после термообработки и последующего лазерного воздействия должно приводить к увеличению чувствительности структур поверхностного слоя к кислороду, природа появления которого разнообразна.

Если рассмотреть изменение слоев окисла, его рост и уменьшение, то можно предположить, что рост толщины SiO_2 с увеличением времени предварительного термоотжига и последующего действия лазерного луча является следствием увеличения скорости окисления, а уменьшение толщины пленки связано с разложением SiO_2 и последующим испарением, что подтверждается результатами наших экспериментов [20].

Выводы. Таким образом, полученные результаты позволяют заключить, что при термообработке (с) Si на поверхности образца появляются диоксид кремния и другие полимерные модификации, причем образование термоокисленных диоксидов кремния идет в два этапа. В образце возникают неустойчивые дефекты, которые распадаются и отжигаются. Связанные с этими дефектами процессы приводят к снижению сжатия и деформации. Установлено условие первичного структурного изменения кристаллической решетки (с) Si. Дальнейшее непрерывное лазерное воздействие ускоряет этот процесс, приводит к частичному плавлению приповерхностного слоя, и испарению, изменению структуры образца и постепенной кристаллизации. Показана тесная связь изменений параметров решетки в зависимости от времени термоотжига образца и последующего лазерного воздействия.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Вейко В.П., С.М.Метев Лазерные технологии в микроэлектронике. – София: Издательство Болгарской академии наук, 1991.-363 с.
- [2] Бойко В.И., Лукьянчук Б.С., Царев Е.Р // Труды GPI.1991.-том.30.-С.6.
- [3] Кошеров Т.С., Ермолаев В.Н., Болатов М.Б. Влияние лазерного воздействия на структуру и морфологию поверхности кремния. –Алматы: ж.Вестник КазНТУ.-2014.-№4.-С.369-374.
- [4] Кошеров Т.С., Серик А.Изменение морфологии поверхности поликристаллического кремния при изотермических отжигах.-Алматы:Известие НАН РК,серия физико-математических наук.-2014.-№6.-С.55-59.
- [5] Бережнов Н.И., Стельмах В.Е., Челябинский А.Р. Статистика физики.1983(а) 78.к121
- [6] Бережнов Н.И., Супрун-Белевич Ю.Р., Челябинский А.Р., Хаки Тахер Х.И. Известия Вузов. Физика, 1991.- том.4.- С.55.
- [7] Баушев А.Ф., Емельянов В.Й., Новиков М.М. // Физика.- 1992.-№2.-С.178.
- [8] Кошеров Т.С., Ермолаев В.Н., Тлеумуратова К.Т., Сеитов А.С. Стимулирование изменений физических характеристик кремния лазерным воздействием. –Алматы: ж. Вестник КазНТУ.-2014.-№2.- С.328-334.
- [9] Горелик С.С., Дашевский М.Я. Материаловедение полупроводников и диэлектриков. – Москва: Металлургия, -1988.-574 с.
- [10] Макара В.А., Стебленко Л.П., Крит А.Н., Калинин Д.В., Курилюк А.Н., Науменко С.Н. Стимулирование воздействием рентгеновского излучения и магнитного поля изменение физических характеристик кристаллов кремния // ФТТ.-2012.-том.54, вып.7.- С.1356-1360.
- [11] Шмытько И.М., Изотов А.Н, Афоникова Н.С., Виейра С., Рубио Г. //Фазовые переходы в монокристаллах кремния, обусловленные ориентированной пластической деформацией // ФТТ.-1998.-том.40,- №4.-С.746-749.
- [12] Шапавалов В.П.,Грядун В.И.,Королев А.Е.Дефектообразование в поверхностной области кремния при его термическом окислении // ФТП.- 1995.- том 29, вып.11.- С. 1995- 2001.
- [13] Н.-J. Gossman, J.M. Poate. Proc. ICPS-23 (Berlin, 1996) 4, 2569
- [14] Баграев Н.Т., Чайкина Е.И., Клячкин Л.Е. и др. Сверхрешетка. Микроструктура. 23(2), 337 (1998)
- [15] Bagraev N.T., W. Gehlhoff, L.E. Klyachkin, A. Naser. Def. Dif. Forum, 143--147, 1003 (1997)
- [16] Баграев Н.Т., Буравлев А.Д., Клячкин А.Е., Маляренко А.М., Рыков С.А. Самоупорядоченные микрорезанаторы в сверхмелких кремниевых p^+-n переходах. Физика и техника полупроводников.-2000.-том.34, вып.6.- С. 726-736.
- [17] Галкин Н.Г., Ваванова С.В., Галкин К.Н., Баталов Р.И., Баязитов Р.М., Нуждин В.И. Наносекундный импульсный отжиг кремния, имплантированного ионами магния // ЖТФ.-2013.-том.83,-№1.-С.99-104.
- [18] Баталов Р.Н., Баязитов Р.М., Теруков Е.И., Кудоярова В.Х., Weiser G., Kuehne // ФТП.-2001.-том.35.-С.1320-1325.

- [19] Двуреченский А.В., Качурин Г.А., Нидаев Е.В., Смирнов Л.С. Импульсный отжг полупроводниковых материалов.-М.Наука.-1982.-С.208.
- [20] Кошеров Т.С., Ермолаев В.Н., Мута А.Н. Модификация поверхности кремния при температурном воздействии //Сборник трудов Международной научно-практической конференции «Инженерное образование и наука в XXI веке: проблемы и перспективы».-Алматы:2014.-том.2.-С.487-490.

REFERENCES

- [1] Veiko V.P., S.M. Metev Laser technology in microelectronics. Sofia. Publishing House of the Bulgarian Academy of Sciences, 1991.-363p.(in Russ.).
- [2] Boyko V.I., Lukyanchuk B.S., Tsarev E.R. Proceedings of the GPI.1991.t.30.p.6.(in Russ.).
- [3] Kosher T.S., Yermolaev V.N., Bolotov M.B. Influence of laser impact on the silicon surface structure and morphology. Almaty: zh.Vestnik KazNTU.2014.No4.P.369-374.(in Russ.).
- [4] Kosher T.S., Serik A. Change of polycrystalline silicon surface morphology for isothermal annealing. Almaty: RK NAS News, a series of physical and mathematical sciences.2014.No 6.P.55-59.(in Russ.).
- [5] Berezhnov N.I., Stelmakh V.F., Chelyadinskii A.R., Phys.Stat.Sol.1983 (a) 78.k121.(in Russ.).
- [6] Berezhnov N.I., Suprun-Belevich Yu.R., Chelyadinskii A.R., Haki Taher H.I. Изв. Вузов физика 1991 t.4.p.55.(in Russ.).
- [7] Baushev A.F., Emelganov V.J., Novikov M.M. //Las physics.1992.№2.r.178. .(in Russ.).
- [8] Kosher T.S., Ermolaev V.N., Tleumuratova K.T., Seitov A.S. Stimulation of changes in physical characteristics of the silicon laser action. -Almaty: Bulletin of KazNTU.2014.No 2.P.328-334.(in Russ.).
- [9] Gorelik S.S., Dashevskii M.J. Materials of semiconductors and dielectrics. Moscow: Metallurgy, -1988.-574 P.(in Russ.).
- [10] Makara V.A., Steblenko L.P., Krit A.N., Kalinichenko D.V., Kuryliuk A.N., Naumenko S.N. Stimulating the changes in the physical characteristics of silicon crystals with X-rays and magnetic field .FTT.2012.Vol.54, Issue.7.P.1356-1360.(in Russ.).
- [11] Shmyt'ko I.M., Izotov N.N., Afonikova N.S., Veira S, Rubio G.Phase transitions in silicon single crystals caused by oriented plastic deformation. F.T.T.1998.T40 №4.p.746-749.(in Russ.).
- [12] Shapavalov V.P.,Gredun V.I.,Korolev A.E. Defect in the surface region of silicon in thermal oxidation.FTP.1995.t.29.exh.s.1995-2001. .(in Russ.).
- [13] H.-J. Gossman, J.M. Poate. Proc. ICPS-23 (Berlin, 1996) 4, 2569
- [14] N.T. Bagraev, E.I. Chaikina, L.E. Klyachkin et al. Superlat. Microstr., 23(2), 337 (1998)
- [15] N.T. Bagraev, W. Gehlhoff, L.E. Klyachkin, A. Naser. Def. Dif. Forum, 143--147, 1003 (1997)
- [16] Bagraev N.T., Buravlev A.D., Klyachkin A.E., Marchenko A.M., Rykov S.A. Self-ordered microresonators in ultrafine silicon junctions. Physics and Technology of Semiconductors.2000.Vol.34, Issue 6.P. 726-736.(in Russ.).
- [17] Galkin N.G., Vavanov S.V., Galkin K.N., Batalov R.I., Bayazitov R.M., Nuzhdin V.I Nanosecond pulsed annealing of silicon implanted with magnesium ions. ZHTF.2013.Vol.83.No 1.P.99-104.(in Russ.).
- [18] Batalov R.N., Bayazitov R.M., Terukov E.I., Kudoyarova V.H., Weiser G., Kuehne FTP.2001.Vol.35.P.1320-1325. (in Russ.).
- [19] Dvurechensky A.V., Mazurin G.A., Nidayev E.V., Smirnov L.S. Pulse annealing of semiconductor materials.M. Nauka.1982, P.208. (in Russ.).
- [20] Kosher T.S., Yermolaev V.N., Muta A.N.Surface modification of silicon at temperature influence.Sb.trudov International scientific-practical conference Engineering education and science in the XXI century: problems and prospects.Almaly.2014.t.2.p.487-490.(in Russ.).

ТЕМПЕРАТУРАЛЫ ЖӘНЕ ЛАЗЕРЛІ ӘСЕР БАРЫСЫНДА КРЕМНИЙДІҢ БЕТКІ БӨЛІГІНІҢ ҚҰРЫЛЫМЫ МЕН ФАЗАЛЫ ҚҰРАМЫН ЗЕРТТЕУ

Т.С. Кошеров, Г.Е. Жумабекова

Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы

Түйін сөздер: ақаулар, параметрлер, кернеу, тотығу, кристалдану, лазерлі сәулелер.

Аннотация. АКМ және рентген құрылымды талдау тәсілдерінің көмегімен термо өңдеу шараларының түрлі уақыттарында және 400⁰С-та қыздыру температурасында кремнийдің беткі бөлігінің морфологиясы мен құрылымдық өзгерістері, сонымен қатар 60 минуттағы үздіксіз лазерлі әсердің деңгейі зерттелді. Үлгіге мұндай әсер барысында тотығу процесінің құрылымдық өзгерістері және тотықтыру барысындағы түрлі ақаулар, сонымен қатар кристалдану процесі орнатылды. Үлгіні қыздыру барысында (400⁰С-та) босаңқы тұрақты ақаулардың пайда болатыны анықталды. Ол ақаулар тез арада ыдырап жанып кетеді. Осы ақаулармен байланысты әсерлер, қысу процесінің және тор деформациясының төмендеуіне алып келеді. Кристаллды торлардың алғашқы құрылымдық өзгеріс шарттары орнатылды. Термоөңдеу (с) Si шаралары, үлгінің беткі бөлігінде, екі бағытта ағатын термототығу процестерінің пайда болуын шарттайды. Үлгінің термототығу процесінен кейін үздіксіз лазерлі сәулелендіру шаралары беткі бөлікті қайта кристаллдайды және де тотығу мен фотохимия процестеріне әсер етеді. Лазерлі әсер бөліктерінің бірі болып табылатын жылумен қыздырып босандату шаралары, кремний мен оның тотығының қиылысатын жеріндегі механикалық кернеулердің релаксациясына алып келеді. Үлгіні алдын ала жылумен қыздыра отырып босату уақытының ұлғаюымен қатар SiO₂ қалыңдығының өсуі және лазерлі сәулелердің кейінгі әсерлері – тотығу шараларының ұлғаюы салдарынан туындайды. Ал, оның төмендеуі болса, SiO₂-нің ыдырауының себебінен және ыдырайтын өнімдердің булануы салдарынан туындайды.

Үлгінің термототығу уақыты мен лазерлі әсерге тәуелді болып келетін, тор параметрлері өзгерістерінің бір-бірімен тығыз байланысы анықталды.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 156 – 162

UDC 623.21:573.12

FEATURES OF THE STRESS STATE OF THE SILICON WAFER DURING THERMAL ANNEALING

T. Kosherov, B. Koshkinbay

Kazakh national research technical university named K. I. Satpayev, Almaty
balzhan-1994k@mail.ru

Keywords: thermal annealing, silicide, structure, stress, lattice parameters, pyramid formation, crystallographic axis.

Abstract: With the help of roentgen diffractometer it was studied especially changes in the crystal structure of silicon by thermal annealing in the air at different time of thermal exposure. It is shown that thermal annealing at 700°C from 10 to 360 minutes causes significant changes in the interplanar distance d , starting with the 120-minute thermal annealing in air. Similar marked changes were seen during studies of internal stress of the crystal lattice of the sample. It was found that with increasing thermal annealing time there is the formation of silica, which is also undergoing significant change with increasing annealing time, as well as its appearance is accompanied by the formation of silicon carbide (SiC). Changes in the formed silica correlate with the quantitative change in the oxygen content under the same conditions of temperature annealing.

After the study of the AFM topography images of fragments of the surface of the silicon thermal annealed at 700°C for different annealing time it was found that the entire surface of the specimen is covered with a dense layer of pyramidal structures in the Z-axis height from 10 to 80 nm. Increasing the thermal annealing time leads to a smoothing of the formed protrusions reduced in size considerably and noticeable peaks largest cut pyramidal formations that binds to the decomposition of the formed SiO₂ on SiO, and further the Si and O, which are subsequently extracted into the environment. It is noted, that since 120 minute thermal annealing of silicon on the surface along with particular crystallographic direction begin to form silicon silicides - silicon carbide (SiC).

УДК 623.21:573.12

ОСОБЕННОСТИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИН КРЕМНИЯ В ПРОЦЕССЕ ТЕРМИЧЕСКОГО ОТЖИГА

Т.С. Кошеров, Б.Қ. Көшкінбай

Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, г. Алматы

Ключевые слова: термоотжиг, силициды, структура, напряжение, параметры решетки, пирамидальные образования, кристаллографические оси.

Аннотация. С помощью рентгеновского дифрактометра изучены особенности изменения кристаллической структуры кремния при термическом отжиге на воздухе при различном времени термического воздействия. Показано, что температурный отжиг при 700°C от 10 до 360 минут вызывает ощутимые изменения межплоскостного расстояния d , начиная со 120 минутного термоотжига на воздухе. Такие же заметные изменения замечены при исследовании внутренних напряжений кристаллической решетки образца. Установлено, что по мере увеличения времени термоотжига идет образование диоксида кремния, который также претерпевает значительные изменения по мере увеличения времени отжига, а также ее появление сопровождается образованием карбида кремния (SiC). Динамика изменения образовавшегося диоксида кремния коррелирует с количественным изменением содержания кислорода при тех же условиях температурного отжига.

Проведя исследования АСМ-изображений топографии фрагментов поверхность кремния термоотожженных при 700°C в течение различного времени отжига обнаружено, что вся поверхность образца покрыта плотным слоем пирамидальных образований высотой по оси Z от 10 до 80 нм. Увеличение времени термоотжига приводит к сглаживанию образовавшихся выступов, заметно уменьшаются по размерам и заметным срезом вершин наиболее крупных пирамидальных образований, что связывается разложением образовавшихся SiO_2 на SiO , и далее на Si и O , которые впоследствии экстрагируются в окружающую среду. Замечено, что, начиная со 120 минутного термоотжига кремния, на поверхности, вдоль определенного кристаллографического направления начинают образовываться силициды кремния – карбид кремния (SiC).

Введение. Одним из эффективных методов изменения электрофизических свойств и параметров полупроводникового кремния является термическая обработка. При термическом отжиге кремния протекают процессы окисления, изменение электронных состояний на границе Si-SiO_2 . В процессе термического отжига система в зависимости от времени и температуры отжига на поверхности образуются оксидные фазы не только самого образца (Si), но и металлообразующих примесных элементов [1]. Возникает проблема источников упругих напряжений и возможности их релаксации с образованием дислокаций в процессе высокотемпературных термических воздействий. Большую роль в формировании поля упругих напряжений играют гравитационные силы [2]. Появляются трудности в обеспечении малых перепадов температуры. При проведении высокотемпературных технологических операций в образцах Si возникают возрастающее термическое напряжение, а в объеме пластин из кремния кислородосодержащие преципитаты, которые в зависимости от их природы и размера могут играть роль как центров зарождения дислокаций, так и стопоров для движения дислокаций, затрудняющих процессы их генерации и распространения [3,4].

Исследование процессов микродефектообразования в монокристаллических пластинах кремния, в особенности микродефектообразования на ранних стадиях распада пересыщенного твердого раствора кислорода в кремнии представляют также принципиальный интерес не только для выяснения механизма зародышеобразования, но и для выявления закономерностей в последовательной трансформации дефектной среды [5].

Определенный интерес имеет механизм первичной самоорганизации регулярной структуры в кремнии [6]. Были предположения, что зародышами пор являются дефекты на поверхности кремния, хотя затем было показано, что поры формируются независимо от положений дефектов [7].

В работе [8] имеется несколько иной подход, где учтены несколько вкладов, влияющих на профиль поверхности кремния: это энергия поверхностного натяжения, транспортировка дырок в Si . Рассматривая влияние собственных межузельных атомов на генерацию термодоноров в кремнии [9] авторы предполагают, что присутствие собственных межузельных атомов кремния генерируют возникшие при термоотжигах кремния термодоноры, а затем они поглощаются стоками поверхностного образца и объемными микродефектами (вакансионными порами), которые при отжиге на воздухе эти стоки «пассивируются» благодаря окислению и загрязнению и главным стоком становятся поры.

В связи с этим представляется определенный интерес проведения исследований по установлению особенностей напряженного состояния пластин кремния в процессе термического отжига, а также кислорода атмосферы и приповерхностного слоя образца на рельеф поверхности, фазовый состав образовавшихся оксидов на поверхности кремния и возможные структурные изменения.

Методы исследования. Исследование проводилось с образцами (с) Si с удельным сопротивлением $10 \text{ Ом}\cdot\text{см}$. Образцы подвергали термической обработке в атмосфере воздуха при температуре 700°C и времени 10, 30, 60, 120, 240 и 360 минут. Полуколичественный анализ содержания элементов и электронно-микроскопические снимки были получены на рентгеновском дифрактометре и растровом электронном микроскопе, а морфология поверхности образца кремния после термической обработки исследовалась методом атомной силовой микроскопии [10].

Результаты исследования. Рассматривая изменение зависимости структурных параметров ω и d от времени прогрева образца при температуре 700°C видим, что межплоскостное расстояние d претерпевает небольшие изменения до 120 минут термоотжига, затем наблюдается небольшой

рост его значений, если образец продолжать прогревать на воздухе до 360 минут (Рис.1). Такие же заметные изменения мы замечаем и у ω , указывающий на степень возникших напряжений в структуре образца (полуширина пика Si). Поскольку параметр ω характеризует структурное состояние приповерхностного слоя и соответственно связанных с дефектами внутренних напряжений, возникших в образце при термоотжиге, то можно предполагать, что небольшие структурные изменения в кремнии возникают при наших условиях термоотжига образца Si в пределах от 120 до 360 минут.

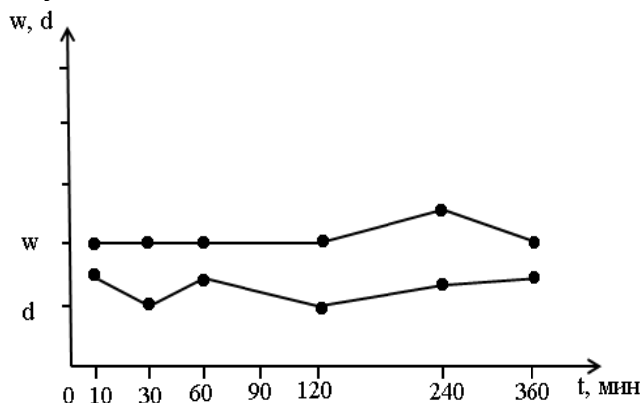


Рисунок 1 – Зависимость параметров d, ω кремния от времени прогрева образца ($T=700^{\circ}\text{C}$)

Полученные экспериментальные результаты показывают, что термоотжиг образца при 700°C вызывает неустойчивые состояния структуры, по видимому, за счет стабильных дефектов, которые начинают скапливаться на отдельных участках поверхности образца. В свою очередь концентрация указанных дефектов начинается при 120 минутном термоотжиге, достигая своего наибольшего значения при 240-минутном температурном воздействии и тем самым приводит к увеличению внутренних напряжений приповерхностных слоев кремния и соответствующего роста при 240 минутном температурном отжиге и далее к стабилизации.

Если проанализировать полуколичественное содержание кремния и его оксида (Рис.2), то видно, что по мере увеличения времени термоотжига образование диоксида кремния на поверхности образца происходит первые 30 минут, достигая своего наибольшего значения затем до 120 минут идет редкий спад, а затем медленно растет, увеличивая свое содержание на поверхности образца (Рис.2). По мере увеличения времени термоотжига образца мы также замечаем появление силицидных образований, таких как SiC (Т. А и В Рис.2), количество которых, по мере увеличения температуры отжига возрастает.

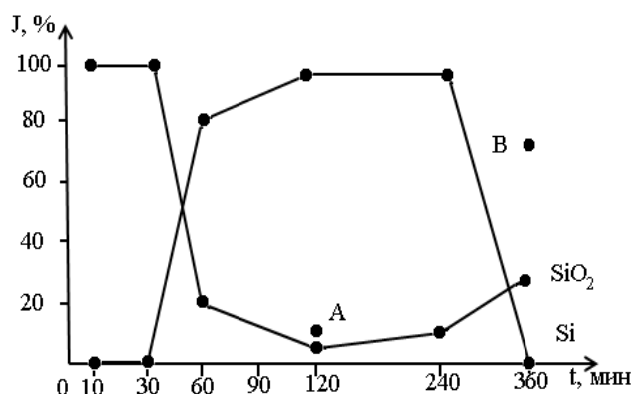


Рисунок 2 – Изменение содержания кремния и диоксида Si в зависимости от времени термоотжига ($T=700^{\circ}\text{C}$)

Рассматривая количественное содержание кислорода в исследуемом образце, обнаруживаем, что оно также меняется по мере увеличения времени термоотжига образца (Рис.3). Если до 60-минутного термоотжига кремния его количество медленно растет, то по мере увеличения времени

отжига до 120 минут образовавшееся количество кислорода медленно убывает, а затем наблюдается заметный его рост (Рис.3). Если сопоставить количественное содержание диоксида кремния (Рис.2) и количественное изменение кислорода (Рис.3), то заметна их корреляция.

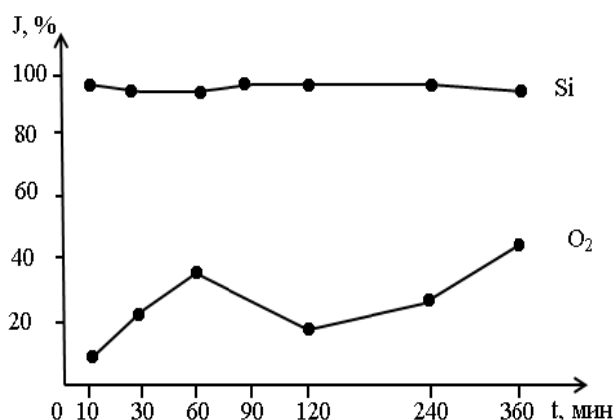


Рисунок 3 – Изменение содержания кислорода и кремния в зависимости от времени термоотжига ($T=700^{\circ}\text{C}$)

Полученные экспериментальные результаты показывают, что при термоотжигах кремния (700°C) в зависимости от времени температурных воздействий образцы кремния претерпевают структурные изменения, вызывает возникновение внутренних напряжений, появление оксидных и других силицидных образований.

На рис.4 представлены АСМ-изображения топографии фрагментов поверхности кремния термоотожженных при 700°C в течение разного времени отжига. При 10 минутном отжиге вся поверхность исследуемых образцов покрыта плотным слоем небольших пирамидальных выступов высотой по оси Z от 10 до 80 нм (Рис.4, а). Дальнейшее увеличение времени отжига сглаживают образовавшиеся выступы, оставляя наиболее крупные пирамидальные выступы на различных участках поверхности исследуемого образца, которые также постепенно уменьшаются по размерам и заметным срезом вершин пирамидальных образований.

Начиная со 120 минутного термоотжига кремния на ее поверхности заметны образования вдоль определенного кристаллографического направления (Рис.4, г, д, е), которые растут по своим размерам и представляют собой на фоне оксидных образований силицида кремния (SiC) - карбид кремния. Постоянное снижение величины среднеквадратичной шероховатости и отсутствие кристаллических образований указывают на аморфизацию поверхности кремния в процессе термоокисления. По мере увеличения продолжительности термоотжига размеры пирамидальных выступов в основном сглаживаются, оставляя небольшие островки оксидов кремния. Если обратится к рисунку 2 и 3, то можно предположить, что первые 60 минут термоотжига образца приводит к максимальному образованию SiO_2 на поверхности образца и соответственно к нарастанию выделения кислорода. С другой стороны, эти результаты показывают, что высокие концентрации точечных дефектов и их градиенты могут привести к реализации условий для появления дислокации и их росту [11]. Нагрев и высокая концентрация точечных дефектов приводит к деформации и образованию различных по виду и размерам пирамидальных выступов на поверхности. После установления термодинамического равновесия (до 120 минут термоотжига) весь процесс вновь повторяется, но уже с частичным фазовым образованием силицидов типа карбида кремния (SiC).

Обсуждения результатов. Полученные результаты свидетельствуют о том, что термообработка при 700°C (от 10 до 360 минут) приводит к существенным изменениям структуры образца, создает направление в кристаллической решетке, а возникшие островки оксидных образований имеют неоднородный характер и зависят от времени термообработки наряду с оксидными образованиями SiO_2 , других малочисленных оксидов примесей, наблюдается появление карбида кремния SiC . Их появление достаточно отчетливо видно при 120 и 360-минутном прогреве образца на воздухе (Рис.2). Как известно, при технологическом процессе

получения кремния одним из ее недостатков является относительно высокая концентрация неконтролируемой примеси в выращенном образце, в основном, кислорода ($\sim 10^{16}$ - 10^8 см⁻³) [12] и углерода ($\sim 10^{17}$ см⁻³) [13,14]. В частности, если проследить за изменением содержания кислорода в кремнии в зависимости от времени термоотжига (Рис.3), то видим, что их выделение наиболее при 60 и 360-минутной термообработке образца.

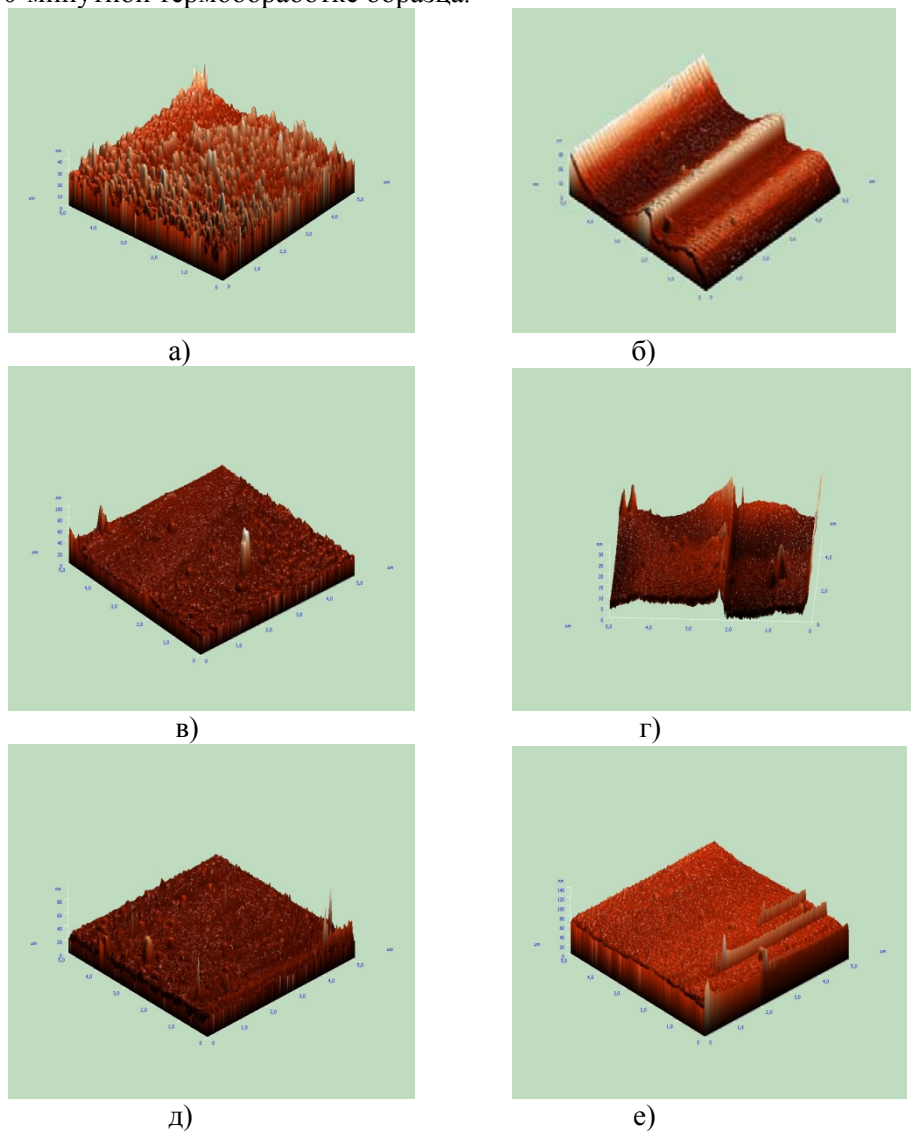


Рисунок 4 – АСМ изображение термоотожженного кремния при различном времени отжига: а)10 мин; б)30 мин; в)60 мин; г)120 мин; д)240 мин; е)360 мин

Как отмечалось в [5,15,16], при отжиге на воздухе поверхность становится пассивированной за счет роста слоев окисла SiO₂ и поверхностными загрязнениями и при этом основным стоком диффузионного потока межузельных атомов кремния и кислорода становятся поры в кремнии вакансионного типа.

Рассматривая трехмерные АСМ-изображения, полученные при термоотжиге (700⁰С) различном времени температурного воздействия, степени образования и роста диоксида кремния (SiO₂), обусловленное диффузией кислорода и других малочисленных примесей, можно предположить, что в кристалле Si в начальный момент диффузии было определенное число вакансий, распределенных неравномерно по кристаллу. В местах пирамидальных образований (Рис.4) вакансии, очевидно, было значительно меньше, чем в областях между ними. Эти выпуклые образования представляют собой микродефекты, по-видимому, состоящие из межузельных атомов, которые в последующем вступают в реакцию с атомами кремния, образуя ее оксиды

[17,18]. При большом скоплении вакансий процесс примесной диффузии идет вдоль определенной кристаллической оси. В процессе примесной диффузии данные микродефекты являются стоками для мигрирующих межузельных атомов кремния, что отражается в увеличении не только размеров, но и площади. При этом скорость миграции межузельных атомов кремния максимальна вдоль кристаллографической оси, вследствие чего захват межузельных атомов кремния на микродефект происходит главным образом вдоль их поверхности [19]. Таким образом, размеры и площади микродефектов увеличиваются в процессе примесной диффузии. Следует отметить, что по мере увеличения времени термоотжига идет медленное уменьшение поверхностной части пирамидальных образований, у которых постепенно уменьшаются размеры и площади, что связывается с разложением SiO_2 на SiO , а далее на Si и O , которые экстрагируются в окружающую среду [20]. В то же время преобладает появление и рост оксидных и силицидных образований вдоль кристаллической оси (Рис.4, г).

Выводы. Использование рентгеновского дифрактометра позволило определить влияние температурного воздействия на воздухе от 10 до 360 минут на характеристики структурного изменения, возникновения внутренних напряжений, появления оксидных и других силицидных образований (SiC).

Установлено, что нагрев и высокая концентрация точечных дефектов на поверхности образца приводит к деформации и образованию различных по виду и размерам пирамидальных выступов, которые по мере увеличения времени термоотжига сглаживают образовавшиеся выступы с заметным срезом вершин этих образований. Это явление связывается тем, что при длительном термоотжиге кремния наступает разложение SiO_2 на SiO , а далее на Si и O , которые экстрагируются в окружающую среду. Кроме того обнаружено, что начиная со 120 минутного термоотжига кремния на поверхности заметили образования вдоль определенного кристаллографического направления, представляющие собой силициды SiC .

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кошеров Т.С., Ермолаев В.Н., Тлеумуратова К.Т., Сеитов А.С. Стимулирование изменений физических характеристик кремния лазерным воздействием // Вестник КазНТУ. 2014. №2. с.328-334.
- [2] Меженный М.В., Мильвидский М.Г., Простомолотов А.И. Моделирование напряженного состояния пластин кремния большого диаметра в процессе термического отжига // ФТТ. 2003. т.45. вып. 10. с.1794-1804.
- [3] Енишерлова К.И., Мильвидский М.Г., Резник В.Я., Русак Т.Ф. Кристаллография, 1991, том 36, вып. 5, с. 1259-1266.
- [4] Меженный М.В., Мильвидский М.Г., Павлов В.Ф., Резник В.Я. // ФТТ, 2001, том 43, выпуск 1, Стр. 47.
- [5] Бублик В. Т., Мацнев С. Ю., Щербачев К. Д., Меженный М. В., Мильвидский М. Г., Резник В. Я. Исследование особенностей образования микродефектов в термически обработанных бездислокационных пластинах кремния большого диаметра методами диффузного рассеяния рентгеновских лучей. // ФТТ. 2003. т. 45. вып.10. с. 1825–1833.
- [6] Компан М.Е. Механизм самоорганизации регулярной структуры пористого кремния. // ФТТ. 2003. т.45. вып. 5. с.902-906.
- [7] Allongue P., Costa-Keilling V., Gerischer H. J. Electro- chemical Soc. 140,1009(1993).
- [8] Valance. Phys. Rev. B 52, 8323 (1991).
- [9] Воронков В.В., Воронкова Г.И., Батунина А.В., Головина В.Н., Мильвидский М.Г., Гуляева А.С., Тюрина Н.Б., Арапкина Л.В. Генерация термодоноров в кремнии: влияние собственных межузельных атомов. //ФТТ, 2000, т.42, вып.11, с. 1969-1975.
- [10] Кошеров Т.С., Ермолаев В.Н., Болатов М.Б. Влияние лазерного воздействия на наноструктуру и морфологию поверхности кремния. //ж.Вестник КазНТУ. 2004. №4. с. 369-374.
- [11] Банищев А.Ф., Голубев В.С., Кроков А.Ю. Разрушение поверхности кремния при импульсном воздействии лазерных импульсов. //Сб.трудов ИПЛИТ РАН.-2001.
- [12] Смирнов В.И. Физико – химические основы технологии электронных средств. Учебное пособие / В.И.Смирнов. -Ульяновск, 2005. – 112 с.
- [13] Bean A.R., Newman R.C. // J.Phys. Chem. Solid. 33, 2, 255(1972).
- [14] J. Lerouelle. Phys. Stat. Sol. A67, 1, 177 (1981).
- [15] Бабич В.М., Блецкан Н.И., Венгер Е.Ф. Кислород в монокристаллах кремния. Интерпресс. Киев.1977. с 240.
- [16] Болатов Л.Н., Козлов В.Ф., Макаренко И.В., Титков А.Н., ФТП, 27, 1375 (1993).
- [17] Lyding J.W., Shen T.C., Hubacek J.S., Tucker J.R., Abeln G.C., Appl. Phys. Lett. 64, 2010 (1994).
- [18] Кошеров Т.С., Болатов М.Б., Ермолаев Ю.В. Стимулирование изменений физических характеристик поликристаллического кремния термической обработкой. Известие НАН РК,серия физико-математических наук.-2015.- №1.-С.44-48.
- [19] Баграев Н.Т., Буравлев А.Д., Клячкин Л.Е., Маляренко А.М., Рыков С.А. Самоупорядоченные микрорезонаторы в сверхмелких кремниевых p^+-n переходах. //ФТП.2000.т.34.вып.6.с.726-735.
- [20] Кошеров Т.С., Ермолаев В.Н., Болатов М.Б. Влияние термической обработки и лазерного воздействия на наноструктуру и морфологию поверхности кремния. //Сб.трудов международной научно-практической конф. «Подготовка инженерных кадров в контексте глобальных вызовов XXI века». Алматы.2013.т.1.с.220-222.

REFERENCES

- [1] Kosherov T.S., Ermolaev V.N., Tleumuratova K.T., Seitov A.S. Promote changes in the physical characteristics of the silicon laser action. // Herald KazNTU.2014.№2.p.328-334.(in Russ.).
- [2] Mezheny M.V., Milvidsky M.G., Prostomolotov A.I. Modeling the stress state of large diameter silicon wafers during thermal annealing. //FTT.2003.v.45.i.10.p.1794-1804.(in Russ.).
- [3] Enisherlova K.L., Milvidsky M.G., Resnick V.Y., Rusak T.F. Crystallography, 1991, v 36, i. 5, p.1259-1266.(in Russ.).
- [4] Mezheny M.V., Milvidsky M.G., Pavlov V.F., Resnick V.Y. // FTT, 2001, vol 43, issue 1, page. 47.(in Russ.).
- [5] Bagel V.T., Matsnev S.Y., Shcherbachev K.D., Mezheny M.V., Milvidsky M.G., Resnick V.Y. Research of features of formation of micro-defects in dislocation-free thermally processed silicon wafers of large diameter diffuse scattering methods ray. // FTT.2003.v.45.i.10.p. 1825-1833.(in Russ.).
- [6] Compan M.E. The mechanism of regular porous silicon structures of self-organization. // FTT.2003.v.45.i.5.p.902-906.(in Russ.).
- [7] Allongue P., Costa-Keilling V., Gerischer H. . J. Electro- chemical Soc. 140,1009(1993).
- [8] Valance. Phys. Rev. B 52, 8323 (1991).
- [9] Voronkov V.V., Voronkova G.I., Batunina A.V., Golovina V.N., Milvidsky M.G., Gulyaeva A.S., Tyurina N.B., Arapkina L.V. Generation of thermal donors in silicon: the influence of self-interstitials. // FTT, 2000, v.42, i.11, p. 1969-1975.(in Russ.).
- [10] Kosherov T.S., Yermolaev V.N., Bolatov M.B. Influence of laser action on nanostructure and morphology of the silicon surface. // Herald KazNTU.2004.№4.p.369-374.(in Russ.).
- [11] Banishev A.F., Golubev V.S., Krokiev A.Y. The destruction of the silicon surface pulsed laser pulses. // Bui.works IPLIT RAN - 2001.(in Russ.).
- [12] Smirnov V.I. Physical - chemical bases of technology of electronic means. Textbook / V.I.Smirnov.-Ulyanovsk, 2005.- 112p.(in Russ.).
- [13] Bean A.R., Newman R.C. // J.Phys. Chem. Solid. 33, 2, 255(1972).
- [14] J. Lerouelle. Phys. Stat. Sol. A67, 1, 177 (1981).
- [15] Babich V.M., Bletsan N.I., Wenger E.F. Oxygen in the silicon single crystals. Interpress. Kiev.1977. p 240.(in Russ.).
- [16] Bolatov L.N., Kozlov V.F., Makarenko I.V., Titov A.N., FTP, 27, 1375 (1993). (in Russ.).
- [17] Lyoling Y.W., Shen T.C., Habacek Y.S., Tucker I.R., Abeln G.C., Appl. Phys. Lett. G4, 2010(1994).
- [18] Kosherov T.C., Bolatov M.B., Ermolaev Y.V. Stimulation of changes in the physical characteristics of the polycrystalline silicon by heat treatment. RK NAS News, a series of physical and mathematical sciences.2015.No 1.P.44-48.(in Russ.).
- [19] Bagraev N.T., Buravlev A.D., Klyachkin L.E., Malyarenko A.M., Rykov S.A. Self-ordering microcavities in ultrafine silicon p + - n- transitions. //FTP.2000.v.34.i.6.p.726-735.(in Russ.).
- [20] Kosherov T.S., Yermolaev V.N., Bolatov M.B. Effect of heat treatment and laser effects on the nanostructure and the morphology of the surface of silicon. // Bui.works international scientific-practical conference. "Training of engineers in the context of the XXI century global challenges." Almaty.2013.v.1.p.220-222.(in Russ.).

ТЕРМИЯЛЫҚ ӨНДЕУ ҮРДСІНДЕ КРЕМНИЙ ПЛАСТИНАЛАРЫНЫҢ КЕРНЕУЛІ КҮЙІНІҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Т.С. Көшеров, Б.Қ.Көшкінбай

Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы

Түйін сөздер: термоөңдеу, силицидтер, құрылым, кернеу, тор параметрлері, пирамидалы құрылымдар, кристаллографиялық остер.

Аннотация. Рентгендік дифрактометр көмегімен әртүрлі уақыт аралығында ауадағы термиялық өңдеу кезіндегі кремнийдің кристалдық құрылымының өзгеру ерекшеліктері зерттелді. 10 минуттан 360 минут аралығында 700⁰С кезіндегі температуралық өңдеу, ауадағы термиялық өңдеудің 120-минутынан бастап жазықтықаралық қашықтық d-ның елеулі өзгерістерін шақыратыны көрсетілді. Үлгінің кристалдық торының ішкі кернеулерін зерттеу кезінде де осындай өзгерістер байқалды. Термоөңдеу уақытын жоғарылатқан сайын осы уақытқа байланысты айтарлықтай өзгерістерге ұшырайтын кремний диоксидінің пайда болып жүретіні, сондай-ақ оның пайда болуы кремний карбидінің (SiC) құрылуына алып келетіні дәлелденді. Құрылған кремний диоксидінің өзгеріс қарқыны дәл сондай температуралық өңдеу шарттарындағы оттегі құрамының сандық өзгерістерімен байланысты.

Өңдеудің әртүрлі уақыт аралығындағы (700⁰С) температуралық термоөңделген кремний беті фрагменттерінің топографиясының АҚМ-суреттерін зерттей отырып, үлгінің бүкіл беті биіктігі Z осі бойынша 10 нм-ден 80 нм-ге дейін болатын пирамидалы құрылымдардың қалың қабатымен бекітілді. Термоөңдеу уақытының жоғарылауы пайда болған шығыңқылардың тегістелуіне алып келеді, елеулі түрде өлшемдері бойынша кішірейеді және соңында қоршаған ортаға бөлініп шығатын пайда болған SiO₂-нің SiO₂-ға, ал оның Si және О-ге жіктелуімен байланысты елеулі үлкен пирамидалы құрылымдардың шыңы қиылады. Кремний термоөңдеудің 120-минутынан бастап белгілі кристаллографиялық бағытын бойлай кремний силицидтері құрыла бастайтыны байқалды.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 163 – 167

UDC 514.753

SOLITON DEFORMATIONS OF THIRD ORDER ENNEPER'S SURFACE

D.M.Kurmanbaev

al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan
kurmanbaev.damir@gmail.com

Keywords: Dirac operator, modified Veselov-Novikov equation, Mutard transformations, Enneper's surface, deformation of surface, inversion.

Abstract. Modified Veselov-Novikov equation was introduced in [1]. A method for constructing exact solutions of this equation by Mutard transformations was proposed in [6] and in [5] it was obtained a geometric interpretation of Mutard transformations. In this paper it was applied this transformations for mVN equation on the example of third order Enneper's surface and constructed deformation of this surface.

УДК 514.753

СОЛИТОННАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ ЭННЕПЕРА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Д.М.Курманбаев

Казахский национальный университет им. аль-Фараби

Ключевые слова: оператор Дирака, модифицированное уравнение Веселова-Новикова, преобразование Мутара, поверхность Эннепера, деформация поверхности, инверсия.

Аннотация. Модифицированное уравнение Веселова-Новикова было введено в [1]. Метод построения точных решений этого уравнения типа преобразования Мутара был предложен в [6], в работе [5] была получена геометрическая интерпретация преобразования Мутара. В данной работе применяется преобразование Мутара для уравнения мВН на примере поверхности Эннепера третьего порядка и строится деформация данной поверхности.

1. Деформация поверхности Эннепера третьего порядка.

Пусть Σ - поверхность Эннепера третьего порядка, построенная по $\psi_1 = z^3, \psi_2 = 1$ посредством представления Вейерштрасса [2]:

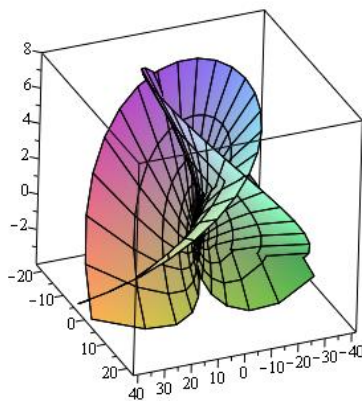
$$\begin{aligned}
 u^1(P) &= \frac{i}{2} \int_{P_0}^P \left((\psi_1^2 + \bar{\psi}_2^2) dz - (\bar{\psi}_1^2 + \psi_2^2) d\bar{z} \right) + u^1(P_0), \\
 u^2(P) &= \frac{1}{2} \int_{P_0}^P \left((\bar{\psi}_2^2 - \psi_1^2) dz + (\psi_2^2 - \bar{\psi}_1^2) d\bar{z} \right) + u^2(P_0),
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$u^3(P) = \int_{P_0}^P (\psi_1 \bar{\psi}_2 dz + \bar{\psi}_1 \psi_2 d\bar{z}) + u^3(P_0).$$

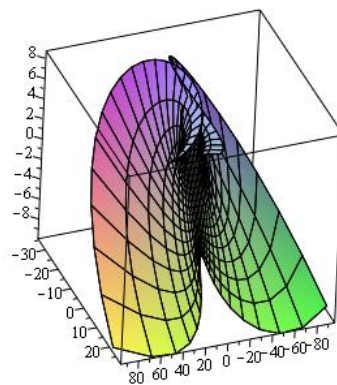
Так как голоморфные функции $\psi_1(z, \bar{z}, t) = z^3 + 6t$, $\psi_2(z, \bar{z}, t) = 1$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial z} = \frac{\partial \bar{\psi}_2}{\partial \bar{z}} = 0, \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial z^3}, \quad \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = \frac{\partial^3 \psi_2}{\partial \bar{z}^3}$$

то поверхность Σ_t , построенная по $\psi_1(z, \bar{z}, t), \psi_2(z, \bar{z}, t)$ с помощью представлений Вейерштрасса, задает солитонную деформацию поверхности Σ (рис.1).



Поверхность Эннепера 3-го порядка - Σ



Деформированная поверхность Эннепера 3-го порядка - Σ_t , при $C=0.5$.

Рисунок 1 - Деформация (изгиб) поверхности Эннепера третьего порядка на $x \in [-1, 1]$, $y \in [-2, 2]$.

Построим по поверхностям Σ_t

$$u^1(x, y) = -y \left(x^6 - \frac{1}{7} y^6 + 36C^2 + 3x^2 y^4 - 5x^4 y^2 + 12Cx^3 + 1 \right) + 12Cxy^3,$$

$$u^2(x, y) = x \left(y^6 - \frac{1}{7} x^6 - 36C^2 + 3x^4 y^2 - 5x^2 y^4 - 3Cx^3 + 1 \right) - 3Cy^4,$$

$$u^3(x, y) = \frac{1}{2} (x^2 - y^2)^2 - 2x^2 y^2 + 12Cx,$$

поверхности S_t как поверхности в пространстве мнимых кватернионов [4]:

$$S_0 = \begin{pmatrix} \frac{i}{2} (x^2 - y^2)^2 - 2ix^2 y^2 & s(x, y) \\ -\bar{s}(x, y) & -\frac{i}{2} (x^2 - y^2)^2 + 2ix^2 y^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\text{где } s(x, y) = ix \left(\frac{x^6}{7} - y^6 - 3x^4 y^2 + 5x^2 y^4 - 1 \right) - y \left(\frac{y^6}{7} - x^6 - 3x^2 y^4 + 5x^4 y^2 - 1 \right),$$

$$S_t = S_0 + 3t \begin{pmatrix} 4ix & i(x^2 - y^2)^2 + 4xy(x^2 - y^2 - ixy) \\ i(x^2 - y^2)^2 + 4xy(y^2 - x^2 - ixy) & -4ix \end{pmatrix} +$$

$$+36t^2 \begin{pmatrix} 0 & ix+y \\ ix-y & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

В свою очередь, поверхность S_t является солитонной деформацией поверхности Эннепера третьего порядка - S_0 по формуле (2) в той же пространстве. Для инверсированной поверхности S_t^{-1} отвечает потенциал $\tilde{U}$ - как решение следующего модифицированного уравнения Веселова-Новикова (мВН)[1]:

$$U_t = U_{zzz} + 3U_z V + \frac{3}{2}UV_z + U_{\bar{z}\bar{z}\bar{z}} + 3U_{\bar{z}}\bar{V} + \frac{3}{2}U\bar{V}_{\bar{z}} \quad (4)$$

с условием для потенциала $V_z = (U^2)_z$.

С помощью преобразования Мутара [6] находим решения уравнения мВН $\tilde{U}, \tilde{V}$:

$$\tilde{U}(x, y, t) = -i \frac{|(x+iy)^3 + 6t| \bar{\alpha} - ((x-iy)^3 + 6t)\bar{\beta} + ((x+iy)^3 + 6t)\beta + \alpha}{|\alpha|^2 + |\beta|^2}, \quad (5)$$

$$\tilde{V} = A^2 + 2(A\bar{B} - i\bar{C}\tilde{U}) \quad (6)$$

где

$$\alpha(x, y, t) = \frac{i}{2}(x^2 - y^2)^2 - 2ix^2y^2 + 12ixt, \beta(x, y, t) = s(x, y) + 3i(x^2 - y^2)^2t + 12xy(x^2 - y^2 - ixy)t + 36(ix + y)t^2,$$

$$A = -i \frac{((x+iy)^3 + 6t)(\bar{\alpha} - \alpha) - \bar{\beta} - ((x+iy)^3 + 6t)^2\beta}{|\alpha|^2 + |\beta|^2},$$

$$B = -i \frac{3(x-iy)^2((x+iy)^3 + 6t)t}{|(x+iy)^3 + 6t|^2 + 1},$$

$$C = -i \frac{3(x-iy)^2}{|(x+iy)^3 + 6t|^2 + 1}.$$

2. Инверсия поверхности Эннепера третьего порядка.

Инверсия

$$x \rightarrow -\frac{x}{|x|^2},$$

переводит поверхности S_t определенный по (3), (который проходит через точку $u_1^0 = u_2^0 = u_3^0 = 0$ с нулевым потенциалом) в поверхности S_t^{-1} , в некоторый момент времени $t = C$ (в точке $x = y = 0$ с производными потенциала $\tilde{U}$).

Частные производные потенциала $\tilde{U}$ являются представлениями инверсированной поверхности S_t^{-1} , так как сам потенциал не имеет особенности в точке $x = t = 0$:

$$\tilde{U} = -\frac{42y^2(y^6 + 7)}{4y^{12} - 7y^6 + 196}$$

следовательно, потенциал становится регулярным в точке $x = y = 0$ с произвольным t . Но производная этого потенциала имеет особенность в точке $x = y = 0$, так как поверхность Σ с образами начальных точек в $u_1^0 = u_2^0 = u_3^0 = 0$ будет изгибаться в этой точке и на рис.1 можно

заметить динамику от изгиба $\Sigma_\varepsilon : u_1^0 = u_2^0 = u_3^0 = 0$ при малых $t = \varepsilon = 0.5$ до возникновения перегиба Σ_t поверхности Σ .

Кроме того, имеются следующие конечные пределы производных потенциала $\tilde{U}$:

$$\lim_{r \rightarrow 0, \varphi = \text{const}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \tilde{U}(x, y, 0) = -9 \cos 2\varphi + 9 \cos 4\varphi - 3 \cos 6\varphi,$$

$$\lim_{r \rightarrow 0, \varphi = \text{const}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{U}(x, y, 0) = 9 \cos 2\varphi + 9 \cos 4\varphi + 3 \cos 6\varphi,$$

откуда

$$\lim_{r \rightarrow 0, \varphi = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{4}} \Delta \tilde{U}(r, \varphi) = 0,$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа.

Из последнего равенства получаем, что для деформируемой поверхности

$$S_t = \{S_0(P) + S_1(P)t + S_2(P)t^2, P \in S\},$$

ее инверсия S_t^{-1} , в некоторый момент времени $t = C$ имеет следующий вид:

$$\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \Delta S_t^{-1} = 0.$$

Здесь инверсированная минимальная поверхность в окрестности точки P_0 , показывает солитонную деформацию как "деформацию мембраны" с приложениями в физике. В общем случай это нелинейная деформация, которая описывается глобально (рис.2).

В зависимости от выбора начальных точек поверхности и параметра t , определяются слабая солитонная деформация (в точке изгиба) и гладкая деформация (в точке перегиба) потенциала представления инверсированной поверхности Эннепера третьего порядка. И этот потенциал становится регулярной, если выбрать начальные точки в $u_1^0 = a, u_2^0 = b, u_3^0 = c$ и произвольные t для гладкой деформаций уже движущейся поверхности Эннепера третьего порядка $\Sigma_t : u^1 \rightarrow u^1 - t, u^2 \rightarrow u^2 - t, u^3 \rightarrow u^3 - t$.

3. Основной результат.

Теорема.

1) Потенциалы $\tilde{U}, \tilde{V}$ удовлетворяют уравнения мВН (4) и производная потенциала $\tilde{U}$ имеет особенность в точке $x = y = t = 0$;

2) Солитонная деформация описывается следующим образом:
в начальный момент времени поверхность Σ_ε в точке $x = y = t = 0$ будет изгибаться для любого $\varepsilon > 0$, а слабая деформация потенциала представления инверсированной поверхности Эннепера третьего порядка S_t^{-1} имеет следующий вид:

$$\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \Delta S_t^{-1} = 0,$$

и в некоторый момент времени $t = C$, поверхность Σ_C^{-1} продолжается гладкой деформацией движущейся поверхности Эннепера третьего порядка Σ_t , для произвольной t .

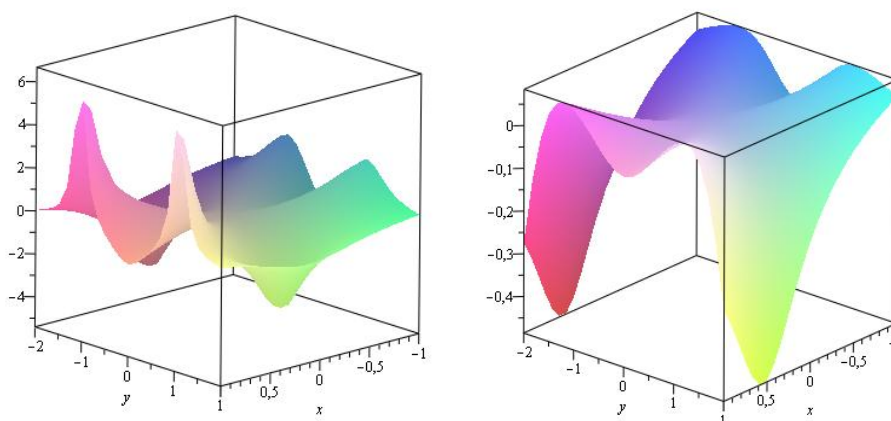


Рисунок 2 - Слабая солитонная и гладкая деформация потенциала представления инверсированной поверхности Эннепера третьего порядка Σ_t^{-1} на $x \in [-1, 1], y \in [-2, 2], t \in [10^{-1}, 0.5]$ и $x \in [-1, 1], y \in [-2, 2], t \in [1, 10]$ соответственно

Автор выражает благодарность академику РАН И.А.Тайманову за постановку задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bogdanov L.V. "Veselov-Novikov equation as a natural two-dimensional generalization of the Korteweg-de Vries equation". Theor. Math. Phys. 70,1987,309-314.
- [2] I. A. Taimanov "Two-dimensional Dirac operator and the theory of surfaces". Russian Math. Surveys 61 2006, no. 1, 79-159.
- [3] Konopelchenko B.G. "Induced surfaces and their integrable dynamics", Stud. Appl. Math.,96:1,1996, 9-51.
- [4] И.А.Тайманов "Разрушающиеся решения модифицированного уравнения Веселов-Новикова и минимальные поверхности". Теоретическая и математическая физика. 2015, Т. 182, N. 2. С. 213-222.
- [5] И.А.Тайманов "Преобразование Мутара двумерных операторов Дирака и геометрия Мебиуса". Матем. заметки. 2015. Т. 97, вып. 1, С. 129-141.
- [6] Delong Yu, Q.P. Liu, and Shikun Wang "Darboux transformation for the modified Veselov-Novikov equation". J. of Physics A 35 ,2001, 3779-3785.

REFERENCES

- [1] Bogdanov L.V. "Veselov-Novikov equation as a natural two-dimensional generalization of the Korteweg-de Vries equation". Theor. Math. Phys. 70,1987,309-314.
- [2] I. A. Taimanov "Two-dimensional Dirac operator and the theory of surfaces". Russian Math. Surveys 61 2006, no. 1, 79-159.
- [3] Konopelchenko B.G. "Induced surfaces and their integrable dynamics", Stud. Appl. Math.,96:1,1996, 9-51.
- [4] I.A.Taimanov "Blowing up solutions of the modified Novikov-Veselov equation and minimal surfaces". Theor. Math. Phys. 2015, V182, N. 2. p. 213-222.
- [5] И.А.Тайманов "The Moutard transformations of two-dimensional Dirac operators and Mebius geometry". Mat.Zametki. 2015. V. 97, Issue 1, p. 129-141.
- [6] Delong Yu, Q.P. Liu, and Shikun Wang "Darboux transformation for the modified Veselov-Novikov equation". J. of Physics A 35 ,2001, 3779-3785.

ҮШІНШІ РЕТТІ ЭННЕПЕР БЕТІНІҢ СОЛИТОНДЫ ДЕФОРМАЦИЯСЫ

Д.М. Құрманбаев

әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті

Түйін сөздер: Дирак операторы, модификацияланған Веселов-Новиков теңдеуі, Мутар түрлендіруі, Эннепер беті, беттің деформациясы, инверсия.

Аннотация. Модификацияланған Веселов-Новиков теңдеуі [1] мақалада енгізілген. Бұл теңдеудің дәл шешімін Мутар түрлендіруінің көмегімен табу әдісі [6] енгізілген, ал осы түрлендірудің геометриялық интерпретациясы [5] алынған. Бұл мақалада үшінші ретті Эннепер бетінің мысалы арқылы мВН теңдеуіне Мутар түрлендіруі қолданылады және аталған беттің деформациясы құрастырылады.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 168 – 172

PARAMETRIZATION METHOD FOR SOLVING TRANSCEDENTAL EQUATIONS

D. Maylebayeva, D. Tilegenova

Republic Mathematics and Physics School, Almaty, Republic of Kazakhstan

e-mail: maylebaeva@gmail.com, didara_tilegenova@mail.ru

Key words: transcendental equation, parameterization, exponential function, logarithmic function

Abstract. Since there is no general method of solution for transcendental equations, this type of equations is quite difficult. Often transcendental equations often do not have closed-form solutions, we can only solve it approximately (Dichotomy method, Newton's method). In practice, solving transcendental equations we should extremely know the equation has a solution or not and what the number of roots it has (it's more important than knowledge of exact values of roots). E.g., for polynomials this problem can be solved by using Sturm's theorem).

In our work based on the method of parameterization we investigated what number of roots various types of transcendental equations have. We consider three type of equations in which the left-hand side is an exponential or logarithmic function and the right-hand side is a linear or quadratic function. Obtained results are presented in Theorems 1-3.

МЕТОД ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ТРАНСЦЕДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Д. Майлебаева, Д. Тилегенова

Республиканская физико-математическая школа, Алматы, Республика Казахстан

Ключевые слова: трансцендентное уравнение, параметризация, показательная функция, логарифмическая функция.

Аннотация. Трансцендентные уравнения относятся к одному из сложных типов уравнений, так как отсутствует общий алгоритм решения. В каждом конкретном случае используется свой приём. Зачастую трансцендентное уравнение удаётся решить только приближённо (метод дихотомии, метод Ньютона (касательных) и др.) Для практического применения более важным является вопрос существования корней и их количества в зависимости от параметра, чем конкретное значение этих корней (например, для многочленов с этой задачей справляется метод Штурма отделения корней).

Используя метод параметризации, мы провели анализ трёх типов трансцендентных уравнений (содержащих показательную или логарифмическую функции в одной части уравнения, и линейную или квадратичную функцию в другой) на количество корней в зависимости от параметра. Результаты исследования изложены в теоремах 1-3.

В нашей работе нами показана возможность применения метода параметризации для решения трансцендентных уравнений. Нами исследовано несколько типов трансцендентных уравнений на количество корней в зависимости от параметра.

Введение

Трансцендентное уравнение – это уравнение, не являющееся алгебраическим. Обычно это уравнения, содержащие показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические функции. При решении трансцендентных уравнений зачастую возникает трудность в том, что нет общего алгоритма решения, а, зачастую, невозможно точно найти корни этого уравнения.

Существуют различные методы решения трансцендентных уравнений, которые делятся на прямые и итерационные. Прямые методы позволяют записать корни в виде некоторого конечного соотношения или в виде формулы. Итерационные методы приближенными методами.

Эти методы с момента создания и по сей день не теряют своей актуальности, так как необходимость решать трансцендентные уравнения присутствует в различных областях знания. При этом и для прямых, и для итерационных методов необходимо, прежде всего, знать количество корней.

В нашей работе используется метод параметризации для решения трансцендентных уравнений. Нами исследовано несколько типов трансцендентных уравнений на количество корней в зависимости от параметра.

1. Уравнения с показательной и линейной функциями

Пусть даны функции $f(x) = e^x$, $g(x) = -x$.

Рассмотрим функцию:

$$L_\alpha(x) = \alpha f(x) + (1 - \alpha)g(x) = \alpha e^x + (\alpha - 1)x,$$

где $\alpha \in \mathbf{R}$ – параметр.

Отметим, что эта функция определена и бесконечно дифференцируема на $\mathbf{R}$, следовательно, непрерывна на $\mathbf{R}$. Выясним, сколько корней в зависимости от α имеет уравнение

$$L_\alpha(x) = 0. \quad (1.1)$$

Вычислим первую и вторую производную этой функции

$$L'_\alpha(x) = \alpha e^x + (1 - \alpha)(-1) = \alpha e^x - (\alpha - 1), \quad L''_\alpha(x) = \alpha e^x. \quad (1.2)$$

Рассмотрим различные случаи значения параметра α .

Случай 1.1: $\alpha < 0$.

Отметим, что

$$L'_\alpha(x) = \alpha e^x + (\alpha - 1) < 0,$$

следовательно, функция $L_\alpha(x)$ убывает на $(-\infty, +\infty)$, при этом

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} L_\alpha(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} L_\alpha(x) = +\infty.$$

Функция, $L_\alpha(x)$ непрерывна, значит, уравнение (1.1) имеет один действительный корень.

Случай 2: $\alpha = 0$.

При $\alpha = 0$ функция $L_\alpha(x)$ имеет вид

$$L_\alpha(x) = L_0(x) = g(x) = -x.$$

Уравнение (1.1) имеет единственный корень $x = 0$.

Случай 3: $0 < \alpha < 1$.

В этом случае

$$L'_\alpha(x) = 0$$

при

$$x = x_0 = \ln \frac{1 - \alpha}{\alpha} = \ln \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) > 0.$$

Так как $L''_\alpha(x_0) = \alpha e^{x_0} = 1 - \alpha > 0$, то в точке $x = x_0$ наблюдается минимум.

Отметим, что x_0 – единственная точка минимума, и

$$\begin{aligned} L_\alpha(x_0) &= \alpha e^{x_0} + (\alpha - 1)x_0 = (1 - \alpha) + (\alpha - 1) \ln \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) = \\ &= (1 - \alpha) \left(1 - \ln \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \right). \end{aligned}$$

Найдём значение параметра $\alpha = \alpha_* \in (0, 1)$ при котором существует такая точка x_* , что

$$L_{\alpha_*}(x_*) = L'_{\alpha_*}(x_*) = 0.$$

Для этого решим систему

$$\begin{cases} L_{\alpha_*}(x_*) = 0, \\ L'_{\alpha_*}(x_*) = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_* e^{x_*} + (\alpha_* - 1)x_* = 0, \\ \alpha_* e^{x_*} - (\alpha_* - 1) = 0. \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе. Получим

$$(\alpha_* - 1)(x_* - 1) = 0$$

Так как $\alpha_* \in (0, 1)$, то $\alpha_* - 1 \neq 0$.

Значит, $x_* = 1$.

Тогда из первого уравнения системы имеем

$$\alpha_* e^1 + (\alpha_* - 1)1 = 0 \Leftrightarrow \alpha_*(e+1) = 1 \Leftrightarrow \alpha_* = \frac{1}{e+1} \in (0, 1).$$

Значит, искомое значение $\alpha_* = \frac{1}{e+1} \approx 0,26954178$ при $x_* = 1$.

Случай 3а: $0 < \alpha < \alpha_*$.

В этом случае $\ln\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) > \ln\left(\frac{1}{\alpha_*} - 1\right) = \ln e = 1$.

Значит в единственной точке минимума

$$L_\alpha(x_0) = (1 - \alpha) \left(1 - \ln\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\right) < 0.$$

Отсюда с учетом непрерывности функции $L_\alpha(x)$ и того, что

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} L_\alpha(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} L_\alpha(x) = +\infty,$$

уравнение (1.1) имеет два действительных корня.

Случай 3б: $\alpha = \alpha_*$.

Рассуждая аналогично случаю 3а с учетом того, что

$L_\alpha(x_0) = 0$ имеем, что уравнение (1.1) имеет единственный действительный корень $x = x_* = 1$.

Случай 3в: $\alpha_* < \alpha < 1$.

В этом случае $L_\alpha(x_0) > 0$ и уравнение $L_\alpha(x) = 0$ не имеет действительных корней.

Случай 4: $\alpha = 1$.

При $\alpha = 1$ функция $L_\alpha(x)$ имеет вид

$$L_\alpha(x) = L_1(x) = f(x) = e^x.$$

Следовательно, уравнение (1.1) не имеет действительных корней.

Случай 5: $\alpha > 1$.

В этом случае для всех $L'_\alpha(x) = \alpha e^x + (\alpha - 1) > 0$.

Следовательно, функция $L_\alpha(x)$ непрерывно возрастает. Исследуем поведение функции на бесконечности

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} L_\alpha(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} L_\alpha(x) = -\infty.$$

Значит уравнение (1.1) имеет один действительный корень.

Таким образом, справедлива следующая теорема:

Теорема 1. Уравнение $\alpha e^x + (1 - \alpha)(-x) = 0$

а) при $\alpha < 0$ имеет единственный отрицательный корень;

б) при $\alpha = 0$ имеет единственный корень $x = 0$;

в) при $0 < \alpha < \frac{1}{e+1}$ имеет два положительных корня;

г) при $\alpha = \frac{1}{e+1} \approx 0,26954178$ имеет один положительный корень;

д) при $\frac{1}{e+1} < \alpha \leq 1$ не имеет действительных корней;

е) при $\alpha > 1$ имеет единственный отрицательный корень.

Пример 1. Решить уравнение $2^x = 3x - 1$

Решение. Заметим, что $x = 1$, $x = 3$. Определим, имеются ли у данного уравнения другие корни. Найдём количество корней этого уравнения.

Исходное уравнение перепишем в виде

$$e^{x \ln 2} = 3 \left(x - \frac{1}{3}\right).$$

Сделав замену $\left(x - \frac{1}{3}\right) \ln 2 = u$, получим

$$e^u \cdot \sqrt[3]{2} = 3 \frac{u}{\ln 2}.$$

Отсюда

$$\alpha e^u + (1 - \alpha)(-u) = 0,$$

где $\alpha = \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \ln 2}{\sqrt[3]{2} \cdot \ln 2 + 3} \approx 0,22547974$.

Согласно теореме 1 последнее уравнение имеет 2 положительных корня, значит, исходное уравнение имеет два корня $x = 1$ и $x = 3$.

2. Уравнения с показательной и квадратичной функциями

Пусть даны функции

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = -x^2.$$

Рассмотрев функцию

$$L_\alpha(x) = \alpha f(x) + (1 - \alpha)g(x) = \alpha e^x + (1 - \alpha)(-x^2),$$

($\alpha \in \mathbf{R}$ – параметр) и проведя исследования, аналогичные как в п. 1 получим следующий результат.

Теорема 2. Уравнение $\alpha e^x + (1 - \alpha)(-x^2) = 0$

а) при $\alpha < 0$ не имеет действительных корней;

б) при $\alpha = 0$ имеет единственный корень $x = 0$;

в) при $0 < \alpha < \frac{4}{4+e^2}$ имеет три действительных корня (один отрицательный и два положительных);

г) при $\alpha = \frac{4}{4+e^2} \approx 0,351214$ имеет два действительных корня (один отрицательный и один положительный $x = 2$);

д) при $\frac{4}{4+e^2} < \alpha < 1$ имеет единственный отрицательный корень;

е) при $\alpha \geq 1$ не имеет действительных корней.

Пример 2. Решить уравнение $5^x = (x + 3)^2$

Решение. Нетрудно заметить, что $x = 2$ – корень данного уравнения. Найдем количество корней. Сделав замену, $u = \ln 5 (x + 3)$, после несложных преобразований получим

$$\bar{\alpha} e^u + (1 - \bar{\alpha})(-u^2) = 0.$$

Здесь $\alpha = \frac{\ln^2 5}{5^3 + \ln^2 5} \approx 0,02030162629$. По теореме 2 последнее уравнение имеет три действительных корня (один отрицательный и два положительных).

Таким образом, исходное уравнение имеет три действительных корня (один меньше -3 , два других – больше -3). Одним из корней является $x = 2$, другие корни $x \approx -3.08362196540148$, $x \approx -2.90332082996586$ находятся с помощью приближенных методов.

3. Уравнения с логарифмической и линейной функциями

Рассмотрим уравнение $\ln x = kx + b$.

Это уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} x = e^{kx+b} = e^{kx} \cdot e^b, \\ x > 0. \end{cases}$$

Сделаем замену $c = e^b$, $kx = t > 0$. Получим

$$\begin{cases} \frac{t}{k} = ce^t \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ce^t + \frac{1}{k}(-t) = 0 \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases}.$$

Рассмотрим случай, когда $ck + 1 = 0$. Тогда

$$k = -\frac{1}{c} = -\frac{1}{e^b},$$

$$\text{и система примет вид } \begin{cases} ce^t + \frac{1}{k}(-t) = 0 \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^t + t = 0 \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases}$$

Уравнение $e^t + t = 0$ имеет единственный отрицательный корень, значит, при $k > 0$ уравнение

$$\ln x = kx + b.$$

не имеет корней, а при $k < 0$ имеет единственный положительный корень.

Рассмотрим случай, когда $ck + 1 \neq 0$. Тогда система примет вид

$$\begin{cases} \frac{ck}{ck+1} e^t + \frac{1}{ck+1}(-t) = 0 \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases}$$

При $\alpha = \frac{ck}{ck+1}$ сводится к уравнению

$$\bar{\alpha} e^t + (1 - \bar{\alpha})(-t) = 0.$$

Используя результаты **Теоремы 1**, получим

Теорема 3. Уравнение вида

$$\ln x = kx + b$$

а) при $p \leq 0$ имеет единственный корень;

б) при $0 < p < \frac{1}{e}$, имеет два положительных корня;

в) при $p = \frac{1}{e}$ имеет один положительный корень;

г) при $p > \frac{1}{e}$ не имеет действительных корней.

Здесь $p = ke^b$.

Пример 3. Решить уравнение $\log_2 x = x - 5$

Решение. Методом подбора находим один из корней уравнения $x = 8$. Далее необходимо найти количество корней.

Исходное уравнение перепишем в виде

$$\ln x = x \ln 2 - 5 \ln 2.$$

Обозначив $k = \ln 2$, $b = -5 \ln 2$, вычислим

$$p = ke^b = \ln 2 \cdot \frac{1}{2^5} \approx 0,021.$$

Таким образом $0 < p < \frac{1}{e}$, значит, уравнение имеет два положительных корня. Один из корней $x = 8$ мы нашли, другой $x \approx 0.0319497793814306$ вычисляется приближённо.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 10 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1989. – 384 с.: с ил.
- [2] https://ru.wikipedia.org/wiki/Трансцендентное_уравнение
- [3] Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений (в 2-х томах). Том 2. – М: Государственное издательство физико-математической литературы, 1957. – 620 с.
- [4] Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. 3-е изд. испр. – М.: Наука, 1966. – 664с.
- [5] Черкасов А. М. Численные методы. Решение задач. 2007. – 88с.

REFERENCES

- [1] Sharygin I. F. Optional course in Mathematics. Solving problems. M.: Prosveshhenie, 1989. 384 p. (in Russ.)
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Transcendental_equation
- [3] Berezin I. S., Zhidkov N. P. Computing methods (in 2 volumes). V. 2. M.: Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1957. 620 p. (in Russ.)
- [4] Demidovich B. P., Maron I. A. Basics of Computational Mathematics. M.: Nauka, 1966. 664p. (in Russ.)
- [5] Cherkasov A.M. Numerical methods. Solving problems. 2007. 88p. (in Russ.)

ТРАНСЦЕНДЕНТТІК ТЕНДЕУДІ ШЕШУДЕГІ ПАРАМЕТРЛЕУ ӘДІСІ

Д. Майлебаева, Д. Тилегенова

Республикалық физика-математика мектебі, Алматы, Қазақстан Республикасы

Түйін сөздер: трансценденттік теңдеу, параметрлеу, көрсеткіштік функция, логарифмдік функция.

Аннотация. Шешу жолының жалпы алгоритмі болмауы себебінен трансценденттік теңдеулер күрделі теңдеулер түріне жатады. Әрбір дербес жағдайда сәйкесінше әдістер қолданылады. Көп жағдайда трансценденттік теңдеуді тек жуықтап шеше аламыз (дихотомия әдісі, Ньютон (жанамалар) әдісі және т.б.). Түбірлердің нақты мәндерінен бұрын практикалық қолданыстарда түбірінің бар немесе жоқ екені және олардың санының параметрге байланыстылығы маңыздырақ (мысалы, көпмүшеліктерге қатысты бұл сұрақты түбірлерді бөлу Штурм әдісі шешеді).

Параметрлеу әдісін пайдалана отырып біз трансценденттік теңдеулердің түбірлерін үш түрінің (бір жағында логарифмдік немесе көрсеткіштік, ал екінші жағында сызықтық немесе квадраттық функция) түбірлерінің параметрге байланыстылығын зерттедік. Зерттеудің қорытындысы 1-3 теоремаларда көрсетілген.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 173 – 183

NUMERICAL STUDY OF THE FORMATION OF THE PLASTIC ZONE AND STRESS WAVE DISCHARGE IN A ROD OF FINITE LENGTH BY GRID-CHARACTERISTIC METHOD**Sh. M. Mamayev, R.N. Danyarbek**(Taraz Innovative Humanitarian University, Taraz, Kazakhstan)
sch_mamaev@mail.ru**Keywords:** elastic plastic waves, unloading wave, residual deformation, characterization, differential relations, difference equations**Abstract.** The influence of the nature of dynamic loading on the formation of the plastic zone and wave discharge in a rod of finite length is numerically investigated in the paper. The numerical solution of the problem is obtained by grid-characteristic method. It has been shown that a decrease in the rate of decrease of the external load the area of plastic deformation expands and the level of permanent deformation increases, and with the increase in the rate of increase of external load area of plastic deformation is converted into a narrow border region at rigidly fixed end. By load reduction rate increase the nature of the spread of the unloading wave changes.

ӘОЖ 539.374+519.67

ҰЗЫНДЫҒЫ ШЕКТЕЛГЕН СТЕРЖЕНЬДЕ ПЛАСТИКАЛЫҚ ОБЛЫСТЫҢ ЖӘНЕ КЕРНЕУДІ ЖЕҢІЛДЕТУ ТОЛҚЫНДАРЫНЫҢ ҚҰРЫЛУЫН ТОРЛЫҚ-ХАРАКТЕРИСТИКА ӘДІСІМЕН ЗЕРТТЕУ**Ш.М. Мамаев, Р.Н. Даниярбек**

(Тараз инновациялық-гуманитарлық университеті, Тараз, Қазақстан)

Түйін сөздер: серпімді-пластикалық толқындар, жеңілдету толқындары, қалдық деформация, характеристика, дифференциалдық байланыстар, айырымдық теңдеулер.**Аннотация.** Жұмыста ұзындығы шектелген стерженьде пластикалық облыстың және кернеуді жеңілдету толқынының құрылымына динамикалық жүктеудің түрінің әсері сандық зерттеледі. Есептің сандық шешімі торлық-характеристика әдісімен алынған. Сыртқы жүктеменің кему жылдамдығының азаюынан пластикалық деформацияланған облыс кеңейеді, қалдық деформацияның деңгейі өседі, ал сыртқы жүктеменің өсу жылдамдығының көбеюінен пластикалық деформация облысы стерженьнің қатты бекітілген ұшының маңында тар шекаралық облысқа айналады. Сыртқы жүктеменің кему жылдамдығының өсуінен кернеуді жеңілдету толқынының таралуы өзгереді.

Нақты механикалық процестерде сыртқы динамикалық екпінді жүктемені тиеу және алу жылдамдықтары бір айқын аралықтарда өзгеруі мүмкін. Белсенді жүктеу және жеңілдету облыстарында осьтік кернеу және деформацияның арасындағы байланыстары бір-бірінен өзгеше болғандықтан, сыртқы динамикалық жүктеу жылдамдығының пластикалық облыстың және кернеуді жеңілдету толқынының құрылымына әсерін зерттеу ғылыми маңызы бар және практикалық қызығушылық танытатын мәселе болады. Зерттеліп отырған процесте белсенді жүктеу облысын жеңілдету облысынан бөлетін кейбір жылжымалы шекаралық бет бар. Бұл белгісіз жылжымалы шекаралық беттің құрылуы және жылжуы, жүктеу шарты және шекаралық шарты берілген есепті, екі түрлі квазисызықты және сызықты гиперболалық теңдеулер жүйесін белсенді жүктеу және жеңілдету облысында шешу кезінде анықталады. Серпімді-пластикалық

жүктеу толқыны және кернеуді жеңілдету толқындарының таралу есебінің шешімін кейбір жеке жағдайларда ғана жүктеу заңы және $\sigma \sim \varepsilon$ диаграммасының түріне байланысты аналитикалық әдістермен шешуге болады. Сондықтан көп жағдайларда бұндай есептердің шешімдері ақырлы-айырымдық әдістермен алынады. Бұл есептің кейбір жеке жағдайларда характеристикалық әдіспен және графаналитикалық әдіспен алынған аналитикалық шешімдері Шапиро-Бидерманның [1] монографиясында берілген. Бұл әдістердің ары қарай дамуы [2] монографияда берілген. [3] ыдырау-үзіліс әдісімен серпімді-пластикалық толқындардың жартылай шектелген стерженьде таралу есебінің сандық шешімі алынған, жеңілдету толқыны тұрғызылған, шектелген стерженьнің қатты бөгетке соғылу есебінің сандық шешімі алынған, тұтқырлықтың кернеу толқындарының таралуына әсері зерттелген. [4] жартылай шектелген серпімді-пластикалық стерженьнің динамикалық деформациялануы туралы есебі үшін жеңілдету толқыны туралы есептің екі түрлі шешу әдісі ұсынылған, бұның әрқайсысында ізделініп отырған теңдеу алгебралық көпмүшелікпен аппроксимацияланып шекаралық шарттары берілген классикалық емес дифференциалдық есеп шешіледі. Деформациялау жылдамдығына сезімтал денелерге ұсынылған анықтаушы байланысты [5] пайдаланып, [6] деформациялау жылдамдығының жартылай шектелген стерженьде серпімді-тұтқыр-пластикалық толқындардың таралуына әсері зерттелген.

Бұл жұмыста ұзындығы шектелген стерженьнің қатты бекітілген ұшынан шағылысқан толқынның әсерінен, серпімді-пластикалық жүктеу және кернеуді жеңілдету толқындарының таралуының кейбір ерекшеліктері сандық зерттеледі. Зерттеліп отырған өзгешелік сыртқы жүктеменің өзгеру сипатымен байланысты. Сыртқы жүктемені тиеу жылдамдығы және алу жылдамдығына байланысты стерженьнің қатты бекітілген ұшының маңайында келесі кезеңде жеңілдетілетін пластикалық деформацияланған кең облыс құрылады, ал жүктеу жылдамдығы жоғарырақ болғанда пластикалық облыс тар шекаралық облысқа айналады. Бұл басқарылатын пластикалық деформацияланған облыс металдардың бетін өндеуде кең техникалық қолданыс табуы мүмкін.

Негізгі теңдеулер жүйесі. Жазық бойлық толқындардың жіңішке стерженьде таралуы осьтік кернеу $\sigma(x, t)$, кішкентай бөлшектердің жылдамдығы $v(x, t)$ және осьтік деформация $\varepsilon(x, t)$ арқылы бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесімен жазылады

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = F(\sigma, \xi, \chi). \end{cases} \quad (1)$$

Мұнда E - серпімділік модулі, ρ - материалдың тығыздығы, ξ - деформация жылдамдығы, χ - жиналған пластикалық деформация, ал соңғы теңдеудің оң жағы тұтқырлық әсері жоқ болған жағдайда пластикалық деформацияны көрсетеді

$$F(\sigma, \xi, \chi) = \begin{cases} 0 & \text{при } \sigma \leq \sigma_s(\xi, \chi), \\ \left(\frac{1}{E_k} - \frac{1}{E} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial t} & \text{при } \sigma > \sigma_s(\xi, \chi), \end{cases} \quad (2)$$

$E_k = d\sigma/d\varepsilon$ – деформациялау қисығының $(\sigma \sim \varepsilon)$ жанама модулі.

Өлшемсіз айнымалы шамаларды енгіземіз

$$\bar{x} = \frac{x}{l}, \quad \bar{t} = \frac{tc}{l}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_s^c}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_s^c}, \quad \bar{v} = \frac{v}{c\varepsilon_s^c}, \quad (3)$$

мұнда $c = (E/\rho)^{0.5}$ серпімді толқынның таралу жылдамдығы, σ_s^c , ε_s^c – статикалық деформациялау қисығындағы серпімділік шегіне сәйкес кернеу және деформация, l – стерженьнің ұзындығы. Өлшемсіз айнымалы шамалар бойынша (1) -ші теңдеулер жүйесін векторлық түрде былай жазуға болады

$$\bar{U}_{,t} + A\bar{U}_{,x} + \bar{B} = 0. \quad (4)$$

Мұнда $\bar{U}$ - ізделінді айнымалылардың векторы, $\bar{B}$ - шешімге $\bar{U}$ байланысты теңдеудің оң жағының векторы, A - теңдеулер жүйесінің коэффициенттерінің матрицасы, индекстің алдындағы үтір сол айнымалы бойынша туындыны көрсетеді

$$\bar{U} = \{v, \varepsilon, \sigma\}^T, \quad \bar{B} = \{0, 0, F\}^T, \quad A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (5)$$

T – транспонирлеу белгісі. (4)-ші векторлық теңдеу, сызықтық емес мүшесі $\bar{B}$ ізделінді айнымалылардың σ, ε, ξ функциясы болатын, жартылай сызықты бірінші ретті дербес туындылы теңдеулерге жатады. Бұл теңдеулердің жалпы теориясы [7, 8] баяндалған.

Характеристикалық бағыттарды анықтайтын A матрицасының меншікті сандары λ_i характеристикалық теңдеуден анықталады

$$\det(A - \lambda \cdot I) = 0, \quad \lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = -1, \quad \lambda_3 = 1 \quad (6)$$

мұнда I – бірлік матрица. A матрицасының меншікті мәндері нақты сандар және әртүрлі болғандықтан (4)-ші теңдеулер жүйесі гиперболалық типке жатады [7, 8]. Бұл теңдеулер жүйесінің үш үйір нақты характеристикалары болады

$$\frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{dx}{dt} = -1, \quad \frac{dx}{dt} = 1. \quad (7)$$

Әрбір нүкте арқылы үш характеристикалық бағытқа сәйкес, үш характеристика өтеді (1-сурет). Теңдеулер жүйесін характеристикалық түрге келтіру үшін A матрицасының сол векторларын табамыз

$$\bar{l}^{(i)} A = \lambda_i \bar{l}^{(i)} \quad (8)$$

(8)-ші теңдеуді шешіп үш меншікті мәндер λ үшін, меншікті векторларды табамыз

$$\bar{l}^{(1)} = (0, -1, 1), \quad \bar{l}^{(2)} = (1, 0, 1), \quad \bar{l}^{(3)} = (-1, 0, 1). \quad (9)$$

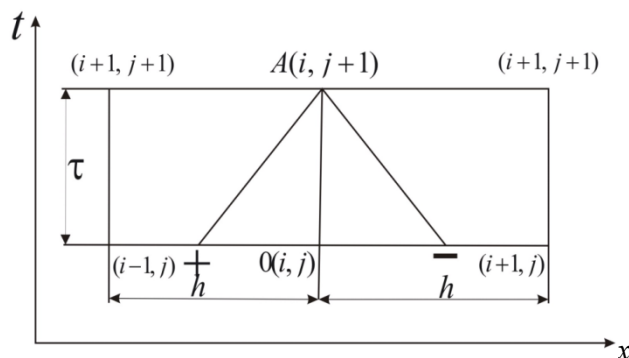
Векторлық теңдеуді (4) сол меншікті векторларына көбейтіп, теңдеулер жүйесін характеристикалық түрге келтіріп, характеристикалардың бойындағы дифференциалдық қатынастарды аламыз

$$dx = 0, \quad d\varepsilon - d\sigma = F(\sigma, \xi, \chi) dt, \quad (10)$$

$$dx = -dt, \quad d\sigma + dv = -F(\sigma, \xi, \chi) dt, \quad (11)$$

$$dx = dt, \quad d\sigma - dv = -F(\sigma, \xi, \chi) dt. \quad (12)$$

Сонымен характеристика әдісін қолданып бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесін характеристикалардың бойымен оған эквивалентті жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесімен (10-12) алмастыруға болады, яғни (4)-ші теңдеулер жүйесін интегралдауды (10-12) теңдеулерді характеристикалық сызықтың (7) бойымен интегралдауға алмастыруға болады.



1-сурет

Шешуші теңдеулердің шектеулі-айырымдық түрі. (10-12) дифференциалдық қатынастарды характеристикалардың бойымен интегралдап, қарастырылып отырған уақыт қабатында $(j+1)$ белгісіз айнымалы шамаларды σ , ε , ν анықтау үшін, олардың алдыңғы уақыт қабатындағы j белгілі мәндері бойынша шектеулі-айырымдық теңдеулер жүйесін алуға болады

$$\begin{cases} (\sigma - \nu)_i^{j+1} - (\sigma - \nu)_+^j = -\frac{\tau}{2}(F_i^{j+1} + F_+^j), \\ (\sigma + \nu)_i^{j+1} - (\sigma + \nu)_-^j = -\frac{\tau}{2}(F_i^{j+1} + F_-^j), \\ (\varepsilon - \sigma)_i^{j+1} - (\varepsilon - \sigma)_i^j = \frac{\tau}{2}(F_i^{j+1} + F_i^j). \end{cases} \quad (13)$$

Мұнда “+” және “-” белгілері жоғарғы уақыт қабатының зерттеліп отырған нүктесінен $A(i, j+1)$ жүргізілген характеристикалардың төменгі уақыт қабатымен қиылысу нүктелерін (шаблонның түйіндік емес нүктесі) көрсетеді. $\sigma_\pm^j$, $\nu_\pm^j$, $F_\pm^j$ шамалары осы функциялардың характеристикалардың төменгі уақыт қабатымен қиылысу нүктелеріндегі мәндері (1-ші суретті қара).

$\sigma_\pm^j$, $\nu_\pm^j$, $F_\pm^j$ шамаларының шаблонның түйіндік емес нүктелеріндегі мәнін есептеу үшін функцияның мәнін олардың тордың түйіндік нүктелеріндегі мәндері арқылы интерполяциялаймыз. Сонда, уақыт бойынша бір қадамда енетін қателік σ , ν бойынша үшінші және одан жоғары ретті дәлдікпен және F бойынша қателік екінші ретті дәлдіктен төмен емес болса, онда ізделініп отырған шамалар бойынша екінші ретті дәлдікпен есептеу жүргізуді қамтамасыз етуге болады. $\sigma_\pm^j$, $\nu_\pm^j$ шамаларын есептеу үшін квадраттық интерполяциялау, ал $F_\pm^j$ шамасын есептеу үшін сызықтық интерполяциялау формулаларын пайдалану керек. Сызықтық интерполяциялауда мына формула қолданылады

$$R_{i\pm}^j = R_i^j - \frac{c\tau}{h}(R_i^j - R_{i\mp 1}^j) + o(\tau^2). \quad (14)$$

Шаблонның ішкі нүктелерінде квадраттық интерполяциялау үшін есептеу басы орталық нүктеде болатын Лагранж формуласы [9] қолданылды

$$R_{i\pm}^j = \frac{c\tau(c\tau \pm h)}{2h^2} R_{i-1}^j - \frac{c^2\tau^2 - h^2}{h^2} R_i^j + \frac{c\tau(c\tau \mp h)}{2h^2} R_{i+1}^j + O(\tau^3). \quad (15)$$

Шекаралық нүктелерде квадраттық интерполяциялау үшін есептеу басы шекараға сәйкес шеткі нүктеде болатын Лагранж формуласы қолданылды

$$R_{i\pm}^j = \frac{(c\tau - h)(c\tau - 2h)}{2h^2} R_i^j - \frac{c\tau(c\tau - 2h)}{h^2} R_{i\mp 1}^j + \frac{c\tau(c\tau - h)}{2h^2} R_{i\pm 2}^j + O(\tau^3). \quad (16)$$

Сонымен ізделініп отырған функцияның түйіндік нүктедегі $(i, j+1)$ мәнін есептеу үшін айнымалының алдыңғы уақыт қабатындағы түйіндік нүктелердегі $(i-1, j)$, (i, j) , $(i+1, j)$ белгілі мәндері қолданылды. Көрсетілген нүктелер жиынтығы төрт нүктеден тұратын шаблон құрайды.

Көрсетілген есептеу алгоритмі айқын шектік-айырымдық схемаға жатады, ол мына шарт $c\tau/h \leq 1$ орындалғанда орнықты болады [10].

Есептеу схемасы. Ішкі нүктелерді есептеу. Ішкі нүктелерде белгісіз шамалар $\sigma_i^{j+i}, \varepsilon_i^{j+i}, v_i^{j+i}$ сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесінен (13) анықталады

$$\begin{cases} \sigma_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[(\sigma - v)_+^j + (\sigma + v)_-^j - \frac{\tau}{2} (2F_i^{j+1} + F_+^j + F_-^j) \right], \\ v_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[(\sigma + v)_-^j - (\sigma - v)_+^j - \frac{\tau}{2} (F_-^j - F_+^j) \right], \\ \varepsilon_i^{j+1} = \sigma_i^{j+1} + (\varepsilon - \sigma)_i^j + \frac{\tau}{2} (F_i^{j+1} + F_i^j). \end{cases} \quad (17)$$

Шекаралық нүктелерді есептеу. Әдетте шекарада кернеу σ немесе кішкентай бөлшектердің жылдамдығы v беріледі. Шекаралық шарттарды жалпы түрде былай жазуға болады

$$x=0, \quad A_1 \cdot \sigma(0, t) + B_1 \cdot v(0, t) = Q_1(t), \quad (18)$$

$$x=L, \quad A_2 \cdot \sigma(L, t) + B_2 \cdot v(L, t) = Q_2(t). \quad (19)$$

мұнда A_1, B_1, A_2, B_2 – кейбір тұрақтылар. A_i, B_i – тұрақтыларының белгілі бір мәндеріне байланысты әр түрлі шекаралық шарттарды жазуға болады.

Шекаралық нүктелерде характеристикалардың біреуі қарастырылып отырған облыстың шекарасынан шығып қалады. Осыған байланысты (13) теңдеулер жүйесінде осы характеристикаға сәйкес теңдеуді қолдануға болмайды. Егер қалған екі теңдеуге (18) немесе (19) шекаралық шарттардың біреуін қоссақ, онда ізделініп отырған шамаларға σ, ε, v байланысты шекаралық нүктеде жабық теңдеулер жүйесін аламыз.

Есептің қойылымы. Ұзындығы шектеулі l стерженьде жазық бойлық серпімді-пластикалық толқынның таралуы зерттеледі. Стерженнің ұшында $x=0$ стационар емес жүктеме әсер етеді

$$\sigma(0, t) = f(t) \quad \text{егер } x=0, \quad (20)$$

ал стерженнің басқа ұшы $x=l$ қатты бекітілген

$$v(l, t) = 0 \quad \text{егер } x=l. \quad (21)$$

Стержень алғашқы уақыт кезеңінде тыныштық күйінде болады

$$\sigma(x, 0) = v(x, 0) = \varepsilon(x, 0) = 0 \quad \text{егер } t=0 \text{ у } 0 \leq x \leq l. \quad (22)$$

$t>0$ болғанда бастапқы кимадан $x=0$ серпімді толқынның жылдамдығымен кернеу тарала бастайды. Толқынның таралу бағытының алдыңғы фронтында стерженнің нүктелері тыныштық күйде болады, яғни

$$\sigma(x, t) = v(x, t) = \varepsilon(x, t) = 0 \quad \text{егер } x \geq t \quad (23)$$

Сыртқы динамикалық жүктеме $f(t)$ алдымен t_0 уақыт кезеңіне дейін сызықты өседі, одан кейін нольге дейін сызықты кемиді, яғни

$$f(t) = \begin{cases} At & \text{npu } t \leq t_0, \\ At_0 - B(t - t_0) & \text{npu } t_0 < t \leq t_1, \\ 0 & \text{npu } t > t_1. \end{cases} \quad (24)$$

Мұнда A, B – сыртқы жүктеменің өсу және кему жылдамдықтарын сипаттайтын тұрақтылар, t_0 – сыртқы жүктеменің максимум мәнін қабылдайтын уақыты, t_1 – сыртқы жүктеменің әсер ету уақыты. Есепті шешу шекаралық шарттарды (20, 21, 23) және бастапқы шартты (22) қанағаттандыратын (4) теңдеулер жүйесін интегралдауға келеді.

Есеп келесі берілгендер бойынша шешілді: $h = \tau = 0.015$, $l = 100h$, $A = 3$, $B = 2$, $t_0 = 20\tau = 0.3$, $t_1 = 50\tau = 0.75$. Мұнда h , τ – координата және уақыт бойынша қадамдар, l – стерженнің ұзындығы, $\sigma_s = \varepsilon_s = l$ – кернеу және деформация бойынша серпімділік шектері. $f(t_0) = 0.9$ – сыртқы жүктеменің максимал мәні. Сыртқы жүктеменің максимал мәні толқын стерженнің қатты бекітілген ұшынан шағылысқанда ғана, пластикалық деформацияланған облыс құрылатындай етіп алынды. Стерженнің материалының сызықтық емес қасиеті кестелік түрде экспериментальды деформациялау қисығымен берілді (кесте 1). Материалдың серпімділік модулі $E = 200 \text{ ГПа}$, тығыздығы $\rho = 7.9511 \cdot 10^{-10} \text{ кгсек}^2/\text{мм}^4$.

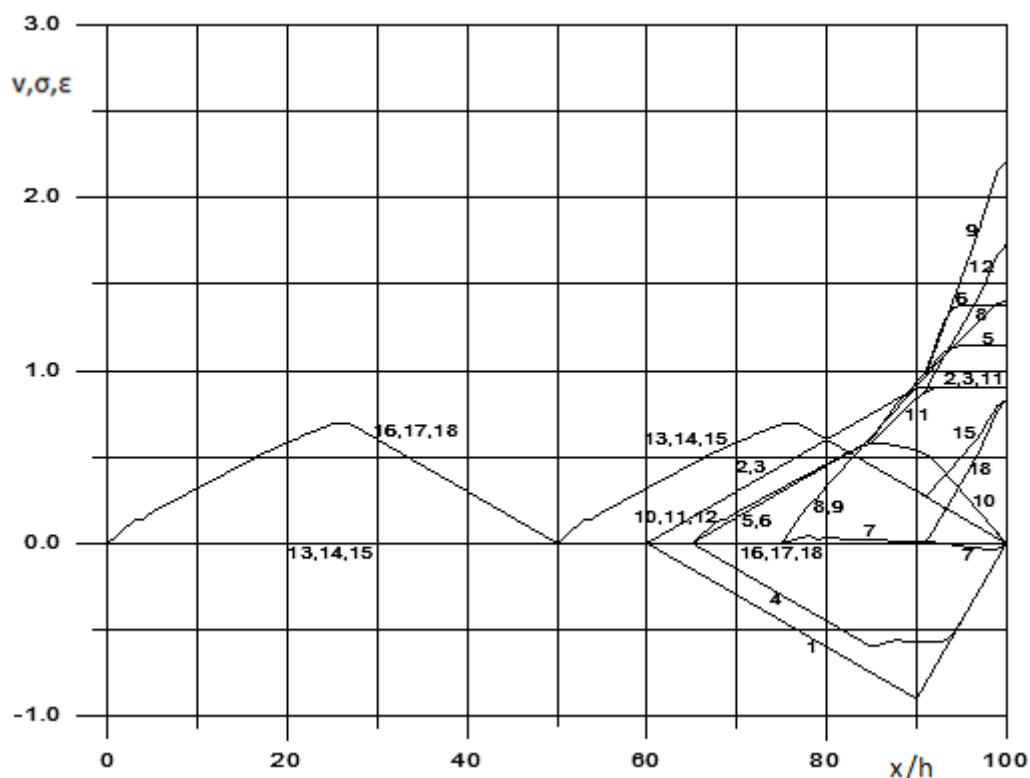
Сандық нәтижелерді талдау. 2-суретте кішкентай бөлшектердің жылдамдығының v (қисықтар $1+3k$; $k=0,1,2,3,4,5$), кернеудің σ ($2+3k$), деформацияның ε ($3+3k$) жеке белгіленген уақыт кезеңдеріндегі $t = \text{const}$: $t = 110\tau$ ($k=0$), $t = 115\tau$ ($k=1$), $t = 125\tau$ ($k=2$), $t = 135\tau$ ($k=3$), $t = 150\tau$ ($k=4$), $t = 200\tau$ ($k=5$) стерженнің ұзындығы бойынша өзгеруі көрсетілген.

Кесте 1 – Экспериментальдық байланыс кернеу-деформация

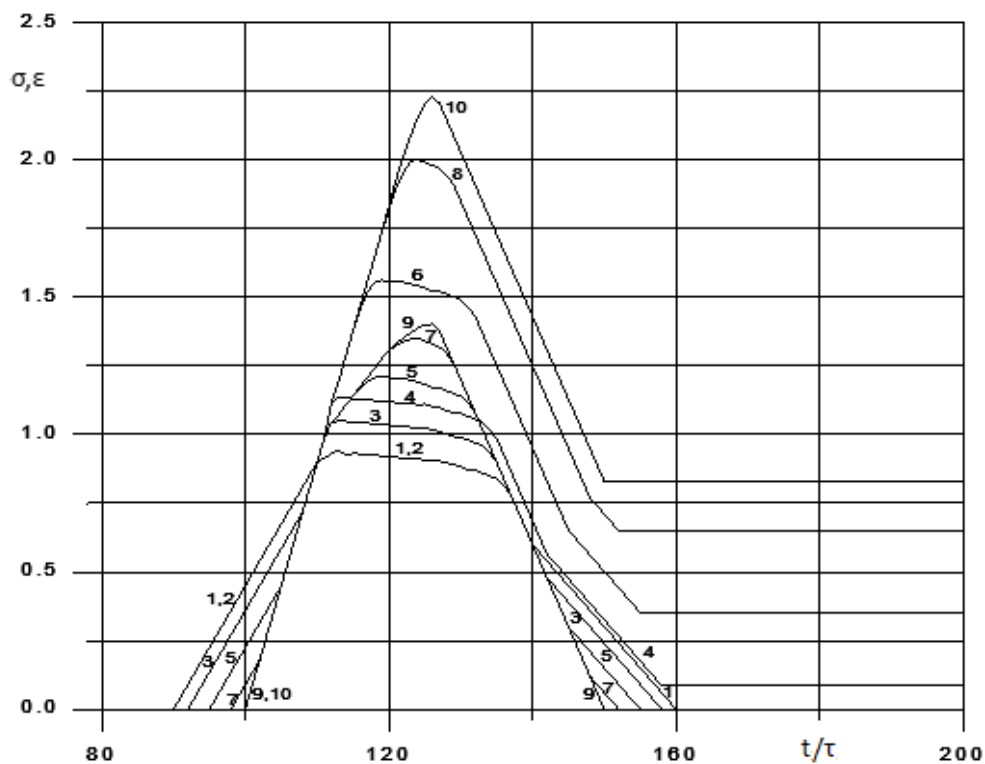
$\varepsilon_i \cdot 10^4$	$\frac{\sigma_i}{9.8} \text{ МПа}$	$\sigma_i = \frac{\sigma_i}{\rho c_1^2} \cdot 10^4$	$\varepsilon_i \cdot 10^4$	$\frac{\sigma_i}{9.8} \text{ МПа}$	$\sigma_i = \frac{\sigma_i}{\rho c_1^2} \cdot 10^4$
0	0	0	19	26.5	9.8429
4	8.00	2.9714	20	27.0	10.0286
6	12.00	4.4572	21	27.5	10.2143
8	16.00	5.9429	22	28.0	10.4000
10	20.00	7.4286	24	28.4	10.5486
11	20.75	7.7072	26	28.8	10.6972
12	21.50	8.2643	28	29.2	10.8458
13	22.25	8.2643	30	29.6	10.9943
14	23.00	8.5429	32	30.0	11.1429
15	23.75	8.8215	46	32.0	11.8858
16	24.50	9.1000	72	34.0	12.6286
17	25.25	9.3786	133	36.0	13.3715
18	26.00	9.6572	3600	74.0	27.4858

$1+3k$ қисықтарынан кішкентай бөлшектердің жылдамдығы v , $t = 100\tau$ уақыт мезгілінде стерженнің қатты бекітілген ұшына жетіп, одан шағылысып таңбасын өзгертіп, кері бағытта қозғалатынын көруге болады.

$2+3k$ және $3+3k$ қисықтарынан $t = 110\tau$ ($k=0$) уақыт мезгілінде бүкіл стержень серпімді жағдайда болады. Кернеудің және деформацияның деңгейі стерженнің қатты бекітілген ұшына тақалған облыста тұрақты болады. Бұл құбылыс түсетін және қатты бекітілген ұштан шағылысқан толқындардың интерференциясынан (түйіскенде өзара әсер етуінен) болуы мүмкін. $2+3k$ және $3+3k$ қисықтарынан $k=1,2$ және 3 болғанда толқындардың қатты бекітілген ұштан шағылысқанынан кейін, стерженнің қатты бекітілген ұшқа тақалатын бөлігі $91h \leq x \leq 100h$, пластикалық деформацияланған күйде болады ($\sigma > l$, $\varepsilon > l$), ал стерженнің қалған бөлігі $0 \leq x \leq 91h$ серпімді күйінде болады. $2+3k$ және $3+3k$ қисықтарынан $k=3,4$ және 5 болғанда бұл уақыт кезеңдерінде ($t \geq 135\tau$) кернеудің және деформацияның деңгейлері төмендейді және кернеуді жеңілдету процессі басталады.



2 сурет – σ , v , ε шамаларының белгіленген уақыт кезеңдеріндегі $t = \text{const}$: $t = 110\tau$ (1- v , 2- σ , 3- ε), $t = 115\tau$ (4- v , 5- σ , 6- ε), $t = 125\tau$ (7- v , 8- σ , 9- ε), $t = 135\tau$ (10- v , 11- σ , 12- ε), $t = 150\tau$ (13- v , 14- σ , 15- ε), $t = 200\tau$ (16- v , 17- σ , 18- ε) стерженьнің ұзындығы x бойынша өзгеруі



3 сурет – σ , ε шамаларының стерженьнің әр түрлі қималарындағы $x = 90h$ (1- σ , 2- ε), $x = 92h$ (3- σ , 4- ε), $x = 95h$ (5- σ , 6- ε), $x = 98h$ (7- σ , 8- ε), $x = 100h$ (9- σ , 10- ε) мәндерінің уақытына t байланысты өзгеруі.

3-суретте кернеудің σ (қисықтар $2k-1$; $k=1,2,3,4,5$) және деформацияның ε (қисықтар $2k$; $k=1,2,3,4,5$) стерженьнің әр түрлі нүктелеріндегі: $x=90h$ ($k=1$), $x=92h$ ($k=2$), $x=95h$ ($k=3$), $x=98h$ ($k=4$), $x=100h$ ($k=5$) мәндерінің уақытыға t тәуелділіктері (осциллограмма) келтірілген. 1,2 осциллограммалардан стерженьнің $x=90h$ нүктесі барлық уақытта серпімді күйде ($\sigma < 1$, $\varepsilon < 1$), болатыны көрініп тұр. Басқа нүктелер, $x=90h$ нүктесінен оңға қарай орналасқан нүктелерде кернеу және деформацияның мәндері серпімділік шегінен $\sigma_s = \varepsilon_s = 1$ жоғары ($\sigma > 1$, $\varepsilon > 1$). Сондықтан стерженьнің қатты бекітілген ұшқа тақалатын бөлігі $x > 90h$, пластикалық деформацияланады. $k \geq 2$ қисықтарынан стерженьнің $x > 90h$ нүктелері пластикалық күйге бір уақытта түсетіні көрініп тұр. Бұл жағдай толқынның стерженьнің қатты бекітілген ұшынан шағылысуынан кейін кернеудің бұл облыста үлестірілуі біраз уақыт аралығында бір қалыпты болуына байланысты. 2-суреттегі 2-ші қисық та бұл заңдылықты растайды. $k \geq 2$ қисықтарынан кернеудің және қалдық деформацияның деңгейі стерженьнің нүктелері оның қатты бекітілген ұшына жақындаған сайын жоғарылайтыны көрініп тұр.

Стерженьнің қатты бекітілген ұшының маңайында пайда болған пластикалық облыстың ұзындығының және кернеуді жеңілдету толқынының құрылу және таралу ерекшеліктерінің сыртқы жүктеменің сипаттамасына тәуелділігін анықтау үшін, сыртқы жүктеменің сегіз түрлі варианты қарастырылды

- | | |
|---|--|
| I. $A=3, B=3, t_0=20\tau, t_1=40\tau$; | II. $A=3, B=2, t_0=20\tau, t_1=50\tau$; |
| III. $A=3, B=1.5, t_0=20\tau, t_1=60\tau$; | IV. $A=3, B=1, t_0=20\tau, t_1=80\tau$; |
| V. $A=3, B=0.75, t_0=20\tau, t_1=100\tau$; | VI. $A=2, B=3, t_0=30\tau, t_1=50\tau$; |
| VII. $A=1.5, B=3, t_0=40\tau, t_1=60\tau$; | VIII. $A=1, B=3, t_0=60\tau, t_1=80\tau$. |

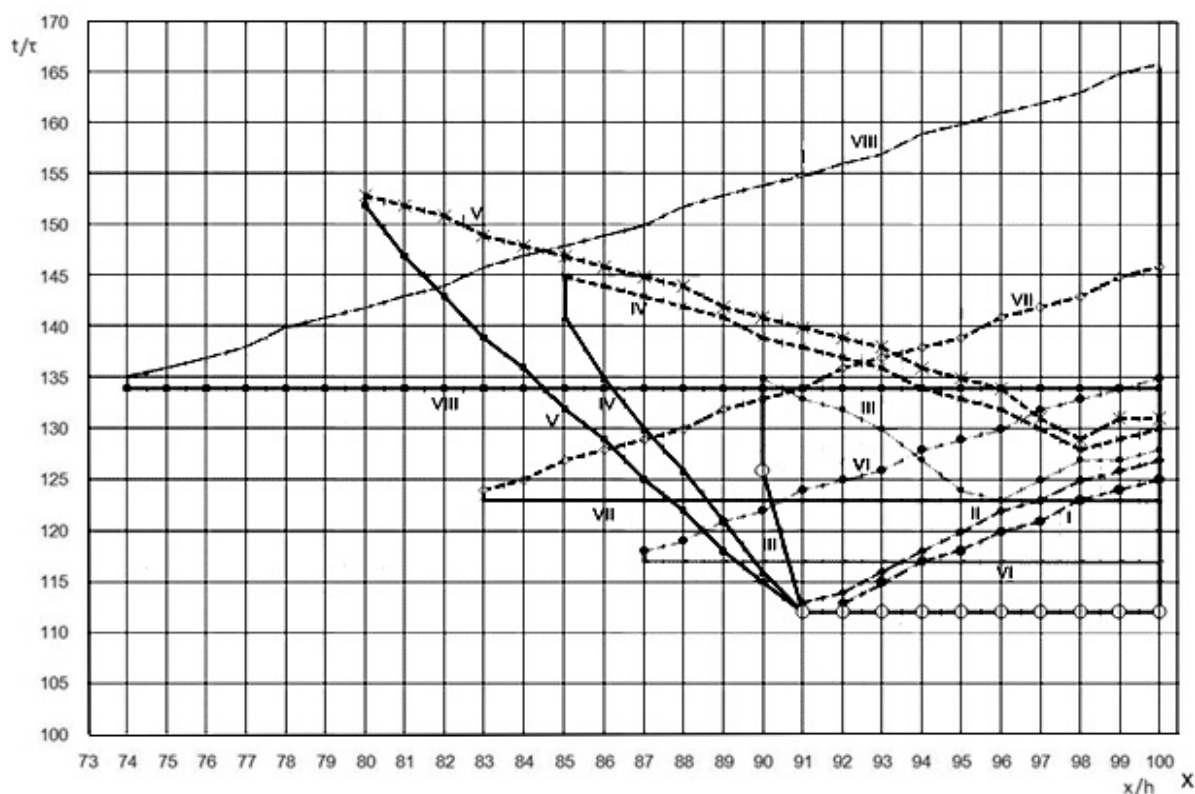
Қарастырылып отырған варианттарда сыртқы жүктеменің максимал мәні $f(t_0)=0.9$ тұрақты болып қалды, ал оның өсу және кему жылдамдықтары өзгеріп отырды, осыған сәйкес сыртқы жүктеменің әсер ету уақыты да өзгеріп отырды. I, II, III, IV, V варианттарда сыртқы жүктеменің кему жылдамдықтары өзгеріп отырды (B параметрі өзгереді, A тұрақты). I, VI, VII, VIII варианттерде сыртқы жүктеменің өсу жылдамдықтары өзгеріп отырды (A параметрі өзгереді, B тұрақты).

4-суретте толқындық қозғалыстардың көрсетілген варианттар үшін

(x, t) координаталарындағы көріністері келтірілген. Тұтас сызықтар пластикалық толқындардың алдыңғы фронтына сәйкес келеді. Үзілісті сызықтармен кернеуді жеңілдету толқындарының фронты белгіленген. Тұтас және үзілісті сызықтардың арасындағы (бірдей сандармен нөмірленген) облыс - пластикалық деформацияланған облыс болады.

I, VI, VII, VIII варианттарға сәйкес толқындық қозғалыстардың көріністерін салыстырудан көруге болады, сыртқы жүктеменің өсу жылдамдығы азайғанда және кему жылдамдығы тұрақты болғанда пластикалық деформацияланған облыстың ұзындығы өседі, кеңейеді және бұл нүктелердің құрылған пластикалық облыста болу уақыты өседі. I, VI, VII және VIII қисықтарда келтірілген есептеулердің нәтижелерін талдаудан және интерполяциялаудан соққының жылдамдығына сәйкес параметрдің A мәні 4-тен жоғары болғанда қатты бекітілген ұштың маңында пластикалық облыс құрылмауы мүмкін. Сонымен сыртқы жүктеменің максимал мәні (біздің жағдайда 0.9) серпімділік шегінен төмен болғанда, пластикалық деформацияланған облыстың пайда болуы сыртқы жүктеменің өсу жылдамдығына тәуелді болады.

Пластикалық толқындардың алдыңғы фронтына сәйкес I, II және III, IV, V қисықтардан, стерженьнің $91h \leq x \leq 100h$ аралығында жататын нүктелерінде пластикалық деформацияланған облыс бір уақытта $t=112\tau$ құрылатыны көрінеді. III, IV, V қисықтардан $80h \leq x \leq 90h$ аралығында пластикалық деформацияланған облыс кейінірек құрылатынын байқауға болады. Жоғарыда айтылған ерекшеліктер, түсетін және қатты бекітілген ұштан шағылысқан толқындардың интерференциясынан кернеудің деңгейі өсіп серпімділік шегінен асуынан және осы облыста орналасқан нүктелер оңнан солға қарай пластикалық облысқа кіретінінен шығады.



4 сурет – Толқындық қозғалыстардың көрінісі

4-суретте жоғарыда келтірілген жүктеу варианттарына сәйкес жеңілдету толқындарының көріністері көрсетілген. *I, II, VI, VII, VIII* (үзілісті сызықтар) жеңілдету толқындарының қисықтарынан, жеңілдету толқындары пластикалық облыстың басталу нүктесінен басталып пластикалық күйде болған нүктелерді біртіндеп жеңілдетіп қатты бекітілген ұшқа дейін жететіні және стержень түгелдей серпімді деформацияланған облысқа өтетіні көрінеді. Нүктелердің қатты бекітілген ұшқа жақындауына байланысты олардың пластикалық күйде болу уақыты өседі. Жеңілдету түсетін және қатты бекітілген ұштан шағылысқан толқындардың интерференциясынан нүктедегі кернеудің деңгейі төмендей бастауынан шығады. *III, IV, V* жеңілдету толқындарының қисықтарынан жеңілдету толқындарының кейбір ерекшеліктері көрінеді. Жеңілдету толқыны пластикалық облыстың ішкі нүктелерінен басталады және уақыт өткен сайын екі жаққа қарай қозғалады. Егер сыртқы жүктеменің кему жылдамдығы жоғары болса, онда жеңілдету толқыны пластикалық толқынның алдыңғы фронтынан басталып стерженьнің қатты бекітілген ұшына қарай жақындайды. Егер сыртқы жүктеменің кему жылдамдығы аз болса, онда жеңілдету толқыны қатты бекітілген ұштың маңында басталып екі жаққа қарай тарайды, қатты бекітілген ұшқа қарай және пластикалық толқынның алдыңғы фронтын қуалап кетеді. Кернеуді жеңілдету толқынының таралу жылдамдығы пластикалық толқынның таралу жылдамдығынан жоғары, сондықтан ол кейбір уақыт аралығынан кейін пластикалық толқынның алдыңғы фронтын қуып жетеді. Сыртқы жүктеменің кему жылдамдығы және әсер ету уақытын жеңілдету толқыны стерженьнің қатты бекітілген ұшынан басталатындай етіп алуға болады.

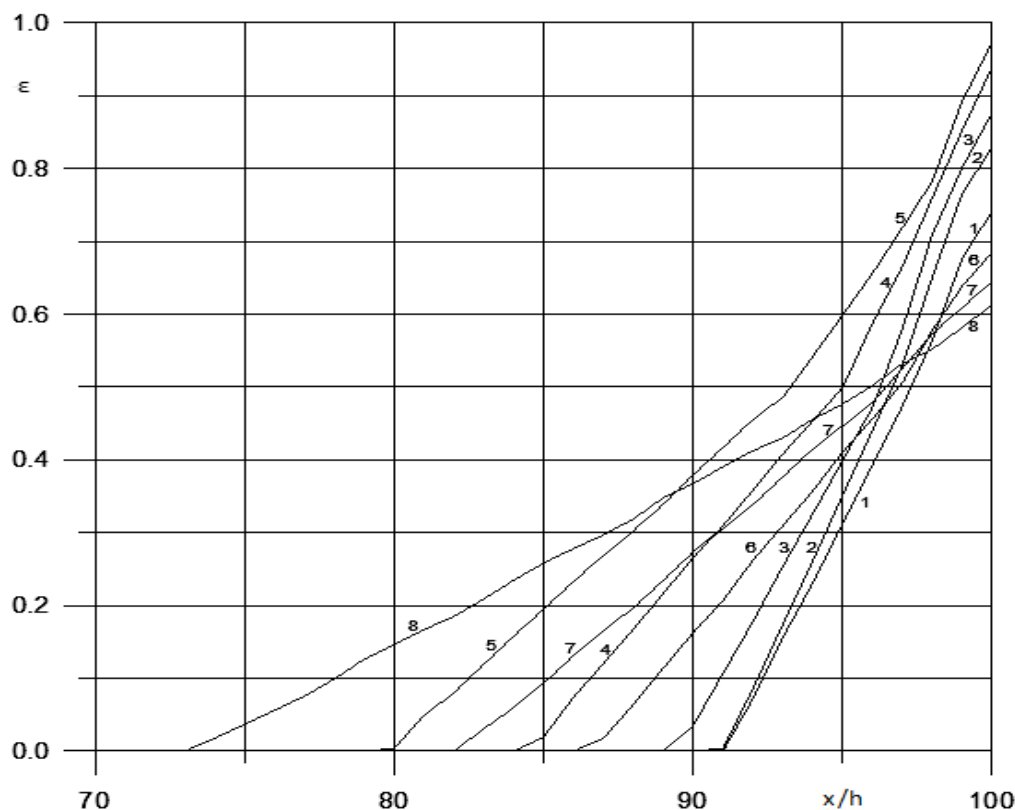
5 суретте жоғарыда қарастырылған *I – VIII* варианттар үшін қалдық деформацияның ε стерженьнің бойымен x өзгеру қисықтары келтірілген. *I, II, III, IV, V* қисықтардан сыртқы жүктеменің өсу жылдамдығы тұрақты және кему жылдамдығы азайғанда пластикалық деформацияланған облыс кеңейеді, қалдық деформацияның деңгейі өседі. *I, VI, VII* және *VIII* қисықтардан сыртқы жүктеменің өсу жылдамдығы жоғарылағанда және кему жылдамдығы тұрақты болғанда пластикалық деформацияланған облыс тарылады, қалдық деформацияның деңгейі өседі. Сонымен сыртқы жүктеменің өсу және кему жылдамдықтарын өзгерту арқылы

қалдық деформацияның деңгейінің және пластикалық деформацияланған облыстың өзгеруін басқаруға болады.

Тағы бір жүктеу варианты қарастырылды

$$f(t) = \begin{cases} At & \text{при } t \leq t_0, \\ At_0 & \text{при } t_0 < t \leq t_1, \\ At_0 - B(t - t_1) & \text{при } t_1 < t \leq t_2, \\ 0 & \text{при } t > t_2. \end{cases}$$

Қарастырылып отырған вариантта сыртқы жүктеменің максимал мәні $f(t_0)=0.9$. Сыртқы жүктеме $t=t_0=20\tau$ уақыт кезеңіне дейін сызықты өседі, одан кейін $t=t_1=30\tau$ уақыт кезеңіне дейін тұрақты болады, ал одан кейін сызықты кеміп $t=t_2=50\tau$ уақыт кезеңінде нольге айналады. Есептеулердің нәтижесін II варианттың нәтижелерімен салыстырып, қарастырылып отырған жағдайда зерттеліп отырған нүктелерде кернеудің және қалдық деформацияның максимал мәндері олардың II вариантта алынған мәндерінен жоғары болатынын көреміз. Сәйкес нәтижелерді салыстырып кернеудің және деформацияның мәндері тұрақты болатын облыстың өсетінін көруге болады. Сонымен максимал жүктеменің әсер ету уақытының ұзақтығы қатты бекітілген ұштың маңында пластикалық деформацияланған облыстың құрылуына және деңгейінің өсуіне алып келеді.



5 сурет – Әр түрлі жүктеу варианттарында 1($t_0=20\tau$, $t_1=40\tau$), 2($t_0=20\tau$, $t_1=50\tau$), 3($t_0=20\tau$, $t_1=60\tau$), 4($t_0=20\tau$, $t_1=80\tau$), 5($t_0=20\tau$, $t_1=100\tau$), 6($t_0=30\tau$, $t_1=50\tau$), 7($t_0=40\tau$, $t_1=60\tau$), 8($t_0=60\tau$, $t_1=80\tau$) қалдық деформацияның стерженьнің бойымен өзгеруі

Қорытынды. Стерженнің қатты бекітілген ұшының маңында пластикалық облыстың құрылуына жүктеудің сипаттамасының әсері зерттелген. Зерттеу нәтижесі мынаны көрсетті:

- сыртқы жүктеменің өсу жылдамдығы тұрақты және кему жылдамдығы азайғанда пластикалық деформацияланған облыс кеңейеді, қалдық деформацияның деңгейі өседі,
- сыртқы жүктеменің өсу жылдамдығы жоғарылағанда, ал кему жылдамдығы тұрақты болғанда қалдық деформацияның деңгейі өседі, пластикалық облыс тар шекаралық облысқа

айналады, бұл техникалық есептерді шығарғанда металдардың бетін өңдеуде кеңінен қолданылуы мүмкін,

- сыртқы жүктеменің кему жылдамдығы өскенде жеңілдету толқынының таралу сипаттамасы өзгереді.

ӘДЕБИЕТ

- [1] Рахматуллин Х.А., Демьянов Ю.А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. - М., 1961. 400с.
- [2] Рахматуллин Х.А., Жубаев Н., Ормонбеков Т. Распространение волн деформаций.- Фрунзе «Илим», 1985. 148с.
- [3] Жубаев Н.Ж., Калыц А.Л., Карымсаков К.У. и др. Численные методы исследования двухмерных волн напряжений. - Алма-Ата: Издательство «Наука», 1988. 215с.
- [4] Тарабрин Г.Т., Кострюков Г.Е. Два метода построения волны Рахматуллина // Известия вузов. Строительство. 2003, №8. С. 25-32.
- [5] Мамаев Ш. Об одном варианте определяющего соотношения для материалов, чувствительных к изменению скорости деформаций // Известия НАН КР. - 2012. - №3. - С. 17-24.
- [6] Мамаев Ш., Игумнов Л.А., Каримбаев Т.Д. Влияние скорости нагружения на распространение плоской продольной упруго-вязко-пластической волны в полубесконечном стержне // Вестник Нижегородского ГУ. – 2013. - №1(3). - С.130-136.
- [7] Курант Р. Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1964. – 830с.
- [8] Годунов С.К. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1971. – 416 с.
- [9] Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 430 с.
- [10] Магомедов К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы.-М.: Наука. 1988, 288с.

REFERENCES

- [1] Rahmatullin H.A., Dem'janov Ju.A. Prochnost' pri intensivnyh kratkovremennyh nagruzkah. - M., 1961. 400s.
- [2] Rahmatullin H.A., Zhubaev N., Ormonbekov T. Rasprostranenie voln deformacij.- Frunze «Ilim», 1985. 148s.
- [3] Zhubaev N.Zh., Kal'c A.L., Karymsakov K.U. i dr. Chislennye metody issledovaniya dvuhmernyh voln naprjazhenij. - Alma-Ata: Izdatel'stvo «Nauka», 1988. 215s.
- [4] Tarabrin G.T., Kostjukov G.E. Dva metoda postroeniya volny Rahmatullina // Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo. 2003, №8. S. 25-32.
- [5] Mamaev Sh. Ob odnom variante opredelajushhego sootnosheniya dlja materialov, chuvstvitel'nyh k izmeneniju skorosti deformacij // Izvestiya NAN KR. - 2012. - №3. - S. 17-24.
- [6] Mamaev Sh., Igumnov L.A., Karimbaev T.D. Vlijanie skorosti nagruzheniya na rasprostranenie ploskoj prodol'noj uprugov-vjazko-plasticheskoj volny v polubeskonechnom sterzhne // Vestnik Nizhegorodskogo GU. – 2013. - №1(3). - S.130-136.
- [7] Kurant R. Uravneniya s chastnymi proizvodnymi. – M.: Mir, 1964. – 830с.
- [8] Godunov S.K. Uravneniya matematicheskoy fiziki. – M.: Nauka, 1971. – 416 s.
- [9] Samarskij A.A., Gulin A.V. Chislennye metody. – M.: Nauka, 1989. – 430 s.
- [10] Magomedov K.M., Holodov A.S. Setochno-harakteristicheskie chislennye metody.-M.: Nauka. 1988, 288s.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ И ВОЛНЫ РАЗГРУЗКИ НАПРЯЖЕНИЙ В СТЕРЖНЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Ш.М. Мамаев, Р.Н. Даниярбек

(Таразский инновационно-гуманитарный университет, Тараз, Казахстан)

Аннотация. В работе численно исследуется влияние характера динамического нагружения на формирование пластической зоны и волны разгрузки в стержне конечной длины. Численное решение задачи получено сеточно-характеристическим методом. Показано, что с уменьшением скорости убывания внешней нагрузки область пластических деформаций расширяется и уровень остаточной деформации возрастает, а с увеличением скорости возрастания внешней нагрузки область пластических деформации преобразуется в узкую приграничную область у жестко закрепленного конца. С возрастанием скорости снижения нагрузки изменяется характер распространения волны разгрузки.

Ключевые слова: упругопластические волны, волна разгрузки, остаточная деформация, характеристика, дифференциальные соотношения, разностные уравнения.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 184 – 187

APPLICATION OF ELECTRONIC EDUCATIONAL RESOURCES IN THE EDUCATIONAL PROCESS IN TEACHING FUTURE TEACHERS

A. Ongarbayeva

Zhetysay state university named after Ilyas Zhansugurov, Taldykorgan

aliaod_80@mail.ru

Key words: electronic educational resources, information culture, information tools

Abstract. In this paper it is described the main types of electronic educational resources, which are used in the educational process. The classification of electronic educational resources, methods of use of electronic educational resources in a variety of occupations in preparing students to work in life are given. Modernization of modern education system necessitates the search for new approaches to the organization of educational process. One of them is related to the computerization of education. Currently, informatization of education system is entering a qualitatively new level, because it solves the problem of effective use of electronic educational resources for the construction of the learning process and interaction of all stakeholders in this process. We consider the conditions for the creation and use of electronic educational resources in the training of future teachers.

ЭЛЕКТРОНДЫҚ БІЛІМ БЕРУ РЕСУРСТАРЫН ОҚУ ПРОЦЕСІНДЕ БОЛАШАҚ МҰҒАЛІМДЕРДІ ОҚЫТУДА ҚОЛДАНУ

А.Д. Онгарбаева

І. Жансүгіров атындағы ЖМУ, Талдықорған қаласы

Түйін сөздер: электрондық білім беру ресурстары, ақпараттық мәдениет, ақпараттық құралдар.

Аннотация. Қазіргі таңда білім беру жүйесін ақпараттандыру оқу процесін құрылымдауда электронды білім беру ресурстарын тиімді қолдану мен бұл процестің барлық субъектінің өзара әсерін ұйымдастыруда сапалы жаңа деңгейге өтуде. Студенттердің өздік жұмысын жаңа ұйымдастырушылық деңгей негізінде басқаруға мүмкіндік беретін электрондық білім беру ресурстарын құру мен қолдануы білім берудің түрлі технологияларының даму келешегімен байланысты. Қазіргі оқытушы оқу барысының ұйымдастырушысы болуы тиіс, оқу пәндерінің мазмұнын жобалай алуы және жеке тәсілдерді қолдануды ескеріп білімгерлер жұмысын бақылауы, оқыту барысында жаңа әдістерді қолданып, оқу барысында ақпараттық және коммуникациялық технологияларды соның ішінде түрлі электрондық білім беру ресурстарын (энциклопедиялар, порталдар, expertтік жүйелер, сөздіктер, білімді автоматты бақылау құралдары, электрондық оқулықтар, презентациялық материалдар және т.б.) пайдалана білуі керек. Электрондық білім беру ресурстарын қолданып оқу процесін ұйымдастыруға болашақ оқытушыға қолда бар шарттарға сәйкес ЭББР іздеу мен таңдауды жүзеге асыра білуі маңызды, сабақтың түрлі кезеңдерінде мақсатты бейнелі пайдалануды анықтау және ЭББР қолданып білімгерлердің жұмыс нәтижесін бағалау. Білімгерлерге көрнекі мысал болып ЖОО оқытушыларының қызметі барысында ЭББР мүмкіндіктерін дидактикалық демонстрациялауы табылады. Н.Н. Гомулинаның айтуы бойынша, қазіргі электрондық білім беру ресурстары оқу процесін қарқындатады, және біліктілік пен дағдыны өңдеуде жаңа білімді нақтылауда қолданыла алады. Электрондық білім беру ресурстарының құрамына білімгерлердің кілттік құзыреттіліктерін қалыптастыруға бағытталған кеңейтілген тест тапсырмалары, сәйкес анимациялар мен интерактивті модельдер жатады [1, 22-26 б.]. Е.А. Горнева электронды білім беру ресурстарға оқу процесін қолдауға бағытталған электрондық оқу әдістемелік басылымдарды анықтамалық-ақпараттық сипаттағы электрондық ресурстар, желілік электрондық ресурстар, ЭББР өзіндік құрылымдайтын білім беру ортасы, имитациялық орта, демонстрациялық электрондық ресурстар, оқу-ойындық программалық құралдар жатады дейді [2, 38 б.]. В.В.Гура электронды білім беру ресурсына мәдени қызметтік бөлігін білім беру субъектісінің (басшылық, оқытушы, білімгер) ақпараттық білім беру қажеттіліктерін электронды тасушыда программа түрінде көрсетілуін жатқызады [3, 141-144 б.].

Н.В. Осетрованың тұжырымдауы бойынша электронды басылымдар мен ресурстар болып жүзеге асуына компьютерге қажетті барлық электрондық өнім табылады. Білім беретін электрондық басылымдар мен ресурстарды 3 типке бөле аламыз: ақпараттық-анықтамалық көздер, оқу процессін дамыту мен қолдауға арналған ЭББР, (ақпарат алуға, тәжірибелік сабақтарға қолдануға, жалпы мәдениетті дамытуға ЭББР) [4, б. 87-88]. Автор ЭББР басқа типті ресурстардан айрықшалайтын мүмкіндіктерін өзгешелейді:

- ✓ Интерактив-дербес компьютермен қолданушының өзара әсерін ұйымдастыру (компьютер ұсынатын аудиовизуалды қатарға білімгердің әсері);
- ✓ Мультимедиа-объектілер мен процестерді фото, видео, графика, анимация және дыбыс көмегімен ұсыну;
- ✓ Объектілер, процестер мен құбылыстарды модельдеу;
- ✓ Коммуникативтілік тікелей қарым-қатынас мүмкіндігі, ақпаратты ұсынудың оперативтілігі, процесс күйін бақылау;
- ✓ Өнімділік-түрлі операцияны автоматтандыру.

Бүгінгі таңда ақпараттық коммуникациялық технологиялар (АКТ) қарқынды дамуымен сипатталады, жоғарғы мектеппен қатар жалпы білім беру орындарындағы оқу процессінде осы технологияларды активті ендіру, оған қоса көптеген зерттеушілер педагог қызметінде АКТ қолдануға жоғары қызығушылықпен қарайды. Жеке жағдайда оқу процессіне АКТ-ны енгізудің әдістемесі өңделіп, оны қолданудың позитивті және негативті жақтары айрықшаланады. Бұдан бөлек сәйкес зерттеушілердің еңбектерін талдай отыра, АКТ рөлі өзгеруінің нақты тенденциясын айрықшалауға болады. Оқу процессін қолдайтын құжат қарапайым айналымын жеңілдететін (мәтіндік редактор), мультимедиялық материалдарды құру (презентация), оқытушы арасындағы өзара байланысты жүзеге асыратын, оқушылармен ата-аналар арасында (электрондық почта, онлайн байланыс).

А.А. Телегин электрондық білім беру процесті компьютерлік техника көмегімен кез-келген электрондық тасушыда немесе компьютерлік желіде жарияланған, өзімен білімнің ғылыми-тәжірибелік ауданына сәйкес жүйеленген материалды ұсынатын, білімді меңгеруге біліктілікті және дағдыны, белсенділікті және шығармашылықты қамсыздандыратын графикалық, мәтіндік дыбыстық және видео, фото және басқа ақпарат деп есептейді. Берілген зерттеулерді талдау «электрондық білім беру ресурстарын» оқу-тәрбие процесін басқаруға және ұйымдастыруға мүмкіндік беретін электрондық түрде ұсынылған бағдарламалық өнім жиынтығы ретінде анықтауға мүмкіндік береді [5, 87-886].

Электрондық білім беру ресурстарының тиімділігі мен қажеттілігі

Әлбетте, ЭББР қолдануды тиімді деп санауға болады, егер оны қолдану келесілерді қамсыздандырса:

- сабаққа даярлануға кететін мұғалімнің уақытын қысқартса;
- сабақтың барлық кезеңінде кертартпа операцияларды, сонымен қатар бақылау нәтижесін өңдеуге кететін уақытты қысқартса;
- автоматтандыру есебінде бақылау объективтілігін жоғарылатса;
- оқу процесіне оқушылардың қызығушылығын жоғарылатса;
- оқушылардың білім алу сұраныстарын жүзеге асыру мақсатында жеке білім беру траекториясын тұрғызу мүмкіндігіне ие болса;
- білімді меңгеру деңгейін және сапасын жоғарылатса;
- кәзіргі білім беру нәтижелеріне қол жеткізу, сонымен қатар зерттеу қызметінде, ақпараттық мәдениетті, өздік жұмыс дағдыларын қалыптастырса және т.б..

Дегенмен тәжірибеде ЭББР келесілерді талап етіледі:

- білім беру стандартына, оқу бағдарламасына, қолданылатын оқулыққа толықтай сәйкес келетінін;
- сыныптық-оқу жүйесіне жеңіл «тұрғызылатын»;
- «орта» сипаттамадағы АКТ көмегімен қолдануға болатынын;
- жұмыста мұғалім меңгеруіне көп күш жұмсамайтын және қолдануда ыңғайлылығын;
- қолжетімді және әдістемелік нұсқаулары бар;
- мұғалімнің сабаққа кететін уақытын қысқартатын;
- сабақ барысында мұғалімнің көп әрекеті ұзақтығын қысқартатын;

- оқушылардың өтілген материалды қайталауында және жаңаны меңгергенде өздік жұмысын қамсыздандырады.

Тізімде көрініп тұрғандай ЭББР тәжірибеде қажетті болуы керек.

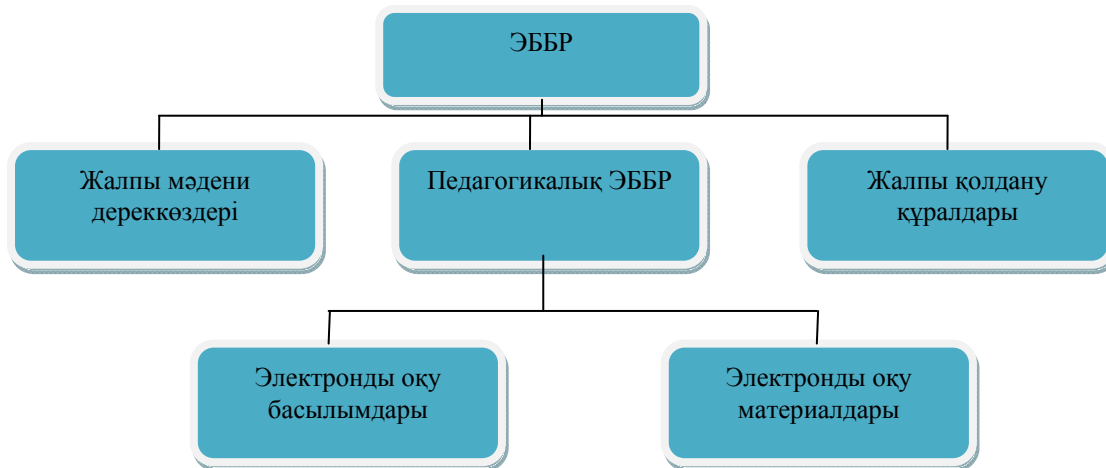
Көлемді дидактикалық нәтижені оқу қызметінің түріне тәуелді: презентация көмегімен дәрісте жаңа материалды меңгеру, міндеттерді талқылауда және т.б., түрлі электрондық білім беру ресурстарын кешенді қолдануда қол жеткізуге болады. Бірақ электрондық білім беру ресурстарының жаңа типтерінің үнемі жаңарып отыруы және көптүрлілігі, сонымен қатар ЭББР өңдеуге арналған инструменталдық бағдарламалық құралдар оқу процесіне қойылатын жылдам өзгеретін талаптарға әр уақытта сәйкес келе бермейді, бұл болашақ мұғалімдерді дайын типті ЭББР қолданып қана қоймай электрондық-оқу әдістемелік материалдарын оқу сабақтарын жоспарлауға құруға шарттайды. Бұл жағдайда пән ЭББР өңдеу құралы болады.

Түрлі ЭББР шартты түрде *ақпараттық дереккөздері* және *ақпараттық инструменттер* деп бөлуге болады.

Ақпарат дереккөзі – ақпараттық объектілердің көптеген түрлерін сипаттайтын бұл жалпылама түсінік. Оқу процессінде қолдану көзқарасында қарапайым ақпараттық дереккөздерді ажырату маңызды (дыбыс, кескін мәтін, видеоматериалдар, модельдер) және кешенді, қарапайым ақпараттық дереккөздерді ендіретін гиперсілтемелермен байланысқан (мысалы, мультимедиа энциклопедиялар). Ақпараттық дереккөздердің ішінде айрықшалануы мүмкін (құру мақсаты бойынша): жалпы мәдени ақпараттық дереккөздер (ресурстар), оқу процесіне тәуелсіз (мәдени, және тарихи мұра, табиғи объектілер және құбылыстар), педагогикалық ақпараттық дереккөздер (оқу процесі мақсатында арнайы өңделген).

Оқу қызметіндегі ақпараттық құрал – бұл программалық өнім, ақпараттық дереккөздерін (объектілерді) оқушы мен мұғалімге белсенді қатысуына мүмкіндік береді, оларды құруға, өзгертуге, байланыстыруға, жіберуге және т.б. Ақпараттық құралдарды төмендегіше айрықшалауға болады:

- оқушылар мен мұғалімдер жалпы қолданылатын құралдар, (веб-браузер, почталық программалар-клиент; графикалық кескіндерді көруге арналған бағдарламалар; мультимедиа файлдарын жаңғырту бағдарламалары; мәтіндік редактор; фотосурет редакторы; мультимедиялық презентация редакторы; видеомонтаждау редакторы және т.б.);



(1-сурет)

- мамандандырылған білім беру құралдары, оқушылар мен оқушылар қолданылатын (интегралданған құрастырушылық шығармашылық орта, визуалды программалау құралдарын ендіретін; хронологиялық ақпаратты талдау мен визуализациялау редакторы; жоба қызметін ұйымдастыру құралы; білім беруде қолданылатын сандық датчиктер кешенін визуализациялау және тіркеу құралы; жалпы білім беруде қолданылатын құрылғыны басқару программалау ортасы және т.б.);

- білім беру процессін ұйымдастыруда мұғалім қолданылатын құралдар (электрондық журнал; оқушыларға тапсырма даярлауға арналған құралдар; оқушы компьютерін басқару

құралдары; ақпараттық білім беру кеңістігін басқаруды ұйымдастыру жүйесі; оқу нәтижесін бақылауды ұйымдастыру құралы; білім беру процесін қашықтан қолдау құралы және т.б.).

Жалпы мәдени дереккөздерін және жалпы қолданылатын құралдарды жеке категорияға бөліп, ал қалған ЭББР педагогикалық электронды білім беру ресурстарына жатқызамыз (1-сурет).

Сонымен, қазіргі шарттарда жаңа мәдениетті білім беру контентін және онымен жұмысты қалыптастыру қажеттілігі туындады. Бұл аудандағы тиімді шешімдердің бірі әдеттегі оқулықтарды қазіргі мобильді құрылғыларда таратылған жаңа буындағы электрондық оқулықтарға алмастыру.

ЭББР жасау арқылы біз болашақ информатика мұғалімдерін даярлауда сапасын жоғарылатуға мүмкіндік беретін кәсіби құзыреттілікті формалдауды қамсыздандыратын педагогикалық шарттар құрамыз. Біздің тәжірибемізде ЭББР қолдану студент жұмысын активтендіру және оқу материалын сәтті меңгеруге тәсілі табылады.

ӘДЕБИЕТ

[1] Гомулина Н.Н. Особенности формирования электронных образовательных ресурсов для интерактивных досок. Коллекция мультимедиа-инструментов «Умник – ПО» // Информационные и коммуникационные технологии в подготовке учителя технологии и учителя физики: материалы научно-практической конференции. Коломна. 8-10 апреля 2008 г. /22 -26с.

[2] Горнева Е.А. Электронные образовательные ресурсы как комплексное средство формирования информационной культуры будущих учителей технологии: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Брянск, 2007. – 38 с.

[3] Гуря, В.В. Теоретические основы педагогического проектирования личностно-ориентированных электронных образовательных ресурсов и сред : автореф. дис. ... докт. пед. наук. – Ростов на Дону, 2007. – 44 с.

[4] Осетрова Н.В. Книга и электронные средства в образовании. – М. : Изд. сервис Логос, 2003 . 141– 144 с.

[5] Телегин А.А. Совершенствование методической системы обучения учителей разработке образовательных электронных ресурсов по информатике : автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Курск, 2006. – 87-88 с.

REFERENCES

[1] Gomulina N.N. Osobennosti formirovaniya jelektronnyh obrazovatel'nyh resursov dlja interaktivnyh dosok. Kollekcija mul'timedia-instrumentov «Umnik – PO» // Informacionnye i kommunikacionnye tehnologii v podgotovke uchitelja tehnologii i uchitelja fiziki: materialy nauchno-prakticheskoj konferencii, Kolomna, 8-10 aprelja 2008 g. /22 -26с.

[2] Gorneva E.A. Jelektronnye obrazovatel'nye resursy kak kompleksnoe sredstvo formirovaniya informacionnoj kul'tury budushhih uchitelej tehnologii: avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. – Brjansk, 2007. – 38 s.

[3] Gura, V.V. Teoreticheskie osnovy pedagogicheskogo proektirovaniya lichnostno-orientirovannyh jelektronnyh obrazovatel'nyh resursov i sred : avtoref. dis. ... dokt. ped. nauk. – Rostov na Donu, 2007. – 44 s.

[4] Osetrova N.V. Kniga i jelektronnye sredstva v obrazovanii. – M. : Izd. servis Logos, 2003 . 141– 144 s.

[5] Telegin A.A. Sovershenstvovanie metodicheskoy sistemy obuchenija uchitelej razrabotke obrazovatel'nyh jelektronnyh resursov po informatike : avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. – Kursk, 2006. – 87-88 s.

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ В ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

А. Онгарбаева

Жетысуский государственный университет им.И.Жансугурова, г.Талдыкорган

Ключевые слова: электронные образовательные ресурсы, информационная культура, информационные инструменты

Аннотация. В предлагаемой работе рассмотрены основные виды электронных образовательных ресурсов, которые применяются в образовательном процессе. Приведена классификация электронных образовательных ресурсов, методика применения электронных образовательных ресурсов, в различных занятиях при подготовке студентов к деятельности в жизни. Модернизация системы современного образования обуславливает необходимость поиска новых подходов к организации учебного процесса. Один из них связан с информатизацией образования. В настоящее время информатизация системы образования вступает на качественно новый уровень, так как решается задача эффективного использования электронных образовательных ресурсов для конструирования учебного процесса и организации взаимодействия всех субъектов этого процесса. Рассматриваются условия создания и использования электронных образовательных ресурсов в профессиональной подготовке будущих учителей- информатиков.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 188 – 207

UDC 531.5+537.63+004.942

**MODELLING OF SPACECRAFT DYNAMICS
IN THE EARTH'S GRAVITY AND MAGNETIC FIELD
IN THE MATLAB SIMULINK SYSTEM**

B.S. Suimenbayev, L.A. Alexeyeva, Zh.B. Suimenbayeva, S.R. Gusseinov

Kazakh National Research Technical University after K.I. Satpayev, Almaty
bts49@mail.ru, alexeeva@math.kz, zbs115@mail.ru, samir.gusseinov@gmail.com

Keywords: satellite dynamics, orbital motion, rotation, Euler angles, Euler's equation, the geomagnetic field, the gravitational moment, magnetic moment, simulation, Matlab (Simulink)

Abstract. This study gives mathematical modeling in the Matlab (Simulink) system of nanosatellite dynamics in the Earth's gravity and magnetic field based on the rigid body model which is divided into two main stages: modeling of mechanics of translational motion of the center of masses of the nanosatellite in a gravitational field and its own rotary motion around its center of masses taking into account the impact of gravitational and magnetic forces and magnetization of the satellite. The simulator of the orbital environment is developed, its component blocks are described. On the basis of the developed model, multiple calculations of the orbital movement of the nanosatellite with the calculated physic and mechanical parameters which are close to parameters of the scientific and educational nanosatellite developed on stand base of Mission Control Center of the Kazakh national technical research university named after K.I. Satpayev are carried out. The results of calculations of the satellite motion around the center on the equatorial elliptical orbit and the forces and moments acting on it are given.

УДК 531.5+537.63+004.942

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КОСМИЧЕСКОГО
АППАРАТА В ГРАВИМАГНИТНОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ
В СИСТЕМЕ «MATLAB SIMULINK»**

Б.Т. Суйменбаев, Л.А. Алексеева, Ж.Б. Суйменбаева, С.Р. Гусейнов

Казахский национальный исследовательский технический университет
им. К.И. Сатпаева, г. Алматы

Ключевые слова: динамика спутника, орбитальное движение, вращение, углы Эйлера, уравнения Эйлера, геомагнитное поле, гравитационный момент, магнитный момент, моделирование, Matlab (Simulink).

Аннотация. В работе проводится математическое моделирование в системе Matlab Simulink динамики наноспутника в гравимагнитном поле Земли на основе модели абсолютно твердого тела, которое разделяется на два основных этапа: моделирование механики поступательного движения центра масс наноспутника в гравитационном поле и собственного вращательного движения вокруг его центра масс с учетом воздействия гравитационных и магнитных сил и намагниченности самого спутника. Разработан имитатор орбитальной среды, описаны его составные блоки. На основе разработанной модели проведены многовариантные расчеты орбитального движения наноспутника с расчетными физико-механическими параметрами, близкими к параметрам научно-образовательного наноспутника, разрабатываемого на стендовой базе центра управления полетами Казахского национального технического исследовательского университета им. К.И. Сатпаева. Приведены результаты расчетов движения спутника вокруг центра на экваториальной эллиптической орбите и действующих на него сил и моментов.

Объектом исследования является математическое моделирование бортовой системы управления космическим аппаратом на стендовой базе центра управления полетами (ЦУП) Казахского национального исследовательского технического университета им. К.И. Сатпаева. Разрабатываемый в ЦУП наноспутник «Политех-1» является научно-образовательным космическим аппаратом, предназначенным для оперативного измерения магнитного поля Земли с высоты более 400 км и передачей измерительной информации на средства приема университетского центра управления полетами.

Для анализа технологических процессов эксплуатации орбитальных средств, разработки технологии полунатурного исследования систем бортового оборудования, а также в образовательных целях необходимо разработать математические модели движения, управления и стабилизации наноспутника в окрестности программного движения с учетом его конструктивных особенностей. В настоящей работе проводится моделирование с использованием системы программирования Matlab Simulink динамики наноспутника в гравимагнитном поле Земли на основе модели абсолютно твердого тела, которое разделяется на два основных этапа: моделирование механики поступательного движения центра масс наноспутника и собственного вращательного движения вокруг его центра масс [1-2].

Для обеспечения программного движения космического аппарата (КА) на орбите, связанного с его назначением, необходим учет и оценка всех действующих сил. На космический аппарат, помимо притяжения Земли, действуют разнообразные силы: гравитационные силы тяготения небесных тел (Луны, Солнца, планет и др.), сила светового давления, электромагнитные силы, аэродинамические и др., которые в разной степени влияют на его движение. Эффект этого влияния зависит от типа КА и условий его движения: вид орбиты, ее наклонение, положение на орбите и др. Для не очень высоких орбит в первую очередь следует учитывать гравитационный и аэродинамический моменты. Сравнение моментов, действующих на стандартный КА, показывает [3-5], что моменты гравитационной, магнитной и аэродинамической природы, вообще говоря, сравнимы по величине. Однако применение специальных устройств (установка на КА сильных магнитов, или существенное перераспределение его массы с помощью выдвижения из корпуса КА длинных штанг или установка антенн и т.п.) позволяет сделать один из указанных моментов преобладающим над остальными даже на несколько порядков. В тех случаях, когда на КА требуется создать большой магнитный момент, используются либо установленные на нем соленоиды, по обмоткам которых пропускают ток, либо постоянные стержневые магниты [5-6]. Соленоиды употребляются в основном в системах активного управления ориентацией КА, а постоянные магниты – в системах пассивной стабилизации по геомагнитному полю [7-9]. Современные магнитные материалы позволяют обеспечить большой магнитный момент при малой массе магнита [6, 9].

Для стабилизации заданного движения КА вокруг центра масс используются разнообразные методы. Наиболее развиты методы гироскопической стабилизации [2,5], при которых на КА устанавливаются различные гироскопические системы. Они наиболее эффективны тогда, когда требуется обеспечить поступательное движение КА на орбите. Однако задачи наблюдения, дистанционного зондирования и др. часто необходимо определенное вращательное движение КА на орбите, что требует наличия эффективных управляющих систем, создающих и стабилизирующих требуемое движение.

Наблюдения показывают, если орбита КА достаточно удалена от поверхности Земли (400 км и более), то магнитные эффекты начинают весьма сильно сказываться на его движении относительно центра масс [3,7]. Появление этих эффектов определяется взаимодействием магнитного поля Земли и собственного магнитного поля КА, зависящего от наличия на КА токовых систем и постоянных магнитов, а также от намагничивания его оболочки. В настоящее время магнитная стабилизация движения КА на орбите достаточно широко используется. Поэтому изучение процессов магнитной стабилизации КА на орбите с усложнением математических моделей КА и действующих сил является актуальной научно-технической проблемой.

Здесь разработана и программно реализована математическая модель движения наноспутника «Политех-1» в гравимагнитном поле Земли, моделируемым магнитным диполем (стандартная модель Земли (WMM 2010)[12], в системе Matlab Simulink.

Графическая среда имитационного моделирования системы Matlab Simulink, позволяет строить разнообразные динамические модели при помощи блок-диаграмм в виде направленных графов. Интерактивная среда Simulink дает возможность использовать уже готовые библиотеки блоков для моделирования механических, электромагнитных и гидравлических систем, а также развивать модельно-ориентированный подход при разработке систем управления, средств цифровой связи устройств с натурным объектом в режиме реального времени и многое другое.

1. Основные характеристики наноспутника «Политех-1»

Проектирование наноспутника «Политех-1» (масса до 3 кг) проводится преимущественно с использованием готовых компонентов стандарта CubeSat - 3U. Он состоит из служебной платформы и полезной нагрузки. Полезной нагрузкой является научный высокоточный трёхкомпонентный феррозондовый магнитометр для измерения параметров постоянного магнитного поля Земли.

Управление наноспутником осуществляется по командной радиолинии по сформированной в ЦУП программе. Работы по планированию, приёму и обработке телеметрической информации, управлению университетским космическим аппаратом – осуществляются силами университета.

В состав наноспутника входят:

- служебная платформа;
- полезная нагрузка КА (ПН КА) (высокоточный феррозондовый магнитометр).
- В состав служебной платформы входят:
 - конструкция платформы (ChassisWalls 3U);
 - антенно-фидерное устройство (АФУ) диапазона УВЧ/ОВЧ;
 - бортовой приёмопередатчик диапазона УВЧ/ОВЧ (Helium -100);
 - бортовая цифровая вычислительная машина с интерфейсами для работы со служебными блоками и системами, полезной нагрузкой (Intrepid System Board, Tyvak NanoSatellite System LLC);
 - солнечные батареи стандарта CubeSat;
 - приборы системы управления движением.

Элементы служебных блоков и систем платформы максимально унифицированы с элементами служебных блоков стандарта CubeSat.

Выбор типоразмера служебной платформы КА проводился относительно стандарта CubeSat, который обеспечил бы размещение служебных систем и полезной нагрузки. В качестве такого типоразмера выбран размер 3U, который наиболее соответствует требуемым ограничениям по массе и энергетике. Основой конструкции является каркас из типоразмерного ряда CubeSat и солнечные батареи, также выполненные по стандарту CubeSat.

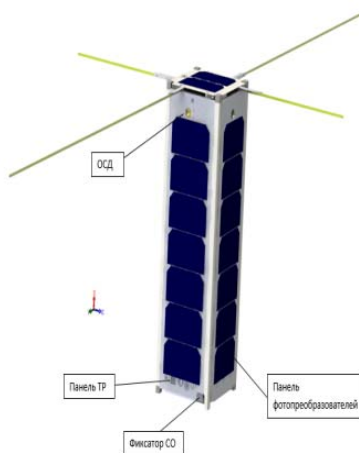


Рисунок 1 – Внешний вид наноспутника «Политех-1»

Космический аппарат представляет собой параллелепипед со сторонами 104Ч104Ч341 (в мм). Конструкция КА образуется платами на основе текстолита соединёнными между собой латунными шестигранными вставками, закреплёнными внутри каркаса из листов алюминия. Со стороны +X на торце установлен блок антенн УКВ диапазона. Внешние грани закрыты текстолитовыми панелями с встроенными в них фотопреобразователями и служебными магнитометрами. Солнечные датчики располагаются по осям +Y, +Z, -Y и -Z.

Массовая сводка наноспутника «Политех-1» приведена в таблице 1. Итоговая масса космического аппарата с учётом запаса не превышает 3 кг.

Таблица 1- Массовая сводка наноспутника

Компонент	Кол-во	Масса, кг
Конструкция, Chassis Walls 3U	1	0,439
Верхняя панель, Cover Plate Assembly for AntS antenna	1	0,05
Нижняя панель Base Plate Assembly, 2 Separation Switches	1	0,1
Крепёж СБ, Clips set	1	0,009
Крепёж СБ под систему раскрытия антенн, Solar Panel Clips Set for AntS Antenna	1	0,009
Крепёж внутренних панелей, Midplane Standoff Kit	2	0,01
Крепёж плат PC-104, Rod and Spacer Kit, 3U	1	0,05
Итого по конструкции		0,677
Платформа		
СБ 1U с МИО верхняя	1	0,044
СБ 3U с МИО боковые	4	0,16
Модуль электропитания, CubeSat EPS, CS-3UEPS2-NB	1	0,083
Модуль распределения питания, CubeSat PDM	1	0,06
АБ 20 Втч, CS-SBAT2-20	1	0,2
Антенная система УКВ	1	0,089
УКВ радиокомплекс, Hilium -100	1	0,078
БЦВМ, Intrepid System Board	1	0,055
Солнечный датчик, CubeSat Sun Sensor	4	0,005
GPS приёмник, Novatel OEM615	1	0,024
Антенна GPS	1	0,05
БКС	1	0,2
Итого по служебной платформе		2,22
Полезная нагрузка	Кол-во	Масса, кг
ФЗМ Магнитометр	1	0,025
Блок электроники ФЗМ магнитометра	1	0,1
Итого по ПН		0,125
Резерв		0,478
Масса КА		3,0

2. Разработка имитатора орбитальной среды

Для разработки системы управления наноспутником построен иммитатор орбитальной среды, представленный на рисунке 2. Он состоит из восьми взаимосвязанных блоков:

1. Ввод и расчет начальных данных: координаты, скорость центра масс, угловые координаты и скорость КА (Earth's gravity, 6DOFD dynamics);
2. Расчет орбиты КА, скорости и положения его центра масс (6DOF Dynamics);
3. Расчет угловой скорости вращения КА и углов Эйлера (6DOF Dynamics);

4. Расчет действующего гравитационного момента (Gravity Gradient Model)
5. Расчет действующего магнитного момента (Torque Coils)
6. Расчет магнитного гистерезисного момента (Hysteresis Material)
7. Вывод параметров текущего положения КА: координаты и скорости центра масс, угловые координаты и скорость (6DOF Dynamics, Position, Velocity, Attitude, 6DoF Animation).

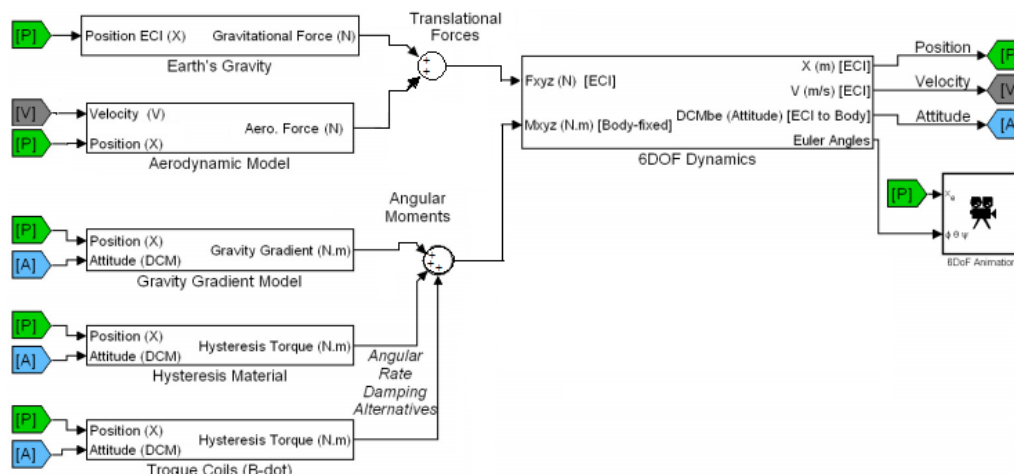


Рисунок 2 – Блок-схема имитатора орбитальной среды

2.1. Входные данные. Расчетная схема блока 1. Для описания движения наноспутника в качестве основной системы выбрана условно "неподвижная", т. е. *инерциальная система координат* (ИСК - XYZ), предназначенная для моделирования движения наноспутника по его орбите и "движущаяся" система координат, жестко связанная с телом спутника и участвующая во всех его движениях, так называемая *бортовая система координат* (БСК – $X_1Y_1Z_1$). Для удобства расчетов начало БСК совмещено с центром масс КА, а оси направлены вдоль его главных осей инерции (оси Кенига), которые определяются геометрией распределения масс в теле КА.

ИСК расположена в центре масс Земли с осью Z, направленной на северный полюс, ось X направлена в точку весеннего равноденствия, которая является пересечением плоскости эклиптики с экваториальной плоскостью Земли, а ось Y выбрана в соответствии с правилом правой тройки векторов. В начальный момент времени t_0 задаются координаты центра масс (ЦМ) КА и его скорость в ИСК (R_0, V_0).

Для описания вращения наноспутника вокруг центра масс используем углы эйлера θ, ψ, φ : угол прецессии ψ - это угол между осью X и линией узлов (линией пересечения плоскостей XY и X_1Y_1), угол нутации θ - это угол между осями Z и Z_1 , *угол собственного вращения* φ - угол между линией узлов и осью X_1 .

Любое вращение в трехмерном пространстве может быть представлено как композиция поворотов вокруг трех ортогональных осей (например, вокруг осей декартовых координат). Этой композиции соответствует матрица направляющих косинусов, равная произведению соответствующих трех матриц поворота. Матрица направляющих косинусов определяет вращение между ИСК и БСК. Координаты вектора в БСК ($X_{БСК}$) связаны с его координатами в ИСК ($X_{ИСК}$) соотношением

$$X_{БСК} = C_{Б-И} \cdot X_{ИСК},$$

где матрица перехода $C_{Б-И}$ равна

$$C_{Б-И} = R_1(\psi) \cdot R_2(\theta) \cdot R_3(\varphi),$$

Здесь матрицы,

$$\mathbf{R}_1(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ 0 & -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_2(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_3(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & 0 \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

определяют последовательность вращений относительно осей ИСК. Положительным углом при этом соответствует вращение вектора против часовой стрелки в правой системе координат.

Также можно воспользоваться готовым блоком, который имеется в библиотеке Matlab Simulink - блок для расчета матрицы направляющих косинусов (Rotation Angles to Direction Cosine Matrix), который позволяет осуществлять процедуру перехода от одной системы координат в другую.

Проекции угловой скорости вращения КА в БСК (p, q, r) определяются через углы Эйлера и их скорости $\dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{\varphi}$ формулами Пуассона:

$$\begin{aligned} p &= \dot{\psi} \sin(\theta) \sin(\varphi) + \dot{\theta} \cos(\varphi) \\ q &= \dot{\psi} \sin(\theta) \cos(\varphi) - \dot{\theta} \sin(\varphi) \\ r &= \dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

В начальный момент времени задаются углы Эйлера $\theta(t_0), \psi(t_0), \varphi(t_0)$ и координаты угловой скорости в БСК $p(t_0), q(t_0), r(t_0)$ и рассчитываются начальные $\dot{\theta}(t_0), \dot{\psi}(t_0), \dot{\varphi}(t_0)$

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \frac{p \cdot \sin(\varphi) + q \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\theta)} \\ \dot{\varphi} &= r - p \frac{\sin(\varphi)}{\tan \theta} - q \frac{\cos(\varphi)}{\tan \theta} \\ \dot{\theta} &= p \cdot \cos(\varphi) - q \cdot \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (2)$$

Эти данные подаются на блоки 2 и 3 для расчета движения КА на орбите.

2.2. Движение центра масс КА. Расчетная схема блока 2. Гравитационное поле Земли определяется его гравитационным потенциалом $U(x, y, z)$, который может быть различным в зависимости от выбора стандартной модели Земли. Их существует несколько. Здесь оно моделируется гравитационным полем материальной точки (или однородного шара) с массой Земли (M). В этом случае уравнение движения центра масс КА описываются уравнениями Ньютона:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) = 0,$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, гравитационная постоянная $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2}$, и масса Земли $M = 5.972 \cdot 10^{24} \text{ кг}$.

На рисунке 2 уравнения движения ЦМ КА представлены в виде блок – схемы Earth's gravity. На ее вход подаются координаты о положении центра масс наноспутника на орбите, а на выходе получается информация, о равнодействующей гравитационных сил, действующих на КА. Далее информация о действующей силе поступает в блок интеграторов, где ведется расчет орбитальной скорости и положения КА на орбите на основе (3).

Орбита наноспутника в этой модели является кеплеровой [10]. Плоскость орбиты проходит через центр Земли, перпендикулярно орбитальному вектору $\mathbf{n}$:

$$\mathbf{n} = \mathbf{r}(t_0) \times \mathbf{V}(t_0), \quad \mathbf{V} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad \mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)),$$

а линия узлов лежит в плоскости экватора и направлена вдоль вектора:

$$\mathbf{m} = e_3 \mathbf{r}$$

Уравнение орбиты в этой плоскости имеет вид :

$$r = \frac{P_f}{1 + \varepsilon \cos(U - v_{\text{пер}})} \quad (3)$$

Здесь параметры орбиты: фокальный радиус P_f и эксцентриситет ε – характеризуют ее форму, $v_{\text{пер}} = \text{const}$ – угловое расстояние перигея в плоскости орбиты от линии узлов, широта $U = v_{\text{пер}} + v$, v – истинная аномалия.

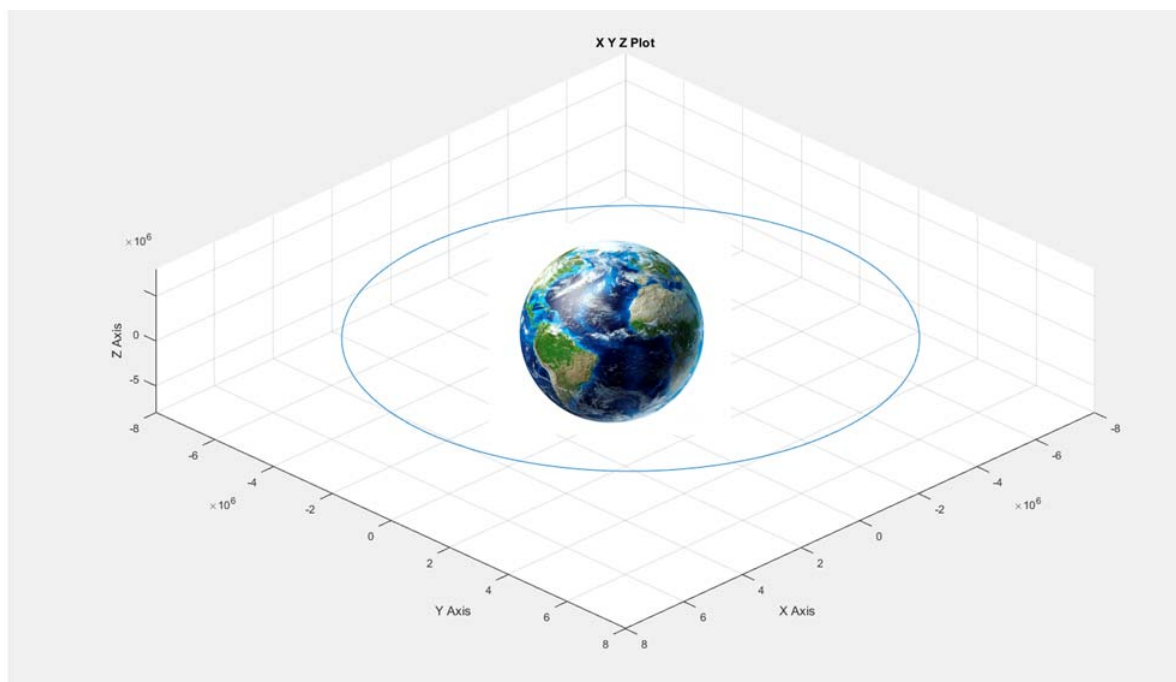


Рисунок 2 – Анимация траектории движения центра масс КА в гравитационном поле Земли, выполненная в программе Matlab (Simulink)

Моделировалось движение КА на высоких круговых и эллиптических орбитах. На рисунке 2 показана расчетная орбита, на которой определялась также ориентация КА.

В начальный момент времени спутник находился на расстоянии 400 км от поверхности Земли на оси X, и имел начальную скорость равную 7,772 км/с в направлении оси Y. Движению КА в гравитационном поле Земли с такими начальными условиями, будет соответствовать эллиптическая (экваториальная) орбита с параметрами: высота орбиты h – 400 км, период обращения T – 1.5 часа, наклонение μ – 0 градусов, эксцентриситет ε - 0.026, большая и малая полуоси a - 6960.5 км, b - 6957 км.

2.2. Вращение КА. Расчетная схема блока 3. Уравнения движения КА вокруг центра масс описываются динамическими уравнениями Эйлера в системе координат, связанной с осями Кенига[1,2,14]:

$$\begin{aligned} A \cdot \frac{dp}{dt} &= q \cdot r \cdot (B - C) + M_1 \\ B \cdot \frac{dq}{dt} &= p \cdot r \cdot (C - A) + M_2 \\ C \cdot \frac{dr}{dt} &= p \cdot q \cdot (A - B) + M_3 \end{aligned} \quad (4)$$

где A, B, C – главные моменты инерции КА, M_1, M_2, M_3 – проекции суммарного момента сил, действующих на КА, p, q, r – проекции вектора мгновенной угловой скорости вращения ω на оси Кенига:

$$\omega = p \cdot e_1 + q \cdot e_2 + r \cdot e_3 \quad (5)$$

e_1, e_2, e_3 – орты БСК.

В блоке 3 (6DOF Dynamics) проводится интегрирование системы (4) с учетом моментов действующих сил относительно центра масс. Их можно разделить на внешние, связанные с воздействием гравитационного поля Земли и аэродинамическими силами, и внутренние, которые зависят от намагниченности самого КА и действующего управляющего момента, обеспечивающего программное вращение КА на орбите, связанного с его назначением.

Ниже в таблице 2 приведены основные типы возмущений, которые были учтены при моделировании динамики КА на орбите в данной модели.

Таблица 2 – Основные типы возмущений

Внешние типы возмущений	Диапазон высоты, при котором источник может считаться доминирующим
Гравитационный момент	500 – 35000 км
Магнитный момент	500 – 35000 км
Гистерезисный момент	на всех высотах

2.3. Модель гравитационного момента. Расчетная схема блока 4. Гравитационный момент (M_g) является значительным источником углового момента для высокоорбитальных КА. Для того, чтобы вычислить гравитационный момент, действующий на спутник в текущий момент времени, необходимо знать положение КА на орбите, высоту и массовые характеристики спутника.

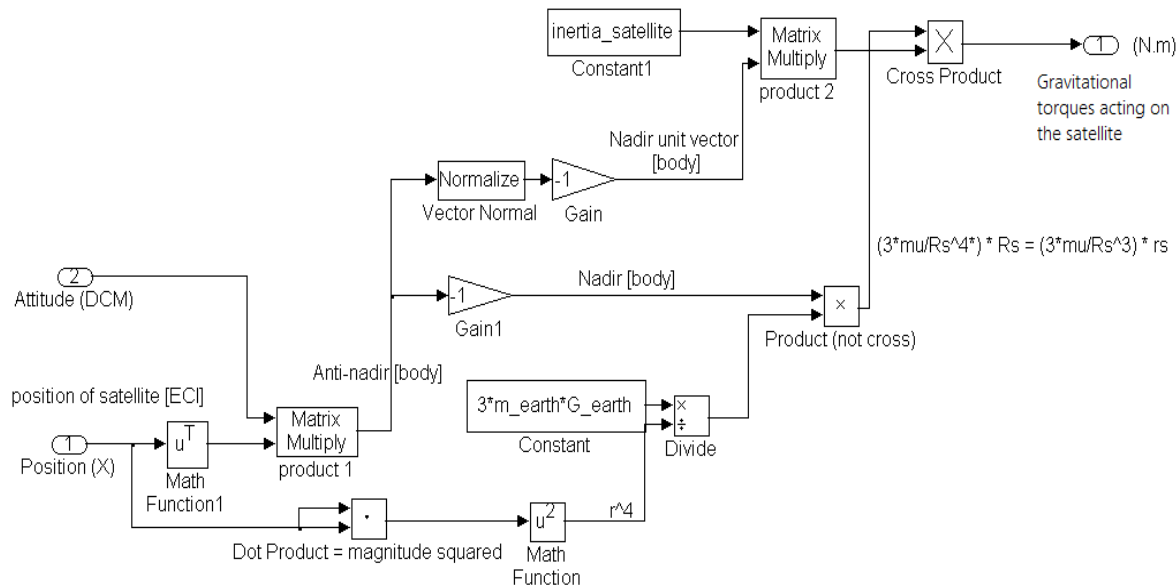


Рисунок 3 – Блок-схема расчета гравитационного момента Matlab (Simulink)

На рисунке 3 приведена блок – схема расчета гравитационного момента в системе Matlab (Simulink).

Для принятой модели гравитационного поля Земли здесь он вычисляется по формуле В.В. Белецкого [1,2]:

$$M_g = \frac{3\mu}{R_0^3} \cdot e_R \mathcal{C} e_R \quad (6)$$

где $\mathbf{e}_R$ – единичный вектор в направлении ЦМ КА: $\mathbf{e}_R = \mathbf{r}/R_0$, R_0 – расстояние от центра масс Земли до центра масс спутника, $\mathbf{J}$ – тензор инерции КА. В БСК они имеют вид:

$$\mathbf{M}_g = \tau_1 \cdot \mathbf{e}_1 + \tau_2 \cdot \mathbf{e}_2 + \tau_3 \cdot \mathbf{e}_3,$$

$$\tau_1 = \frac{3\mu}{R_0^3} \cdot (C - B) \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3, \quad \tau_2 = \frac{3\mu}{R_0^3} \cdot (A - C) \cdot \gamma_1 \cdot \gamma_3, \quad \tau_3 = \frac{3\mu}{R_0^3} \cdot (B - A) \cdot \gamma_1 \cdot \gamma_2, \quad (7)$$

где $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ – координаты $\mathbf{e}_R$ в БСК, определяются через скалярное произведение векторов: $\gamma_j = (\mathbf{e}_R, \mathbf{e}_j)$, $j = 1, 2, 3$.

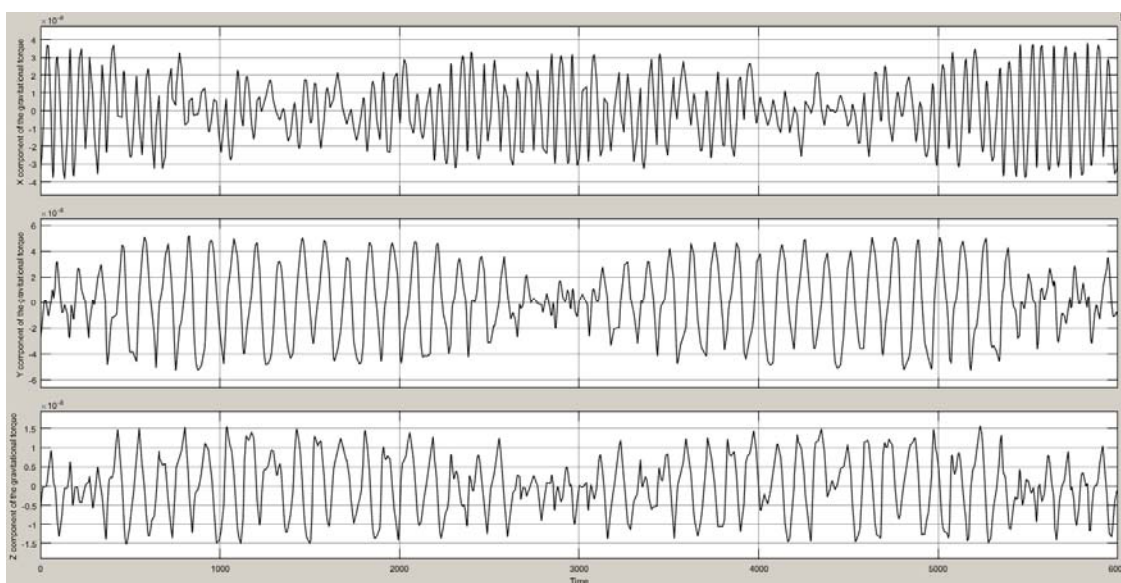


Рисунок 4 – Компоненты $(\tau_1 \tau_2 \tau_3)$ вектора гравитационного момента $\vec{M}_g$

На рисунке 4 приведены графики изменения компонент гравитационного момента в БСК на выше представленной расчетной траектории.

Как можно видеть из графика, на высоте в 400 км от поверхности Земли компоненты вектора гравитационного момента колеблются в пределах от $-4 \cdot 10^{-8}$ до $4 \cdot 10^{-8}$ Н·м. Для различных высот гравитационный момент, действующий на спутник, принимает разные значения, ослабевая с увеличением высоты.

2.4. Моделирование магнитного поля Земли. На вращение КА на околоземной орбите также влияет взаимодействие магнитного поля Земли и собственного магнитного поля КА, которое зависит от наличия на нем электрических токовых систем, постоянных магнитов, а также от намагничивания материала его оболочки. В большинстве прикладных задач магнитное поле Земли на высотах до 5000 км моделируется магнитным диполем (рисунок 5).

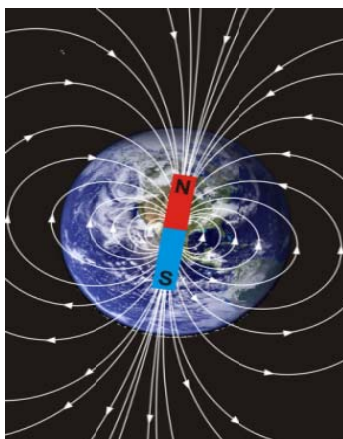


Рисунок 5 – Магнитное поле Земли как магнитный диполь (L-Shell magnetic field model)

Вектор плотности магнитного потока в некоторой точке $\mathbf{X}$ на орбите определяется формулой (World Magnetic Model 2010):

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}) = \frac{a^3 H_0}{|\mathbf{X}|^3} \cdot [3(\mathbf{e}_m \cdot \mathbf{e}_x) \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_m] \quad (8)$$

где $\mathbf{e}_m$ – единичный вектор оси магнитного диполя, $\mathbf{e}_x = \mathbf{X}/|\mathbf{X}|$, a – экваториальный радиус Земли, H_0 – напряженность магнитного поля на поверхности Земли (40 А/м). Приближение магнитного поля Земли вида (8) является достаточным для целей моделирования. Для более точных моделей необходимо измерение магнитного поля вдоль орбиты.

Известно, что магнитная ось Земли не совпадает с осью вращения и смещается с течением времени. Если пренебречь отклонением географического и магнитного полюсов Земли (около 11.5 °), то $\mathbf{e}_m = \mathbf{E}_z$. Здесь при моделировании было учтено, что ось магнитного диполя может не совпадать с осью вращения Земли.

2.5. Магнитные моменты, действующие на КА. Магнитные эффекты могут быть использованы для контроля и стабилизации положения спутника на орбите. Известно, что магнитный диполь, помещенный в магнитное поле, испытывает угловой момент в результате чего, диполь ориентируется по направлению магнитных силовых линий, подобно стрелке компаса, указывающей на север. Пассивная магнитная стабилизация использует набор постоянных магнитов, для того чтобы, ориентировать спутник по отношению к магнитному полю Земли. Кроме того возникает намагниченность КА от действия бортовой электроники, его радиокomплекса. Оболочка КА также быстро намагничивается магнитным полем Земли и как следствие, возникает гистерезисная картина, которая создает эффект затухания угловой скорости вращения спутника.

2.5.1. Геомагнитный момент. Расчетная схема блока 5 (Torque Coils). Здесь магнитный момент M_{mgn} , действующий на КА, обусловленный геомагнитным полем, моделируется взаимодействием дипольных магнитных моментов по формуле [3]:

$$\mathbf{M}_{\text{mgn}} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}(\mathbf{X}_{\text{mc}}) \quad (8)$$

где $\mathbf{m}$ – магнитный дипольный момент КА [А·м²], $\mathbf{B}(\mathbf{X}_{\text{mc}})$ – вектор напряженности геомагнитного поля в центре масс КА.

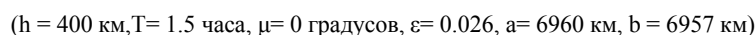


Рисунок 7 – Компоненты (τ_1 τ_2 τ_3) вектора магнитного момента $\vec{M}_{mgn}$

2.5.2 Магнитный гистерезисный момент. Явление магнитного гистерезиса связано с намагничиванием и размагничиванием магнитного материала при изменении напряженности внешнего магнитного поля[6]. При движении и вращении КА в геомагнитном поле материал его оболочки намагничивается и размагничивается вдоль кривой гистерезиса, зависящей от его

свойств. При этом возникает дополнительный магнитный момент, влияющий на вращение КА на орбите. На рисунке 8 приведена кривая намагничивания ферромагнитного материала, где H_c – коэрцитивная сила, B_r – остаточная намагненность, B_s – насыщение плотности магнитного потока.

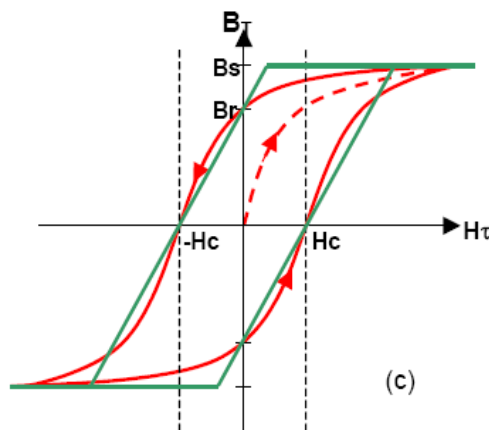


Рисунок 8 – Моделирование петли гистерезиса в Matlab, Simulink

Для расчета гистерезисного магнитного момента вначале вектор магнитной индукции $\mathbf{B}$ геомагнитного поля в месте нахождения КА определяется с использованием модели WMM 2010, которая описана в параграфе 2.4. Затем, с помощью матрицы перехода от ИСК в БСК, определяются его компоненты в БСК.

$$\mathbf{B}_{\text{Земли}}^{\text{БСК}} = (\mathbf{C}_{\text{и-б}})^{-1} \cdot \mathbf{B}_{\text{Земли}}^{\text{ИСК}} \quad (9)$$

где $\mathbf{C}_{\text{и-б}}$ – матрица перехода от ИСК в БСК.

Плотность магнитного поля вычисляется с использованием приближенной модели петли гистерезиса, описанной выше:

$$\mathbf{B}_{\text{Г.М}} = \mathbf{F}_{\text{гистер}}(\mathbf{H}_{\text{Земли}}) \quad (10)$$

где $\mathbf{H}_{\text{Земли}}$ – вектор напряженности геомагнитного поля, $\mathbf{F}_{\text{гистер}}$ – функция описывающая кривую петли гистерезиса

$$\mathbf{H}_{\text{Земли}} = \frac{\mathbf{B}_{\text{Земли}}^{\text{БСК}}}{\mu_0} \quad (11)$$

$\mu_0 = 1.256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{ГН}}{\text{М}}$ [6]. Магнитный момент гистерезисного материала определяется формулой [6]:

$$\mathbf{m}_{\text{гистер}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{гистер}} \cdot \mathbf{B}_{\text{Г.М}}}{\mu_0} \quad (12)$$

где $\mathbf{V}_{\text{гистер}}$ – векторный объем гистерезисного материала [11,13,15-16]. Гистерезисный магнитный момент, действующий на КА, рассчитываем по формуле

$$\mathbf{M}_{\text{гистер}} = \mathbf{m}_{\text{гистер}} \cdot \mathbf{B}_{\text{Земли}}^{\text{БСК}} \quad (13)$$

На рисунке 9 приведена реализация модели гистерезисного момента, действующего на спутник вследствие намагничивания магнитных материалов, при движении КА вокруг магнитного поля Земли.

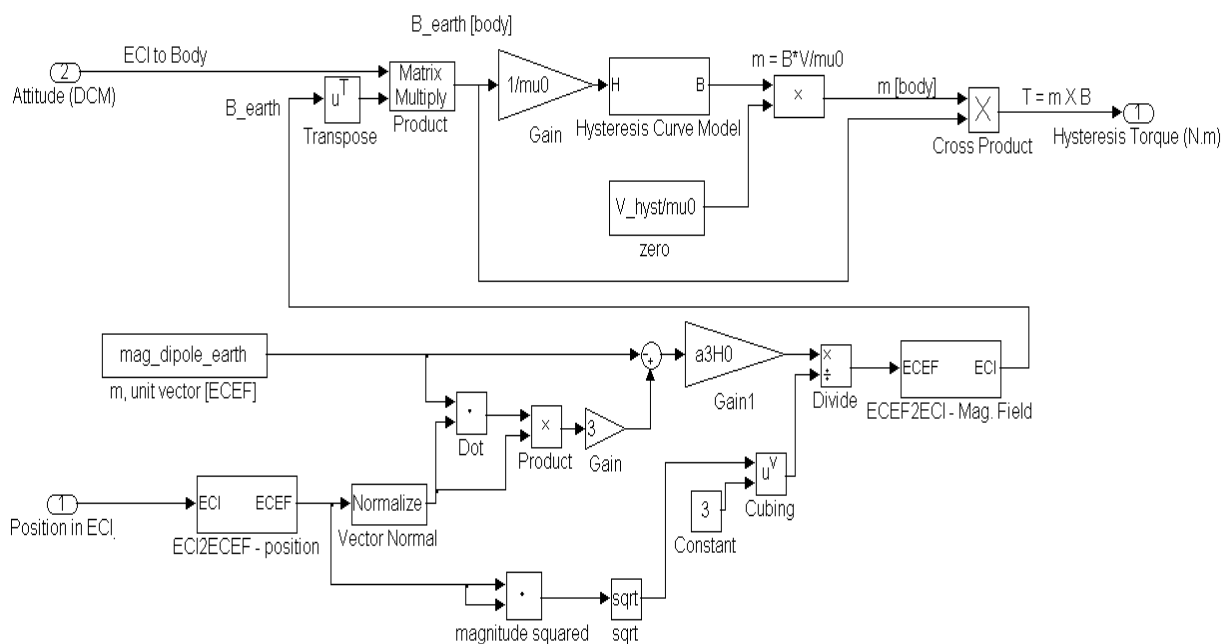


Рисунок 9 - Блок-схема расчета магнитного момента, вызванного гистерезисным материалом оболочки КА

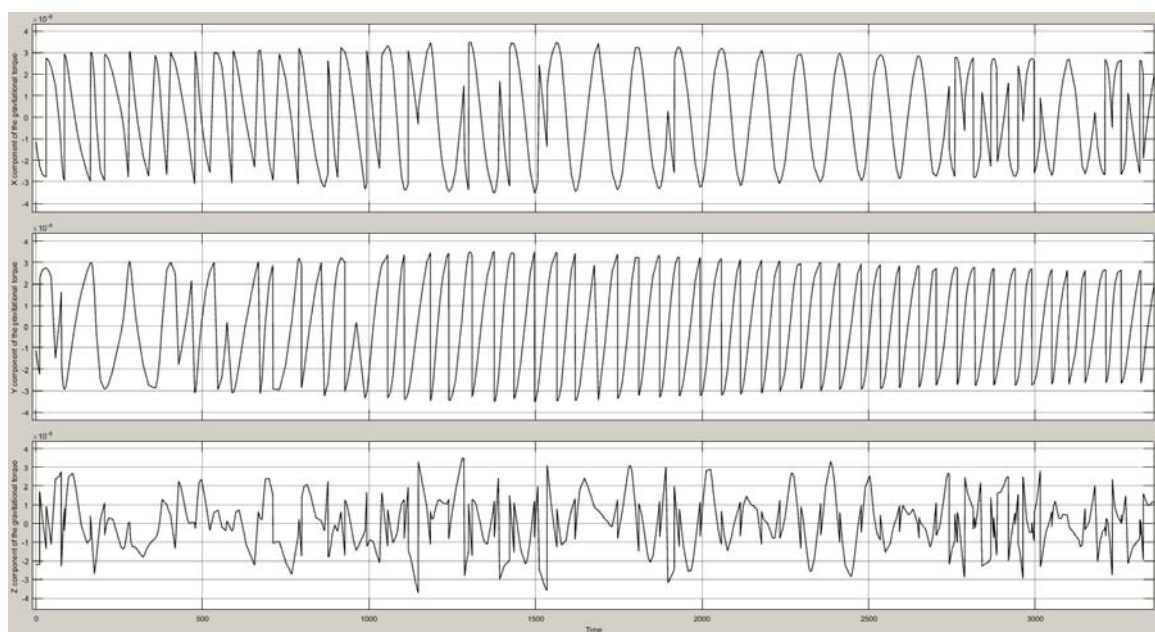


Рисунок 10 – Компоненты (τ_1 τ_2 τ_3) вектора гистерезисного момента в БСК, действующего на КА

На рисунке 10 показаны компоненты вектора гистерезисного магнитного момента, действующего на спутник в БСК, в течение одного периода движения КА по орбите. На графике видно, что на высоте в 400 км от поверхности Земли компоненты вектора гистерезисного момента колеблются в пределах от $-3.5 \cdot 10^{-6}$ до $3.5 \cdot 10^{-6}$ Н.м.

3. Моделирование движения КА на экваториальной эллиптической орбите. Численный эксперимент. Здесь приведены результаты, которые были получены на основе анализа и

моделирования движения КА в среде Matlab Simulink. При моделировании были учтены гравитационные, магнитный и гистерезисный моменты, действующие на движение КА. Здесь не учитывались аэродинамические силы и аэродинамический момент, которые на высотах уже выше 300 км незначительны, а на рассмотренной высоте практически нулевые (высокоорбитальный КА).

В таблице 2 и 3 приведены данные, которые были использованы при моделировании динамики наноспутника «Политех-1». Значения главных моментов инерции относительно центра масс КА были получены путем математических расчетов, используя данные о массе и размерах спутника, в среде MathCad 14.

Таблица 2 – Расчетные характеристики наноспутника

Параметры КА	Значения
Масса	3 кг
Размеры	10Ч10Ч30 см ³
Моменты инерции	(0.0815; 0.09; 0.11) кг·м ²
Магниты	Значения
Полный объем	0.59 см ³
Магнитный диполь	0.34 А·м ²
Ферромагнитный материал	Значения
Объем ферромагнитного материала (по направлениям x и y)	0.20 см ³ (в направлении x) 0.20 см ³ (в направлении y)
Насыщение	0.73 Тесла
Коэрцитивная сила	1.59 А/м

Таблица 3 – Параметры орбиты наноспутника в ИСК

№	Параметры орбиты спутника в ИСК	Значения параметров
1	Высота орбиты	400 км
2	Орбитальная скорость движения (для экваториальной орбиты)	7,772 км/с
3	Период обращения (для экваториальной орбиты)	~1.5 часа
4	Наклонение орбиты	0° (градусов)
5	Эксцентриситет	0.026
6	Большая полуось орбиты	6960.5 км
7	Малая полуось орбиты	6957 км

Также был реализован блок (six – degrees – of – freedom equations of motion) для расчетов углов Эйлера, траектории движения спутника, направляющих косинусов (необходимых для перехода из одной системы координат в другую, в данном случае из ИСК в БСК и наоборот), скорости изменения углов вращения и орбитальной скорости спутника. На рисунке 11 показана реализация всей схемы в целом, всех блоков.

На рисунках 12 – 13 приведены результаты моделирования движения КА на эллиптической орбите. На первом рисунке 12 приведены два графика, на первом графике показаны компоненты вектора орбитальной положения спутника на втором скорости, абсолютное значение которой в момент времени $t = 0$, равно приблизительно 7,7 км/с.

Как и должно быть, компоненты скорости спутника изменяются периодически с периодом - 1,5 часа. Движение происходит в плоскости XY, так как компонента V_z равна нулю, в течение всего периода времени.

На рисунке 13 – 16 представлены графики эйлеровых углов (ϕ, θ, ψ), определяющие ориентацию спутника в ИСК. Начальные угловые скорости ($\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$) и положения (ϕ, θ, ψ) КА во всех случаях были выбраны произвольно. Для сравнения воздействия на ориентацию спутника различных моментов расчеты ориентации провели отдельно для каждого момента, а затем с учетом их суммарного воздействия.

Рисунок 13 соответствует случаю, когда момент сил, действующих на КА равен 0. Первая кривая показывает изменение угла $\psi(t)$ в течении всего периода движение КА по орбите ($T = 6000$ с), соответственно второй график показывает изменение угла собственного вращения $\phi(t)$, а третий изменение узла нутации – $\theta(t)$ КА. Такой же порядок соблюдается и на рисунках 14 – 16.

Рисунки 14 – 15 соответствует случаям, когда на КА учитывается только либо магнитный момент, обусловленный магнитным полем Земли, либо гравитационный момент, обусловленный гравитационным полем Земли. Рисунок 16 соответствует случаю, когда на КА действует суммарный (гравитационный, магнитный и гистерезисный) момент.

На рисунке 13 показан случай, когда суммарный внешний момент, действующий на КА, равен 0. Как можно увидеть из графика, КА вращается с почти постоянной угловой скоростью ($\omega_3 = 0.05$ рад/с) вокруг оси X_3 , которая жестко связана с КА, и в то же время прецессирует вокруг оси Z неподвижной системы координат сначала в одном направлении потом в обратном с периодом приблизительно 1,5 минуты. Одновременно с вращением и прецессией КА наблюдается колеблющаяся нутация (с периодом около 1,3 мин) около начального угла.

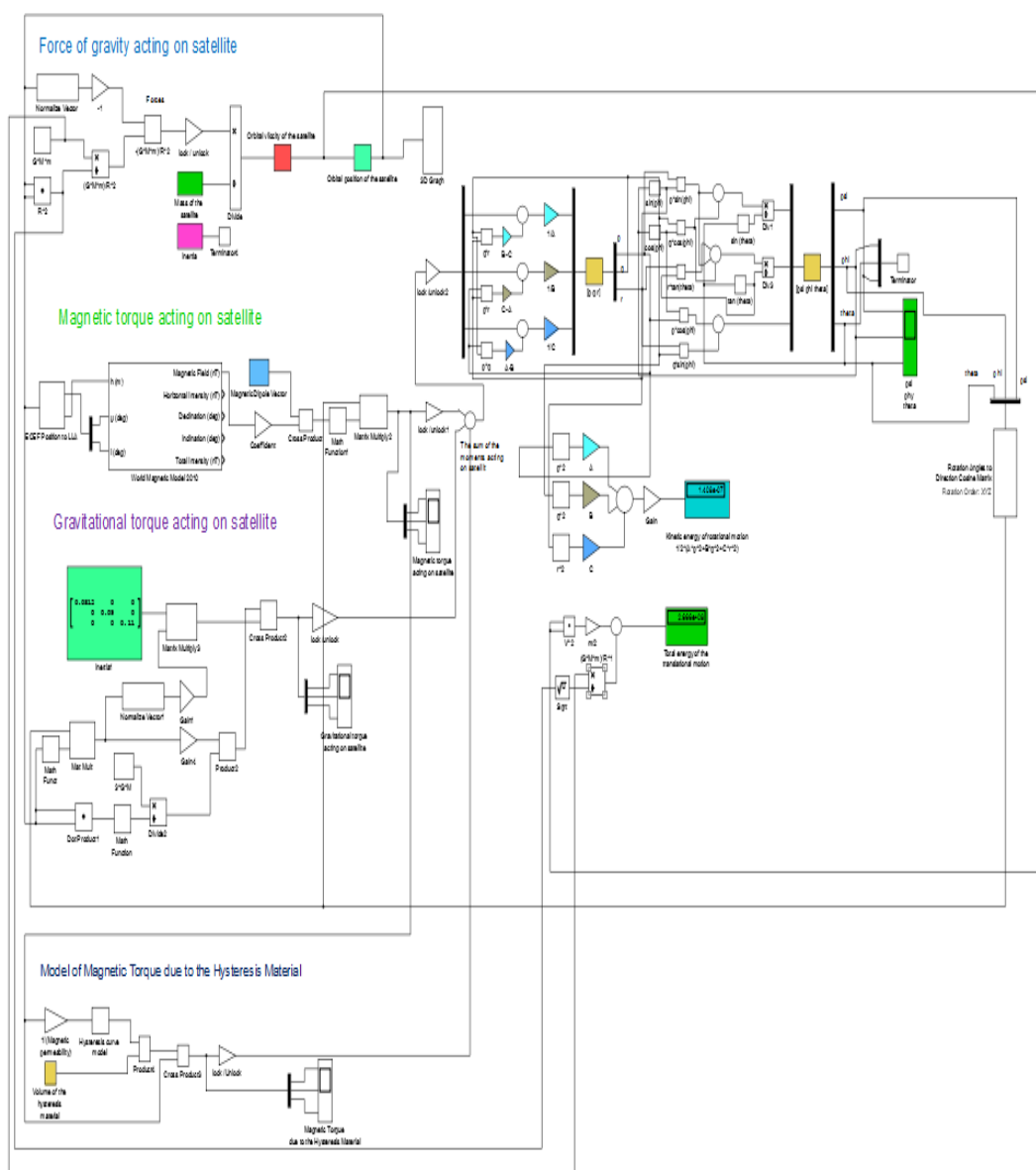
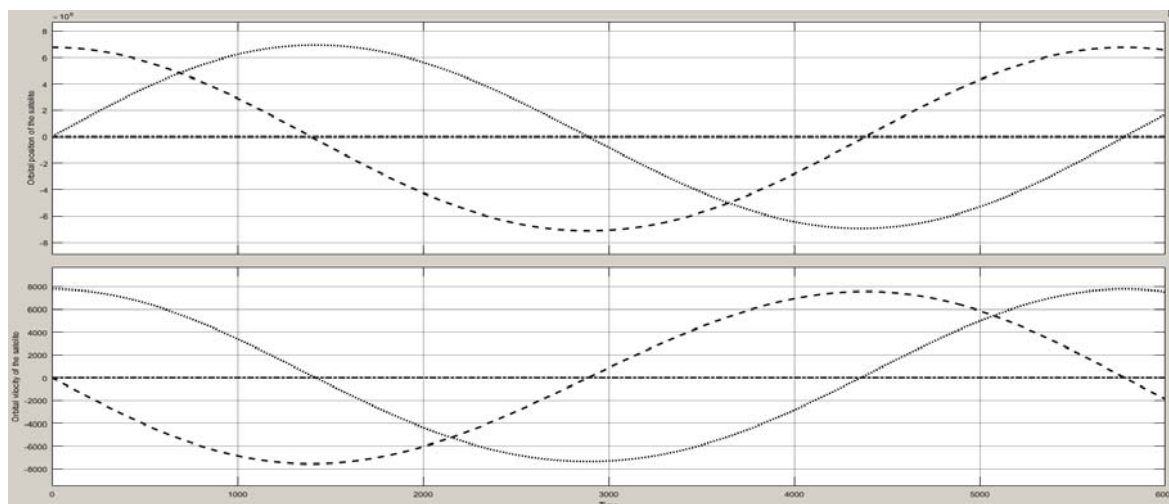
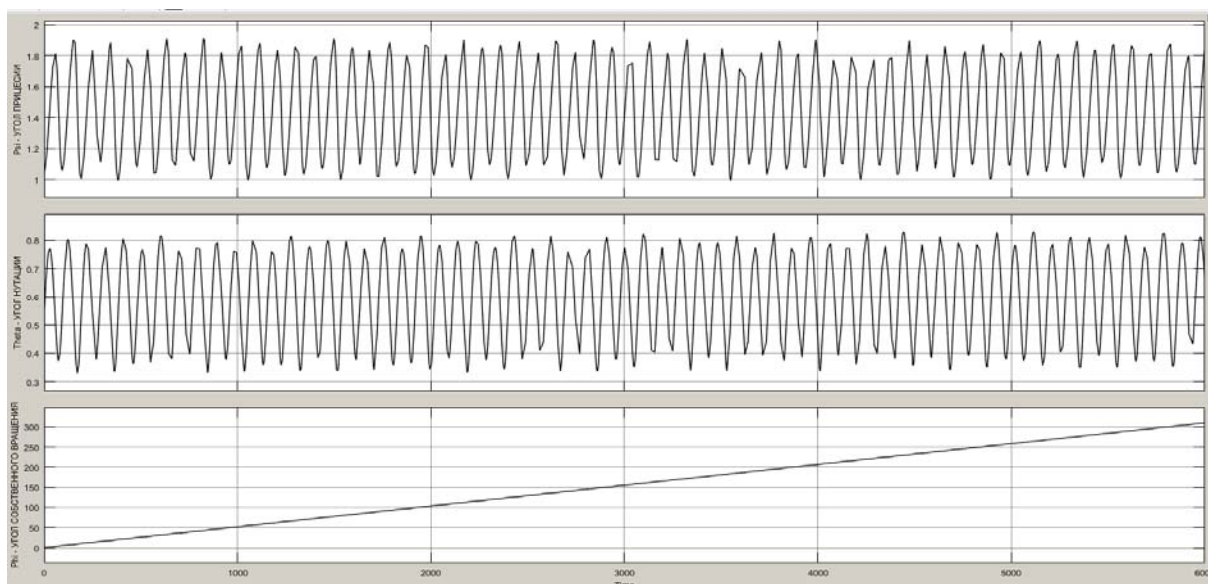


Рисунок 11 – Общая блок-схема модели движения наноспутника «Политех-1» под действием внешних сил и моментов в среде Matlab (Simulink)



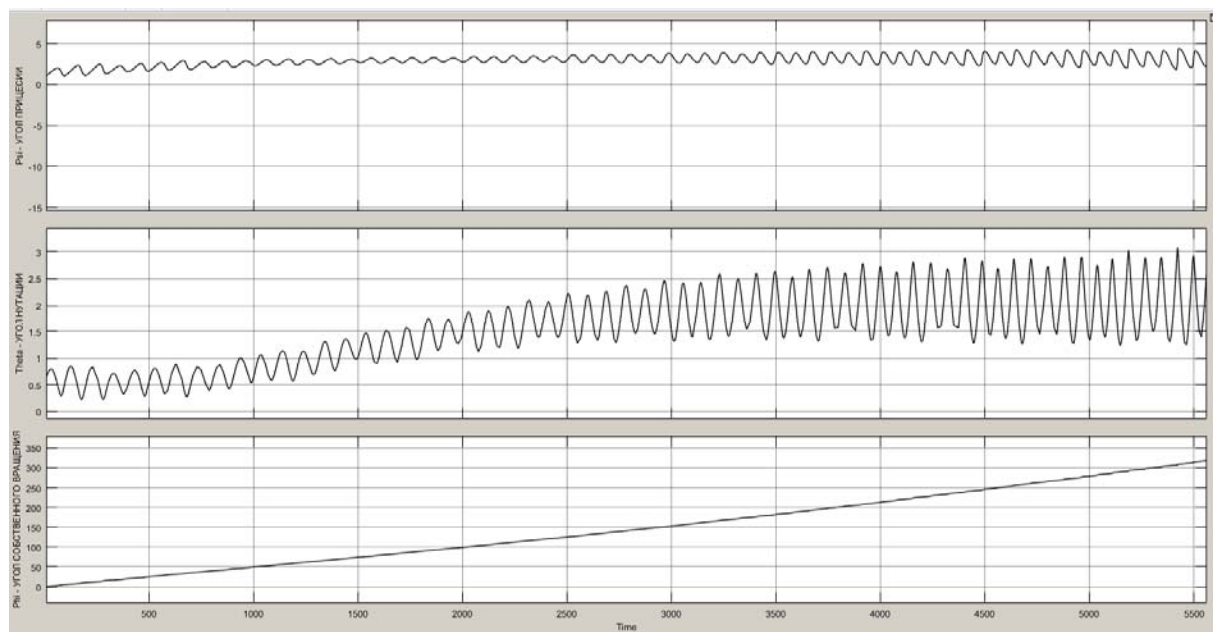
($V_0 = [0 \ 7.768 \ 0]$ км/с, $R_0 = [6778 \ 0 \ 0]$ км, $T = 6000$ с; Z – пунктирная кривая с точками, X – точечная кривая, Y – пунктирная кривая)

Рисунок 12 – Орбитальное положение КА (верхний график) и Скорость КА (нижний график) на экваториальной орбите



$(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = [0.01 \ -0.01 \ 0.05]$ рад/с, $(\psi, \theta, \phi) = [\pi/3 \ \pi/4 \ \pi/6]$ рад, $T = 6000$ с

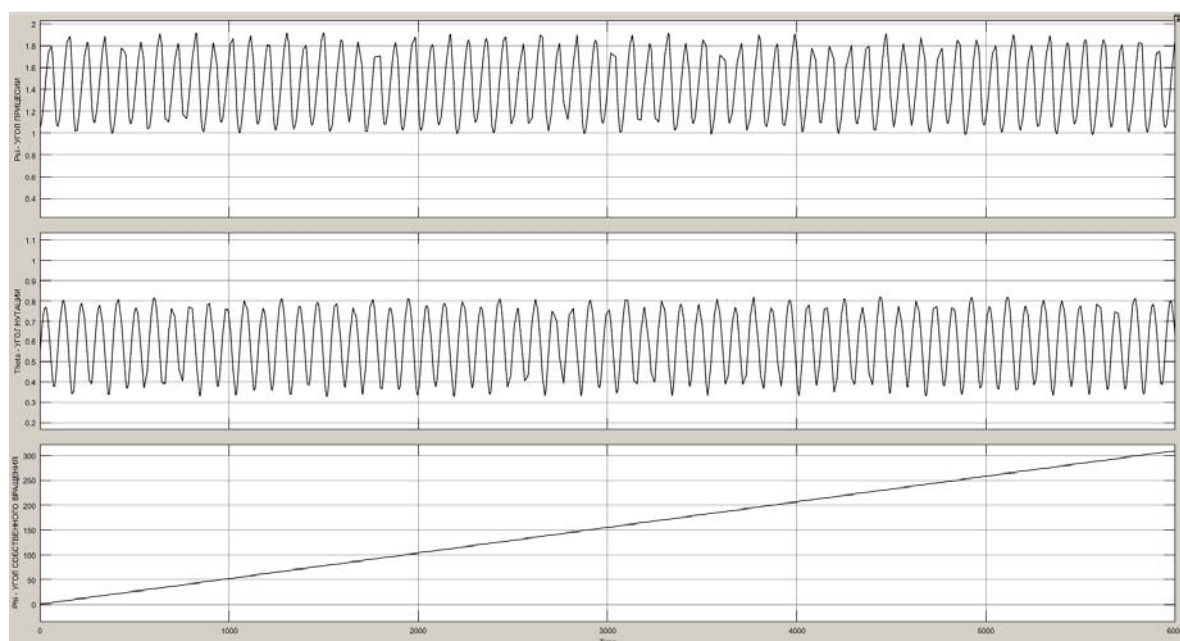
Рисунок 13 – Изменение эйлеровых углов ψ, ϕ, θ при движении КА на экваториальной орбите в отсутствии внешнего момента



$$(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = [0.01 \ -0.01 \ 0.05] \text{ рад/с}, (\psi, \theta, \phi) = [\pi/3 \ \pi/4 \ \pi/6] \text{ рад}, T = 6000 \text{ с}$$

Рисунок 14 – Изменение эйлеровых углов ψ, θ, ϕ при движении КА на экваториальной орбите с учетом магнитного момента

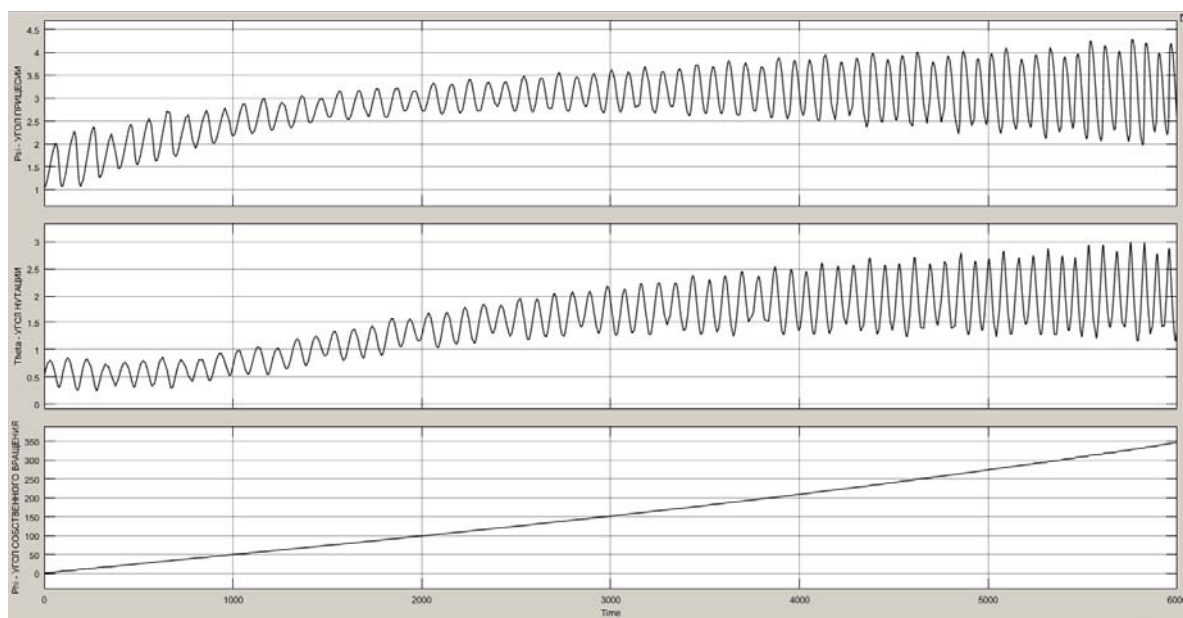
На рисунке 14 рассмотрен случай, когда на КА действует только геомагнитный момент. Как и в случае отсутствия внешних моментов, так и в этом, КА вращается с той же самой угловой скоростью вокруг оси X_3 , и совершает прецессионное движение с такой же частотой, но с нарастающим углом ψ . Также наблюдается изменение угла нутации θ со временем. Угол θ совершает вначале периодические колебания с той же амплитудой около начального угла, что и на рисунке 13, но с большим периодом (1,83 минуты). На 16 минуте после начала θ начинает заметно возрастать, переходя на колебания все с большей амплитудой, но уже около угла $\pi/2$.



$$(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = [0.01 \ -0.01 \ 0.05] \text{ рад/с}, (\psi, \theta, \phi) = [\pi/3 \ \pi/4 \ \pi/6] \text{ рад}, T = 6000 \text{ с}$$

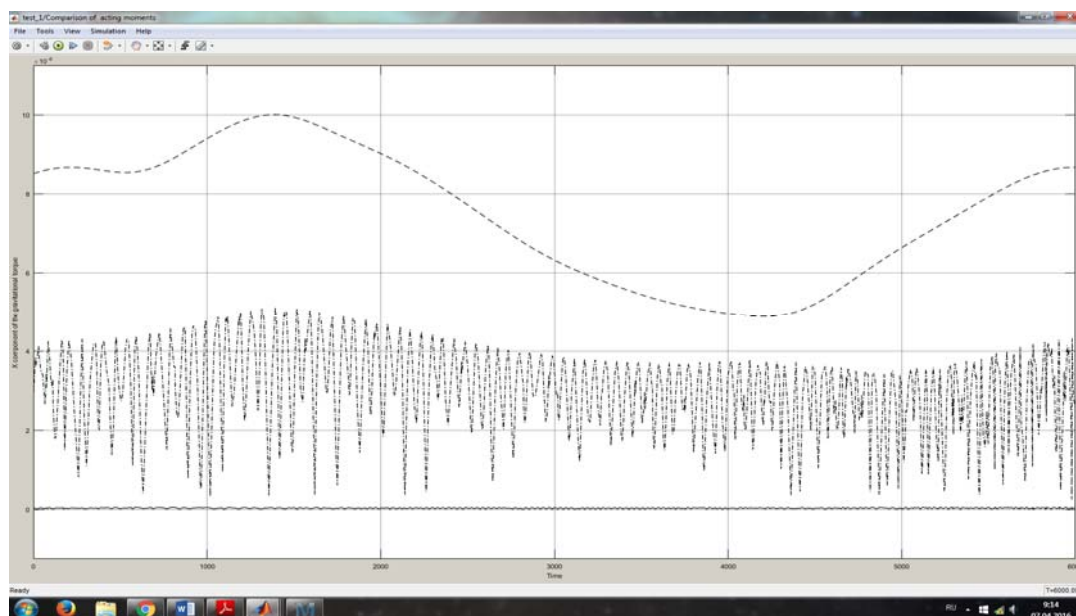
Рисунок 15 – Изменение эйлеровых углов ψ, θ, ϕ при движении КА на экваториальной орбите с учетом гравитационного момента

На рисунке 15 показан случай, когда на КА действует только гравитационный момент. Как будет показано ниже, ввиду малости значения гравитационного момента, по сравнению с геомагнитным, значительных изменений углов Эйлера при воздействии только гравитационного момента не происходит. Движение КА сопровождается небольшими изменениями угла прецессии и угла нутации при неизменной угловой скорости вращения вокруг главной оси инерции Z_1 .



$$(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = [0.01 \ -0.01 \ 0.05] \text{ рад/с}, (\psi, \theta, \phi) = [\pi/3 \ \pi/4 \ \pi/6] \text{ рад}, T = 6000 \text{ с}$$

Рисунок 16 – Изменение эйлеровых углов ψ, θ, ϕ при движении КА на экваториальной орбите с учетом действующих моментов сил



(M_{mgn} – пунктирная кривая, $M_{\text{гистер}}$ – кривая пунктир-точка, M_g – непрерывная кривая)

Рисунок 17 – Изменение модулей магнитного, гистерезисного и гравитационного моментов, действующих на КА со временем.

В случае учета всех действующих моментов на КА (рис.16) происходит значительное изменение углов ψ и θ . КА вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_3 \approx 0.05$ рад/с вокруг оси Z_1 и прецессирует вокруг оси Z неподвижной системы координат с минимальным размахом $\psi_{\min} \approx 0,5$

рад на 33 минуте и с максимальным $\psi_{\max} \approx 2.75$ рад по завершению цикла. Также изменяется и угол нутации θ с колебанием в окрестности $\theta \approx 2$ рад.

На рис. 17 приведены графики модулей векторов действующих внешних моментов на КА со временем. На графике видно, что наиболее значительным источником действующих на КА возмущений на высоте 400 км от поверхности Земли являются магнитный и гистерезисный моменты.

Таблица 4 – Средние значения моментов действующих сил на КА на высоте $h = 400$ км

№	Внешние типы возмущений	Среднее значение моментов за полпериода в [Н·м]
1	Гравитационный момент	$7.4 \cdot 10^{-8}$
2	Магнитный момент	$8 \cdot 10^{-6}$
3	Гистерезисный момент	$3 \cdot 10^{-6}$

Геомагнитный момент, действующий на КА, в 2,5 раза превосходит гистерезисный момент и более чем в 100 раз превосходит гравитационный на этой орбите. В таблице 4 приведены средние значения моментов действующих сил на КА на высоте 400 км.

Заключение. Разработанный программный комплекс позволяет моделировать орбитальное движение спутников вокруг центра масс на различных околоземных орбитах. Угол наклона орбиты к экватору, как и параметры орбиты, определяются начальной скоростью и начальным положением его центра масс. Характер вращения зависит от начальных угловых скоростей спутника и его положения на орбите. Варьирование этих параметров позволяет моделировать широкий класс орбитальных движений космических аппаратов с учетом их физико-механических свойств (массы, тензора инерции, свойств его намагничивания и наличия магнитных систем).

Моделирование в системе Matlab Simulink очень удобно для модификации модели движения космического аппарата для ее уточнения. Как известно, помимо гравитационного и магнитного воздействия на его движение, на низких орбитах следует учитывать и аэродинамическое сопротивление, и аэродинамический момент, влияющий на его вращение. На высоких орбитах существенной, в сравнении с другими силами, является сила светового давления и создаваемый ею вращательный момент. Подключение к вышеприведенной блок-схеме имитатора орбитальной среды модульных блоков расчета таких сил и моментов позволяет сравнительно легко строить усложненные модели, более точно моделирующие орбитальное движение космических аппаратов.

Программное движение наноспутника на орбите связано с его назначением. Для его реализации на основе данной модели в этой же системе разрабатывается программный комплекс системы управления ориентацией наноспутника на орбите с использованием бортовых магнитных систем, обработка которой будет проводиться на той же стендовой базе ЦУП.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Белецкий В.В. Движение искусственного спутника Земли относительно центра масс. - М.: "Наука".- 1965. 416 с.
- [2] Белецкий В. В. Движение спутника вокруг центра масс в гравитационном поле Земли. – Москва: "Наука".- 1977.- 300 с.
- [3] Белецкий В.В., Хентов А.А. Вращательное движение намагниченного спутника М.: "Наука".- Главная редакция физико-математической литературы.- 1985.-424 с.
- [4] Бранец В.Н., Севастьянов Н.Н., Федулов Р.В. Лекции по теории систем ориентации, управления движением и навигации. - М.: МГУ, 2013. - 313 с.
- [5] Проблемы ориентации искусственных спутников Земли / Под ред. С.Ф.Сингера. - М.: "Наука".- 1966. -460 с.
- [6] Бозорт Р. Ферромагнетизм.- Москва: Изд-во иностранной литературы.- 1956. -248 с.
- [7] Сарычев В.А., Овчинников М.Ю. Магнитные системы ориентации искусственных спутников Земли // Итоги науки и техники. Сер.: Исследование космического пространства.- М.: ВИНТИ. -Том 23. -1985.- 414 с.
- [8] Гончарский А.А., Хентов А.А. О некоторых режимах вращения намагниченного гиростата в геомагнитном поле // Радиофизика.- Т. 15.-N 11.- 1972.- С.45-59.

- [9] Сидоренко В.В. Об одном классе движений спутника, несущего сильный магнит // Космич. исслед. -2002.-Тю 40.-N 2.-С.112-124.
- [10] Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета. М. "Наука".-1974.-445 с.
- [11] Samir A. Rawashdeh, James E. Lumpp, Jr. Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit // Space Systems Laboratory, Electrical and Computer Engineering, University of Kentucky, Lexington, KY
- [12] Интернет ресурс - <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/DoDWMM.shtml>
- [13] David T. Gerhardt. Passive Magnetic Attitude Control for CubeSat Spacecraft // University of Colorado, Boulder, CO80309
- [14] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 1. Механика // М.:Наука, 1965, 204 с.
- [15] Фейнман Р.Ф., Лейтон Р.Б., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 5. Электричество и магнетизм. Пер. с англ./ под ред. Я.А. Смородинского. Изд. 3-е, испр. – М.: Едиториал, 2004. – 304 с.
- [16] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.6: Электродинамика. Перевод с англ. - М.: УРСС, 2004. - 352 с.

REFERENCES

- [1] Beleckij V.V. Dvizhenie iskusstvennogo sputnika Zemli otnositel'no centra mass. - М.: "Nauka".- 1965.-416 s.
- [2] Beleckij V. V. Dvizhenie sputnika vokrug centra mass v gravitacionnom pole Zemli.- Moskva: "Nauka".-1977.- 300 s.
- [3] Beleckij V.V., Hentov A.A. Vrashhatel'noe dvizhenie namagnichennogo sputnika M.: "Nauka".- Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoy literatury.- 1985.-424 s.
- [4] Branec V.N., Sevast'janov N.N., Fedulov R.V. Lekcii po teorii sistem orientacii, upravlenija dvizheniem i navigacii. - М.: MGU, 2013. - 313 s.
- [5] Problemy orientacii iskusstvennyh sputnikov Zemli / Pod red. S.F. Singera. - М.: "Nauka".- 1966. -460 s.
- [6] Bozort R. Ferromagnetizm.- Moskva: Izd-vo inostrannoj literatury.- 1956. -248 s.
- [7] Sarychev V.A., Ovchinnikov M.Ju. Magnitnye sistemy orientacii iskusstvennyh sputnikov Zemli // Itogi nauki i tehniki. Ser.: Issledovanie kosmicheskogo prostranstva.- М.: VINITI. Tom 23. 1985. 414 s.
- [8] Goncharskij A.A., Hentov A.A. O nekotoryh rezhimah vrashhenija namagnichennogo girostata v geomagnitnom pole // Radiofizika.- T. 15.-N 11.- 1972.- S.45-59.
- [9] Sidorenko V.V. Ob odnom klasse dvizhenij sputnika, nesushhego sil'nyj magnit // Kosmich. issled. -2002.-Tju 40.-N 2.- С.112-124.
- [10] Ohocimskij D.E., Siharulidze Ju.G. Osnovy mehaniki kosmicheskogo poleta. М. "Nauka".-1974.-445 s.
- [11] Samir A. Rawashdeh, James E. Lumpp, Jr. Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit // Space Systems Laboratory, Electrical and Computer Engineering, University of Kentucky, Lexington, KY
- [12] Internet resurs - <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/DoDWMM.shtml>
- [13] David T. Gerhardt. Passive Magnetic Attitude Control for CubeSat Spacecraft // University of Colorado, Boulder, CO80309
- [14] Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika. Tom 1. Mehanika // М.: Nauka, 1965, 204 s.
- [15] Fejnman R.F., Lejton R.B., Sjends M. Fejnmanovskie lekcii po fizike. Vyp. 5. Jelektrichestvo i magnetizm. Per. s angl./ pod red. Ja.A. Smorodinskogo. Izd. 3-e, ispr. – М.: Editorial, 2004. – 304 s.
- [16] Fejnman R., Lejton R., Sjends M. Fejnmanovskie lekcii po fizike. T.6: Jelektrodinamika. Perevod s angl. - М.: URSS, 2004. - 352 s.

«MATLAB SIMULINK» ЖҮЙЕСІНДЕ ЖЕРДІҢ ГРАВИМАГНИТТІК ЖАЗЫҒЫНДАҒЫ ҒАРЫШ АППАРАТТЫҢ ДИНАМИКАСЫН МОДЕЛЬДЕУ

Б.Т. Сүйменбаев, Л.А. Алексеева, Ж.Б. Сүйменбаева, С.Р. Гусейнов

Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ Ұлттық Зерттеу Университеті, Алматы қаласы

Түйін сөздер: спутниктің динамикасы, орбиталық қозғалыс, айналыс, Эйлер бұрышы, Эйлер теңдеуі, геомагниттік жазықтығы, гравитациялық уақыт, магниттік уақыт, модельдеу, Matlab Simulink.

Аннотация. Абсолюттік қатты дене модельдер негізінде жердің гравимагниттік жазығындағы наноспутниктер динамикасын Matlab Simulink жүйесіндегі математикалық модельдеудің екі негізгі кезеңге бөлінгені жұмыста көрсетілген: гравитациялық жазықтықтағы наноспутниктің орталық салмақтың ілгерілемелі қозғалыстың механикасын және гравитациялық, магниттік күш және магниттенгендік спутниктің өзінің ықпалын есепке алумен өздік айналымды қозғалысының орталық салмағымен модельдеу. Орбиталық ортаның еліктегіші өңделді, оның құрамдас бөліктері сипатталды. Өңделген модель негізінде Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университетінде стендтік базасындағы ұшуды басқару орталығында өңделетін, ғылыми білім беру наноспутниктің параметріне жақын, наноспутниктің орбиталық қозғалысының көп нұсқадағы есептері келтірілген. Экваторлық эллипстік орбитасының орталығы маңайындағы спутник қозғалысының есептері және оған әсер ететін күштер мен уақыттарының нәтижелері келтірілген.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 208 – 213

УДК 512.81

СТРУКТУРНЫЕ СВОЙСТВА (α, β) – КОММУТАТИВНЫХ АЛГЕБР

К.М. Туленбаев, Ж.Н. Шаймарданова, Б. Габдуллин

Университет им. Сулеймана Демиреля, Алматы, Казахстан

Ключевые слова и фразы: свободная часть, полиномиальная часть, коммутативные, коммутирующие алгебры.

Аннотация. В данной статье вычислены полилинейная и свободные части (α, β) -Бикоммутативных алгебр. Доказана ассоциативность и нильпотентность A^2 . Одной из важных проблем современной алгебры является изучение свободной алгебры, удовлетворяющие некоторые тождества. Построение базовых элементов, нахождение последовательности характера, построения полилинейной части и нахождения размер или асимптотического роста являются частями этой проблемы. На этой точке зрения многообразий ассоциативных алгебр, разновидностей ассоциативной и коммутативной алгебры и многообразия алгебры Ли хорошо изучены. Например, свободная ассоциативная коммутативные алгебры полиномиальные алгебры. Соединения однородных многочлен и симметричных полином используются во многих ветви математики и физики.

Свободная ассоциативная алгебра является тензорная алгебра, ее полилинейная часть изоморфна регулярным модуль симметрической группы. Есть много других интересных классов алгебр для того, что проблемы на свободных алгебр остается как сложная задача. Например, очень мало известно о свободном альтернативные алгебры, свободные алгебры Мальцева, даже свободные коммутативные алгебры.

Пусть $com = t_1 t_2 + t_2 t_1$, $acom = t_1 t_2 - t_2 t_1$, коммутативными и анти-коммутативных многочленов $ass = (t_1, t_2, t_3) = t_1(t_2 t_3) - (t_1 t_2)t_3$ ассоциатор быть или ассоциативный полином. Алгебра с единицей $com = 0$ называется анти-коммутативной. Коммутативные алгебры определяются тождеством $acom = 0$ и ассоциативной алгебры $ass = 0$.

Как мы уже упоминали почти все известно свободных алгебр в ассоциативном случае. Свободно коммутативные или анти-коммутативные алгебры менее понятны.

Последний раз стали популярными следующие обобщения коммутативности и ассоциативности тождества

$$lcom = t_1(t_2 t_3) - t_2(t_1 t_3) \text{ (левая-коммутативная),}$$

$$rsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_1, t_3, t_2) \text{ (правая-симметричная).}$$

Аналогично определяется некоммутативную неассоциативную полиномы

$$rcom = (t_1 t_2)t_3 - (t_1 t_3)t_2 \text{ (правая-коммутативная),}$$

$$lsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_2, t_1, t_3) \text{ (левая-симметричная).}$$

Алгебра с идентичностей $lsym = 0$, $rsym = 0$ называется асимметричным. Основы свободных правых коммутативной алгебры и правого симметричных алгебры могут быть описаны в терминах корневых деревьев. Последовательности характера правого симметричных алгебр и правой коммутативных алгебр равны.

Алгебра с идентичностей $lcom = 0$ и $rcom = 0$ называется Новиков.

Лексикографический порядок диаграмм Юнга индуцирует порядок на таком основании свободные алгебры Новикова. Этот порядок индуцирует фильтрацию и сортировку в свободные алгебры Новикова.

Связь между бикоммутативными алгебрами и фильтрация и классификация свободных алгебр Новикова дает нам мотивацию изучить бикоммутативные алгебры.

Алгебра с идентичностями $lcom = 0$, $rcom = 0$ называется бикоммутативным.

Основные понятия гомологической алгебры являются комплексы, граничные отображения и циклы. Если мы будем рассматривать свободную алгебру на квантовом генераторов и требуют, чтобы умножение слева границей отображение мы будем иметь $\beta = -1$ для бикоммутативной идентичности.

Для случая умножения справа мы будем иметь $\alpha = -1$ в течение бикоммутативной идентичности.

UDC 512.81

STRUCTURE PROPERTIES OF (α, β) – BICOMMUTATIVE ALGEBRAS

K.M. Tulenbaev, Zh.N. Shaimardanova, B. Ghabdullin

Suleyman Demirel University, Almaty, Kazakhstan

tulen75@hotmail.com, zhadyra.shaimardanova@gmail.com, gabdo_bakha@mail.ru

Key words and phrases: free part, polynomial part, commutativity, bicommutative algebras.

Abstract. We find free and multilinear part of (α, β) – Bicommutative algebra. Also, we prove that A^2 is nilpotent with index nilpotency equal to 3. One of important problems of modern algebra is to study free algebras satisfying some identities. Constructing of base elements, finding of cocharacter sequence, constructing multilinear part and finding dimensions or asymptotics of growth are parts of this problem. On this point of view varieties of associative algebras, varieties of associative and commutative algebras and varieties of Lie algebras are well studied. For example, free associative commutative algebras are polynomial algebras. Connections of homogeneous polynomials and symmetric polynomials are used in many branches of mathematics and physics.

Free associative algebra is a tensor algebra, its multilinear part is isomorphic to a regular module of symmetric group. There are many other interesting classes of algebras for what problems on free algebras are remains as a difficult task. For example, very little are known about free alternative algebras, free Malcev algebras, even about free commutative algebras.

Let $com = t_1 t_2 + t_2 t_1$, $acom = t_1 t_2 - t_2 t_1$, be commutative and anti-commutative polynomials and $ass = (t_1, t_2, t_3) = t_1(t_2 t_3) - (t_1 t_2)t_3$ be associator or associative polynomial. Algebra with identity $com = 0$ is called anti-commutative. Commutative algebras are defined by the identity $acom = 0$ and associative algebras by $ass = 0$.

As we mentioned almost all is known for free algebras in associative case. Free commutative or anti-commutative algebras are less understood.

Last time became popular the following generalizations of commutativity and associativity identities

$$lcom = t_1(t_2 t_3) - t_2(t_1 t_3) \text{ (left-commutative),}$$

$$rsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_1, t_3, t_2) \text{ (right-symmetric),}$$

Similarly one defines non-commutative non-associative polynomials

$$rcom = (t_1 t_2)t_3 - (t_1 t_3)t_2 \text{ (right-commutative),}$$

$$lsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_2, t_1, t_3) \text{ (left-symmetric).}$$

Algebra with identities $lsym = 0$, $rsym = 0$ is called assosymmetric. Bases of free right-commutative algebras and right-symmetric algebras can be described in terms of rooted trees. Cocharacter sequences of right-symmetric algebras and right-commutative algebras are equal. Algebra with identities $lcom = 0$ and $rsym = 0$ is called Novikov. Lexicographic order in Young diagrams induces order on such base of free Novikov algebras. This order induces filtration and grading in free Novikov algebras. Connection between bicommutative algebras and filtration and grading of free Novikov algebras gives us motivation to study bicommutative algebras.

Algebra with identities $lcom = 0$, $rcom = 0$ is called *bicommutative*.

Basic notions of homological algebra are complexes, boundary mappings and cycles. If we will consider free algebra on q generators and require that multiplication by left is boundary mapping we will have $\beta = -1$ for bicommutative identity. For case multiplication by right we will have $\alpha = -1$ for bicommutative identity.

Introduction. Authors are grateful for academician A. S. Dzhumadil'daev for formulation of the problem of given article. One of important problems of modern algebra is to study free algebras satisfying some identities. Constructing of base elements, finding of cocharacter sequence, constructing multilinear part and finding dimensions or asymptotics of growth are parts of this problem. On this point of view varieties of associative algebras, varieties of associative and commutative algebras and varieties of Lie algebras are well studied. For example, free associative commutative algebras are polynomial algebras. Connections of homogeneous polynomials and symmetric polynomials are used in many branches of mathematics and physics.

Interesting problem is to find homology of free (α, β) – Bicommutative algebras.

Let $A = (A, \circ)$ be an algebra over field with characteristic $p \geq 0$ and $A \times A \rightarrow A, (a, b) \mapsto a \circ b$, is product. An algebra $A = (A, \circ)$ is called (α, β) – Bicommutative, if

$$\begin{aligned}(a \circ b) \circ c &= \alpha(a \circ c) \circ b (RC) \\ a \circ (b \circ c) &= \beta b \circ (a \circ c) (LC)\end{aligned}$$

for any $a, b, c \in A$.

Let A be (α, β) – Bicommutative algebra, when (α, β) are equal $+1$ or -1 or $\alpha = -1, \beta = -1$. If both are equal 1 we have bicommutative algebras. Bicommutative algebras were introduced in [1]. First interesting case is $\alpha = 1, \beta = -1$. We prove the following theorem in our article.

Theorem 1. A^2 is associative. A^2 is anticommutative for case $\alpha = 1, \beta = -1$. A^2 is commutative for case $\alpha = -1, \beta = -1$.

Moreover, for any three elements $x, y, z \in A^2$ we have $(x \circ y) \circ z = 0$.

Proof. Let us take elements $x = a \circ b$ and $y = c \circ d$. Then

$$x \circ y = (a \circ b) \circ (c \circ d) = \beta \cdot c \circ ((a \circ b) \circ d) \text{ by LC.}$$

So,

$$\beta \cdot c \circ ((a \circ b) \circ d) = \beta \cdot \alpha \cdot c \circ ((a \circ d) \circ b) \text{ by RC.}$$

$$\beta \cdot \alpha \cdot c \circ ((a \circ d) \circ b) = \beta^2 \cdot \alpha \cdot (a \circ d) \circ (c \circ d) \text{ by LC.}$$

On other hand

$$(a \circ b) \circ (c \circ d) = \alpha \cdot (a \circ (c \circ d) \circ b) \text{ by RC.}$$

So we have

$$\alpha \cdot (a \circ (c \circ d) \circ b) = \alpha \cdot \beta \cdot (c \circ (a \circ d) \circ b) \text{ by LC.}$$

Another step is

$$\alpha \cdot \beta \cdot (c \circ (a \circ d) \circ b) = \alpha^2 \cdot \beta \cdot (c \circ d) \circ (a \circ d) \text{ by RC.}$$

Therefore

$$\beta^2 \cdot \alpha \cdot (a \circ d) \circ (c \circ b) = \alpha^2 \cdot \beta \cdot (c \circ d) \circ (a \circ d).$$

So

$$\beta \cdot (a \circ d) \circ (c \circ b) = \alpha \cdot (c \circ d) \circ (a \circ d).$$

For $\alpha = 1, \beta = -1$ we obtain A^2 is anticommutative. $\gamma = \alpha \cdot \beta$. For case $\alpha = -1, \beta = -1$ we have A^2 is commutative.

Now let us check associativity of A^2 . First of all

$$((a \circ d) \circ (c \circ b)) \circ e = \alpha \cdot ((a \circ b) \circ e) \circ (c \circ d) \text{ by RC.}$$

Secondly

$$\alpha \cdot ((a \circ b) \circ e) \circ (c \circ d) = \alpha \cdot \gamma \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e)$$

by commutative or anticommutative identities depending on γ .

Using LC,

$$\begin{aligned} \alpha \cdot \gamma \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e) &= \beta \cdot \alpha \cdot \gamma \cdot (a \circ d) \circ ((c \circ b) \circ e) = \gamma^2 \cdot (a \circ b) \circ \\ &((c \circ d) \circ e) = (a \circ b) \circ ((c \circ d) \circ e). \end{aligned}$$

We have A^2 is associative.

$$\text{Let } x = a \circ b \text{ and } y = c \circ d \text{ and } z = e \circ f.$$

By associativity

$$\begin{aligned} ((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ (e \circ f) &= (a \circ b) \circ ((c \circ d) \circ (e \circ f)) = \beta \cdot (c \circ d) \circ \\ &((a \circ b) \circ (e \circ f)) \end{aligned}$$

by LC.

On other hand by RC

$$((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ (e \circ f) = \alpha \cdot ((a \circ b) \circ (e \circ f)) \circ (c \circ d).$$

By commutative or anticommutative identities depending on γ .

$$\alpha \cdot ((a \circ b) \circ (e \circ f)) \circ (c \circ d) = \alpha \cdot \gamma \cdot ((e \circ f) \circ (a \circ b)) \circ (c \circ d).$$

By RC

$$\alpha \cdot \gamma \cdot ((e \circ f) \circ (a \circ b)) \circ (c \circ d) = \alpha^2 \cdot \gamma \cdot ((e \circ f) \circ (c \circ d)) \circ (a \circ b).$$

By commutative or anticommutative identities depending on γ .

$$\alpha^2 \cdot \gamma \cdot ((e \circ f) \circ (c \circ d)) \circ (a \circ b) = \alpha^2 \cdot \gamma^2 \cdot ((c \circ d) \circ (e \circ f)) \circ (a \circ b).$$

Because $\alpha^2 = \gamma^2 = 1$ we obtain

$$(c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f)) = ((c \circ d) \circ (e \circ f)) \circ (a \circ b).$$

By RC

$$\beta \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f)) = \beta \cdot ((c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f))).$$

By associativity

$$\beta \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f)) = \beta \cdot ((c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f))).$$

So on

$$\beta \cdot (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f)) = \alpha \cdot ((c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f))).$$

If $\beta = -1$ and $\alpha = 1$ we have

$$2 \cdot ((c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ (e \circ f))) = 0.$$

For $\text{char} \neq 2$ we have $(x \circ y) \circ z = 0$. End of Proof.

Let us consider case $\beta = -1$ and $\alpha = -1$ separately. So we have A^2 is associative and commutative by Theorem 1.

Lemma 1. Let A be $(-1,1)$ – Bicommutative algebra. Then $\forall a, b, c, d, e \in A$ we have

$$((c \circ d) \circ ((a \circ b))) \circ (e \circ f) = 0.$$

Proof.

$$((a \circ b) \circ e) \circ (c \circ d) = -((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e \text{ by RC.}$$

By commutativity

$$((a \circ b) \circ e) \circ (c \circ d) = (c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e).$$

According to proof of associativity

$$(c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e) = ((c \circ d) \circ (a \circ b)) \circ e.$$

By commutativity

$$(c \circ d) \circ ((a \circ b) \circ e) = ((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e.$$

So we have

$$-((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e = ((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e.$$

For $\text{char} \neq 2$ we have

$$((a \circ b) \circ (c \circ d)) \circ e = 0 \text{ QED.}$$

REFERENCES

- [1] A.S. Dzhumadil'daev, K.M. Tulenbaev, Bi-commutative algebras. Uspechi Math. Nauk., 2003, No.6, 149-150, Russian Math. Surv., P.1196 – 1197 (engl.transl.).
- [2] Латышев В. Н. Об алгебрах Ли с тождественными соотношениями, Сиб. мат. журнал, 1963, Т. 4, №4, С. 821-829.
- [3] Бурбаки Н. Группы и алгебры Ли (главы I-III), М.: Мир, 1976, С. 496.
- [4] Пихтильков С.А. О локально нильпотентном радикале специальных алгебр Ли, Фундаментальная и прикладная математика, 2002, Т. 8, Вып. 3, С. 769-782.
- [5] Кучеров А.А., Пихтильков С.А., О гомологическом описании радикала Джекобсона для алгебр Ли, Чебышевский сборник.
- [6] Херстейн И. Некоммутативные кольца, М.: Мир, 1972, С. 192.
- [7] Джекобсон Н. Строение колец, М.: Изд-во иностр. литературы, 1961, С. 392.
- [8] Marshall E. I. The Frattini subalgebras of a Lie algebra, J. London Math. Soc. 1967, V. 42, P. 416-422.
- [9] Dzhumadil'daev A.S. Special identity for Novikov-Jordan algebras, Comm. Algebra, 2005, V.33, No.5, P.1279--1287.
- [10] Гельфанд И. М., Дорфман И. Я. Гамильтоновы операторы и связанные с ними структуры, Функц. анализ и прил., 1979, Т. 13, №4, С. 13-30.
- [11] Балинский А. А., Новиков С. П. Скобки Пуассона гидродинамического типа, фробениусовы алгебры и алгебры Ли, ДАН СССР, 1985, Том 283, №5, С. 1036-1039.
- [12] Захаров А. С. Вложение алгебр Новикова-Пуассона в алгебры Новикова-Пуассона векторного типа, Алгебра и логика, 52, №3, 2013, С. 352-369.
- [13] E.I. Zelmanov, A class of local translation-invariant Lie algebras, Dokl. Akad. Nauk SSSR, V. 292, 1987, no. 6, P. 1294--1297.
- [14] A.S. Dzhumadil'daev, Algebras with %skew-symmetric identity of degree, J. Math.Sciences (Springer).
- [15] M. Bremner, Classifying varieties of anti-commutative algebras, Nova Journal of Math., Game Theory and Algebra 4, 1996, no. 2, P. 119-127.
- [16] F. Chapoton, M. Livernet, Pre-Lie algebras and the rooted trees operad, Inter. Math. Res. Notices, 2001, No.8, P.395-408.
- [17] A.S. Dzhumadil'daev, K.M. Tulenbaev, Bi-commutative algebras, Uspechi Math. Nauk, V. 58, 2003, No.6, 149-150.
- [18] A.S. Dzhumadil'daev, C. Lofwall, Trees, free right-symmetric algebras, free Novikov algebras and identities}, Homol. Homot. Appl., V. 4, №2, 2002, P. 165-190.
- [19] A.S. Dzhumadil'daev, Codimensions growth and non-Koszulity of Novikov operad, Comm. Algebra, 2010.
- [20] W.Fulton., Young tableaux with applications to representation theory and geometry, Cambridge University Press 1997.
- [21] V. A. Ginzburg and M. M. Kapranov, Koszul duality for operads, Duke Math. J. 76, 1994, P. 203-272.

КОММУТАТИВТІ АЛГЕБРАНЫҢ (α, β) ҚҰРЫЛЫМДЫҚ ҚҰРАМЫ

К.М. Туленбаев, Ж.Н. Шаймарданова, Б. Габдуллин

Сулейман Демирель атындағы Университет, Алматы, Қазақстан
tulen75@hotmail.com, zhadyra.shaimardanova@gmail.com, gabdo_bakha@mail.ru

Түйінді сөздер мен сөз тіркестерін: бос бөлік, полиномиальді бөлік, коммутативті алгебра, коммутативтітендіретін алгебра.

Аннотация. Бұл мақалада (α, β) бикоммутативты алгебраның бос және көпсызықты бөлігі есептелген.

Ассоциативностілік мен нильпотентностілік A^2 дәлелделген. Қазіргі заманғы алгебра маңызды проблемалардың бірі еркін зерттеу болып табылады. Кейбір қанағаттандыратын тождествам алгебра. базалық элементтерін салу, характер ретпен анықтау туралы, полилинейное бөлігін салу және осы өлшемдерін немесе асимптотику табу осы бөліктері болып табылады мәселе. Ассоциативті алгебра қарау сорттарын осы тұрғыдан алғанда, ассоциативті және коммутативті алгебраның және сорттарын сорттары Ли алгебрасының жақсы зерттелген. Мысалы, тегін ассоциативті коммутативті алгебра шелі алгебра болып табылады. Қосылымдар туралы біртекті полиномы және симметриялық полиномы көптеген пайдаланылады математика және физика филиалдары.

Еркін ассоциативті алгебра болып табылатын тензор алгебрасы, оның полисызықты бөлігі тұрақты изоморфна симметриялық топ модуль. Басқа да көптеген қызықты класстары бар еркін алгебра қандай да проблемалар үшін алгебра ретінде қалдықтары болып табылатын күрделі міндет. Мысалы, өте аз еркін туралы белгілі тіпті еркін туралы баламалы алгебра, еркін Малкев алгебра, коммутативті алгебра.

Коммутативті болуы $com = t_1 t_2 + t_2 t_1$, $acom = t_1 t_2 - t_2 t_1$, берсін және қарсы коммутативті полиномы және $ass = (t_1, t_2, t_3) = t_1(t_2 t_3) - (t_1 t_2)t_3$ болуы ассоциаторное немесе полиномиалдық қауымдастық. Алгебра сәйкестілікпен $com = 0$ қарсы коммутативті деп аталады. Коммутативті алгебра $acom = 0$ және $ass = 0$ ассоциативті алгебра сәйкестілікпен айқындалады.

Айтылғандай барлық дерлік ассоциативті жағдайда еркін алгебра белгілі. Еркін коммутативті немесе анти-коммутативті алгебра аз зерттелген.

Соңғы рет мынадай жалпылау танымал болды коммутативности және қауымдастық сәйкестілік

$$lcom = t_1(t_2 t_3) - t_2(t_1 t_3) \text{ (сол-коммутативті),}$$

$$rsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_1, t_3, t_2) \text{ (оң-симметриялық).}$$

Сол сияқты бір емес коммутативті емес ассоциативті полиномы анықтайды

$$rcom = (t_1 t_2)t_3 - (t_1 t_3)t_2 \text{ (оң-коммутативті),}$$

$$lsym = ass(t_1, t_2, t_3) - ass(t_2, t_1, t_3) \text{ (сол-симметриялық).}$$

Алгебра $lsym = 0$, $rsym = 0$ сәйкестігімен ассиметриялық деп аталады. Оң жақ еркін түймешігімен коммутативті алгебраның және оң-симметриялы негіздерін алгебра терең ағаштар тұрғысынан сипаттауға болады. Оң - симметриялы алгебра және оң-коммутативті алгебрасының бірізділік характері тең. Алгебра $lcom = 0$ және $rsym = 0$ сәйкестілігімен Новиков деп аталады. Жас диаграммалар лексикографиялық тәртібі осындай негізінде бұйрық шақырады еркін Новиков алгебра. Осы бұйрық сүзу және жіктеу шақырымен еркін Новиков алгебра. Бикоммутативті алгебраның арасындағы байланыс және еркін Новиков алгебраларының сүзу және бағалау бізге мотивациясын береді бикоммутативті алгебра зерттеу.

Алгебра $lsym = 0$, $rsym = 0$ сәйкестігімен бикоммутативті деп аталады.

Гомологиялық алгебраның негізгі ұғымдар кешендер, шекаралық бейнелеу және циклдар болып табылады. Егер біз Q генераторлар еркін алгебра қарайды және талап болса солға қарай көбейту біз $\beta = -1$ бикоммутативті сәйкестігіне ие болады шекара картографиялық болып табылады. Оң жақтан көбею кезінде $\alpha = -1$ бикоммутативті сәйкестікке ие болады.

Поступила 17.06.2016 г.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 214 – 225

УДК 517.957.6

ТОЧНОЕ И ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУХФАЗОВОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА

М.М. Сарсенгельдин, С. Касабек, Б.М. Сагидолла

Университет им. Сулеймана Демиреля, Каскелен, Казахстан

Ключевые слова: Метод интегральной функции ошибок, Метод интегрального теплового баланса, Двухфазовая обратная задача Стефана.

Аннотация: Основная идея является нахождение точных решений двухфазной обратной задачи Стефана для вырожденной области с движущейся границей. Отслеживание ответов этих вопросов будут организованы следующим образом. Для нахождения аналитического решения мы в основном следуем методом, предложенным С.Н. Харин применяя формулу Фаа Ди Бруно для интегральных функций ошибок. В продолжении раздела интегральные функции ошибки и ее свойств, необходимых для разработки новых методов.

Задача Стефана очень сложна для точного решения. Поэтому мы пытаемся найти приближенное решение путем присвоения температурных профилей с изменением дифференциального уравнения на уравнения теплового баланса, которые получаются путем интегрирования по X и t . Для нахождения приближенного решения мы в основном следуем методом, предложенным С.Н. Харин, применения метода интегрального теплового баланса.

EXACT AND APPROXIMATE SOLUTIONS OF TWO PHASE INVERSE STEFAN PROBLEM

M. Sarsengeldin, S. Kassabek, B. Sagidolla

Department of mathematics and natural sciences, Suleyman Demirel University,
Almaty, Qaskelen, Kazakhstan

E-mail: sarsengeldin.merey@sdu.edu.kz, kassabek@gmail.com, bizhigit.sagidolla@gmail.com

Keywords: Integral Error Functions, Integral Power Balance Method, Two Phase Inverse Stefan Problem.

Abstract. The main idea is finding the exact solution of two phase inverse Stefan problem for degenerate domain with moving boundary.

Tracking answers of these questions will be organized as following. For finding analytical solution we mainly follow the method proposed by S.N. Kharin applying Faa Di Bruno's formula for Integral Error Functions. In the continuation of this section Integral Error Functions and its properties necessary for elaboration of new methods are presented.

The Stefan problem is very complicated for exact solution. Therefore we try to find an approximate solution by profile assignment of the temperature with change of differential equation by heat balance equations, which are obtained by integration with respect to X and t . For finding approximate solution we mainly follow the method proposed by S.N. Kharin applying Integral Power Balance Method.

Problem formulation

In the following two sections we will deal to find the exact and approximate solutions of heat equations:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \alpha(t), \quad t > 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}, \quad \alpha(t) < x < \infty, \quad t > 0 \quad (2)$$

Subjected to the following conditions:

$$u_1(0, 0) = 0 \quad (3)$$

$$u_2(x, 0) = f(x) \quad \alpha(t) < x < \infty \quad (4)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = P(t), \quad t > 0 \quad (5)$$

$$u_1(\alpha(t), t) = u_2(\alpha(t), t) = u_m \quad (6)$$

The Stefan's condition:

$$-\lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=\alpha(t)} = -\lambda_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=\alpha(t)} + L\gamma \frac{d(\alpha(t))}{dt} \quad (7)$$

$$u_2|_{x=\infty} = 0 \quad (8)$$

It is necessary to find temperature distribution $u_1(x, t)$ and $u_2(x, t)$ also it is required to reconstruct the boundary function $P(t)$ if the free boundary $\alpha(t)$ is given. Such problem is called two phase inverse Stefan Problem. The heat spread in the solid is negligible because of the physical properties of contact material. This condition is valid for refractory metals like wolfram. After getting the solutions we try to discuss given both solutions.

I. EXACT SOLUTION OF TWO PHASE INVERSE STEFAN PROBLEM

1.1 Introduction

The first analytical solution of two phase inverse Stefan problem, which describes the dynamics of soil freezing has been published by Lamé and Clayperon.

Despite the quite extensive list of problems in literature which lead to the necessity to solve Stefan type problems see: e.g., [1–9] and a long bibliography [9] on methods for solving these problems lead to additional difficulties which occur due to the degeneracy of domains. In some specific cases particularly for free moving boundaries it is possible to construct Heat potentials and a problem can be reduced to the system of integral equations [2], [3], however in the case of degeneracy, singularity in integral equations occur, and method of successive approximations is inapplicable in general. Moreover, the use of numerical methods is problematic when the number of parameters is great. Therefore, development of new analytical methods is very important especially for various applications because it enables one to analyze an interrelationship of different input parameters and their influence on the dynamics of investigating phenomena.

As for applications: a wide range of electric contact phenomena, in particular, the phenomena occurring at the interaction of electrical arc with electrode can be described in dynamic use of the presented method see e.g., [9] for very short arc duration (nanosecond diapason), when experimental

investigation is very difficult. In this study we will try to find solution of two Phase Inverse Stefan problem for degenerate domain with moving boundary.

1.2 Problem Solution

Let us consider this problem at the suggestion that $\alpha(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n t^{n/2}$ is given.

The unknown functions are $u_1(x, t), u_2(x, t), P(t)$ we represent in the form of Heat polynomials and Integral Error Functions:

$$u_1(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(2a_1 \sqrt{t} \right)^{2n} A_{2n} i^{2n} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2a_1 \sqrt{t}} \right) + \left(2a_1 \sqrt{t} \right)^{2n+1} A_{2n+1} i^{2n+1} \operatorname{erfc} \left(-\frac{x}{2a_1 \sqrt{t}} \right) \right] \quad (9)$$

$$u_2(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(2a_2 \sqrt{t} \right)^{2n} B_{2n} i^{2n} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2a_2 \sqrt{t}} \right) + \left(2a_2 \sqrt{t} \right)^{2n+1} B_{2n+1} i^{2n+1} \operatorname{erfc} \left(-\frac{x}{2a_2 \sqrt{t}} \right) \right] \quad (10)$$

$$P(t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n t^{\frac{n}{2}} \quad (11)$$

Where the coefficients $A_{2k}, A_{2k+1}, B_{2k}, B_{2k+1}, P(t)$ should be found satisfying the boundary conditions.

Let us satisfy first the initial condition (4). It is clear that:

$$\begin{aligned} u_2(x, 0) = \lim_{t \rightarrow 0} u_2(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\lim_{t \rightarrow 0} \left(2a_2 \sqrt{t} \right)^{2n} B_{2n} i^{2n} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2a_2 \sqrt{t}} \right) + \right. \\ \left. + \lim_{t \rightarrow 0} \left(2a_2 \sqrt{t} \right)^{2n+1} B_{2n+1} i^{2n+1} \operatorname{erfc} \left(-\frac{x}{2a_2 \sqrt{t}} \right) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

by properties of Integral Error Functions:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{i^n \operatorname{erfc}(x)}{x^n} = 0$$

by using L'Hospital Rule to find limit:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{i^n \operatorname{erfc}(-x)}{x^n} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{i^{n-1} \operatorname{erfc}(-x)}{n x^{n-1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{i^{n-2} \operatorname{erfc}(-x)}{n(n-1) x^{n-2}} = \dots = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{erfc}(-x)}{n!} = \frac{2}{n!}$$

So therefore,

$$u_2(x, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} \frac{2}{(2n+1)!} x^{2n+1} = f(x) \quad (13)$$

If we expand $f(x)$ into Taylor series:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(2n+1)}(0)}{(2n+1)!} x^{2n+1} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} \frac{2}{(2n+1)!} x^{2n+1} &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(2n+1)}(0)}{(2n+1)!} x^{2n+1} \\ B_{2n+1} &= \frac{1}{2} f^{(2n+1)}(0), \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (15)$$

From the condition (6) for $u_1(\alpha(t), t) = u_m$:

$$u_2(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[(2a_2 \sqrt{t})^{2n} B_{2n} i^{2n} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2a_2 \sqrt{t}} \right) + (2a_2 \sqrt{t})^{2n+1} B_{2n+1} i^{2n+1} \operatorname{erfc} \left(-\frac{x}{2a_2 \sqrt{t}} \right) \right] \Big|_{x=\alpha(t)} = u_m$$

The main problem is to find the remaining unknown coefficients we have, also if $\sqrt{t} = \tau$, then our expression will get:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{2k}}{\partial \tau^{2k}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \left[(2a_2 \tau)^{2n} B_{2n} i^{2n} \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_2 \tau} \right) + (2a_2 \tau)^{2n+1} B_{2n+1} i^{2n+1} \operatorname{erfc} \left(-\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_2 \tau} \right) \right] \right) &= \frac{\partial^{2k}}{\partial \tau^{2k}} (u_m) = 0 \\ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{2k} (2a_2)^{2n} B_{2n} \binom{2k}{l} \frac{(2n)!}{(2n-2k+l)!} \cdot \tau^{2n-2k+l} \cdot \frac{\partial^{2k}}{\partial \tau^{2k}} \left(i^{2n} \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_2 \tau} \right) \right) &+ \\ + (2a_2)^{2n+1} B_{2n+1} \binom{2k}{l} \frac{(2n)!}{(2n+1-2k+l)!} \cdot \tau^{2n+1-2k+l} \cdot \frac{\partial^{2k}}{\partial \tau^{2k}} \left(i^{2n+1} \operatorname{erfc} \left(-\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_2 \tau} \right) \right) &= 0 \end{aligned}$$

After taking both parts $2k$ -derivatives we can see following expression:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} (2a_2)^{2n} B_{2n} \frac{(2k)!}{(2k-2n)!} \frac{\partial^{2k-2n}}{\partial \tau^{2k-2n}} \left(i^{2n} \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_2 \tau} \right) \right) \Big|_{\tau=0} &+ \\ + (2a_2)^{2n+1} B_{2n+1} \frac{(2k)!}{(2k-2n-1)!} \frac{\partial^{2k-2n-1}}{\partial \tau^{2k-2n-1}} \left(i^{2n+1} \operatorname{erfc} \left(-\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_2 \tau} \right) \right) \Big|_{\tau=0} &= 0 \end{aligned}$$

For this purpose we use the Faa Di Bruno formula (Arbogast formula) for a derivative of a composite function:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{2k-2n}}{\partial \tau^{2k-2n}} \left(i^{2n} \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_2 \tau} \right) \right) &= \sum_{j=0}^{2k-2n} i^{2n} \operatorname{erfc}^{(j)}(\delta) \beta_{2k-2n,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{2k-2n-j}) \\ i^{2n} \operatorname{erfc}^{(j)}(\delta) &= \frac{d^j}{d\tau^j} (i^{2n} \operatorname{erfc}(\delta)) \Big|_{\tau=0} = (-1)^{j-2n-1} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n-1}(\delta) \exp(-\delta^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{2k-2n-1}}{\partial \tau^{2k-2n-1}} \left(i^{2n+1} \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_2 \tau} \right) \right) &= \sum_{j=0}^{2k-2n-1} i^{2n+1} \operatorname{erfc}^{(j)}(\delta) \beta_{2k-2n-1,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{2k-2n-1-j}) \\ i^{2n+1} \operatorname{erfc}^{(j)}(\delta) &= \frac{d^j}{d\tau^j} (i^{2n+1} \operatorname{erfc}(\delta)) \Big|_{\tau=0} = (-1)^{j-2n-2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n-2}(\delta) \exp(-\delta^2) \end{aligned}$$

Let us denote our boundaries in the following form to get rid of the singularity:

$$\begin{aligned} \gamma(t) = \alpha(t) - \alpha_0 &= \gamma_1 t^{1/2} + \gamma_2 t + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{n+1} t^{(n+1)/2} \\ \alpha(\tau^2) &= \gamma_1 \tau + \gamma_2 \tau^2 + \dots + \gamma_{n+1} \tau^{n+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{n+1} \tau^{(n+1)} \end{aligned}$$

Then we can easily find our boundaries:

$$\delta|_{\tau=0} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{n+1} \tau^{n+1}}{2a_2 \tau} \bigg|_{\tau=0} = \frac{\gamma_1}{2a_2}$$

$$\delta|_{\tau=0} = -\frac{\sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{n+1} \tau^{n+1}}{2a_2 \tau} \bigg|_{\tau=0} = -\frac{\gamma_1}{2a_2}$$

Finally, we get the following sum:

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_{2n} \frac{(2a_2)^{2n} (2k)!}{(2k-2n)!} \sum_{j=0}^{2k-2n} (-1)^{j-2n-1} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n-1} \left(\frac{\gamma_1}{2a_2} \right) \exp \left(-\frac{\gamma_1^2}{4a_2^2} \right) \beta_{2k-2n,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{2k-2n-j}) +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} \frac{(2a_2)^{2n+1} (2k)!}{(2k-2n-1)!} \sum_{j=0}^{2k-2n-1} (-1)^{j-2n} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n-2} \left(-\frac{\gamma_1}{2a_2} \right) \exp \left(-\frac{\gamma_1^2}{4a_2^2} \right) \beta_{2k-2n-1,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{2k-2n-1-j}) = 0$$

Here let us denote the known coefficients in the following form:

$$K_{n,1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2a_2)^{2n} (2k)!}{(2k-2n)!} \sum_{j=0}^{2k-2n} (-1)^{j-2n-1} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n-1} \left(\frac{\gamma_1}{2a_2} \right) \exp \left(-\frac{\gamma_1^2}{4a_2^2} \right) \beta_{2k-2n,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{2k-2n-j})$$

$$K_{n,2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2a_2)^{2n+1} (2k)!}{(2k-2n-1)!} \sum_{j=0}^{2k-2n-1} (-1)^{j-2n} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n-2} \left(-\frac{\gamma_1}{2a_2} \right) \exp \left(-\frac{\gamma_1^2}{4a_2^2} \right) \beta_{2k-2n-1,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{2k-2n-1-j})$$

After we can easily find our unknown coefficient:

$$B_{2n} \cdot K_{n,1} = B_{2n+1} \cdot K_{n,2}$$

$$B_{2n} = \frac{B_{2n+1} \cdot K_{n,2}}{K_{n,1}} = \frac{f^{(2n+1)}(0) \cdot K_{n,2}}{2K_{n,1}} \quad (16)$$

From the condition (6) for $u_1(x, t)$ will be the same situation for $u_1(\alpha(t), t) = u_m$:

$$A_{2n} = \frac{A_{2n+1} \cdot K_{n,2}}{K_{n,1}} \quad (17)$$

By using the condition (7):

$$dt = 2\tau d\tau$$

$$\left(\frac{L\gamma}{2\tau} \frac{d\alpha(\tau)}{d\tau} \right) \bigg|_{\tau=0}^{(k)} = \left(\frac{L\gamma}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^{(n)}(0)}{(2n)!} \tau^{2n-1} \right) \bigg|_{\tau=0}^{(k)}$$

It is easy to see that $k = 2n - 1$, therefore:

$$\frac{L\gamma}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^{(n)}(0)}{(2n)!} \left(\tau^{2n-1} \right) \bigg|_{\tau=0}^{(k)} = \frac{L\gamma}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^{(n)}(0)}{2n}$$

If we will take $2n - 1$ derivatives in both parts by using Leibniz and Faa di Bruno formulas:

$$\begin{aligned}
& \left(-\lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=\alpha(\tau^2)} \right) \Big|_{\tau=0}^{(2n-1)} = \left(-\lambda_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=\alpha(\tau^2)} \right) \Big|_{\tau=0}^{(2n-1)} + \frac{L\gamma}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^{(n)}(0)}{n} \\
& \left[\lambda_1 \sum_{n=0}^{\infty} (2a_1)^{2n-1} A_{2n} (2n-1)! \left(i^{2n-1} \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_1 \tau} \right) \right) \Big|_{\tau=0} - \right. \\
& \left. - \lambda_1 \sum_{n=0}^{\infty} (2a_1)^{2n} A_{2n+1} \cdot \tau \cdot (2n-1)! \left(i^{2n} \operatorname{erfc} \left(-\frac{\alpha(\tau^2)}{2a_1 \tau} \right) \right) \Big|_{\tau=0} \right] = \\
& \lambda_1 \sum_{n=0}^{\infty} (2a_1)^{2n-1} A_{2n} (2n-1)! \left(i^{2n-1} \operatorname{erfc} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 \tau + \dots}{2a_1} \right) \right) \Big|_{\tau=0} = A_{2n} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_1 (2a_1)^{2n-1} (2n-1)! \left(i^{2n-1} \operatorname{erfc} \left(\frac{\gamma_1}{2a_1} \right) \right) \\
& \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} C_{n,1} = \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n} C_{n,2} + \frac{L\gamma}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^{(n)}(0)}{n}
\end{aligned} \tag{18}$$

where

$$\begin{aligned}
C_{n,1} &= \lambda_1 (2a_1)^{2n-1} (2n-1)! i^{2n-1} \operatorname{erfc} \left(\frac{\gamma_1}{2a_1} \right) \\
C_{n,2} &= \lambda_2 (2a_2)^{2n-1} (2n-1)! i^{2n-1} \operatorname{erfc} \left(\frac{\gamma_1}{2a_2} \right)
\end{aligned}$$

From (17) and (18) we can easily find two unknowns in the following form:

$$A_{2n} = \frac{4n \cdot C_{n,2} \cdot f^{(2n+1)}(0) \cdot K_{n,2} + L\gamma \cdot \alpha^{(n)}(0) K_{n,1}}{8n \cdot K_{n,1} \cdot C_{n,1}} \tag{19}$$

$$A_{2n+1} = \frac{4n \cdot C_{n,2} \cdot f^{(2n+1)}(0) \cdot K_{n,2} + L\gamma \cdot \alpha^{(n)}(0) K_{n,1}}{8n \cdot K_{n,2} \cdot C_{n,1}} \tag{20}$$

By using the last condition (5) we get:

$$\lambda_1 \sum_{n=0}^{\infty} (2a_1)^{2n-1} \left[A_{2n}(\tau)^{2n-1} i^{2n-1} \operatorname{erfc}(0) - A_{2n+1}(\tau)^{2n} i^{2n} \operatorname{erfc}(0) \right] = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \tau^n \tag{21}$$

The main problem is to find the remaining unknown coefficient we have:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^k}{\partial \tau^k} \left(\lambda_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left[(2a_1 \tau)^{2n-1} A_{2n} i^{2n-1} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2a_1 \tau} \right) + (2a_1 \tau)^{2n} A_{2n+1} i^{2n} \operatorname{erfc} \left(-\frac{x}{2a_1 \tau} \right) \right] \right) = \frac{\partial^k}{\partial \tau^k} \left(\sum_{n=0}^{\infty} P_n \tau^n \right) \\
& \lambda_1 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^k \left[(2a_1)^{2n-1} A_{2n} \binom{k}{l} \frac{(2n-1)!}{(2n-1-k+l)!} \cdot \tau^{2n-1-k+l} \cdot \frac{\partial^k}{\partial \tau^k} \left(i^{2n-1} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2a_1 \tau} \right) \right) - \right. \\
& \left. - (2a_1)^{2n} A_{2n+1} \binom{k}{l} \frac{(2n)!}{(2n-k+l)!} \cdot \tau^{2n-k+l} \cdot \frac{\partial^k}{\partial \tau^k} \left(i^{2n} \operatorname{erfc} \left(-\frac{x}{2a_1 \tau} \right) \right) \right] = \frac{\partial^k}{\partial \tau^k} \left(\sum_{n=0}^{\infty} P_n \tau^n \right)
\end{aligned}$$

After taking both parts k-derivatives we can see following expression:

$$\lambda_1 \left[\sum_{n=0}^{\infty} (2a_1)^{2n-1} A_{2n} \frac{(k)!}{(k-2n+1)!} \frac{\partial^{k-2n+1}}{\partial \tau^{k-2n+1}} \left(i^{2n-1} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2a_1 \tau} \right) \right) \right]_{\tau=0} -$$

$$- (2a_1)^{2n} A_{2n+1} \frac{(k)!}{(k-2n)!} \frac{\partial^{k-2n}}{\partial \tau^{k-2n}} \left(i^{2n} \operatorname{erfc} \left(-\frac{x}{2a_2 \tau} \right) \right) \Big|_{\tau=0} = \left(\sum_{n=0}^{\infty} P_n \frac{k!}{(k-n)!} \right)$$

For this purpose we use the Faa Di Bruno formula (Arbogast formula) for a derivative of a composite function:

$$\frac{\partial^{k-2n+1}}{\partial \tau^{k-2n+1}} \left(i^{2n-1} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2a_2 \tau} \right) \right) = \sum_{j=0}^{k-2n+1} i^{2n-1} \operatorname{erfc}^{(j)}(\delta) \beta_{k-2n+1,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{k-2n+1-j})$$

$$i^{2n-1} \operatorname{erfc}^{(j)}(\delta) = \frac{d^j}{d\tau^j} \left(i^{2n-1} \operatorname{erfc}(\delta) \right) \Big|_{\tau=0} = (-1)^{j-2n} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n}(\delta) \exp(-\delta^2)$$

$$\delta \Big|_{x=0} = \frac{x}{2a_2 \tau} \Big|_{x=0} = 0 \quad \exp(0) = 1$$

$$\frac{\partial^{k-2n}}{\partial \tau^{k-2n}} \left(i^{2n} \operatorname{erfc} \left(-\frac{x}{2a_2 \tau} \right) \right) = \sum_{j=0}^{k-2n} i^{2n} \operatorname{erfc}^{(j)}(\delta) \beta_{k-2n,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{k-2n-j})$$

$$i^{2n} \operatorname{erfc}^{(j)}(\delta) = \frac{d^j}{d\tau^j} \left(i^{2n} \operatorname{erfc}(\delta) \right) \Big|_{\tau=0} = (-1)^{j-2n-1} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n-1}(\delta) \exp(-\delta^2)$$

Finally, we get following sum:

$$\lambda_1 \left[\sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} \frac{(2a_1)^{2n-1} (k)!}{(k-2n+1)!} \sum_{j=0}^{k-2n+1} (-1)^{j-2n} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n}(0) \beta_{k-2n+1,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{k-2n+1-j}) - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} \frac{(2a_1)^{2n} (k)!}{(k-2n)!} \sum_{j=0}^{k-2n} (-1)^{j-2n-1} \frac{2}{\sqrt{\pi}} H_{j-2n-1}(0) \beta_{k-2n,j}(\delta', \delta'', \dots, \delta^{k-2n-j}) \right] = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \frac{k!}{(k-n)!}$$

After we can easily find our unknown coefficient:

$$A_{2n} \cdot K_{n,3} - A_{2n+1} \cdot K_{n,4} = P_n \quad (22)$$

1.3 Conclusion

Main result namely coefficients of function A_{2k} , A_{2k+1} (9), B_{2k} , B_{2k+1} (10) and the function $P(t)$ are obtained from (19), (20), (16), (15) and (21-22) respectively. It worth nothing that deviation of solution can provide maximum principle. Moreover if convergence of (9) and (10) proved, wide class of heat equations that describe diverse phenomena can be solved both analytically and numerically.

II. APPROXIMATE SOLUTION OF TWO PHASE INVERSE STEFAN PROBLEM

2.1. Introduction

Exact solutions of heat conduction problems are rather cumbersome and time-consuming. In addition, they are practically absent in the problems of the radial heat flux in spherical coordinates with

the change in the aggregate state [11], 12]. Therefore, to solve practical problems are commonly used charts, obtained by numerical or approximate methods [13]. One of the approximate analytical methods is an integral method of heat balance, which primarily attracted to its physical clarity, simplicity and precision of the results is high enough that demonstrates T. Goodman [14] on numerous examples. The main difficulty to be faced when using the integral method of heat balance is the setting right temperature profile, which according to T. Goodman, significantly affects the accuracy of the results.

There are several approaches in selecting the temperature profiles. In [15] A.I. Veinik offers to use temperature profiles in the form of ordinary polynomials for problems of any geometry, which should simplify the solution of the problem.

In this study we will try to find approximate solution of two Phase Inverse Stefan problem for degenerate domain with moving boundary.

2.2. Problem Solution

Let us consider this problem at the suggestion that $\alpha(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n t^{n/2}$ is given.

To find the unknown $u_2(x, t)$, we identify the temperature profile corresponding following conditions:

$$u_2(\alpha(t), t) = u_m \quad (23)$$

$$u_2|_{\beta(t)} = 0 \quad (24)$$

$$\left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=\beta(t)} = 0 \quad (25)$$

$$u_2|_{x=\infty} = 0 \quad (26)$$

Therefore the temperature profile will be:

$$u_2(x, t) = \begin{cases} u_m \left[\frac{x - \beta(t)}{\alpha(t) - \beta(t)} \right]^2, & \alpha(t) < x < \beta(t) \\ 0, & x > \beta(t) \end{cases} \quad (27)$$

Here we need to find the $\beta(t)$, where $\beta(0) = 0$ by using the equation (2) to use the integral of power balance:

$$\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \frac{\partial u_2}{\partial t} dx = a_2^2 \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \quad (28)$$

$$\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \frac{\partial u_2}{\partial t} dx = a_2^2 \left[\left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=\beta(t)} - \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=\alpha(t)} \right]$$

$$\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \frac{\partial u_2}{\partial t} dx = a_2^2 \left[0 - 2u_m \left[\frac{x - \beta(t)}{\alpha(t) - \beta(t)} \right] \left(\frac{1}{\alpha(t) - \beta(t)} \right) \right]_{x=\alpha(t)}$$

$$\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \frac{\partial u_2}{\partial t} dx = -a_2^2 \frac{2u_m}{\alpha(t) - \beta(t)}$$

For the right side we use the Leibniz integral rule, also differentiation under the integral sign:

$$\frac{d}{dx} \left(\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x, t) dt \right) = f(x, \beta(x)) \cdot \beta'(x) - f(x, \alpha(x)) \cdot \alpha'(x) + \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} \frac{\partial}{\partial x} f(x, t) dt$$

Therefore,

$$\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \frac{\partial}{\partial t} f(x, t) dx = \frac{d}{dt} \left(\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} f(x, t) dx \right) - f(\beta(t), t) \cdot \beta'(t) + f(\alpha(t), t) \cdot \alpha'(t) \quad (29)$$

By using Leibniz's method we get:

$$\left[\frac{d}{dt} \left(\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} u_2 dx \right) - u_2|_{x=\beta(t)} \frac{d\beta(t)}{dt} + u_2|_{x=\alpha(t)} \frac{d\alpha(t)}{dt} \right] = -a_2^2 \frac{2u_m}{\alpha(t) - \beta(t)}$$

The solution of given differential equation has been shown in the paper [24].

$$\frac{d\beta(t)}{dt} (\beta(t) - \alpha(t)) + 2 \frac{d\alpha(t)}{dt} (\beta(t) - \alpha(t)) - 6a_2^2 \quad (30)$$

To solve the equation (30) we have used the mathematical program Mathcad 13. To find the solution we considered three particular cases and got following graphs:

$$\frac{d}{dt} y(t) (y(t) - \alpha(t)) + 2 \frac{d\alpha(t)}{dt} (y(t) - \alpha(t)) - 6a_2^2 = 0 \quad (31)$$

Equation (31) have been plotted in the following way for the first particular case when $t = 100$:

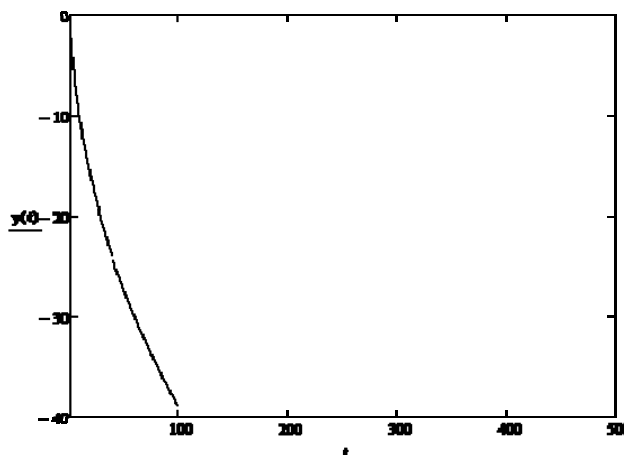


Figure 1 $\beta(t)$ at $t = 100$

Equation (31) have been plotted in the following way for the second particular case when $t = 300$:

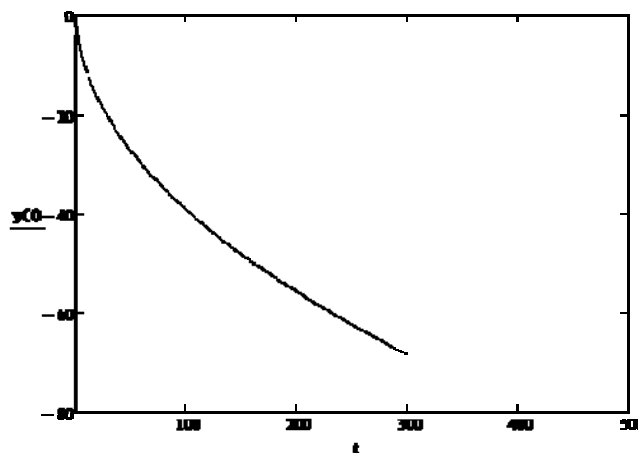


Figure 2 $\beta(t)$ at $t = 300$

Equation (31) have been plotted in the following way for the third particular case when $t = 500$:

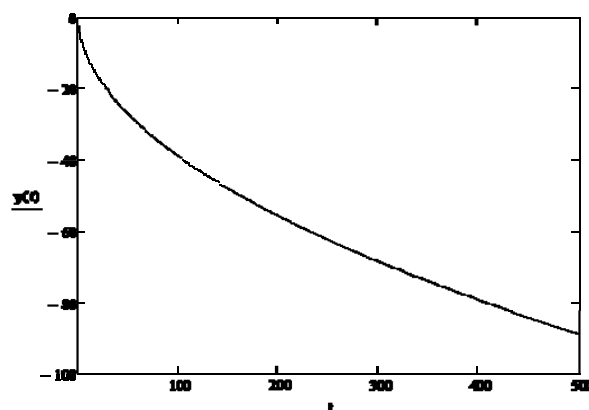


Figure 3 $\beta(t)$ at $t = 500$

This given plots approximately show the value of $\beta(t)$. Therefore, we can consider that we know the value of $\beta(t)$ and consider other cases.

For $u_1(x, t)$ we have the temperature profile $A(t)x^2 + B(t)x + C(t)$ as it is linear. We will use the conditions (5),(6) for $u_1(x, t)$, (7) and (1):

$$u_1(x, t) = A(t)x^2 + B(t)x + C(t), \quad 0 < x < \alpha(t)$$

By using the condition (5) we get:

$$\left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=0} = B(t) = -\frac{P(t)}{\lambda_1} \quad (32)$$

By using the condition (6) for $u_1(x, t)$ we have:

$$u_1(\alpha(t), t) = A(t)\alpha^2(t) + B(t)\alpha(t) + C(t) = u_m \quad (33)$$

By using the Stefan condition (7) we get:

$$-\lambda_1(2A(t)\alpha(t) + B(t)) = -\lambda_2 \left(\frac{2u_m}{\alpha(t) - \beta(t)} \right) + L\gamma \frac{d\alpha(t)}{dt}$$

If we equalize the right side of the equation above to $Q(t)$, we will have following expression:

$$2A(t)\alpha(t) + B(t) = -\frac{Q(t)}{\lambda_1} \quad (34)$$

Let us use the last equation (1) and get an integral of power balance:

$$\begin{aligned} \int_0^{\alpha(t)} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} dx &= \left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_0^{\alpha(t)} \\ a_1^2 \left[\left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=\alpha(t)} - \left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=0} \right] &= \int_0^{\alpha(t)} \frac{\partial u_1}{\partial t} dx \\ a_1^2 [2A(t) \cdot \alpha(t) + B(t) - B(t)] &= a_1^2 [2A(t) \cdot \alpha(t)] = \int_0^{\alpha(t)} \frac{\partial u_1}{\partial t} dx \end{aligned}$$

The solutions has been shown in the paper [10].

$$\begin{aligned} A'(t) [2\alpha^2(t) + 4\alpha'(t) \cdot \alpha(t)] + A(t) [4\alpha'(t) + 4(\alpha''(t) \cdot \alpha(t) + (\alpha'(t))^2) - 12a_1^2] + \\ + \left[\frac{d}{dt} \left[\frac{3\alpha'(t)Q(t)}{\lambda_1} + \frac{3\alpha(t)Q'(t)}{\lambda_1} \right] - u_m \frac{\alpha'(t)}{\alpha(t)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

If we denote the functions that is multiplied to $A'(t)$, $A(t)$ and some functions by $Z_1(t)$, $Z_2(t)$ and $Z_3(t)$ respectively, then we get:

$$A'(t) \cdot Z_1(t) + A(t) \cdot Z_2(t) + Z_3(t) = 0$$

We can easily rewrite our differential equation in the following form:

$$y'(x) + y(x) \cdot S(x) + T(x) = 0$$

By solving our differential equation by Integrating Factor method that has been shown in the paper [10], we can show the solution of givendifferential equation:

$$A(t) = -e^{-\int S(t)dt} \cdot \left(\int T(t) \cdot e^{\int S(t)dt} dt \right) + c \cdot e^{-\int S(t)dt} \quad (36)$$

where $S(t) = Z_2(t) / Z_1(t)$ and $T(t) = Z_3(t) / Z_1(t)$. Let us denote the right side of above expression as $K(t)$, therefore we can show the temperature profile for $u_1(x, t)$ and reconstruct the boundary function $P(t)$:

$$u_1(x, t) = K(t)x^2 - \left[\frac{Q(t)}{\lambda_1} + 2K(t)\alpha(t) \right] x + \left[u_m + K(t)\alpha^2(t) + \frac{Q(t)\alpha(t)}{\lambda_1} \right] \quad (37)$$

$$P(t) = Q(t) + \frac{2K(t)\alpha(t)}{\lambda_1} \quad (38)$$

2.4. Conclusion

In this chapter for solving problems of heat conduction in spherical geometry by integral method of power balance for the first time evaluated the effectiveness of the temperature type profiles: $T(r,t) = \text{polynomial}$ and $T(r,t) = \text{polynomial} / r$ with polynomials of degree n . The results show that in dealing with problems of thermal conductivity for different geometry approximate integral method of power balance is not always possible to achieve sufficient accuracy when using temperature profiles of the same type.

REFERENCES

- [1] Alexiades V. and Solomon A. D. *Mathematical Modeling of Melting and Freezing Processes*, Taylor and Francis, Washington, DC, 1993.
- [2] Grassi M., Grassi G. Mathematical modelling and controlled drug delivery: matrix systems, *Current Drug Delivery* 2 (2005) 97–116.
- [3] Kharin S.N., Sarsengeldin M. Influence of Contact Materials on Phenomena in a Short Electrical Arc. TransTechPublications. – Switzerland.
- [4] Tarzia D. A. *A bibliography on moving-free boundary problems for the heat-diffusion equation. The Stefan and related problems*, 2000.
- [5] Tikhonov A.N., Samarski A.A. *Equations of Mathematical Physics*.
- [6] Friedman A. *Free boundary problems for parabolic equations I. Melting of solids*, J. Math. Mech., 8 (1959), pp. 499–517.
- [7] Rubinstein L. I. *The Stefan Problem*, Transl. Math. Monogr. 1971.
- [8] Sarsengeldin M.M. “Solution Of Heat Equation With Moving Boundaries Obtained By Hartree Functions”, International scientific conference.
- [9] Kharin S.N., Sarsengeldin M.M., Temirkul A. “Analytical Solution Of The Third Boundary-Value Problem For The Heat Equation By IEF Method”.
- [10] Kassabek M. S., Sagidolla B.M. “Approximate Solution of Two phase Inverse Stefan problem” (accepted), 2016.
- [11] Carslaw G., Eger D. *Thermal conductivity of solids*, 1964. – 488 p.
- [12] Lykov A.V. *Теория теплопроводности*, 1967. – 600 p.
- [13] Pehovich A.I., Zhidkih *Расчеты теплового режима твердых тел*, 1976.
- [14] Goodman T. *Application of integral method in nonlinear problems of non-stationary heat exchange*, 1967. – p. 47–96.
- [15] Veinik A.I. *Приближенный расчет процессов теплопроводности*, 1959.

НАҚТЫ ЖӘНЕ ЖУЫҚТАЛҒАН ЕКІ ФАЗАЛЫ КЕРІ СТЕФАН МӘСЕЛЕЛЕРІНІҢ ШЕШІМІ

М.М. Сарсенгельдин, С. Қасабек, Б.М. Сағидолла

Сүлеймен Демирел атындағы университет, Қаскелең, Қазақстан

Тірек сөздер: Интегралды функциялар қателіктер әдісі, Интегралды жылулық тепе-теңдік әдісі, Екі фазалы кері Стефан мәселесі.

Аннотация. Берілген жұмыстың негізгі идеясы, қозғалатын шекаралары бар нұқсанды өңір үшін екі фазалық кері Стефан мәселенің нақты шешімдерін табу болып табылады.

Төменде осы мәселелерді жауап қадағалау ұйымдастырылады. Аналитикалық шешім табу үшін біз негізінен С.Н.Харин жұмыстарында ұсынған әдістері Фаа Ди Бруно формуласын интегралды қателіктер функцияларына қолданамыз. Интегралды қателіктер функциясы және оның жаңа әдістерінің қасиеттері де анық көрінген.

Стефан мәселесі нақты шешім үшін күрделі болып табылады. Сондықтан, біз шамамен шешімін табу үшін, X және t арқылы интегралдап алынған дифференциалдық теңдеулерге температуралық профильдер тағайындаймыз. Бұл шамамен шешімін табу үшін С.Н. Харинның ұсынған әдістерін қолдана отырып, интегралды жылулық тепе-теңдік әдісін қолдандық.

Поступила 17.06.2016 г.

МАЗМҰНЫ

Жер маңындағы ғарыштық кеңістіктегі үрдістер

Яковец А.Ф., Гордиенко Г.И., Жумабаев Б.Т., Литвинов Ю.Г., Абдрахманов Н. F2-қабат максимумдағы электрондық концентрацияның түндегі артуының статистикасы.....	5
Сомсиков В.М. Табиғаттағы динамикалық жүйедегі бифуркация қасиеті туралы.....	11
Жантаев Ж.Ш., Грищенко В.Ф., Мукушев А. Электростатикалық разрядтан электрондық аппаратты қорғауды үлгілеу техникалық схемасы.....	15
Антонова В.П., Крюков С.В., Луценко В.Ю., Чубенко А.П. Солтүстік Тянь-Шаньның биік таулы бекеттеріндегі жылу энергиясы нейтрондар қарқындылығына жер сілкіністерінің әсері.....	20
Салихов Н.М. Көлбеу радиожолында ионосфера ошақтарын аппараттық-бағдарламалық кешенінің доплерлік өлшеу иондалуының динамикасын анықтаудың жаңа әдісі.....	27

Жер қыртысындағы геодинамикалық процесстерің зерттеуінің жер - ғарыштық әдістері

Вилев А.В., Жантаев Ж.Ш., Стихарный А.П. Солтүстік Тянь-Шань аймағында GPS бекеттерінің маусымдық қозғалысының өзгеруі.....	34
Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Тойшиев Н., Калдыбаев А.А., Нурақынов С.М. Еуразия аумағындағы 1973-2014 жылдар аралығындағы күшті жер сілкіністерінің ($M \geq 7.0$) кеңістікті-уақыттық таралуы және күн белсенділігінің вариациясы.....	40
Бибосинов А.Ж., Шығазев Д.Т., Қалдыбаев А.А., Нұрақынов С.М., Бреусов Н.Г., Мамырбек Ф.Б. Шардара су кешенін гидрорадиолокация тәсілімен зерттеу.....	46
Бибосинов А.Ж., Нурақынов С.М., Калдыбаев А.А., Шигаев Д.Т. Алматы метрополитені жер бетіне жақын тау жыныстарының орны аймақтарының инженерлі геологиялық жағдайын зерттеуде георадиолокационды әдісті қолданудың тиімділігі.....	50
Шигаев Д.Т., Мунсызбай Т.М. Күн энергиясын барынша көп пайдалана отырып аз қуатты күн жылу электр станциясы.....	56
Жантаев Ж.Ш., Хачикян Г.Я., Қайратқызы Д., Андреев А. Жер сілкінісінің пайда болу жиіліктері және жер тәуліктерінің ұзақтық вариациясының трендтері.....	62
Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Сералиев А., Хасанов Э. Терең фокусты ($h > 350$ км) жер сілкінісі ошақтарының және негізгі геомагниттік өрістің сипаттамаларының кеңістіктік үлестірілуі.....	67

Исанова М.К., Коданова С.К., Рамазанов Т.С., Бастыкова Н.Х., Габдуллин М.Т., Молдабеков Ж.А. Тығыз плазмадағы шашырау қимасы және тежегіштік қабілет: дифракция және динамикалық экрандалу эффектілерінің әсері.....	73
Кудайкулов А.А., Жозеранд К., Калтаев А. Қаналдағы екі араласпайтын сұйықтардың ағыста саусақ тәрізді ағыс формасының пайда болу процесінің сандық зерттеуі.....	86
Ахметов Б.С., Корченко А.А., Жумангалиева Н.К. Ақпараттық жүйелердегі ауытқымалық жағдайын анықтауға негізделген шешуші ережелердің моделі.....	91
Бапаев К.Б., Сламжанова С.С., Исаева Г.Б. Дискретті тенсіздіктер туралы.....	101
Боос Э.Г., Әлменова А.М., Жуков В.В., Садыков Т.Х., Степанов А., Таутаев Е.М. Теңіз деңгейінен 3340 метр биіктікте радиосәулелену әдісімен ғарыш сәулесінің бөлшектерінің әрекеттестігін зерттеу.....	110
Жақып-тегі К.Б. Жылдамдық роторының және ағыс функциясының теңдеулерімен тұтқырлы сұйықтықтардың қозғалысын модельдеу.....	117
Жақып-тегі К.Б. Магниттік гидродинамикада максвелл теңдеулерін және ом заңын екіфазалы магниттік гидродинамикада сандық модельдеуде сапалы қолдану.....	124
Исадыков А.Н., Иванов М.А., Сахиев С.К., Жаугашева С.А., Нурбакова Г.С., Мукушев Б.А. Кварктардың коварианттық моделінде $\omega(782)$ мезонының ыдырауы $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ реакциясы үшін есептеу.....	135
Калмурзаев Б.С. Р.С. Жиындар айырымдарынан тұратын екі элементті үйірдің роджерс жартыторлары туралы.....	141
Көшеров Т.С., Жумабекова Г.Е. Температуралы және лазерлі әсер барысында кремнийдің беткі бөлігінің құрылымы мен фазалы құрамын зерттеу.....	147
Көшеров Т.С., Көшкінбай Б.Қ. Термиялық өңдеу үрдісінде кремний пластиналарының кернеулі күйінің ерекшеліктері.....	156
Құрманбаев Д.М. Үшінші ретті эннепер бетінің солитонды деформациясы.....	163
Майлебаева Д., Тилегенова Д. Трансценденттік теңдеуді шешудегі параметрлеу әдісі.....	168
Мамаев Ш.М., Даниярбек Р.Н. Численное исследование формирования пластической зоны и волны разгрузки напряжений в стержне конечной длины сеточно-характеристическим методом.....	173
Онгарбаева А. Применение электронных образовательных ресурсов в образовательном процессе в обучении будущих учителей.....	184
Сүйменбаев Б.Т., Алексеева Л.А., Сүйменбаева Ж.Б., Гусейнов С.Р. «MATLAB SIMULINK» жүйесінде жердің гравимагниттік жазығындағы ғарыш аппараттың динамикасын модельдеу.....	188
Туленбаев К.М., Шаймарданова Ж.Н., Габдуллин Б. Коммутативті алгебраның (α, β) құрылымдық құрамы.....	208
Сарсенгельдин М.М., Қасабек С., Сагидолла Б.М. Нақты және жуықталған екі фазалы кері Стефан мәселелерінің шешімі.....	214

СОДЕРЖАНИЕ

Процессы в околоземном космическом пространстве

Яковец А.Ф., Гордиенко Г.И., Жумабаев Б.Т., Литвинов Ю.Г., Абдрахманов Н. Статистика ночных увеличений электронной концентрации в максимуме F2-слоя.....	5
Сомских В.М. О природе бифуркации динамических систем.....	11
Жантаев Ж.Ш., Гриценко В.Ф., Мукушев А. Схемотехническое моделирование защиты электронной аппаратуры от электростатического разряда.....	15
Антонова В.П., Крюков С.В., Луценко В.Ю., Чубенко А.П. Эффекты землетрясений в интенсивности нейтронов тепловых энергий на высокогорной станции Северного Тянь-Шаня.....	20
Салихов Н.М. Новый метод регистрации динамики вспышек ионизации в ионосфере аппаратно-программным комплексом доплеровских измерений на наклонной радиотрассе.....	27

Наземно-космические методы исследования геодинимических процессов в земной коре

Вилев А.В., Жантаев Ж.Ш., Стихарный А.П. Динамика сезонных движений GPS станций на территории Северного Тянь-Шаня.....	34
Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Тойишиев Н.С., Калдыбаев А., Нуракунов С. Вариации солнечной активности и пространственно-временное распределение сильных землетрясений ($M \geq 7.0$) на территории Евразии в 1973-2014 гг.....	40
Бибосинов А.Ж., Шигаев Д.Т., Калдыбаев А.А., Нуракунов С.М., Бреусов Н.Г., Мамырбек Г.Б. Исследование Шардаринского гидрокомплекса методом георадиолокации.....	46
Бибосинов А.Ж., Нуракунов С.М., Калдыбаев А.А., Шигаев Д.Т. Эффективность применения георадиолокационного метода при изучении инженерно-геологических условий на участках Алматинского метрополитена приповерхностного залегания.....	50
Шигаев Д.Т., Мунсызбай Т.М. Маломощная солнечная теплотэлектростанция с максимальным использованием энергии Солнца.....	56
Жантаев Ж.Ш., Хачикян Г.Я., Кайраткызы Д., Андреев А. Долговременные тренды в вариациях продолжительности земных суток и частоты возникновения на планете землетрясений.....	62
Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Сералиев А., Хасанов Э. Пространственное распределение характеристик главного геомагнитного поля и эпицентров глубокофокусных ($h > 350$ км) землетрясений по данным 1973-2014 гг.	67

Исанова М.К., Коданова С.К., Рамазанов Т.С., Бастыкова Н.Х., Габдуллин М.Т., Молдабеков Ж.А. Сечение рассеяния и тормозная способность в плотной плазме: влияние эффектов дифракции и динамического экранирования.....	73
Кудайкулов А.А., Жозеранд К., Калтаев А. Численное исследование процесса пальцеобразования при течении двух не смешивающихся жидкостей в канале.....	86
Ахметов Б.С., Корченко А.А., Жумангалиева Н.К. Модель решающих правил для обнаружения аномалий в информационных системах.....	91
Бапаев К.Б., Сламжанова С.С., Исаева Г.Б. О дискретных неравенствах.....	101
Боос Э.Г., Альменова А.М., Жуков В.В., Садыков Т.Х., Степанов А., Таутаев Е.М. Исследование взаимодействий частиц космического излучения методом радиоизлучения на высоте 3340 метров над уровнем моря.....	110
Джакупов К.Б. О моделировании динамики вязкой жидкости уравнениями ротора скорости и функции тока.....	117
Джакупов К.Б. Эффективное применение уравнений максвелла и закона ома в численном моделировании двухфазных процессов магнитной гидродинамики.....	124
Исадыков А.Н., Иванов М.А., Сахиев С.К., Жаугашиева С.А., Нурбакова Г.С., Мукушев Б.А. Вычисление ширины распада $\omega(782)$ мезона для реакции $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ в ковариантной модели кварков.....	135
Калмурзаев Б.С. О полурешетках роджерса двухэлементных семейств разностей в п. множеств.....	141
Кошеров Т.С., Жумабекова Г.Е. Исследование структуры и фазового состава поверхности кремния при температурном и лазерном воздействии.....	147
Кошеров Т.С., Көшікінбай Б.Қ. Особенности напряженного состояния пластин кремния в процессе термического отжига.....	156
Курманбаев Д.М. Солитонная деформация поверхности энепера третьего порядка.....	163
Майлебаева Д., Тилегенова Д. Метод параметризации при решении трансцендентных уравнений.....	168
Мамаев Ш.М., Даниярбек Р.Н. Ұзындығы шектелген стерженьде пластикалық облыстың және кернеуді жеңілдету толқындарының құрылуын торлық-характеристика әдісімен зерттеу.....	173
Оңгарбаева А.Д. Электрондық білім беру ресурстарын оқу процесінде болашақ мұғалімдерді оқытуда қолдану.....	184
Суйменбаев Б.Т., Алексеева Л.А., Суйменбаева Ж.Б., Гусейнов С.Р. Моделирование динамики космического аппарата в гравимагнитном поле земли в системе «MATLAB SIMULINK».....	188
Туленбаев К.М., Шаймарданова Ж.Н., Габдуллин Б. Структурные свойства (α, β) – коммутативных алгебр.....	208
Сарсенгельдин М.М., Касабек С., Сагидолла Б.М. Точное и приближенное решение двухфазовой обратной задачи Стефана.....	214

CONTENTS

Processes in the near Earth cosmic space

<i>Yakovets A.F., Gordienko G.I., Zhumabaev B.T., Litvinov Yu.G., Abdrakhmanov N.</i> Statistics of nighttime enhancements of the electron density at the maximum of the F2-layer.....	5
<i>Somsikov V.M.</i> The nature of bifurcation of the dynamical systems.....	11
<i>Zhantayev Zh., Grichshenko V., Mukushev A.</i> Circuit simulation of protection onboard electronics from electrostatic discharge.....	15
<i>Antonova V.P., Kryukov S.V., Lucenko V.Yu., Chubenko A.P.</i> Effects of earthquakes in variations of thermal neutrons intensity at the high altitude station of northern Tien-Shan.....	20
<i>Salihov N.M.</i> A new method for detecting the dynamics of ionization bursts in the ionosphere by a hardware-software complex of Doppler measurements on the oblique radio transmission path.....	27

Ground-space based research methods of geodynamic processes in the Earth crust

<i>Vilyayev A.V., Zhantaev Zh.Sh., Stikharnyi A.P.</i> The dynamics of the seasonal movements of GPS stations in the Northern Tien Shan.....	34
<i>Khachikyan G.Ya., Zhumabayev B.T., Toishiev N., Kaldybayev A., Nurakynov S.</i> Variations of solar activity and spatial-temporal distribution of strong earthquakes ($M \geq 7.0$) in the area of Eurasia in 1973-2014.....	40
<i>Bibossinov A.Zh., Shigayev D.T., Kaldybayev A.A., Nurakynov S.M., Breusov N.G., Mamyrbek G.B.</i> Research of Shardara hydraulic complex by GPR.....	46
<i>Bibossinov A.Zh., Nurakynov S.M., Kaldybayev A.A., Shigayev D.T.</i> Effectiveness of GPR method for investigation of geotechnical conditions on the sites of Almaty subway in surface occurrence.....	50
<i>Shigayev D.T., Munsyzbay T.M.</i> A low-power solar thermal power station with the maximum use of solar energy.....	56
<i>Zhantayev Zh.Sh., Khachikyan G.Ya., Kairatkyzy D., Andreev A.</i> The long-term trends in variations of the length of day and the frequency of earthquake occurrence at the globe.....	62
<i>Khachikyan G.Ya., Zhumabayev B.T., Seraliyev A., Khassanov E.</i> Spatial distribution of the main geomagnetic field parameters and the epicenters of the deep ($h > 350$ km) earthquakes.....	67

<i>Issanova M.K., Kodanova S.K., Ramazanov T.S., Bastykova N.Kh., Gabdullin M.T., Moldabekov Zh.A.</i> Cross section and stopping power in dense plasmas: the effect of diffraction and dynamic screening.....	73
<i>Kudaikulov A.A., Jossierand C., Kaltayev A.</i> Numerical investigation of fingering pattern formation during the flow of two immiscible fluids in a channel.....	86
<i>Akhmetov B.S., Korchenko A.A., Zhumangaliyeva N.K.</i> Model of decision rules to detect anomalies in information systems.....	91
<i>Bapaev K.B., Slamzhanova S.S., Isaeva G.B.</i> About of the discrete inequalities.....	101
<i>Boos E.G., Almenova A.M., Zhukov V.V., Sadykov T.Kh., Stepanov A., Tautayev Y.M.</i> Investigation of eas particles interaction at extremely high energies at altitude of 3340 m. a.s.l.....	110
<i>Jakupov K.B.</i> On the modeling of dynamics of viscous fluid equations rotor speed and stream function.....	117
<i>Jakupov K.B.</i> The effective application of the maxwell equations and ohm's law of numerical simulation of two-phase process of magnetohydrodynamics.....	123
<i>Issadyko A.N., Ivanov M.A., Sakhiyev S.K., Zhaugasheva S.A., Nurbakova G.S., Mukushev B.A.</i> Calculation of ω (782) meson's decay width for the reaction $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ in covariant quark model.....	135
<i>Kalmurzaev B.S.</i> About rogers semilattices of two element families of difference of C.E. Sets.....	141
<i>Kosherov T., Zhumabekova G.</i> Study of structure and phase composition of silicon surface at temperature and laser Exposure.....	147
<i>Kosherov T., Koshkinbay B.</i> Features of the stress state of the silicon wafer during thermal annealing.....	156
<i>Kurmanbaev D.M.</i> Soliton deformations of third order ennepers surface.....	163
<i>Maylebayeva D., Tilegenova D.</i> Parametrization method for solving transcendental equations.....	168
<i>Mamayev Sh. M., Danyarbek R.N.</i> Numerical study of the formation of the plastic zone and stress wave discharge in a rod of finite length by grid-characteristic method.....	173
<i>Ongarbayeva A.</i> Application of electronic educational resources in the educational process in teaching future teachers... ..	184
<i>Suimenbayev B.S., Alexeyeva L.A., Suimenbayeva Zh.B., Gusseinov S.R.</i> Modelling of spacecraft dynamics in the earth's gravity and magnetic field in the "MATLAB SIMULINK" system.....	188
<i>Tulenbaev K.M., Shaimardanova Zh.N., Ghabdullin B.</i> Structure properties of (α, β) – bicommutative algebras.....	208
<i>Sarsengeldin M., Kassabek S., Sagidolla B.</i> Exact and approximatesolutions of two phase inverse Stefan problem.....	214

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

Редактор *М. С. Ахметова, Д.С. Аленов, Т.А. Апендиев*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 07.07.2016.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
14 п.л. Тираж 300. Заказ 4.